

INGENIERÍA ECONÓMICA

Sexta edición



Leland Blank • Anthony Tarquin

Relaciones para los flujos de efectivo discretos con composición de final de periodo

Tipo	Encontrar/ Dado	Notación del factor y la fórmula	Relación	Programa de muestra del flujo de efectivo
Cantidad sencilla	F/P Cantidad compuesta	$(F/P, i, n) = (1 + i)^n$	$F = P(F/P, i, n)$	
	P/F Valor presente	$(P/F, i, n) = \frac{1}{(1 + i)^n}$	$P = F(P/F, i, n)$ (Secc. 2.1)	
Series uniformes	P/A Valor presente	$(P/A, i, n) = \frac{(1 + i)^n - 1}{i(1 + i)^n}$	$P = A(P/A, i, n)$	
	A/P Recuperación de capital	$(A/P, i, n) = \frac{i(1 + i)^n}{(1 + i)^n - 1}$	$A = P(A/P, i, n)$ (Secc. 2.2)	
	F/A Cantidad compuesta	$(F/A, i, n) = \frac{(1 + i)^n - 1}{i}$	$F = A(F/A, i, n)$	
	A/F Fondo de hundimiento	$(A/F, i, n) = \frac{i}{(1 + i)^n - 1}$	$A = F(A/F, i, n)$ (Secc. 2.3)	
Gradiente aritmético	P_G/G Valor presente	$(P/G, i, n) = \frac{(1 + i)^n - in - 1}{i^2(1 + i)^n}$	$P_G = G(P/G, i, n)$	
	A_G/G Series uniformes	$(A/G, i, n) = \frac{1}{i} - \frac{n}{(1 + i)^n - 1}$	$A_G = G(A/G, i, n)$ (Secc. 2.5)	
Gradiente geométrico	P_g/A_1 y g Valor presente	$P_g = \begin{cases} A_1 \left[\frac{1 - \left(\frac{1+g}{1+i} \right)^n}{i - g} \right] & g \neq i \\ A_1 \frac{n}{1+i} & g = i \end{cases}$	$g \neq i$ $g = i$ (Secc. 2.6)	

INGENIERÍA ECONÓMICA

Sexta edición

INGENIERÍA ECONÓMICA

Leland Blank, P. E.

*American University of Sharjah, Emiratos Árabes Unidos
y Texas A&M University*

Anthony Tarquin, P. E.

University of Texas at El Paso

Traducción:

Javier Enríquez Brito

*Mtro. en Investigación de Operaciones
Universidad Nacional Autónoma de México*

Revisión técnica:

Filiberto González Hernández

*Departamento de Ingeniería Industrial
Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey, CEM*



MÉXICO • BOGOTÁ • BUENOS AIRES • CARACAS • GUATEMALA • LISBOA
MADRID • NUEVA YORK • SAN JUAN • SANTIAGO
AUCKLAND • LONDRES • MILÁN • MONTREAL • NUEVA DELHI
SAN FRANCISCO • SINGAPUR • ST. LOUIS • SIDNEY • TORONTO

Director Higher Education: Miguel Ángel Toledo Castellanos

Director editorial: Ricardo A. del Bosque Alayón

Editor sponsor: Pablo Eduardo Roig Vázquez

Editora de desarrollo: Diana Karen Montaña González

Supervisor de producción: Zeferino García García

Ingeniería económica

Sexta edición

Prohibida la reproducción total o parcial de esta obra,
por cualquier medio, sin la autorización escrita del editor.



**McGraw-Hill
Interamericana**

DERECHOS RESERVADOS © 2006 respecto a la sexta edición en español por
McGRAW-HILL/INTERAMERICANA EDITORES, S. A. DE C. V.

A Subsidiary of The McGraw-Hill Companies, Inc.

Edificio Punta Santa Fe

Prolongación Paseo de la Reforma 1015, Torre A

Piso 17, Colonia Desarrollo Santa Fe,

Delegación Álvaro Obregón

C.P. 01376, México, D. F.

Miembro de la Cámara Nacional de la Industria Editorial Mexicana, Reg. Núm. 736

ISBN 970-10-5608-6

(ISBN 970-10-3948-3 edición anterior)

Traducido de la sexta edición de: ENGINEERING ECONOMY

Copyright © MMV by The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

Previous editions © 1976, 1983, 1989, 1998, and 2002.

ISBN: 0-07-320382-3

1234567890

09875432106

Impreso en México

Printed in Mexico

The McGraw-Hill Companies



Este libro está dedicado a nuestras madres por su constante motivación para tener éxito en todos los aspectos de nuestra vida.

CONTENIDO

Prefacio xvii

NIVEL UNO

ASÍ COMIENZA TODO

Capítulo 1	Fundamentos de ingeniería económica	4
1.1	¿Por qué es importante la ingeniería económica para los ingenieros (y otros profesionales)?	6
1.2	Papel de la ingeniería económica en la toma de decisiones	7
1.3	Realización de un estudio de ingeniería económica	10
1.4	Tasa de interés y tasa de rendimiento	12
1.5	Equivalencia	16
1.6	Interés simple y compuesto	18
1.7	Terminología y símbolos	24
1.8	Introducción a las soluciones por computadora	27
1.9	Tasa mínima atractiva de rendimiento	28
1.10	Flujos de efectivo: estimación y diagramación	32
1.11	Regla del 72: estimaciones del tiempo y tasa de interés para duplicar una cantidad de dinero	36
1.12	Aplicación de la hoja de cálculo: interés simple y compuesto y estimaciones de flujos de efectivo variables	37
	Ejemplos adicionales	41
	Resumen del capítulo	43
	Problemas	44
	Problemas de repaso FI	47
	Ejercicio ampliado Efectos del interés compuesto	47
	Estudio de caso Descripción de las alternativas para la fabricación de revestimientos para refrigerador	48
 Capítulo 2	 Factores: cómo el tiempo y el interés afectan al dinero	 50
2.1	Factores de pago único (F/P y P/F)	52
2.2	Factores de valor presente y de recuperación de capital en series uniformes (P/A y A/P)	58
2.3	Derivación del factor de fondo de amortización y el factor de cantidad compuesta serie uniforme (A/F y F/A)	62
2.4	Interpolación en tablas de interés	65
2.5	Factores de gradiente aritmético (P/G y A/G)	67
2.6	Factores para series gradiente geométrico	73
2.7	Cálculo de tasas de interés desconocidas	77
2.8	Cálculo del número de años desconocidos	80
2.9	Aplicación de las hojas de cálculo-análisis de sensibilidad básico	81
	Ejemplo adicional	82
	Resumen del capítulo	84
	Problemas	84

	Problemas de repaso FI	90
	Estudio de caso ¿Qué diferencia pueden hacer los años y el interés compuesto?	93
Capítulo 3	Combinación de factores	94
3.1	Cálculos para series uniformes que son diferidas	96
3.2	Cálculos que involucran series uniformes y cantidades únicas colocadas aleatoriamente	101
3.3	Cálculos para gradiente diferido	106
3.4	Gradientes aritméticos diferidos decrecientes	111
3.5	Aplicación de las hojas de cálculo: uso de funciones diferentes	114
	Ejemplo adicional	117
	Resumen del capítulo	118
	Problemas	119
	Problemas de repaso FI	125
	Ejercicio ampliado Preservación de tierra para uso público	127
Capítulo 4	Tasas de interés nominales y efectivas	128
4.1	Fórmulas para las tasas de interés nominal y efectiva	130
4.2	Tasas de interés efectivas anuales	134
4.3	Tasas de interés efectivas para cualquier periodo	140
4.4	Relaciones de equivalencia: comparación entre la duración del periodo de pago y del periodo de capitalización (PP <i>versus</i> PC)	144
4.5	Relaciones de equivalencia: pagos únicos con $PP \geq PC$	145
4.6	Relaciones de equivalencia: series con $PP \geq PC$	147
4.7	Relaciones de equivalencia: pagos únicos y series con $PP < PC$	153
4.8	Tasa de interés efectiva para capitalización continua	155
4.9	Tasas de interés que varían con el tiempo	157
	Resumen del capítulo	159
	Problemas	160
	Problemas de repaso FI	165
	Estudio de caso Financiamiento de vivienda	168

NIVEL DOS

HERRAMIENTAS PARA EVALUACIÓN DE ALTERNATIVAS

Capítulo 5	Análisis del valor presente	174
5.1	Formulación de alternativas mutuamente excluyentes	176
5.2	Análisis de valor presente de alternativas con vidas iguales	178
5.3	Análisis de valor presente de alternativas con vida diferente	180
5.4	Análisis de valor futuro	183
5.5	Cálculo y análisis del costo capitalizado	185
5.6	Análisis del periodo de recuperación	192
5.7	Costo de ciclo de vida	196
5.8	Valor presente de bonos	201
5.9	Aplicaciones de la hoja de cálculo: análisis de VP y periodo de recuperación	204

Resumen del capítulo	210
Problemas	210
Problemas de repaso FI	218
Ejercicio ampliado Evaluación de las estimaciones de retiro del Seguro Social	220
Estudio de caso Programa de evaluación de recuperación de un programa de excusados (retretes) de muy baja descarga	221
 Capítulo 6 Análisis del valor anual	 224
6.1 Ventajas y aplicaciones del análisis del valor anual	226
6.2 Cálculo de la recuperación de capital y de valores del VA	228
6.3 Alternativas de evaluación mediante el análisis del valor anual	231
6.4 VA (valor anual) de una inversión permanente	237
Resumen del capítulo	240
Problemas	240
Problemas de repaso FI	244
Estudio de caso Ambiente cambiante de un análisis de valor anual	245
 Capítulo 7 Análisis de tasa de rendimiento: alternativa única	 248
7.1 Interpretación del valor de una tasa de rendimiento	250
7.2 Cálculos de la tasa de rendimiento utilizando una ecuación de VP o VA	253
7.3 Precauciones cuando se usa el método TR	259
7.4 Valores múltiples de la tasa de rendimiento	260
7.5 Tasa de rendimiento compuesta: eliminación de valores i^* múltiples	266
7.6 Tasa de rendimiento de una inversión en bonos	273
Resumen del capítulo	275
Problemas	276
Problemas de repaso FI	282
Ejercicio ampliado 1: El costo de una pobre clasificación crediticia	284
Ejercicio ampliado 2: ¿Cuándo es mejor vender un negocio?	284
Estudio de caso Bob aprende acerca de tasas de rendimiento múltiples	285
 Capítulo 8 Análisis de tasa de rendimiento: alternativas múltiples	 288
8.1 ¿Por qué es necesario el análisis incremental?	290
8.2 Cálculo del flujo de efectivo incremental para análisis con TR	291
8.3 Interpretación de la tasa de rendimiento sobre la inversión adicional	294
8.4 Evaluación de la tasa de rendimiento utilizando VP: incremental y de punto de equilibrio	295
8.5 Evaluación de la tasa de rendimiento utilizando VA	304
8.6 Análisis TR de múltiples alternativas mutuamente excluyentes	305
8.7 Aplicación de hoja de cálculo: análisis VP, VA y TR, todos en uno	311
Resumen del capítulo	313
Problemas	314
Problemas de repaso FI	320

	Ejercicio ampliado Análisis de TR incremental cuando son inciertas las vidas estimadas de las alternativas	321
	Estudio de caso 1 Tantas opciones. ¿Puede ayudar a su padre un recién graduado en ingeniería?	322
	Estudio de caso 2 Análisis de VP cuando están presentes múltiples tasas de interés	324
Capítulo 9	Análisis beneficio/costo y economía del sector público	326
9.1	Proyectos del sector público	328
9.2	Análisis beneficio/costo de un solo proyecto	334
9.3	Selección de alternativas mediante el análisis B/C incremental	339
9.4	Análisis B/C incremental de alternativas múltiples mutuamente excluyentes	342
	Resumen del capítulo	349
	Problemas	349
	Problemas de repaso FI	357
	Ejercicio ampliado Costos para proporcionar un servicio de camión de bomberos contra incendios	358
	Estudio de caso Alumbrado de carreteras	360
Capítulo 10	Toma de decisiones: método, TMAR y atributos múltiples	362
10.1	Comparación de alternativas mutuamente excluyentes con diferentes métodos de evaluación	364
10.2	TMAR en relación al costo del capital	367
10.3	Mezcla deuda-capital propio y costo promedio ponderado del capital	371
10.4	Determinación del costo del capital de deuda	373
10.5	Determinación del costo del capital patrimonial (o social) y de la TMAR	376
10.6	Efecto de la mezcla deuda-capital propio sobre el riesgo de inversión	379
10.7	Análisis de atributos múltiples: identificación e importancia de cada atributo	382
10.8	Medida de evaluación para atributos múltiples	387
	Resumen del capítulo	390
	Problemas	391
	Ejercicio ampliado Énfasis en lo correcto	400
	Estudio de caso ¿Qué elegir: financiamiento de deuda o patrimonial?	401

NIVEL TRES**TOMA DE DECISIONES EN PROYECTOS REALES**

Capítulo 11	Decisiones de reemplazo y conservación	406
11.1	Fundamentos del análisis de reemplazo	408
11.2	Vida útil económica	411
11.3	Realización de un análisis de reemplazo	418
11.4	Consideraciones adicionales en un análisis de reemplazo	424
11.5	Análisis de reemplazo durante un periodo de estudio específico	425
	Resumen del capítulo	432
	Problemas	432
	Problemas de repaso FI	440

	Ejercicio ampliado Vida útil económica bajo condiciones cambiantes	441
	Estudio de caso Análisis de reemplazo para equipo minero	442
Capítulo 12	Selección de proyectos independientes con limitaciones presupuestales	444
12.1	Panorama general del racionamiento de capital entre proyectos	446
12.2	Racionamiento del capital utilizando el análisis VP para proyectos con vida igual	448
12.3	Racionamiento de capital utilizando el análisis VP para proyectos de vida diferente	451
12.4	Formulación de problemas en la elaboración del presupuesto de gastos de capital utilizando programación lineal	455
	Resumen del capítulo	459
	Problemas	460
	Estudio de caso Educación en ingeniería para toda la vida en un ambiente web	463
Capítulo 13	Análisis del punto de equilibrio	466
13.1	Análisis de punto de equilibrio para un proyecto único	468
13.2	Análisis de punto de equilibrio entre dos alternativas	475
13.3	Aplicación en hoja de cálculo: uso de SOLVER de Excel para el análisis del punto de equilibrio	480
	Resumen del capítulo	484
	Problemas	484
	Estudio de caso Costos del proceso de tratamiento de agua en una planta	490

NIVEL CUATRO**REDONDEANDO EL ESTUDIO**

Capítulo 14	Efectos de la inflación	496
14.1	Comprensión del impacto de la inflación	498
14.2	Cálculos de valor presente ajustado por inflación	501
14.3	Cálculos de valor futuro ajustados por la inflación	507
14.4	Cálculos de recuperación del capital ajustados por inflación	512
	Resumen del capítulo	513
	Problemas	514
	Problemas de repaso FI	519
	Ejercicio ampliado Inversiones de ingreso fijo contra las fuerzas de la inflación	519
Capítulo 15	Estimación de costos y asignación de costos indirectos	522
15.1	Comprensión de cómo se logra la estimación de costos	524
15.2	Índices de costos	528
15.3	Relaciones de estimación de costo: ecuaciones costo-capacidad	532
15.4	Relaciones de estimación de costos: método de factor	534
15.5	Tasa de costos indirectos tradicionales y asignación	536
15.6	Costeo basado en actividades (CBA) para costos indirectos	540

	Resumen del capítulo	545
	Problemas	546
	Problemas de repaso FI	556
	Estudio de caso Estimaciones de costo total para optimizar dosis de coagulantes	556
	Estudio de caso Comparación de costo indirecto de una unidad de esterilización de equipo médico	559
Capítulo 16	Métodos de depreciación	562
16.1	Terminología de depreciación	564
16.2	Depreciación en línea recta (LR)	567
16.3	Depreciación de saldo decreciente (SD) y de saldo doble decreciente	569
16.4	Sistema modificado acelerado de recuperación de costos (SMARC)	574
16.5	Determinación del periodo de recuperación del SMARC	578
16.6	Métodos de agotamiento	579
	Resumen del capítulo	582
	Problemas	584
	Problemas de repaso FI	589
16A.1	Depreciación de la suma de dígitos anuales (SDA)	590
16A.2	Cambio entre métodos de depreciación	591
16A.3	Determinación de tasas SMARC	597
	Problemas del apéndice	600
Capítulo 17	Análisis económico después de impuestos	602
17.1	Terminología para el impuesto sobre la renta y su relación con corporaciones (e individuos)	604
17.2	Flujo de efectivo antes y después de impuestos	609
17.3	Efectos de los diferentes métodos de depreciación y periodos de recuperación sobre los impuestos	612
17.4	Recobro de depreciación y ganancias (pérdidas) de capital: para corporaciones	616
17.5	Evaluación después de impuestos de VP, VA y TR	622
17.6	Aplicaciones en hoja de cálculo: análisis TR incremental después de impuestos	628
17.7	Análisis de reemplazo después de impuestos	631
17.8	Análisis del valor agregado después de impuestos	636
17.9	Análisis de proyectos internacionales después de impuestos	640
	Resumen del capítulo	642
	Problemas	643
	Estudio de caso Evaluación después de impuestos del financiamiento por deuda y capital propio	656
Capítulo 18	Análisis de sensibilidad formalizado y decisiones de valor esperado	660
18.1	Determinación de la sensibilidad para variación de parámetros	662
18.2	Análisis de sensibilidad formalizado utilizando tres estimaciones	670
18.3	Variabilidad económica y el valor esperado	672
18.4	Cálculos de valor esperado para alternativas	673

18.5	Evaluación de alternativas por etapas utilizando un árbol de decisión	676
	Resumen del capítulo	681
	Problemas	681
	Ejercicio ampliado Análisis de alternativas desde diferentes ángulos	690
	Estudio de caso Análisis de sensibilidad en proyectos del sector público: planes de suministro de agua	691
Capítulo 19	Más sobre variaciones y toma de decisiones bajo riesgo	696
19.1	Interpretación de certidumbre, riesgo e incertidumbre	698
19.2	Elementos importantes para la toma de decisiones bajo riesgo	702
19.3	Muestras aleatorias	709
19.4	Valor esperado y desviación estándar	714
19.5	Muestreo de Monte Carlo y análisis mediante simulación	720
	Ejemplos adicionales	730
	Resumen del capítulo	735
	Problemas	735
	Ejercicio ampliado Uso de simulación y el GNA de Excel para análisis de sensibilidad	740
Apéndice A	Uso de hoja de cálculo y del programa Excel® de Microsoft	742
A.1	Introducción al uso de Excel	742
A.2	Organización (distribución) de la hoja de cálculo	747
A.3	Funciones de Excel importantes para la ingeniería económica	749
A.4	SOLVER: una herramienta de Excel para análisis de equilibrio y del tipo “¿qué si...?”	759
A.5	Lista de las funciones financieras de Excel	760
A.6	Mensajes de error	763
Apéndice B	Elementos básicos de los informes de contabilidad y de las razones financieras	764
B.1	El balance general	764
B.2	Estado de resultados y estado del costo de lo vendido	766
B.3	Razones financieras	767
	Problemas	772
<i>Materiales de referencia</i>	<i>773</i>	
<i>Tablas de factores de interés compuesto</i>	<i>775</i>	
<i>Índice</i>	<i>805</i>	

PREFACIO

El propósito principal de este libro es presentar en forma clara los principios y aplicaciones del análisis económico, a través de una gran diversidad de ejemplos orientados a la ingeniería, con el apoyo de ejercicios al final de cada capítulo y opciones de aprendizaje basadas en herramientas electrónicas. A lo largo de todas las ediciones de este título, nuestro objetivo ha sido presentar el material de la manera más clara y concisa, sin sacrificar el alcance o la comprensión del lector. En la sección que sigue a este prefacio se describe la secuencia de los temas y la flexibilidad con que se cuenta para seleccionar los capítulos, a fin de posibilitar el alcance de objetivos en otros cursos.

NIVEL ACADÉMICO Y USO DE TEXTO

El mejor uso que se le puede dar al texto es para enseñar o aprender en una carrera universitaria y como libro de referencia para llevar a cabo los cálculos básicos del análisis de ingeniería económica. El libro es adecuado para un curso de un semestre o un trimestre de análisis económico de ingeniería, análisis de proyectos o análisis de costos en ingeniería. Además, en virtud de la estructura conductista del libro, éste se adapta perfectamente a las necesidades de los lectores que pretendan conocer el material por primera vez de forma independiente y para aquellos que sencillamente desean hacer un repaso. Los estudiantes deberían contar con un nivel de conocimientos de por lo menos segundo o tercer semestre de universidad con la finalidad de que aprecien mejor el contexto de ingeniería que rodea a los problemas. No se requieren conocimientos previos de cálculo para comprender las operaciones que se llevan a cabo, aunque el material será más significativo y, por lo tanto, el aprendizaje resultará más fácil y ameno si se está familiarizado con la terminología de la ingeniería. Sin embargo, el enfoque estructurado en el diseño del texto permite al practicante que no conoce los fundamentos de la economía y la ingeniería utilizar el texto para aprender, comprender y aplicar correctamente los principios y técnicas para una adecuada toma de decisiones.

LO NUEVO EN ESTA EDICIÓN

Para la sexta edición se han conservado el diseño y estructura básicos de las ediciones anteriores. Sin embargo, hay cambios considerables. Entre los más significativos se encuentran los siguientes:

- Más de 80% de los problemas al final de cada capítulo se revisaron o son nuevos.
- Se actualizaron los materiales que se basan en el tiempo, como las tasas de impuestos y los índices de costo.
- Es más visible la dimensión internacional del libro.
- En esta edición, muchos de los Problemas de Repaso de Fundamentos de Ingeniería (FI) son nuevos.

ESTRUCTURA DE LA OBRA Y OPCIONES DE ESTUDIO DE LOS CAPÍTULO

El texto se redactó por módulos, lo cual permite organizar los temas de diversas formas, según los diferentes objetivos, estructuras y límites de tiempo en los cursos. Hay un

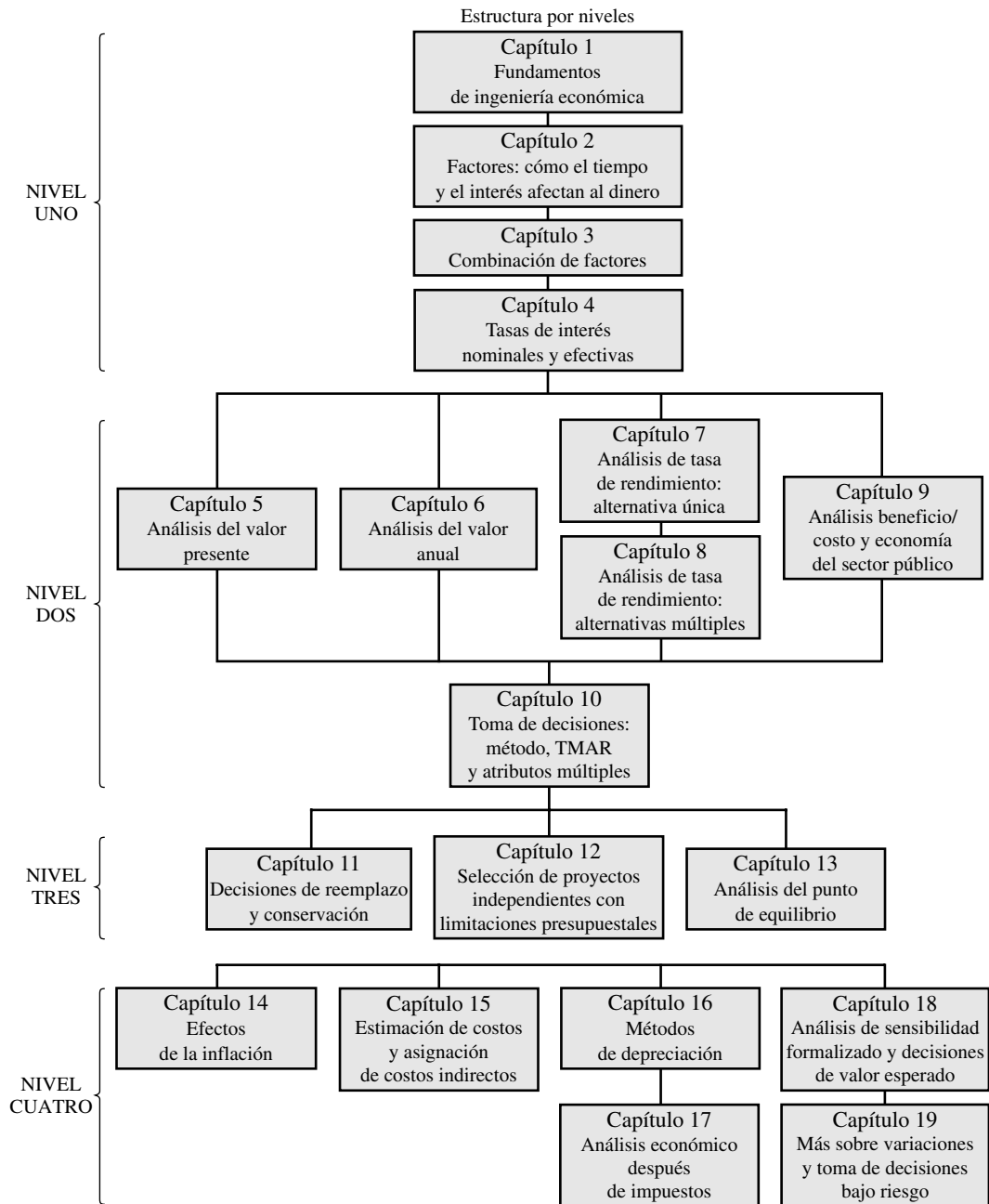
total de 19 capítulos repartidos en cuatro niveles. Como lo indica el diagrama de flujo de la página siguiente, algunos capítulos se estudian en orden secuencial; sin embargo, el diseño por módulos permite una gran flexibilidad en la elección y orden de los temas. La gráfica de estudio progresiva de los capítulos —después del diagrama de flujo— muestra algunas de las opciones para abordar capítulos, antes de lo que indica el orden numérico. Por ejemplo, si el curso incluye el análisis después de impuestos en la primera parte del semestre o trimestre, el capítulo 16 y las primeras secciones del capítulo 17 se pueden examinar en cualquier momento después del capítulo 6 sin el peligro de omitir información fundamental. Hay entradas principales y alternativas para la mayoría de las categorías de inflación, estimación, impuestos y riesgo. Las entradas alternativas se indican por medio de una flecha punteada sobre la gráfica.

El material del *nivel uno* hace hincapié en las habilidades de cálculo básicas; así, estos capítulos constituyen un requisito previo para los capítulos restantes de la obra. Los capítulos del *nivel dos* están consagrados principalmente a las técnicas analíticas más comunes para comparar alternativas. Aunque es recomendable cubrir todos los capítulos de este nivel, sólo se hace referencia amplia a los dos primeros —capítulos 5 y 6— en el resto de la obra. Los tres capítulos del *nivel tres* muestran la forma de aplicar las técnicas del *nivel dos* para evaluar activos actualmente en uso o alternativas independientes; mientras que los capítulos del *nivel cuatro* resaltan las consecuencias de los impuestos, de la toma de decisiones y de otros conceptos en la estimación de costos, el costeo basado en actividades, el análisis de sensibilidad y el riesgo, de acuerdo con el tratamiento que se les da utilizando la simulación Monte Carlo.

Organización de los capítulos y de los ejercicios de final de capítulo Cada capítulo incluye un objetivo general y una serie gradual de objetivos de aprendizaje, seguida por el material de estudio. Los encabezados de sección corresponden a cada objetivo de aprendizaje; por ejemplo, la sección 5.1 contiene el material perteneciente al primer objetivo del capítulo. Cada sección incluye uno o más ejemplos ilustrativos resueltos a mano, o bien, por ambas técnicas, a mano y por computadora. Los ejemplos se separan del material del texto e incluyen comentarios referentes a la solución, así como enlaces pertinentes a otros temas del libro. Los resúmenes al final de cada capítulo fusionan de manera nítida los conceptos y temas principales cubiertos con el propósito de reforzar el aprendizaje del estudiante antes de abordar los ejercicios de fin de capítulo.

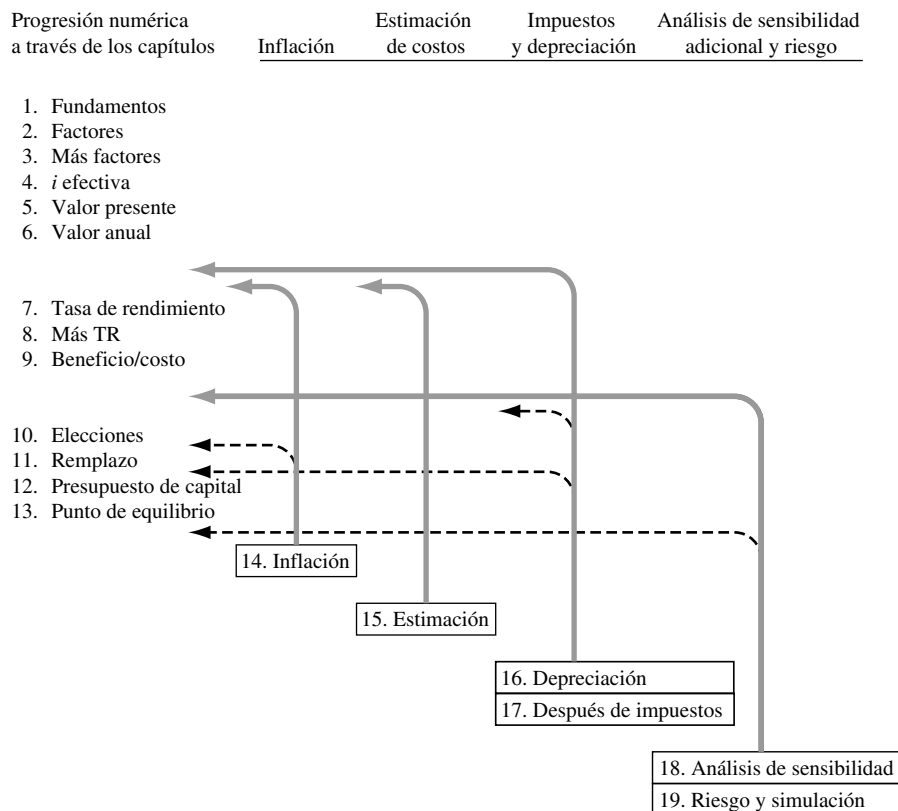
Los problemas no resueltos de fin de capítulo se agrupan y se clasifican según el mismo orden general de las secciones del capítulo. Este enfoque brinda la oportunidad de aplicar el material por sección o programar la resolución del problema cuando se haya concluido el estudio del capítulo.

Los apéndices A y B tienen información complementaria: una introducción elemental a las hojas de cálculo (Microsoft Excel) para lectores que no se encuentran familiarizados con ellas; los conceptos básicos de la contabilidad y de los informes corporativos, y las respuestas finales a los problemas selectos ordenados por capítulo. Las tablas de factores de interés se localizan al final de la obra para que resulten de fácil acceso. Por último, los forros internos permiten una consulta rápida de la notación de factores, fórmulas y diagramas de flujo, además de una guía del formato de las funciones de la hoja de cálculo más comúnmente utilizadas. En la contraportada aparece un glosario de términos comunes y símbolos empleados en la ingeniería económica.



OPCIONES DE ESTUDIO DE LOS CAPÍTULOS

Los temas pueden estudiarse en el punto señalado o en cualquier punto de ahí en adelante
(las entradas alternativas se indican con el símbolo $\leftarrow \text{---}$)



AGRADECIMIENTOS

Hay mucha gente que labora en universidades, en la industria y la práctica independiente que colaboró en la elaboración de esta obra. Estamos agradecidos con cada uno de ellos por sus contribuciones y el privilegio que nos brindaron de trabajar con ellos. Algunas de estas personas son las siguientes:

Roza Abubaker, American University of Sharjah
 Robyn Adams, 12th Man Foundation, Texas A&M University
 Jeffrey Adler, Mindbox, Inc., y originalmente de Rensselaer
 Polytechnic Institute
 Richard H. Bernhard, North Carolina State University
 Stanley F. Bullington, Mississippi State University
 Peter Chan, CSA Engineering, Inc.

Ronald T. Cutwright, Florida A&M University
 John F. Dacquisto, Gonzaga University
 John Yancey Easley, Mississippi State University
 Nader D. Ebrahimi, University of New Mexico
 Charles Edmonson, University of Dayton, Ohio
 Sebastian Fixson, University of Michigan
 Louis Gennaro, Rochester Institute of Technology
 Joseph Hartman, Lehigh University
 John Hunsucker, University of Houston
 Cengiz Kahraman, Istanbul Technical University, Turkey
 Walter E. LeFevre, University of Arkansas
 Kim LaScola Needy, University of Pittsburgh
 Robert Lundquist, Ohio State University
 Gerald T. Machulak, Arizona State University
 Mike Momot, University of Wisconsin, Platteville
 James S. Noble, University of Missouri-Columbia
 Richard Patterson, University of Florida
 Antonio Pertence, Jr., Faculdade de Sabara, Minas Gerais, Brazil
 William R. Peterson, Old Dominion University
 Stephen M. Robinson, University of Wisconsin-Madison
 David Salladay, San Jose State University
 Mathew Sanders, Kettering University
 Tep Sastri, formerly of Texas A&M University
 Michael J. Schwandt, Tennessee Technological University
 Frank Sheppard, III, The Trust for Public Land
 Sallie Sheppard, American University of Sharjah
 Don Smith, Texas A&M University
 Alan Stewart, Accenture LLP
 Mathias Sutton, Purdue University
 Ghassan Tarakji, San Francisco State University
 Ciriaco Valdez-Flores, Sielken and Associates Consulting
 Richard West, CPA, Sanders and West

También deseamos agradecerle a Jack Beltrán por su precisión al revisar ésta y las anteriores ediciones. Su trabajo ayudará a que este libro sea un éxito.

Por último, serán bien recibidos los comentarios y las sugerencias del lector para mejorar tanto el contenido del libro como el Centro de Aprendizaje en Línea. Contáctenos en las direcciones lblank@ausharjah.edu, lblank@tamu.edu y atarquin@utep.edu. Estaremos atentos a sus opiniones.

*Lee Blank
 Tony Tarquin*

RECORRIDO GUIADO

EJEMPLOS Y EJERCICIOS DEL CAPÍTULO Los lectores de este libro cuentan con diversas maneras de reforzar los conceptos que han aprendido. Los *problemas del final del capítulo*, los *problemas que se presentan a lo largo del capítulo*, los *problemas ampliados*, los *casos prácticos* y los *problemas de repaso de FI (Fundamentos de Ingeniería)* ofrecen al lector la oportunidad de aprender el análisis económico en gran variedad de formas. Los diversos ejercicios implican formas sencillas de trabajo, problemas de repaso de un solo paso y la necesidad de responder ampliamente a preguntas complejas que aplican a la realidad mundial. Los ejemplos que aparecen en el capítulo también son una forma útil para reforzar los conceptos aprendidos.

PROBLEMAS

Tipos de proyectos

- 5.1 ¿Qué quiere decir *servicio alternativo*?
5.2 Al evaluar proyectos con el método del valor presente, ¿cómo se sabe cuál(es) seleccionar

si son: a) independientes y b) mutuamente excluyentes?

- 5.3 Lea el enunciado de los problemas siguientes y determine si los flujos de efectivo definen un ingreso o proyecto de servicios:

PROBLEMAS DE FIN DE CAPÍTULO

Como en las ediciones anteriores, cada capítulo contiene muchos ejercicios para trabajo en casa que son representativos de la realidad mundial. El 80% de los ejercicios que aparecen al final del capítulo han sido revisados o son nuevos para esta edición.

EJERCICIOS AMPLIADOS

Los ejercicios ampliados han sido diseñados para requerir un análisis de hoja de cálculo con énfasis general en un análisis de sensibilidad.

Chapter 3 - extended exercise solution			
Interest rate = 7%			
Land purchase multiplier = 0.75			
Amount from bonds now = \$ 3,000,000			
Parks cash flow gradient, G: \$ 100,000			
Cash flows			
Year	Land purchases	Parks development	
0	\$ 4,000,000	\$ -	
1	\$ 3,000,000	\$ -	
2	\$ 2,250,000	\$ -	
3	\$ 1,687,500	\$ -	
4	\$ 1,265,625	\$ 550,000	
5	\$ 949,219	\$ 650,000	
6	\$ -	\$ 750,000	
P for purchases	\$ 11,788,797	P for parks	\$ 1,382,790
Total present worth			\$ 13,171,587
1) To raise: Yrs. 1 and 2 = \$5,625,821			
2) To raise: Yrs. 4, 5 and 6 = \$4,748,145			

PROBLEMAS DE REPASO FI

Nota: La convención de signos que se emplea en el examen de FI puede ser contraria a la que aquí se utiliza. Es decir, que en el examen de FI, los costos pueden ser positivos y los ingresos negativos.

- 6.24 Para las alternativas mutuamente excluyentes que se muestran a continuación, determine cuál o cuáles deben seleccionarse.

Alternativa	Valor anual, \$/año
A	-25 000
B	-12 000
C	10 000
D	15 000

- a) Sólo A
b) Sólo D
c) Sólo A y B
d) Sólo C y D

- 6.25 El valor anual (en los años 1 al infinito) de \$50 000 de hoy, \$10 000 anuales en los años

nida. El donador planea dar dinero *ahora* y para cada uno de los 2 años siguientes. Si el monto de cada donación es exactamente la misma, la cantidad que debe donarse cada año con $i = 8\%$ anual, es muy cercana a:

- a) \$190 820
b) \$122 280
c) \$127 460
d) \$132 040

- 6.27 ¿Cuánto debe depositar cada año una persona en su cuenta de ahorros para el retiro, durante 10 años e iniciando *ahora* (es decir, años 0 a 9), si desea poder retirar \$50 000 anuales para siempre, y empieza a hacer esto dentro de 30 años? Suponga que la cuenta gana un interés de 10% anual.

- a) \$4 239
b) \$4 662
c) \$4 974
d) \$5 471

PROBLEMAS DE REPASO DE EXAMEN DE FUNDAMENTOS DE INGENIERÍA (FI)

Los problemas de repaso de examen abarcan los mismos temas que el examen FI y están escritos en el mismo formato de opción múltiple que se emplea en el examen. *Todos estos problemas son nuevos para esta edición.*

ESTUDIO DE CASO FINANCIAMIENTO DE VIVIENDA

Introducción

Cuando un individuo o una pareja deciden comprar una vivienda, una de las cuestiones más importantes es el financiamiento. Existen diversos métodos de financiamiento para la compra de una propiedad residencial, cada uno de los cuales tiene ciertas ventajas, las cuales permiten elegir uno de los métodos bajo cierto conjunto de circunstancias. La elección de uno de los métodos de acuerdo con determinado grupo de condiciones constituye el tema de este caso. Se describen tres métodos de financiamiento con detalle. Se evalúan los planes A y B; se le pide al lector que evalúe el plan C y que lleve a cabo un análisis adicional.

El criterio aplicado en este caso es el siguiente: elija el plan de financiamiento que tenga un saldo mayor al final de un periodo de 10 años. Por lo tanto, calcule el valor futuro de cada plan y elija el que tenga el mayor valor futuro.

Plan	Descripción
A	Tasa de interés fija a 30 años de 10% anual y 5% de pago de enganche
B	Tasa ajustable de hipoteca (TAH), 9% en los primeros 3 años, 9 1/2% en el año 4, 10 1/4% en los años 5 a 10 (respuestas), 5% de enganche
C	Tasa fija a 15 años al 9 1/2% de interés anual, 5% de enganche

Información adicional:

- Cuando el precio de la casa es de \$150 000.
- La casa se venderá en 10 años en \$170 000 (ingreso neto después de deducir los gastos de venta).
- Los impuestos y el seguro (RS) ascenden a \$300 mensuales.
- Cantidad disponible: máximo de \$40 000 para el enganche, \$1 600 mensuales, incluyendo impuestos y seguros.

- Nuevos gastos por el préstamo: cuota de origen de 1%, cuota de avalúo de \$300, cuota de investigación de \$200, honorarios del abogado de \$200, cuota de procesamiento de \$350, cuotas de depósito de \$150 y \$300 de otros gastos.
- Cualquier monto que no se gaste en el pago del enganche o en los pagos mensuales ganará intereses libres de impuestos al 7 1/2% mensual.

Análisis de planes de financiamiento

Plan A: Tasa fija a 30 años

El monto de dinero que se requiere por adelantado es de:	
a) Pago del enganche (5% de \$150 000)	\$7 500
b) Cuota de origen (1% de \$142 500)	1 425
c) Avalúo	300
d) Investigación	200
e) Honorarios del abogado	200
f) Réditos	350
g) Depósito	150
h) Otros gastos (registro, informe de crédito, etc.)	300
Total	\$10 425

La cantidad del préstamo es \$142 500. El pago mensual equivalente (principal + intereses) se determina al 10%/12 mensual por 30(12) = 360 meses.

$$A = 142\,500(A/P)(10\%/12\,360) = \$1\,250.56$$

Cuando los impuestos y el seguro se suman al pago de intereses y capital, el monto del pago mensual total $PAGO_A$ es:

$$PAGO_A = 1\,250.56 + 300 = \$1\,550.56$$

Ahora se determina el valor futuro del plan A sumando tres montos en valor futuro: los fondos que no se utili-

CASOS PRÁCTICOS

Todos los casos prácticos representan tratamientos y ejercicios profundos del mundo real que cubren un amplio espectro del análisis económico y de la profesión de la ingeniería.

SECCIÓN 2.2 Factores de valor presente y de recuperación de capital

61

Las funciones de hoja de cálculo son capaces de calcular los valores P y A en vez de aplicar los factores P/A y A/P . La función VP que usamos en la sección anterior también calcula el valor P para una A dada a lo largo de n años, y un valor F en el año n , si se da éste. El formato, que se presenta en la sección 1.8, es

$$VP(i\%,n,A,F)$$

De manera similar, el valor A se determina utilizando la función PAGO para un valor P dado en el año 0 y una F apropiada, si está dada. El formato es

$$PAGO(i\%,n,P,F)$$

La función PAGO se demostró en la sección 1.18 (figura 1.5b) y se usa en ejemplos posteriores. La tabla 2.2 incluye funciones VP y PAGO para P y A , respectivamente. El ejemplo 2.4 demuestra la función VP.

EJEMPLO 2.4

¿Cuánto dinero debería destinarse para pagar ahora por \$600 garantizados cada año durante 9 años, comenzando el próximo año, a una tasa de rendimiento de 16% anual?

Solución

El diagrama de flujo de efectivo (figura 2.6) se ajusta al factor P/A . El valor presente es:

$$P = 600(P/A)(16\%,9) = 600(4.6065) = \$2\,763.93$$

La función $VP(16\%,9,600)$ ingresada en una celda de una hoja de cálculo desplegará la respuesta $P = \$2\,763.93$.

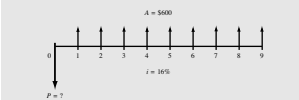


Figura 2.6 Diagrama para encontrar P usando el factor P/A , ejemplo 2.4.

Comentario

Otra solución de solución consiste en utilizar los factores P/F para cada uno de los nueve pagos y agregar los valores presentes resultantes, para obtener la respuesta correcta. Otra forma es calcular el valor futuro F de los pagos de \$600 y luego encontrar el valor presente del valor F . Existen diversas formas de resolver un problema de ingeniería económica. Aquí sólo se presentan los métodos más directos.

EJEMPLOS A LO LARGO DEL CAPÍTULO

Los ejemplos que se encuentran a lo largo del capítulo son relevantes para todas las disciplinas de la Ingeniería que utilicen este texto: Industrial, Civil, Ambiental, Petroquímica y Eléctrica; así como para los programas de administración y tecnología de la Ingeniería.

SECCIÓN 2.1 Factores de pago único (FP y FP)

55

Formula de factor: Aplique la ecuación [2.2] para calcular el valor futuro F :

$$F = P(1 + i)^n = 12\,000(1 + 0.08)^3 = 12\,000(1.259718) = \$15\,116.62$$

La figura diferencia en las respuestas se debe al error de redondeo introducido por los valores de factor tabulados. Una respuesta equivalente de este resultado es que los \$12 000 actuales equivaldrán a \$15 094 después de 3 años de crecer al 8% por año, anualmente compuesto.

Solución por computadora

Para encontrar el valor futuro F de la función VP que tiene el formato $VP(i\%,n,A,P)$. La hoja de cálculo se desplegará como la que se muestra en la figura 1.5, excepto que la celda de celda en $VP(8\%,3,12\,000)$. El valor F desplegado por Excel aparece como (\$15,116.62) en rojo para indicar un flujo de efectivo de salida. La función VP realiza el cálculo $F = P(1 + i)^n = 12\,000(1 + 0.08)^3$ y presenta la respuesta en la pantalla.

EJEMPLO 2.2

Hewlett-Packard realizó un estudio que indica que \$50 000 en la reducción de monedas.

346

CAPÍTULO 9 Análisis beneficio-coste y economía del sector público

La alternativa 2 es evidentemente está justificada desde una perspectiva incremental. La alternativa 1 se elimina, y la alternativa 3 constituye el nuevo estándar por el cual se juzga.

7. Este proceso se repite para el caso de la comparación entre 3 y 2, el cual posee una razón B/C incremental de 0.62, como consecuencia de que los beneficios incrementales son considerablemente mayores que el incremento en costos. Por lo tanto, se elimina la propuesta 3, y la comparación entre 4 y 2 da como resultado:

$$B/C = \$220\,000/\$350\,000 = 0.63$$

Como $B/C > 1.0$, se conserva la propuesta 4. Como la propuesta 4 es la única alternativa que se conserva, se la desplega.

La recomendación para la propuesta 4 requiere un incentivo inicial de \$800 000, que excede el límite de \$500 000 de los límites del incentivo aprobado. La CTR indica que solicitar al Consejo de la Ciudad y al Consejo del Condado que haga una excepción en los directores. Si la excepción no se aprueba, se acepta la propuesta 2.

Solución por computadora

La figura 9.2 presenta una hoja de cálculo que incluye los mismos cálculos que los de la tabla 9.1. Las celdas de la fila 9 incluyen la función $PAGO(7\%,8,-\$800000)$ para



Sol-R

Sol-R

Sol-R

Sol-R

Sol-R

Sol-R

Sol-R

Sol-R

Sol-R

Sol-R

Sol-R

Sol-R

Sol-R

Sol-R

Sol-R

Sol-R

Sol-R

Sol-R

Sol-R

Sol-R

Sol-R

USO DE HOJAS DE CÁLCULO

El texto integra hojas de cálculo y le muestra lo fáciles que son de usar al resolver virtualmente cualquier tipo de problema relacionado con el análisis de Ingeniería y lo importantes que pueden ser para alterar estimados y así lograr un mejor entendimiento de la sensibilidad y de las consecuencias económicas de las incertidumbres inherentes en todos los pronósticos. Al comenzar el Capítulo 1, Blank y Tarquin ilustran sus comentarios de las hojas de cálculo de Microsoft Excel™.

Cuando una celda, construida en Excel puede emplearse para resolver un problema al margen de la página aparece un

ícono de un par de banderas a cuadros etiquetado

Sol-R (de *solución rápida*).

El ícono de trueno *Sol-E*, indica que se ha desarrollado una hoja de cálculo más compleja para así resolver el problema. Esta hoja de cálculo incluye datos y diversas funciones y quizá un gráfico en Excel que ilustre la respuesta y el análisis de sensibilidad de la solución para cambiar los datos.

Para ambos ejemplos, el de Sol-R y el de Sol-E, los autores han incluido celdas que indican con claridad el funcionamiento necesario para obtener el valor en la celda específica. El ícono Sol-E también se usa a lo largo de los capítulos para resaltar algunas descripciones acerca del mejor uso de la computadora en cuanto al tema de Ingeniería Económica que se está tratando.

REFERENCIAS CRUZADAS

Blank y Tarquin refuerzan los conceptos de ingeniería que se presentan a lo largo del libro al hacerlos accesibles desde otras secciones del mismo. Los íconos de referencia cruzada que aparecen en los márgenes refieren al lector a distintos números de sección, ejemplos en particular, o capítulos enteros que contienen información más fundamental (se presenta antes) o avanzada (se presenta después) que resulta relevante para el párrafo que está junto al ícono.

296

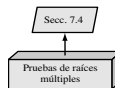
CAPÍTULO 8 Análisis de tasa de rendimiento: alternativas múltiples

Utilice recursos manuales o por computadora para encontrar Δi_{B-A}^* , la TR interna para las series. La colocación de Δ (delta) antes de i_{B-A}^* la distingue de los valores de TR para i_A^* e i_B^* .

Puesto que la TR incremental requiere comparación entre servicios iguales, en la formulación de la ecuación VP debe utilizarse el MCM de las vidas. A causa del requisito de reinversión para el análisis VP relacionado con activos de vida diferente, la serie incremental del flujo de efectivo puede implicar diversos cambios de signo, indicando valores múltiples de Δi^* . Aunque es incorrecto, tal indicación puede ignorarse en la práctica real. El enfoque correcto es establecer la tasa de reinversión c y seguir el enfoque de la sección 7.5, lo cual significa que se determina la tasa de rendimiento compuesta única Δi^* para la serie incremental del flujo de efectivo. Estos tres elementos requeridos (serie incremental del flujo de efectivo, MCM y raíces múltiples) son las principales razones para que con frecuencia el método de TR se aplique incorrectamente en los análisis de ingeniería económica de alternativas múltiples. Como se expresó antes, siempre es posible y, por lo general, aconsejable, cuando se indican múltiples tasas, utilizar un análisis VP o VA para una *TMAR establecida*, en lugar del método TR.

El procedimiento completo (manual o en hoja de cálculo) para análisis de TR incremental de dos alternativas es el siguiente:

1. Ordene las alternativas por monto de la inversión o costo inicial, empezando con la más baja, llamada A. La alternativa con la inversión inicial más alta está en la columna rotulada B en la tabla 8.1.
2. Desarrolle las series de flujo de efectivo y las de flujo de efectivo incrementales utilizando el MCM de los años, suponiendo la reinversión en las alternativas.
3. Dibuje un diagrama de flujo de efectivo incremental, si es necesario.
4. Cuente el número de cambios de signo en la serie del flujo de efectivo incremental para determinar si hay presentes tasas de rendimiento múltiples. De ser necesario, utilice el criterio de Norstrom sobre series de flujo de efectivo acumulativas incrementales para determinar si existe una sola raíz positiva.
5. Formule la ecuación de VP para los flujos de efectivo incrementales en la forma de la ecuación [7.1] y determine Δi_{B-A}^* utilizando ensayo y error, manual o mediante funciones de hoja de cálculo.



ATRACTIVO INTERNACIONAL

Las dimensiones internacionales de este libro son más aparentes a lo largo de la sexta edición. Se incluyen nuevos ejemplos y secciones de depreciación corporativa y fiscalización, así como de formas internacionales de contratos, tales como el método BOT de la subcontratación. El impacto de la hiperinflación y de los ciclos deflacionarios se comentan desde una perspectiva internacional.

17.9 ANÁLISIS DE PROYECTOS INTERNACIONALES DESPUÉS DE IMPUESTOS

Algunas preguntas fundamentales que deben responderse antes de realizar un análisis después de impuestos con base corporativa para especificaciones internacionales, son acerca de las tolerancias para deducir impuestos —depreciación, gastos de negocios, evaluación de activos de capital— y la tasa efectiva del impuesto necesaria para la ecuación [17-6], impuestos = $IG(T_e)$. Como se dijo en el capítulo 16, la mayoría de los gobiernos reconocen que utilizan los métodos de línea recta (LR) y del saldo decreciente (SD) para hacer la depreciación, con algunas variantes para determinar la tolerancia para la deducción anual de impuestos. Los gastos deducibles varían mucho de un país a otro. Como ejemplo, a continuación se resumen algunos.

Canadá

Depreciación: es deducible y normalmente se basa en cálculos del SD, aunque puede usarse el de LR. Se aplica una convención equivalente a la del medio año en el primer año de la posesión. La tolerancia del deducible anual de impuestos se denomina *tolerancia de costo del capital (TCC)*. Al igual que en el sistema estadounidense, las tasas de recuperación están estandarizadas, de modo que la cantidad por depreciar no refleja necesariamente la vida útil del activo.

MATERIALES DE APOYO

Esta obra cuenta con interesantes complementos que fortalecen los procesos de enseñanza-aprendizaje, así como la evaluación de éstos. Mismos que se otorgan a profesores que adoptan este texto para sus cursos. Para obtener más información y conocer la política de entrega de estos materiales, contacte a su representante McGraw-Hill o envíe un correo electrónico a marketinghe@mcgraw-hill.com

INGENIERÍA ECONÓMICA

NIVEL UNO

ASÍ COMIENZA TODO

NIVEL UNO Así comienza todo	NIVEL DOS Herramientas para evaluación de alternativas	NIVEL TRES Toma de decisiones en proyectos reales	NIVEL CUATRO Redondeo del estudio
Capítulo 1 Fundamentos de ingeniería económica	Capítulo 5 Análisis del valor presente	Capítulo 11 Decisiones de reemplazo y conservación	Capítulo 14 Efectos de la inflación
Capítulo 2 Factores: cómo el tiempo y el interés afectan al dinero	Capítulo 6 Análisis del valor anual	Capítulo 12 Selección de proyectos independientes con limitaciones presupuestales	Capítulo 15 Estimación de costos y asignación de costos indirectos
Capítulo 3 Combinación de factores	Capítulo 7 Análisis de tasa de rendimiento: alternativa única	Capítulo 13 Análisis del punto de equilibrio	Capítulo 16 Métodos de depreciación
Capítulo 4 Tasas de interés nominales y efectivas	Capítulo 8 Análisis de tasa de rendimiento: alternativas múltiples		Capítulo 17 Análisis económico después de impuestos
	Capítulo 9 Análisis beneficio/costo y economía del sector público		Capítulo 18 Análisis de sensibilidad formalizado y decisiones con valor esperado
	Capítulo 10 Toma de decisiones: método, TMAR y atributos múltiples		Capítulo 19 Más sobre variaciones y toma de decisiones bajo riesgo

En estos cuatro capítulos se presentan los fundamentos de la ingeniería económica. Al concluir el primer nivel, el lector comprenderá y abordará problemas que incluyen los conceptos de *valor del dinero en el tiempo*, *flujos de efectivo* en diferentes momentos con diferentes cantidades y *equivalencia* a diferentes tasas de interés. Las técnicas que se dominan en esta sección constituyen la base para que un ingeniero en cualquier disciplina tome en cuenta el *valor económico* en casi cualquier entorno de proyectos.

En este nivel se exponen y aplican los ocho factores comúnmente utilizados en todos los cálculos de la ingeniería económica. Las combinaciones de estos factores permiten desplazar los valores monetarios hacia delante y hacia atrás en el tiempo y a diferentes tasas de interés. Asimismo, después de estos cuatro capítulos, el lector se sentirá cómodo trabajando con muchas de las funciones de la hoja de cálculo de Excel para resolver problemas.

CAPÍTULO 1

Fundamentos de ingeniería económica

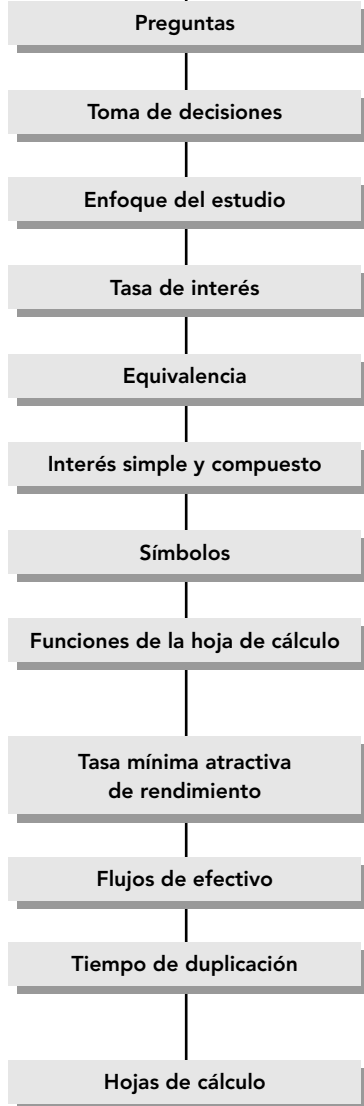
La necesidad de la ingeniería económica se encuentra motivada principalmente por el trabajo que llevan a cabo los ingenieros al analizar, sintetizar y obtener conclusiones en proyectos de cualquier envergadura. En otras palabras, la ingeniería económica es un punto medular en la *toma de decisiones*. Tales decisiones implican los elementos básicos de *flujos de efectivo*, *tiempo* y *tasas de interés*. Este capítulo explica los conceptos fundamentales y la terminología necesarios para que un ingeniero combine esos tres elementos esenciales y formule técnicas matemáticamente correctas para resolver problemas que lo llevarán a tomar mejores decisiones. En el presente capítulo se incluyen muchos de los términos comunes que se utilizan en la toma de decisiones económicas, los cuales se emplearán en capítulos subsecuentes de la obra. Los iconos al margen sirven para remitir al lector a información más elemental y adicional que aparece antes o después en el libro.

Los estudios de caso incluidos después de los problemas de final de capítulo se concentran en el desarrollo de alternativas en la ingeniería económica.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Objetivo general: comprender los conceptos fundamentales de la ingeniería económica.

Este capítulo ayudará al lector a:



1. Conocer el tipo de preguntas que la ingeniería económica puede responder.
2. Determinar el papel que desempeña la ingeniería económica en el proceso de toma de decisiones.
3. Identificar los elementos necesarios para llevar a cabo con éxito un estudio de ingeniería económica.
4. Realizar cálculos sobre tasas de interés y tasas de retorno.
5. Entender el significado de la equivalencia en términos económicos.
6. Calcular el interés simple y el interés compuesto para uno o más periodos de interés.
7. Identificar y aplicar la terminología y simbología en la ingeniería económica.
8. Identificar las funciones de la hoja de cálculo de Excel® que se emplean comúnmente para resolver problemas de ingeniería económica.
9. Comprender el significado y aplicar el concepto de tasa mínima atractiva de rendimiento (TMAR).
10. Entender el concepto de flujos de efectivo, su estimación y representación gráfica.
11. Aplicar la regla del 72 para estimar una tasa de interés compuesto o el número de años para que se duplique una cantidad en valor presente.
12. Crear una hoja de cálculo que incluya el interés simple y el interés compuesto, incorporando el análisis de sensibilidad.

1.1 ¿POR QUÉ ES IMPORTANTE LA INGENIERÍA ECONÓMICA PARA LOS INGENIEROS (y otros profesionales)?

Las decisiones que toman ingenieros, gerentes, presidentes de corporaciones e individuos, por lo general son el resultado de elegir una alternativa sobre otra. A menudo las decisiones reflejan la elección fundamentada de una persona sobre cómo invertir mejor fondos, también llamados *capital*. Con frecuencia el monto del capital está restringido, así como el efectivo disponible de una persona a menudo se encuentra limitado. La decisión sobre cómo invertir capital indudablemente cambiará el futuro, con esperanza de mejorar; es decir, que se le *agregará valor*. Los ingenieros desempeñan un papel esencial en las decisiones que tienen que ver con la inversión de capital, basadas en sus esfuerzos de análisis, síntesis y diseño. Los factores que se toman en cuenta en la toma de decisiones constituyen una combinación tanto de factores económicos como no económicos. Otros factores pueden ser de naturaleza intangible, como la conveniencia, la buena voluntad, la amistad y otros.

Fundamentalmente la ingeniería económica implica formular, estimar y evaluar los resultados económicos cuando existan alternativas disponibles para llevar a cabo un propósito definido. Otra forma de definir la ingeniería económica consiste en describirla como un conjunto de técnicas matemáticas que simplifican las comparaciones económicas.

Para numerosas corporaciones, en especial las más grandes, muchos de sus proyectos y servicios tienen alcance internacional: pueden desarrollarse en un país para aplicarse en otro, el personal y las plantas ubicadas en diversos sitios de todo el mundo separan en forma rutinaria el diseño del producto de su manufactura, así como de los consumidores que lo adquieren. Los enfoques que se presentan aquí se implantan sin dificultad tanto en empresas multinacionales como dentro de un país o localidad únicos. El uso correcto de las técnicas de ingeniería económica tiene una importancia especial porque virtualmente cualquier proyecto —local, nacional o internacional— afectará los costos y/o los ingresos.

Algunas de las preguntas típicas que puede suscitar el material de este libro se plantean a continuación.

Actividades de la ingeniería

- ¿Debería incorporarse una nueva técnica de financiamiento en la fabricación de cojinetes para frenos de automóvil?
- Si un sistema de visión computarizada sustituye al inspector en lo que se refiere a llevar a cabo pruebas de calidad en una línea de ensamble de automóviles, ¿disminuirán los costos de operación en un periodo de cinco años?
- ¿Puede una decisión económicamente adecuada mejorar el centro de producción de material estructural con agentes reforzadores de una fábrica de aviones con el objetivo de reducir costos 20%?
- ¿Debería construirse un paso a desnivel debajo de una vía rápida en una ciudad de 25 000 habitantes, o debería ampliarse la vía rápida a lo largo de la ciudad?
- ¿Se conseguirá la tasa de retorno requerida si instalamos la nueva tecnología del mercado en nuestra línea de fabricación del láser médico?

Proyectos del sector público y agencias gubernamentales

- ¿Cuánto dinero debe recaudarse con el nuevo impuesto en la ciudad para mejorar el sistema de distribución de electricidad?

- ¿En este punto los beneficios superan a los costos en la construcción de un puente sobre un canal intracostero?
- ¿Es efectivo para el Estado compartir el costo de la construcción de una nueva ruta de peaje con un contratista?
- ¿Debería la universidad estatal contratar a una institución privada para que ésta imparta cursos universitarios propedéuticos o debería impartirlos el personal docente de la propia universidad?

Individuos

- ¿Debo pagar el saldo de mi tarjeta de crédito con dinero prestado?
- ¿Qué representan mis estudios universitarios en mi carrera profesional en términos financieros?
- ¿Constituyen un buen negocio las deducciones federales del impuesto sobre la renta para la hipoteca de mi casa o debería agilizar los pagos de la hipoteca?
- ¿Qué tasa de retorno obtuvimos en nuestra inversión en acciones?
- ¿Debería comprar o financiar mi próximo automóvil, o conservar el que tengo ahora y continuar pagando el crédito?

EJEMPLO 1.1

Dos ingenieros directivos de una compañía de diseño mecánico y una empresa de análisis estructural a menudo laboran conjuntamente. Han decidido que, en virtud de que con frecuencia realizan viajes comerciales juntos por la región, deberían considerar la posibilidad de comprar un avión del cual sean copropietarias las dos compañías. ¿Cuáles son algunas de las preguntas de naturaleza económica que los ingenieros deberían responder al evaluar las alternativas de **1.** poseer un avión en común o **2.** continuar realizando viajes en aviones comerciales?

Solución

Algunas preguntas (y lo que se requiere para responderlas) para cada alternativa son las siguientes:

- ¿Cuánto costará el avión cada año? (Se necesitan estimaciones de costos.)
- ¿Cuánto costará el avión? (Se requiere un plan de financiamiento.)
- ¿Reportan ventajas los impuestos? (Se necesita información sobre la ley fiscal y las tasas de impuestos.)
- ¿En qué se basa la elección de una alternativa? (Se requiere un criterio de selección.)
- ¿Qué se espera de la tasa de retorno? (Se necesitan ecuaciones.)
- ¿Qué sucederá si llegamos a volar más o menos de lo que calculamos hoy? (Se requiere un análisis de sensibilidad.)

1.2 PAPEL DE LA INGENIERÍA ECONÓMICA EN LA TOMA DE DECISIONES

La gente toma decisiones; ni las computadoras, las matemáticas u otras herramientas lo hacen. Las técnicas y modelos de la ingeniería económica *ayudan a la gente a tomar decisiones*. Como las decisiones influyen en lo que se hará, el marco de referencia temporal de la ingeniería económica es básicamente *el futuro*. Por lo tanto, en un análisis de ingeniería económica los números constituyen las *mejores estimaciones de lo que se espera que ocurrirá*. Dichas estimaciones a menudo implican los tres

elementos esenciales ya mencionados: flujos de efectivo, su tiempo de ocurrencia y las tasas de interés, los cuales se estiman a futuro y serán de alguna manera diferentes de lo que realmente ocurra, principalmente como consecuencia de las circunstancias cambiantes y no planeadas de los eventos. En otras palabras, la *naturaleza estocástica* de las estimaciones probablemente hará que el valor observado para el futuro difiera de la estimación actual.

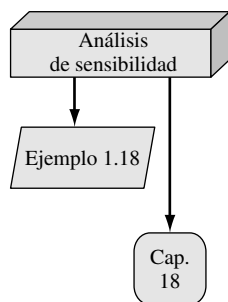
Por lo general, el *análisis de sensibilidad* se lleva a cabo durante el estudio de ingeniería económica, para determinar cómo podría cambiar la decisión de acuerdo con estimaciones variables, en especial aquellas que podrían variar de manera significativa. Por ejemplo, un ingeniero que espera que los costos iniciales de desarrollo de algún programa computacional varíen $\pm 20\%$, de un costo estimado de \$250 000 (dólares), podría llevar a cabo el análisis económico para estimaciones iniciales de costos de \$200 000, \$250 000 y \$300 000. Otras estimaciones inciertas referentes al proyecto pueden “sondearse” aplicando un análisis de sensibilidad. (El análisis de sensibilidad es fácil de llevar a cabo utilizando hojas de cálculo electrónicas. Las presentaciones tabulares y gráficas hacen posible el análisis sencillamente cambiando los valores estimados. A lo largo de la obra y en los sitios web de apoyo aprovechamos las ventajas que proporciona el poder de las hojas de cálculo.)

La ingeniería económica se aplica, asimismo, para analizar los resultados del *pasado*. Los datos observados se evalúan para determinar si los resultados satisficieron el criterio especificado, como, por ejemplo, la tasa de retorno requerida. Por ejemplo, supongamos que hace cinco años una compañía de ingeniería estadounidense dedicada al diseño inició un servicio de diseño detallado de chasis para automóvil en Asia. Ahora el presidente de la compañía desea saber si el rendimiento real sobre la inversión ha superado el 15% anual.

Existe un procedimiento importante para abordar la cuestión del desarrollo y elección de alternativas. Los pasos de este enfoque, comúnmente denominado *enfoque de solución de problemas* o *proceso de toma de decisiones*, son los siguientes.

1. **Comprensión del problema y definición del objetivo.**
2. **Recopilación de información relevante.**
3. **Definición de posibles soluciones alternativas y realización de estimaciones realistas.**
4. **Identificación de criterios para la toma de decisiones empleando uno o más atributos.**
5. **Evaluación de cada alternativa aplicando un análisis de sensibilidad para reforzar la evaluación.**
6. **Elección de la mejor alternativa.**
7. **Implantar la solución.**
8. **Vigilar los resultados.**

La ingeniería económica desempeña el papel principal en todos los pasos y es fundamental en los pasos 2 a 6. Los pasos 2 y 3 establecen las alternativas y permiten hacer las estimaciones para cada una de ellas. El paso 4 requiere que el analista identifique los atributos para la elección alternativa. Este paso determina la etapa para la aplicación de la técnica. El paso 5 utiliza modelos de ingeniería económica para completar la evaluación y realizar cualquier análisis de sensibilidad sobre el cual se base una decisión (paso 6).



EJEMPLO 1.2

Reconsidere las preguntas planteadas a los ingenieros en el ejemplo anterior, relativas a la copropiedad del avión. Indique algunas formas en las que la ingeniería económica contribuye a la toma de decisiones entre dos alternativas.

Solución

Supongamos que el objetivo es el mismo en el caso de cada ingeniero (transportación disponible y confiable que minimice el costo total). Aplique los pasos anteriores.

Pasos 2 y 3: El esquema de un estudio de ingeniería económica permite identificar lo que debería estimarse o recopilarse. Para la alternativa 1 (la compra del avión), se estima el costo de compra, el método de financiamiento y la tasa de interés, los costos anuales de operación, el posible incremento en los ingresos por ventas anuales y las deducciones del impuesto sobre la renta. Para la alternativa 2 (el vuelo comercial) se estiman los costos de transportación comercial, la cantidad de viajes, los ingresos anuales por ventas y otros datos relevantes.

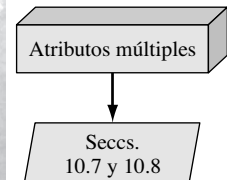
Paso 4: El criterio de selección es un atributo evaluado numéricamente denominado *medida de valor*. Algunas medidas de valor son:

Valor presente (VP)	Valor futuro (VF)	Periodo de recuperación
Valor anual (VA)	Tasa de retorno (TR)	Valor económico agregado
Razón beneficio/costo (B/C)	Costo capitalizado (CC)	

Al determinar una medida de valor, se considera el hecho de que el dinero de hoy tendrá un valor diferente en el futuro; es decir, que se toma en cuenta el *valor del dinero en el tiempo*.

Existen muchos atributos no económicos (sociales, ambientales, legales, políticos, personales, por nombrar sólo unos cuantos). Este ambiente de múltiples atributos puede dar como resultado el hecho de que se tenga menos confianza en los resultados económicos del paso 6. Sin embargo, ésta es exactamente la razón por la cual quien toma las decisiones debe tener información adecuada para todos los factores —económicos y no económicos— para hacer una elección informada. En el caso que nos ocupa, el análisis económico puede favorecer la alternativa de la copropiedad del avión (alternativa 1); pero como consecuencia de factores no económicos, uno o ambos ingenieros quizás elijan la alternativa 2.

Pasos 5 y 6: Los cálculos reales, el análisis de sensibilidad y la elección de alternativas se llevan a cabo en este punto.



El concepto de *valor del dinero en el tiempo* se mencionó anteriormente. A menudo se dice que *dinero llama dinero*. De hecho, la afirmación es cierta, porque si hoy decidimos invertir dinero, intrínsecamente esperamos tener más dinero en el futuro. Si una persona o empresa solicita un crédito hoy, mañana deberá más que el capital del préstamo original. Este hecho también se explica por medio del valor del dinero en el tiempo.

La variación de la cantidad del dinero en un periodo de tiempo dado recibe el nombre de *valor de dinero en el tiempo*; éste es el concepto más importante de la ingeniería económica.

1.3 REALIZACIÓN DE UN ESTUDIO DE INGENIERÍA ECONÓMICA

A lo largo de este libro, los términos *ingeniería económica*, *análisis de ingeniería económica*, *toma de decisiones económicas*, *estudio de asignación de capital*, *análisis económico* y otros semejantes se consideran sinónimos. Existe un enfoque general, denominado *enfoque de estudio de ingeniería económica*, que ofrece una perspectiva general del estudio de ingeniería económica. Dicho enfoque se esquematiza en la figura 1.1 para dos alternativas. En la figura 1.1 se describen los pasos del proceso de toma de decisiones.

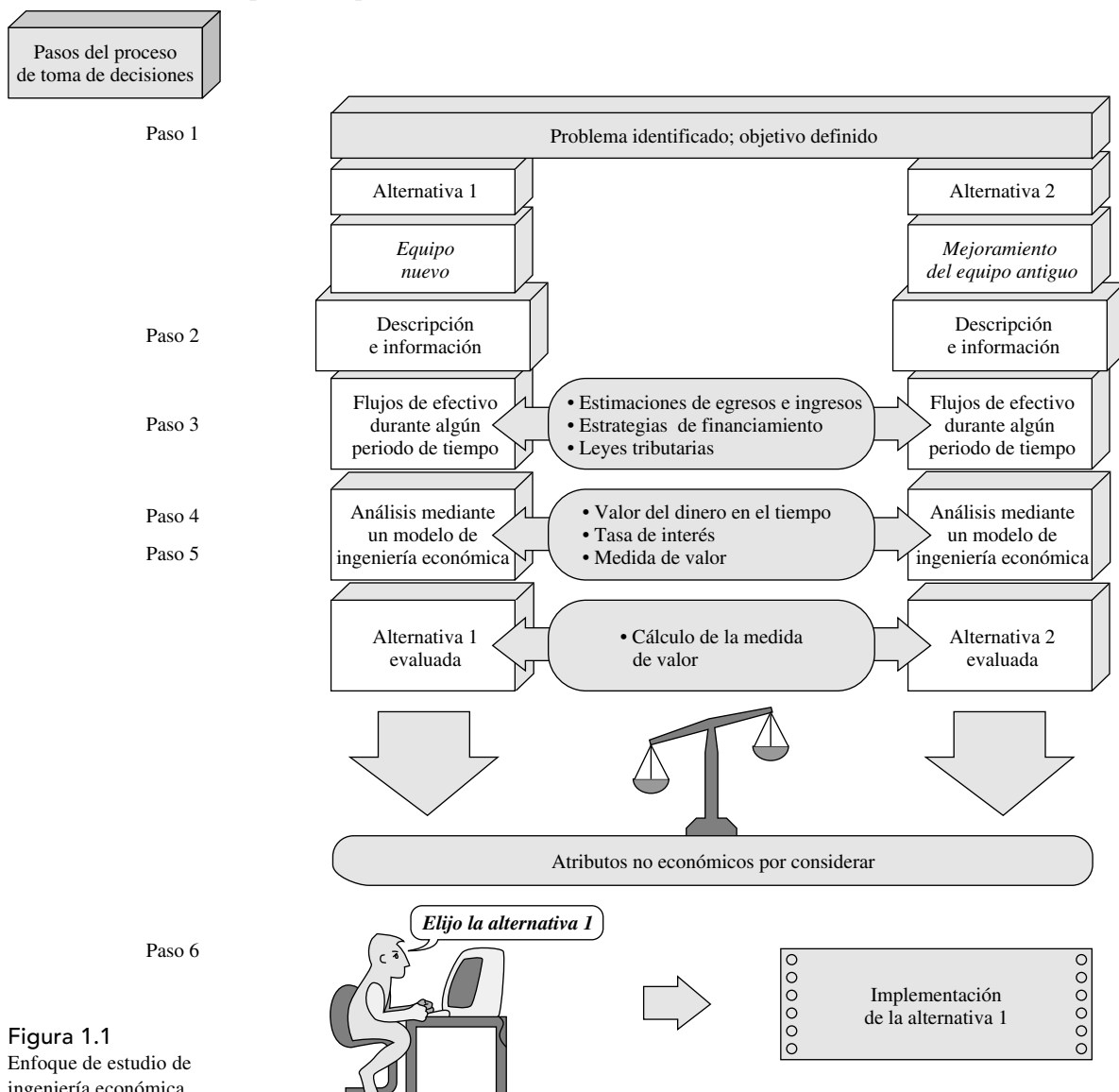


Figura 1.1
Enfoque de estudio de ingeniería económica.

Descripción de las alternativas El resultado del paso 1 del proceso de toma de decisiones consiste en un entendimiento básico de lo que requiere el problema para darle solución. Al principio llegan a presentarse diversas alternativas; pero sólo unas cuantas serán viables y evaluadas realmente. Si se han identificado las alternativas *A*, *B* y *C* para el análisis, cuando el método *D*, aunque no se le reconoce como una alternativa, es el más atractivo, seguramente se tomará la decisión equivocada.

Las alternativas son opciones independientes que implican una descripción verbal y las mejores estimaciones de parámetros, tales como el *costo inicial* (incluyendo precio de compra, desarrollo, instalación), *vida útil*, *ingresos y egresos anuales estimados*, *valor de salvamento* (valor de reventa o canje), una *tasa de interés* (tasa de rendimiento) y posiblemente *inflación y efectos del impuesto sobre la renta*. Por lo general, las estimaciones de los gastos anuales se agrupan y reciben el nombre de costos anuales de operación (CAO) o costos de mantenimiento y operación (CMO).

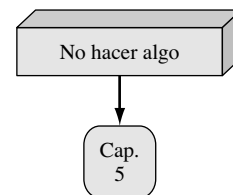
Flujos de efectivo Las entradas (ingresos) y salidas (costos) estimadas de dinero reciben el nombre de flujos de efectivo. Dichas estimaciones se realizan para cada alternativa (paso 3). Sin estimaciones del flujo de efectivo durante un periodo establecido resulta imposible llevar a cabo un estudio de ingeniería económica. La variación esperada de los flujos de efectivo indica una necesidad real de un análisis de sensibilidad en el paso 5.

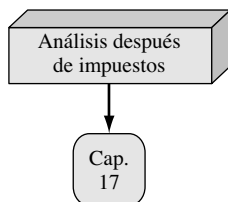
Análisis mediante un modelo de ingeniería económica Los cálculos que consideren el valor del dinero en el tiempo se realizan sobre los flujos de efectivo de cada alternativa para obtener la medida de valor.

Elección de alternativa Se comparan los valores de la medida de valor y se elige una alternativa. Esto es el resultado del análisis de ingeniería económica. Por ejemplo, el resultado de un análisis de tasa de rendimiento puede ser el siguiente: se elige la alternativa 1, donde se estima una tasa de rendimiento de 18.4% anual, sobre la alternativa 2, cuya tasa de rendimiento anual esperada es de 10%. Se puede aplicar una combinación de criterios económicos utilizando la medida de valor, así como los factores no económicos e intangibles, para facilitar la elección de una alternativa.

Si sólo se define una alternativa viable, hay una segunda alternativa presente en la forma de *alternativa de no hacer algo*. Es una alternativa llamada también *dejar como está* o *statu quo*. Se puede elegir no hacer algo si ninguna alternativa posee una medida de valor favorable.

Estemos o no conscientes, a diario empleamos criterios para elegir entre diversas alternativas. Por ejemplo, cuando nos dirigimos a la universidad en automóvil, decidimos tomar la *mejor* ruta. Pero, ¿cómo definimos lo *mejor*? ¿La mejor ruta es la más segura, la más corta, la más rápida, la más barata, la que tiene mejor paisaje, o cuál? Es obvio que, dependiendo del criterio o combinación de criterios que se aplique para identificar la mejor, cada vez podría elegirse una ruta diferente. En el análisis económico, las *unidades financieras* (dólares u otra moneda) generalmente sirven de base tangible para realizar la evaluación. Por consiguiente, cuando exis-





ten diversas formas de conseguir un objetivo establecido, se elegirá la alternativa con el costo global menor o la utilidad neta global mayor.

Un *análisis después de impuestos* se lleva a cabo durante el proyecto de evaluación, por lo general con efectos significativos sólo sobre la depreciación de activos y los impuestos sobre la renta que se consideren. Los impuestos establecidos por los gobiernos locales, estatales, federales e internacionales normalmente adquieren la forma de un impuesto sobre la renta por ingresos, un impuesto al valor agregado (IVA), impuestos de importación, impuestos sobre la venta, impuestos prediales y otros. Los impuestos influyen sobre las estimaciones de los flujos de efectivo de las alternativas; tienden a *mejorar* las estimaciones del flujo de efectivo en cuanto a costos, ahorros en gastos y depreciación de activos, y al mismo tiempo *reducen* las estimaciones del flujo de efectivo del ingreso y de la utilidad neta después de impuestos. Pospondremos los detalles del análisis después de impuestos hasta que se hayan estudiado las herramientas y técnicas fundamentales de la ingeniería económica. Hasta entonces, consideraremos que todas las alternativas tienen el mismo impuesto gravado por las leyes tributarias en vigor. (Si es necesario estudiar antes los efectos de los impuestos, se recomienda revisar los capítulos 16 y 17 después de los capítulos 6, 8 u 11.)

Ahora volvamos a algunos fundamentos de la ingeniería económica que se aplican en la práctica diaria de la ingeniería, así como en la toma individual de decisiones.

1.4 TASA DE INTERÉS Y TASA DE RENDIMIENTO

El *interés* es la manifestación del valor del dinero en el tiempo. Desde una perspectiva de cálculo, el interés es la diferencia entre una cantidad final de dinero y la cantidad original. Si la diferencia es nula o negativa, no hay interés. Existen dos variantes del interés: el interés pagado y el interés ganado. El interés se *paga* cuando una persona u organización pide dinero prestado (obtiene un préstamo) y paga una cantidad mayor. El interés se *gana* cuando una persona u organización ahorra, invierte o presta dinero y recibe una cantidad mayor. En seguida se muestra que los cálculos y los valores numéricos para ambas variantes son, en esencia, los mismos, aunque las interpretaciones difieren.

El interés que se paga por fondos que se piden prestados (préstamo) se determina mediante la relación

$$\text{Interés} = \text{cantidad que se debe ahora} - \text{cantidad original} \quad [1.1]$$

Cuando el interés pagado con respecto a una *unidad de tiempo específica* se expresa como porcentaje de la suma original (principal), el resultado recibe el nombre de *tasa de interés*.

$$\text{Tasa de interés (\%)} = \frac{\text{interés acumulado por unidad de tiempo}}{\text{suma original}} \times 100\% \quad [1.2]$$

La unidad de tiempo de la tasa recibe el nombre de *periodo de interés*. Por ahora, el periodo de interés más comúnmente utilizado para fijar una tasa de interés es de



un año. Es posible considerar periodos de tiempo más cortos, como 1% mensual. Por lo tanto, siempre debería incluirse el periodo de interés de la tasa de interés. Si tan sólo se fija la tasa, por ejemplo, 8.5%, se dará por supuesto un periodo de interés de un año.

EJEMPLO 1.3

Un empleado de LaserKinetics.com solicita un préstamo de \$10 000 el 1 de mayo y debe pagar un total de \$10 700 exactamente un año después. Determine el interés y la tasa de interés pagada.

Solución

Aquí el problema se analiza desde la perspectiva del prestatario en virtud de que los \$10 700 pagan un préstamo. Aplique la ecuación [1.1] para calcular el interés pagado.

$$\text{Interés} = \$10\,700 - \$10\,000 = \$700$$

La ecuación [1.2] nos permite establecer la tasa de interés pagada durante un año.

$$\text{Tasa porcentual de interés} = \frac{\$700}{\$10\,000} \times 100\% = 7\% \text{ anual}$$

EJEMPLO 1.4

Stereophonics, Inc., tiene planes de solicitar un préstamo bancario de \$20 000 durante un año al 9% de interés para adquirir un equipo nuevo de grabación. a) Calcule el interés y la cantidad total debida después de un año. b) Construya una gráfica de barras que muestre las cantidades original y total debida después de un año, utilizadas para calcular la tasa de interés del préstamo del 9% anual.

Solución

a) Calcule el interés total causado resolviendo la ecuación [1.2] para el interés causado.

$$\text{Interés} = \$20\,000(0.09) = \$1\,800$$

La cantidad total a pagar es la suma del principal y el interés.

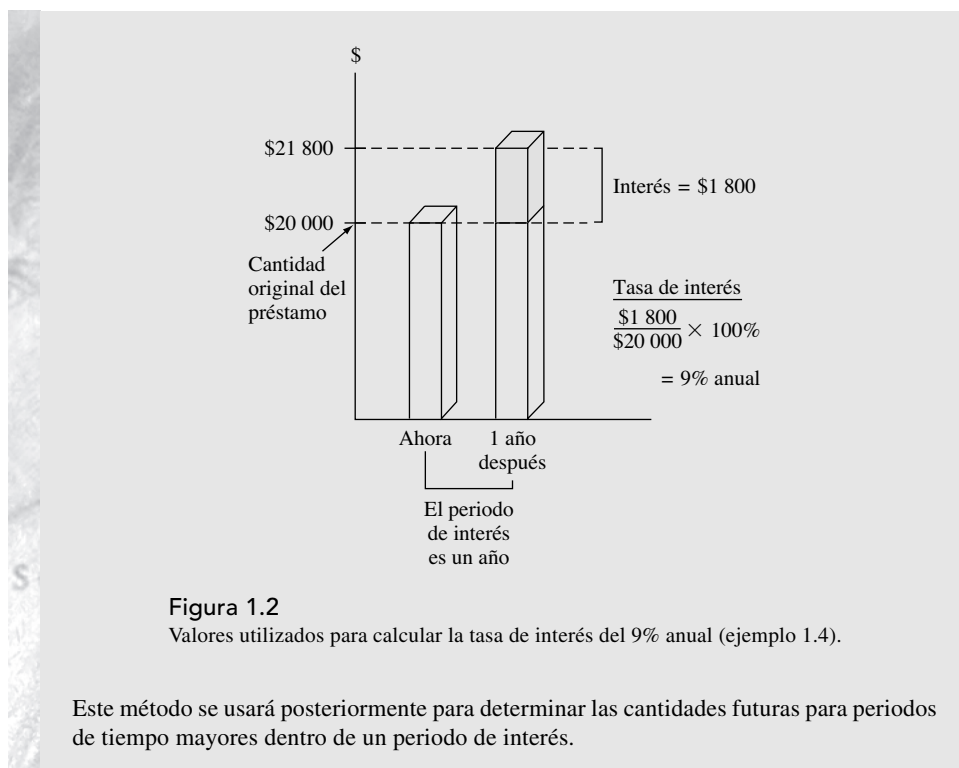
$$\text{Total a pagar} = \$20\,000 + \$1\,800 = \$21\,800$$

b) La figura 1.2 muestra los valores utilizados en la ecuación [1.2]: interés de \$1 800, principal original del préstamo de \$20 000, y periodo de interés de un año.

Comentario

Observe que en el inciso a), la cantidad total a pagar también se calcula de la siguiente manera:

$$\text{Adeudo total} = \text{principal}(1 + \text{tasa de interés}) = \$20\,000(1.09) = \$21\,800$$



Desde la perspectiva de un ahorrador, un prestamista, o un inversionista, el interés ganado es la cantidad final menos la cantidad inicial, o principal.

$$\text{Interés generado} = \text{cantidad total actual} - \text{cantidad original} \quad [1.3]$$

El interés generado durante un periodo específico de tiempo se expresa como porcentaje de la cantidad original y se denomina *tasa de rendimiento (TR)*.

$$\text{Tasa de rendimiento (\%)} = \frac{\text{interés acumulado por unidad de tiempo}}{\text{cantidad original}} \times 100\% \quad [1.4]$$

La unidad de tiempo para la tasa de retorno recibe el nombre de *periodo de interés*, el mismo nombre que cuando se ve desde la perspectiva del prestatario. De nueva cuenta, el periodo más común es de un año.

En diversas industrias y escenarios, el término *rendimiento sobre la inversión (RSI)* se emplea como sinónimo de TR, en particular cuando se asignan grandes fondos de capital a programas orientados a la ingeniería.

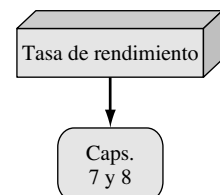
Aunque los valores numéricos de las ecuaciones [1.2] y [1.4] son los mismos, el término *tasa de interés pagada* es más adecuado para la perspectiva del prestatario, y *tasa de retorno ganada* es mejor desde la perspectiva del inversionista.

Tasa de rendimiento de la inversión



Ahorrador

Banco



EJEMPLO 1.5

- a) Calcule la cantidad depositada hace un año si ahora se tienen \$1 000 a una tasa de interés del 5% anual.
- b) Determine la cantidad por intereses ganados durante este periodo.

Solución

- a) La cantidad total acumulada es la suma del depósito original y del interés ganado. Si X es el depósito original,

$$\text{Total acumulado} = \text{original} + \text{original (tasa de interés)}$$

$$\$1\,000 = X + X(0.05) = X(1 + 0.05) = 1.05X$$

El depósito original es

$$X = \frac{1\,000}{1.05} = \$952.38$$

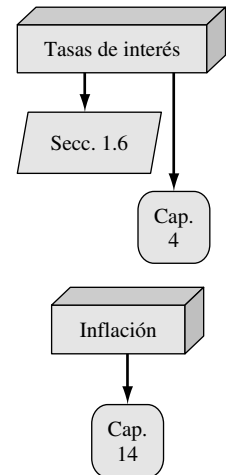
- b) Aplique la ecuación [1.3] para determinar el interés ganado.

$$\text{Interés} = \$1\,000 - 952.38 = \$47.62$$

En los ejemplos 1.3 a 1.5 el periodo de interés era de un año, y los intereses se calcularon al final de un periodo. Cuando se considera más de un periodo de interés (por ejemplo, si quisiéramos calcular los intereses que se pagarán después de 3 años en el ejemplo 1.4), es necesario definir si la naturaleza de la acumulación de los intereses de un periodo al siguiente es *simple* o *compuesta*.

Una consideración económica adicional para cualquier estudio de ingeniería económica es la *inflación*. Hay varios comentarios imprescindibles en esta etapa inicial sobre los fundamentos de la inflación: en primer lugar, ésta representa una disminución del valor de una moneda determinada. Es decir, \$1 de hoy no comprará el mismo número de manzanas (o de otras cosas) que \$1 de hace 20 años. El cambio en el valor de la moneda afecta las tasas de interés del mercado. En palabras sencillas, las tasas de interés bancario reflejan dos cosas: la llamada tasa real de rendimiento *más* la tasa de inflación esperada. La tasa real de rendimiento posibilita que el inversionista compre más de lo que hubiera podido comprar antes de invertir. Es común que las inversiones más seguras (tales como los bonos del gobierno de los Estados Unidos) tengan un 3 o un 4% de tasa real de rendimiento incluida en sus tasas conjuntas de interés. Entonces, una tasa de interés de, digamos, 9% anual de un bono del gobierno de los Estados Unidos significa que los inversionistas esperan que la tasa de inflación esté dentro de un rango de entre 5 y 6% anual. Así, queda claro que la inflación ocasiona que las tasas de interés se eleven.

Desde el punto de vista de quien recibe un préstamo, la tasa de inflación tan sólo es otra tasa *implícita en la tasa real de interés*. Por otra parte, desde el punto de vista del ahorrador o inversionista en una cuenta de interés fijo, la inflación *reduce la tasa real de rendimiento* sobre la inversión. La inflación significa que el costo y la ganancia estimados de un flujo de efectivo aumentan con el tiempo. Este incremento se debe al valor cambiante del dinero que la inflación fuerza en la moneda de un país, lo que hace que el poder adquisitivo de una unidad monetaria (un dólar, por ejemplo) sea menor respecto a su valor en una época anterior. El efecto de la



inflación se observa en que la moneda compra menos hoy que antes. La inflación contribuye a que ocurra lo siguiente:

- La reducción del poder de compra.
- El incremento en el IPC (índice de precios al consumidor).
- El incremento en el costo del equipo y su mantenimiento.
- El incremento en el costo de los profesionales asalariados y empleados contratados por horas.
- La reducción en la tasa de retorno real sobre los ahorros personales y las inversiones corporativas.

En otras palabras, la inflación puede contribuir materialmente a modificar el análisis económico individual y empresarial.

Por lo general, los estudios de ingeniería económica suponen que la inflación afecta por igual a todos los valores estimados. De acuerdo con esta postura, una tasa de interés o una tasa de retorno del 8% anual se aplicaría a lo largo del análisis sin tomar en cuenta una tasa de inflación adicional. No obstante, si la inflación se tomara en cuenta de manera explícita, y si ésta estuviera reduciendo el valor del dinero en un promedio de, por ejemplo, 4% anual, sería necesario llevar a cabo el análisis económico aplicando una tasa de interés total del 12.32% anual. (Las relaciones importantes se deducen en el capítulo 14.) Por otra parte, si la TR establecida sobre una inversión es 8% con la inflación incluida, la misma tasa de inflación de 4% anual daría como resultado una tasa de retorno real de sólo el 3.85% anual.

1.5 EQUIVALENCIA

Los términos equivalentes se utilizan muy a menudo para pasar de una escala a otra. Algunas equivalencias comunes o conversiones son las siguientes:

Longitud: 100 centímetros = 1 metro 1 000 metros = 1 kilómetro
 12 pulgadas = 1 pie 3 pies = 1 yarda 39.370 pulgadas = 1 metro

Presión: 1 atmósfera = 1 newton/metro²
 1 atmósfera = 10⁵ pascales = 1 kilopascal

Muchas medidas equivalentes son una combinación de dos o más escalas. Por ejemplo, 110 kilómetros por hora (kph) equivalen a 68 millas por hora (mph), o a 1.133 millas por minuto, con base en que 1 milla = 1.6093 kilómetros y en que 1 hora = 60 minutos. Puede concluirse, además, que conducir a 68 mph durante dos horas equivale a viajar aproximadamente un total de 220 kilómetros o 136 millas. Se combinaron tres escalas —el tiempo expresado en horas, la distancia en millas y también en kilómetros— para elaborar enunciados equivalentes. Un uso adicional de estas equivalencias consiste en calcular el tiempo en horas de manejo entre dos ciudades por medio del empleo de dos mapas, uno que indique la distancia en millas y otro que la exprese en kilómetros. Obsérvese que durante estos análisis se usó la relación fundamental de que 1 milla = 1.6093 kilómetros. Si esta relación cambiara, entonces las demás equivalencias serían erróneas.

Cuando se consideran juntos, el valor del dinero en el tiempo y la tasa de interés permiten formular el concepto de *equivalencia económica*, que implica que dos

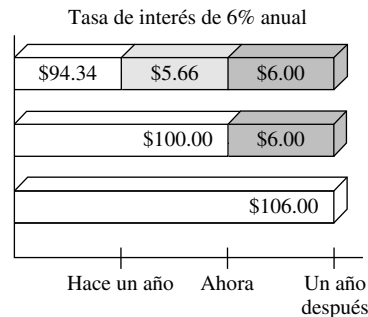


Figura 1.3
Equivalencia de tres cantidades a una tasa de interés de 6% anual.

sumas diferentes de dinero en diferentes tiempos tienen el mismo valor económico. Por ejemplo, si la tasa de interés es de 6% anual, \$100 hoy (tiempo presente) equivalen a \$106 un año después.

$$\text{Cantidad acumulada} = 100 + 100(0.06) = 100(1 + 0.06) = \$106$$

Así, si un amigo nos ofreciera un regalo con un valor de \$100 el día de hoy o uno de \$106 un año después, no habría diferencia entre una oferta y otra. En cualquier caso tendríamos \$106 después de un año. Sin embargo, las dos sumas de dinero son equivalentes entre sí cuando la tasa de interés es de 6% anual. Si la tasa de interés fuera superior o inferior, \$100 el día de hoy no equivaldrían a \$106 un año después.

Además de la equivalencia futura, se puede aplicar la misma lógica para calcular la equivalencia para años anteriores. Un total de \$100 ahora equivale a $\$100 / 1.06 = \$94.34$ hace un año a una tasa de interés de 6% anual. De estos ejemplos se afirma lo siguiente: \$94.34 el año pasado, \$100 ahora y \$106 un año después son equivalentes a una tasa de interés de 6% anual. La equivalencia de estas cantidades se verifica calculando las dos tasas de interés para periodos de interés de un año.

$$\frac{\$6}{\$100} \times 100\% = 6\% \text{ anual}$$

y

$$\frac{\$5.66}{\$94.34} \times 100\% = 6\% \text{ anual}$$

La figura 1.3 indica la cantidad de intereses necesaria cada año para que estas tres diferentes sumas sean equivalentes al 6% anual.

EJEMPLO 1.6

AC-Delco fabrica baterías automotrices para los concesionarios de General Motors a través de distribuidores particulares. En general, las baterías se almacenan un año, y se agrega un 5% anual al costo para cubrir el cargo del manejo de inventario para el dueño del contrato de distribución. Supongamos que usted es dueño de las instalaciones de Delco ubicadas en el centro de la ciudad. Realice los cálculos necesarios con una tasa de interés de 5% anual para demostrar cuáles de las siguientes declaraciones, referentes a los costos de las baterías, son verdaderas o falsas.

- a) La cantidad de \$98 hoy equivale a un costo de \$105.60 un año después.
- b) El costo de \$200 de una batería para camión hace un año equivale a \$205 ahora.
- c) Un costo de \$38 ahora equivale a \$39.90 un año después.
- d) Un costo de \$3 000 ahora es equivalente a \$2 887.14 hace un año.
- e) El cargo por manejo de inventario acumulado en un año sobre una inversión en baterías con un valor de \$2 000 es de \$100.

Solución

- a) Suma total acumulada = $98(1.05) = \$102.90 \neq \$105.60$; por lo tanto, la declaración es *falsa*. Otra forma de resolver este problema es la siguiente: el costo original es de $105.60/1.05 = \$100.57 \neq \$98$.
- b) El costo anterior es de $205.00/1.05 = \$195.24 \neq \$200$; por lo tanto, es *falsa*.
- c) El costo dentro de 1 año será de $38(1.05) = \$39.90$; *verdadera*.
- d) El costo actual es de $2\,887.14(1.05) = \$3\,031.50 \neq \$3\,000$; *falsa*.
- e) El cargo es de 5% de interés anual, o $2\,000(0.05) = \$100$; *verdadera*.

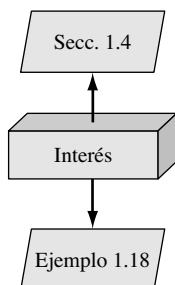
1.6 INTERÉS SIMPLE Y COMPUESTO

Los términos *interés*, *periodo de interés* y *tasa de interés* (sección 1.4) son útiles en el cálculo de sumas de dinero equivalentes para un periodo de interés en el pasado y un periodo de interés en el futuro. Sin embargo, para más de un periodo de interés, los términos *interés simple* e *interés compuesto* se tornan importantes.

El *interés simple* se calcula utilizando exclusivamente el principal e ignorando cualquier interés generado en los periodos de interés precedentes. El interés simple total durante varios periodos se calcula de la siguiente manera:

$$\text{Interés} = (\text{principal})(\text{número de periodos})(\text{tasa de interés}) \quad [1.5]$$

donde la tasa de interés se expresa en forma decimal.

**EJEMPLO 1.7**

Pacific Telephone Credit Union otorgó un préstamo a un miembro del personal de ingeniería para que éste adquiriera un avión a escala dirigido por un radio controlador. El préstamo asciende a \$1 000 por tres años con un interés simple de 5% anual. ¿Cuánto debe pagar el ingeniero al final de los tres años? Tabule los resultados.

Solución

El interés para cada uno de los tres años es:

$$\text{Interés anual} = 1\,000(0.05) = \$50$$

El interés total de los tres años de acuerdo con la ecuación [1.5] es:

$$\text{Interés total} = 1\,000(3)(0.05) = \$150$$

El monto adeudado después de tres años es:

$$\text{Adeudo total} = \$1\,000 + 150 = \$1\,150$$

El interés acumulado de \$50 en el primer año y el interés acumulado de \$50 en el segundo año no generan intereses. El interés que se adeuda cada año se calcula exclusivamente sobre el principal de \$1 000.

Los detalles de los pagos del préstamo se tabulan en la tabla 1.1 desde el punto de vista del prestatario. El tiempo cero representa el presente, es decir, cuando se otorga el préstamo. No se hacen pagos sino hasta que concluya el tercer año. El monto que se adeuda cada año se incrementa uniformemente \$50, en virtud de que el interés simple se calcula sólo sobre el principal del préstamo.

TABLA 1.1 Cálculos de interés simple

(1) Final del año	(2) Cantidad obtenida en préstamo	(3) Interés	(4) Adeudo	(5) Suma pagada
0	\$1 000			
1	—	\$50	\$1 050	\$ 0
2	—	50	1 100	0
3	—	50	1 150	1 150

En el caso del *interés compuesto*, el interés generado durante cada periodo de interés se calcula sobre el *principal más el monto total del interés acumulado en todos los periodos anteriores*. Así, el interés compuesto es un interés sobre el interés. También refleja el efecto del valor del dinero en el tiempo sobre el interés. El interés para un periodo ahora se calcula de la siguiente manera:

$$\text{Interés} = (\text{principal} + \text{todos los intereses acumulados})(\text{tasa de interés}) \quad [1.6]$$

EJEMPLO 1.8

Un ingeniero solicita a la cooperativa de crédito de la empresa un préstamo de \$1 000 con un interés anual compuesto de 5%. Calcule el adeudo total después de tres años. Elabore una gráfica y compare los resultados de este ejemplo y del anterior.

Solución

El interés y el adeudo total de cada año se calcula por separado mediante la ecuación [1.6].

Interés del primer año:	$\$1\,000(0.05) = \$50.00$
Adeudo total después del primer año:	$\$1\,000 + 50.00 = \$1\,050.00$
Interés del segundo año:	$\$1\,050(0.05) = \$52.50$
Adeudo total después del segundo año:	$\$1\,050 + 52.50 = \$1\,102.50$
Interés del tercer año:	$\$1\,102.50(0.05) = \$55.13$
Adeudo total después del tercer año:	$\$1\,102.50 + 55.13 = \$1\,157.63$

TABLA 1.2 Cálculos del interés compuesto (ejemplo 1.8)

(1) Final del año	(2) Cantidad obtenida en préstamo	(3) Interés	(4) Adeudo	(5) Suma pagada
0	\$1 000			
1	—	\$50.00	\$1 050.00	\$ 0
2	—	52.50	1 102.50	0
3	—	55.13	1 157.63	1 157.63

Los detalles aparecen en la tabla 1.2. El plan de pagos es el mismo que el del ejemplo del interés simple: el pago único es el principal más los intereses acumulados al final de los tres años.

La figura 1.4 muestra el adeudo al final de cada uno de los tres años. En el caso del interés compuesto, se reconoce la diferencia debida al valor del dinero en el tiempo. Aquí se paga un interés adicional de $\$1\,157.63 - \$1\,150 = \$7.63$ en comparación con el interés simple durante el periodo de 3 años.

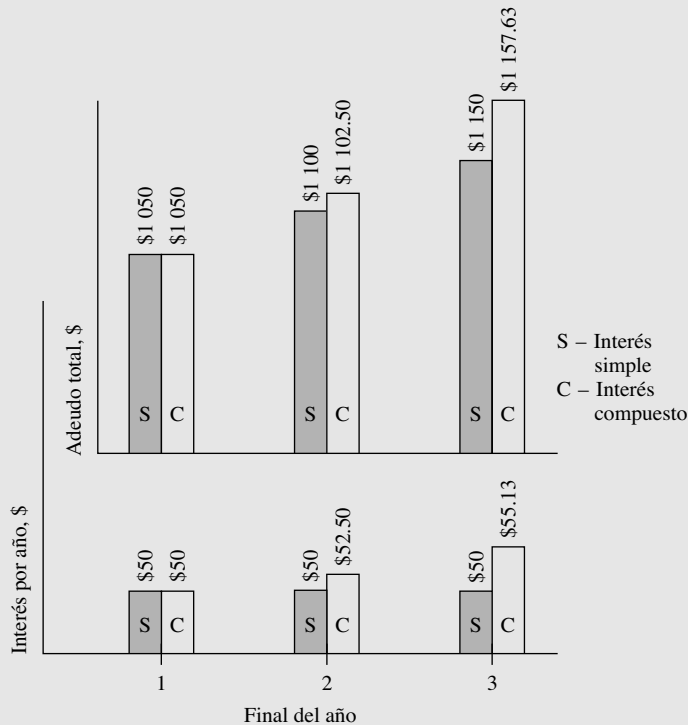


Figura 1.4
 Comparación de los cálculos del interés simple y el interés compuesto (ejemplos 1.7 y 1.8).

Comentario

La diferencia entre el interés simple y el compuesto se incrementa cada año. Si se continúan haciendo cálculos para más años, 10, por ejemplo, la diferencia es de \$128.90; después de 20 años el interés compuesto es de \$653.30 más que el interés simple.

Si \$7.63 no parece una diferencia significativa en sólo 3 años, recordemos que la cantidad inicial es \$1 000. Si estos mismos cálculos se hacen para una cantidad inicial de \$100 000 o \$1 000 000, hay que multiplicar la diferencia por 100 o por 1 000, y se tendrá dinero real. Esto indica que el poder del cálculo del interés compuesto es de vital importancia en todos los análisis de tipo económico.

Otra forma más breve de calcular el adeudo total después de 3 años en el ejemplo 1.8 consiste en combinar los cálculos en lugar de llevarlos a cabo año por año. El adeudo total por año es el siguiente:

$$\text{Año 1:} \quad \$1\,000(1.05)^1 = \$1\,050.00$$

$$\text{Año 2:} \quad \$1\,000(1.05)^2 = \$1\,102.50$$

$$\text{Año 3:} \quad \$1\,000(1.05)^3 = \$1\,157.63$$

El total del año 3 se calcula directamente; no se requiere del total del año 2. Expresado de una manera general, el cálculo tendría la siguiente forma:

$$\text{Adeudo total después de cierta cantidad de años} = \text{principal}(1 + \text{tasa de interés})^{\text{número de años}}$$

Esta relación fundamental se utilizará repetidas veces en los capítulos posteriores.

Para demostrar que los diferentes planes de pago de préstamos pueden ser equivalentes, aunque difieran sustancialmente en cuanto a monto de un año a otro, se combinan los conceptos de tasa de interés, interés simple, interés compuesto y equivalencia. Esto también muestra que existen varias formas de tomar en cuenta el valor del dinero en el tiempo. El siguiente ejemplo ilustra la idea de equivalencia en sí con diferentes planes de pago del préstamo.

EJEMPLO 1.9

a) Demuestre el concepto de equivalencia con los diferentes planes de pago de préstamos descritos en seguida. En cada plan se reembolsa un préstamo de \$5 000 en 5 años al 8% de interés anual.

- **Plan 1: Interés simple; pago del total al final.** No hay pago de intereses ni del principal hasta el final del año 5. Los intereses se generan cada año exclusivamente sobre el principal.
- **Plan 2: Interés compuesto; pago del total al final.** No hay pago de intereses ni del principal hasta el final del año 5. Los intereses se generan cada año sobre el total del principal y todos los intereses acumulados.

- **Plan 3: Pago anual del interés simple; reembolso del principal al final.** Los intereses acumulados se pagan cada año y todo el principal se reembolsa al final del año 5.
- **Plan 4: Pago anual del interés compuesto y de parte del principal.** Los intereses generados y una quinta parte del principal (\$1 000) se reembolsa cada año. El saldo vigente del préstamo se reduce cada año, de manera que el interés de cada año disminuye.
- **Plan 5: Pagos anuales iguales del interés compuesto y del principal.** Se hacen pagos iguales cada año; una parte se destina al reembolso del principal y el resto cubre los intereses generados. Como el saldo del préstamo disminuye a un ritmo menor que en el plan 4, como consecuencia de los pagos iguales de fin de año, el interés disminuye, aunque a un ritmo más lento.

b) Hacer algún comentario sobre la equivalencia de cada plan al 8% de interés simple o compuesto, según convenga.

Solución

a) La tabla 1.3 muestra el interés, la cantidad del pago, el adeudo total al final de cada año y el monto total pagado durante el periodo de cinco años (totales de la columna 4).

TABLA 1.3 Diferentes planes de pago de \$5 000 durante 5 años con un interés anual del 8%

(1) Final del año	(2) Interés a pagar por el año	(3) Adeudo total al final del año	(4) Pago de fin de año	(5) Adeudo total después del pago
<i>Plan 1: Interés simple; pago total al final</i>				
0				\$5 000.00
1	\$400.00	\$5 400.00	—	5 400.00
2	400.00	5 800.00	—	5 800.00
3	400.00	6 200.00	—	6 200.00
4	400.00	6 600.00	—	6 600.00
5	400.00	7 000.00	\$7 000.00	
Totales			\$7 000.00	
<i>Plan 2: Interés compuesto; pago del total al final</i>				
0				\$5 000.00
1	\$400.00	\$5 400.00	—	5 400.00
2	432.00	5 832.00	—	5 832.00
3	466.56	6 298.56	—	6 298.56
4	503.88	6 802.44	—	6 802.44
5	544.20	7 346.64	\$7 346.64	
Totales			\$7 346.64	

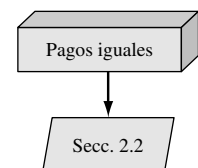
TABLA 1.3 (Continuación)

(1) Final del año	(2) Interés a pagar por el año	(3) Adeudo total al final del año	(4) Pago de fin de año	(5) Adeudo total después del pago
<i>Plan 3: Pago anual del interés simple; reembolso del principal al final</i>				
0				\$5 000.00
1	\$400.00	\$5 400.00	\$400.00	5 000.00
2	400.00	5 400.00	400.00	5 000.00
3	400.00	5 400.00	400.00	5 000.00
4	400.00	5 400.00	400.00	5 000.00
5	400.00	5 400.00	5 400.00	
Totales			\$7 000.00	
<i>Plan 4: Pago anual del interés compuesto y de parte del principal</i>				
0				\$5 000.00
1	\$400.00	\$5 400.00	\$1 400.00	4 000.00
2	320.00	4 320.00	1 320.00	3 000.00
3	240.00	3 240.00	1 240.00	2 000.00
4	160.00	2 160.00	1 160.00	1 000.00
5	80.00	1 080.00	1 080.00	
Totales			\$6 200.00	
<i>Plan 5: Pagos anuales iguales del interés compuesto y del principal</i>				
0				\$5 000.00
1	\$400.00	\$5 400.00	\$1 252.28	4 147.72
2	331.82	4 479.54	1 252.28	3 227.25
3	258.18	3 485.43	1 252.28	2 233.15
4	178.65	2 411.80	1 252.28	1 159.52
5	92.76	1 252.28	1 252.28	
Totales			\$6 261.41	

Los intereses (columna 2) se determinan de la siguiente manera:

- Plan 1** Interés simple = (principal original)(0.08)
Plan 2 Interés compuesto = (adeudo total del año anterior)(0.08)
Plan 3 Interés simple = (principal original)(0.08)
Plan 4 Interés compuesto = (adeudo total del año anterior)(0.08)
Plan 5 Interés compuesto = (adeudo total del año anterior)(0.08)

Observe que los montos de los pagos anuales son diferentes en cada esquema de reembolso y que los pagos totales en la mayoría de los planes son diferentes; aunque cada plan de reembolso requiere exactamente 5 años. La diferencia en los pagos totales puede explicarse **1.** por el valor del dinero en el tiempo, **2.** por el interés simple o compuesto, y **3.** por el reembolso parcial del principal antes del año 5.



b) La tabla 1.3 muestra que los \$5 000 en el tiempo cero equivalen a cada una de las siguientes cantidades:

- Plan 1** \$7 000 al final del año 5 al 8% de interés simple.
- Plan 2** \$7 346.64 al final del año 5 al 8% de interés compuesto.
- Plan 3** \$4 000 anuales durante 4 años y \$5 400 al final del año 5 al 8% de interés simple.
- Plan 4** Pagos decrecientes del interés y parciales del principal en los años 1 (\$1 400) a 5 (\$1 080) al 8% de interés compuesto.
- Plan 5** \$1 252.28 anuales por 5 años al 8% de interés compuesto.

Un estudio de ingeniería económica emplea el plan 5, el interés es compuesto y la cantidad que se paga es constante en cada periodo. Esta cantidad cubre el interés generado y un monto parcial del reembolso del principal.

1.7 TERMINOLOGÍA Y SÍMBOLOS

Las ecuaciones y procedimientos de la ingeniería económica emplean los siguientes términos y símbolos. Incluyen unidades de muestra.

P = valor o cantidad de dinero en un momento denotado como presente o tiempo 0. También P recibe el nombre de valor presente (VP), valor presente neto (VPN), flujo de efectivo descontado (FED) y costo capitalizado (CC); unidades monetarias

F = valor o cantidad de dinero en un tiempo futuro. F también recibe el nombre de valor futuro (VF); unidades monetarias

A = serie de cantidades de dinero consecutivas, iguales y del final del periodo. A también se denomina valor anual (VA) y valor anual uniforme equivalente (VAUE); unidades monetarias por año, unidades monetarias por mes

n = número de periodos de interés; años, meses, días

i = tasa de interés o tasa de retorno por periodo; porcentaje anual, porcentaje mensual; por ciento diario

t = tiempo expresado en periodos; años, meses, días

Los símbolos P y F indican valores que se presentan una sola vez en el tiempo: A tiene el mismo valor una vez en cada periodo de interés durante un número específico de periodos. Debe quedar claro que el valor presente P representa una sola suma de dinero en algún momento anterior a un valor futuro F , o antes de que se presente por primera vez un monto equivalente de la serie A .

Es importante notar que el símbolo A siempre representa una cantidad uniforme (es decir, la misma cantidad cada periodo), la cual se extiende a través de periodos de interés *consecutivos*. Ambas condiciones deben darse antes de que la serie pueda quedar representada por A .

Se da por supuesto que la tasa de interés i corresponde a una tasa de interés compuesto, a menos que específicamente se indique que se trata de una tasa de interés simple. La tasa i se expresa como porcentaje por periodo de interés; por

ejemplo, 12% anual. A menos que se indique lo contrario, se supondrá que la tasa se aplica durante los n años o periodos de interés. En los cálculos que se realizan en ingeniería económica siempre se utiliza el equivalente decimal de i .

Todos los problemas de la ingeniería económica incluyen el elemento de tiempo t . De los cinco restantes (P, F, A, n, i), cada problema incluirá por lo menos cuatro símbolos, P, F, A, n e i , cuando menos tres de los cuales están estimados o se conocen.

EJEMPLO 1.10

Una recién graduada de la universidad trabaja en Boeing Aerospace. Tiene planes de solicitar un préstamo de \$10 000 ahora para adquirir un automóvil. Decide que reembolsará todo el principal más 8% de intereses anuales después de 5 años. Identifique los símbolos de ingeniería económica necesarios para resolver el problema, así como los valores que tienen para el adeudo total después de 5 años.

Solución

En este caso, están involucradas P y F , ya que todas las cantidades son pagos únicos, así como i y n . El tiempo está expresado en años.

$$P = \$10\,000 \quad i = 8\% \text{ anual} \quad n = 5 \text{ años} \quad F = ?$$

Se desconoce la cantidad futura F .

EJEMPLO 1.11

Suponga que obtiene un préstamo de \$2 000 ahora al 7% anual durante 10 años, y debe reembolsarlo en pagos anuales iguales. Determine los símbolos que se requieren para resolver el problema y sus valores.

Solución

El tiempo se expresa en años.

$$\begin{aligned} P &= \$2\,000 \\ A &= ? \text{ anuales durante } 10 \text{ años} \\ i &= 7\% \text{ anual} \\ n &= 10 \text{ años} \end{aligned}$$

En los ejemplos 1.10 y 1.11, el valor P es una entrada para el prestatario, y F o A representan un desembolso para él. También es correcto invertir la función de estos símbolos.

EJEMPLO 1.12

El 1 de julio de 2002, su nuevo empleador, Ford Motor Company, deposita \$5 000 en su cuenta bancaria como parte de su bono de empleo. La cuenta paga un interés del 5%

anual. Usted espera retirar una cantidad anual igual durante los siguientes 10 años. Identifique los símbolos y sus valores.

Solución

El tiempo se expresa en años.

$$\begin{aligned}P &= \$5\,000 \\A &= ? \text{ anuales} \\i &= 5\% \text{ anual} \\n &= 10 \text{ años}\end{aligned}$$

EJEMPLO 1.13

Usted planea hacer un depósito único de \$5 000 ahora en una cuenta de inversión que paga el 6% anual, y desea retirar una cantidad igual de \$1 000 a fin de año durante 5 años, comenzando el siguiente año. Al final del sexto año, usted piensa cerrar la cuenta retirando el saldo. Defina los símbolos de ingeniería económica que implica el problema.

Solución

El tiempo se expresa en años.

$$\begin{aligned}P &= \$5\,000 \\A &= \$1\,000 \text{ anuales durante 5 años} \\F &= ? \text{ al final del año 6} \\i &= 6\% \text{ anual} \\n &= 5 \text{ años para la serie } A \text{ y } 6 \text{ para el valor } F\end{aligned}$$

EJEMPLO 1.14

El año pasado la abuela de Jane ofreció depositar suficiente dinero en una cuenta de ahorros que generará \$1 000 este año para ayudar a Jane con los gastos de la universidad. a) Identifique los símbolos, y b) calcule la cantidad que se depositó hace exactamente un año para ganar \$1 000 de intereses ahora, si la tasa de retorno es de 6% anual.

Solución

a) El tiempo se expresa en años.

$$\begin{aligned}P &= ? \\i &= 6\% \text{ anual} \\n &= 1 \text{ año} \\F &= P + \text{interés} \\&= ? + \$1\,000\end{aligned}$$

b) Remitiéndose a las ecuaciones [1.3] y [1.4], sea F = monto total hoy y P = cantidad original. Sabemos que $F - P = \$1\,000$ es el interés acumulado. Ahora se determina P para Jane y su abuela.

$$F = P + P(\text{tasa de interés})$$

Los \$1 000 de interés pueden expresarse de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}\text{Interés} &= F - P = [P + P(\text{tasa de interés})] - P \\ &= P(\text{tasa de interés}) \\ \$1\,000 &= P(0.06) \\ P &= \frac{1\,000}{0.06} = \$16\,666.67\end{aligned}$$

1.8 INTRODUCCIÓN A LAS SOLUCIONES POR COMPUTADORA

Las funciones en una hoja de cálculo de computadora llegan a reducir considerablemente el trabajo a mano o por calculadora de los cálculos equivalentes del *interés compuesto* y los términos P , F , A , i y n . El poder de la hoja de cálculo electrónica a menudo permite introducir una función predefinida de la hoja de cálculo en una celda y obtener de inmediato la respuesta final. Se puede utilizar cualquier sistema de hoja de cálculo: uno disponible, como Microsoft Excel®, o cualquier sistema diseñado especialmente con funciones y operadores financieros incorporados. A lo largo de esta obra utilizaremos Excel por su disponibilidad y facilidad de uso.

El apéndice A constituye un sencillo manual sobre el empleo de hojas de cálculo y Excel, donde las funciones que se utilizan en la ingeniería económica se describen detalladamente, con explicaciones de todos los parámetros (denominados argumentos) ubicados entre paréntesis después del identificador de función. La función de ayuda en línea de Excel proporciona información similar. El apéndice A también incluye una sección sobre composición de hojas de cálculo, que resulta útil cuando se presenta un informe de análisis económico a alguien: un compañero de trabajo, un jefe o un profesor.

Un total de seis funciones de Excel pueden llevar a cabo la mayoría de los cálculos básicos de la ingeniería económica. Sin embargo, tales funciones no eliminan la necesidad de conocer las funciones del valor del dinero en el tiempo y del interés compuesto. Las funciones constituyen herramientas complementarias importantes; aunque no sustituyen el conocimiento de las relaciones, supuestos y técnicas de la ingeniería económica.

En conformidad con los símbolos P , F , A , i y n según se definieron en la sección anterior, las funciones de Excel más utilizadas en un análisis de ingeniería económica se formulan de la siguiente manera:

Para calcular el valor presente P : $VP(i\%, n, A, F)$

Para calcular el valor futuro F : $VF(i\%, n, A, P)$

Para calcular el valor periódico igual A : $PMT(i\%, n, P, F)$

Para calcular el número de periodos n : $NPER(i\%, A, P, F)$

Para calcular la tasa de interés compuesto i : $TASA(n, A, P, F)$

Para calcular la tasa de interés compuesto i : $TIR(\text{primera\_celda:última\_celda})$

Para calcular el valor presente P de cualquier serie: $VPN(i\%, \text{segunda\_celda:última\_celda}) + \text{primera\_celda}$

Si alguno de los parámetros no se relaciona con un problema específico, se le puede omitir y se le supondrá un valor de cero. Si el parámetro omitido es uno anterior, se debe introducir una coma. Las últimas dos funciones requieren que se introduzca una serie de números en celdas contiguas de la hoja de cálculo; no obstante, las primeras 5 se pueden emplear sin datos de apoyo. En todos los casos, la función debe ir precedida por un signo de igual (=) en la celda donde aparecerá la respuesta.

Cada una de estas funciones se explicará y ejemplificará en la parte del texto donde resulte más útil. Sin embargo, para obtener una idea de la manera en que funcionan, el lector puede remitirse a los ejemplos 1.10 y 1.11. En el ejemplo 1.10, se desconoce el valor futuro F , como lo indica $F = ?$ que aparece en la solución. En el siguiente capítulo aprenderemos a utilizar el valor del dinero en el tiempo para calcular F , dados P , i y n . Para determinar F en este ejemplo utilizando una hoja de cálculo, tan sólo se introduce en cualquier celda la función VF precedida por un signo de igual. El formato es el siguiente: VF(Tasa, nper,,va) o VF(8%,5,,10000). La coma se introduce en virtud de que no hay valor para A . La figura 1.5a es una imagen de pantalla de la hoja de cálculo de Excel en la función VF que se incorpora a la celda B2. La respuesta de \$-14,693.28 aparece en la pantalla. La respuesta está en color rojo en la pantalla real de Excel para indicar una cantidad negativa desde la perspectiva del prestatario, con la cual se reembolsará el préstamo después de 5 años. La función VF aparece en la barra de fórmulas en la parte superior de la hoja de cálculo. Además, hemos añadido una etiqueta de celda para mostrar el formato de la función VF.

En el ejemplo 1.11 se busca el valor del monto anual uniforme A y se conocen los valores de P , i y n . Determine A utilizando la función PAGO($i\%$, n , P); en este caso, PAGO(7%,10,2000). La figura 1.5b muestra el resultado en la celda C4. El formato de la función VF aparece en la barra de fórmulas junto con la etiqueta de la celda.

Como estas funciones son rápidas y fáciles de usar, las veremos con detalle en diversos ejemplos a lo largo del texto. Cuando sólo una función proporciona la respuesta, aparece un icono especial con dos banderas: *Sol-R* (solución rápida). En los capítulos iniciales del nivel 1 se muestran las funciones generales y específicas de la hoja de cálculo. En los capítulos siguientes, el icono *Sol-R* aparece al margen y se indica la función de la hoja de cálculo en la solución del ejemplo.

Cuando se utiliza el poder de la computadora para resolver problemas más complejos que incluyen varias funciones y quizá un diagrama (gráfica) de Excel, al margen aparece un icono con un relámpago con la leyenda *Sol-E*. Estas hojas de cálculo son mucho más complejas y contienen más información y cálculos, en particular cuando se realiza un análisis de sensibilidad. La solución por computadora para un ejemplo siempre aparece después de la solución a mano. Como se mencionó antes, la función de la hoja de cálculo no representa un sustituto de la comprensión y aplicación adecuadas de las relaciones de la ingeniería económica. Por lo tanto, las soluciones a mano y por computadora se complementan entre sí.



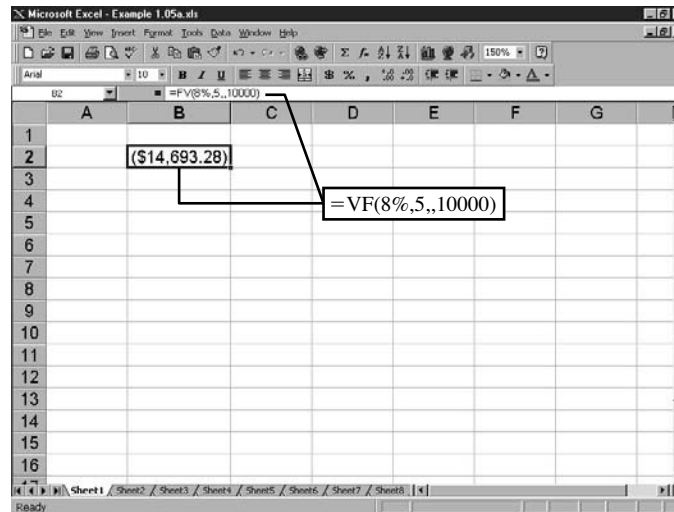
Sol-R



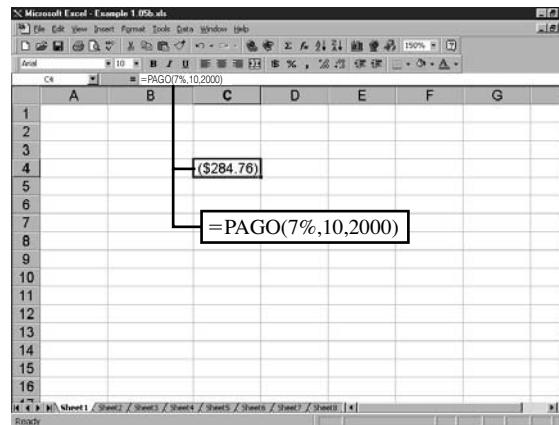
Sol-E

1.9 TASA MÍNIMA ATRACTIVA DE RENDIMIENTO

Para que una inversión sea rentable, el inversionista (una corporación o individuo) espera recibir una cantidad de dinero mayor de la que originalmente invirtió. En



a)



b)

Figura 1.5
Funciones de la hoja de
cálculo de Excel para a)
el ejemplo 1.10 y b) el
ejemplo 1.11.

otras palabras, debe ser posible obtener una *tasa de retorno o rendimiento sobre la inversión* atractivos. En esta explicación se utilizará la definición de TR de la ecuación [2.4], es decir, la cantidad obtenida como ganancia dividida entre la cantidad original.

En ingeniería, las alternativas se evalúan con base en un pronóstico de una TR razonable. Por consiguiente, se debe establecer una tasa razonable para la fase de elección de criterios en un estudio de ingeniería económica (figura 1.1). La tasa razonable recibe el nombre de *tasa mínima atractiva de retorno (TMAR)* y es superior a la tasa que ofrece un banco o alguna inversión segura que implique un riesgo mínimo. La figura 1.6 muestra las relaciones entre diferentes valores de la tasa de retorno. En Estados Unidos, la tasa actual de los bonos del tesoro a veces se utiliza como tasa segura de referencia.

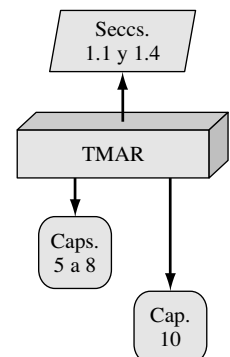
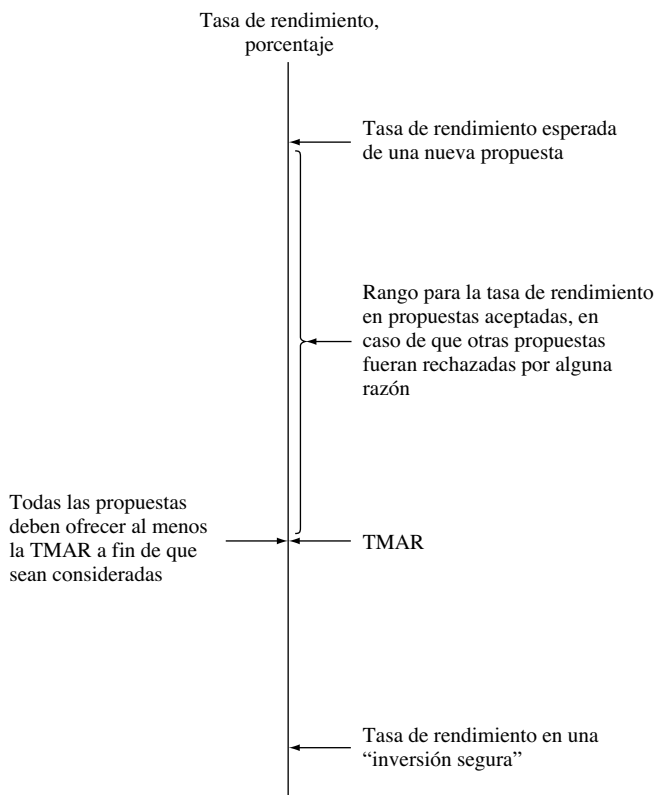


Figura 1.6
Magnitud de la TMAR
con respecto a otros
valores de tasas de
rendimiento.



La TMAR también recibe el nombre de *tasa base* para proyectos; es decir, que para que se considere viable desde el punto de vista financiero, la TR esperada debe ser igual o superior a la TMAR o tasa base. Observe que la TMAR no es una tasa que se calcule como una TR. La TMAR es establecida por dirección (financiera) y se utiliza como criterio para valorar la TR de una alternativa, en el momento de tomar decisiones de aceptación o rechazo.

Para comprender fundamentalmente cómo se fija y aplica un valor para la TMAR, debemos volver al término *capital* que se presentó en la sección 1.1. La palabra *capital* también recibe el nombre de *fondos de capital* y de *inversión de capital*. En general el obtener capital siempre cuesta dinero en la forma de interés. El interés, establecido en la forma de tasa de porcentaje, recibe el nombre de *costo del capital*. Por ejemplo, si usted desea comprar un nuevo equipo de sonido, pero no cuenta con suficiente dinero (capital), podría obtener un préstamo de una sociedad de crédito con alguna tasa de interés, digamos, del 9% anual, y pagar en efectivo ahora al comerciante. O quizás utilice su recién adquirida tarjeta de crédito y pagar el saldo mensualmente. Esta elección probablemente le costará por lo menos 18% anual. O bien, podría utilizar los fondos de su cuenta de ahorros, que obtiene un rendimiento de 5% anual, y pagar en efectivo. Las tasas de 9, 18 y 5% constituyen sus estimaciones del costo del capital para incrementar el capital y adquirir el sistema por diferentes métodos de financiamiento. Asimismo, las corporaciones calculan el

costo del capital proveniente de diferentes fuentes para obtener los fondos y llevar a cabo proyectos de ingeniería y de otros tipos.

En general, el capital se obtiene de dos formas: por financiamiento de patrimonio y por financiamiento de deuda. Para la mayoría de los proyectos, se acostumbra hacer una combinación de ambos. El capítulo 10 analiza este tema con detalle, aunque aquí haremos una breve descripción de él.

Financiamiento de patrimonio. La corporación utiliza sus propios fondos de efectivo a mano, ventas de existencias o utilidades acumuladas. Un individuo puede utilizar su propio efectivo, ahorros o inversiones. En el ejemplo anterior, la utilización del dinero de la cuenta de ahorros con el 5% constituye un financiamiento de patrimonio.

Financiamiento de deuda. La corporación obtiene préstamos de fuentes externas y reembolsa el principal y los intereses de acuerdo con un programa semejante al de los planes de la tabla 1.3. Las fuentes del capital que se adeuda pueden ser bonos, préstamos, hipotecas, fondos comunes de capital riesgoso y muchos más. Asimismo, los individuos pueden utilizar fuentes de préstamos, tal como la tarjeta de crédito y las sociedades de crédito descritas en el ejemplo del equipo de sonido.

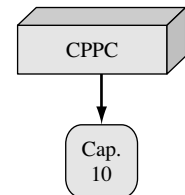
De la combinación del financiamiento de deuda y el financiamiento de patrimonio resulta un costo promedio ponderado del capital (CPPC). Si el equipo de sonido se compra con 40% del dinero de la tarjeta de crédito al 18% anual, y el 60% de los fondos de la cuenta de ahorros, que obtienen un crecimiento de 5% anual, el costo promedio ponderado del capital es $0.4(18) + 0.6(5) = 10.2\%$ anual.

Para una corporación, la *TMAR establecida* utilizada como criterio para aceptar o rechazar una alternativa siempre será *superior al costo promedio ponderado del capital* con el que la corporación debe cargar para obtener los fondos de capital necesarios. Por lo tanto, la desigualdad

$$TIR \geq TMAR > \text{costo del capital} \quad [1.7]$$

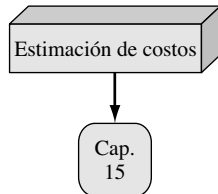
debe satisfacerse para un proyecto aceptado. Algunas excepciones serían los requerimientos por la regulación gubernamental (seguridad, protección ambiental, legislación, etc.), empresas de alto riesgo y muy lucrativas, etc. Los proyectos de ingeniería de valor agregado por lo común cumplen la ecuación [1.7].

Es frecuente que haya muchas alternativas de las que se espera tengan una TIR que exceda la TMAR, como se aprecia en la figura 1.6, pero podría no haber capital suficiente para emprender todas, o quizá se estime que el riesgo del proyecto es demasiado alto para efectuar la inversión. Por tanto, los proyectos nuevos que se emprenden generalmente son aquellos que tienen al menos una tasa de rendimiento esperada tan alta como la de otra alternativa a la que aún no se destinan fondos. Un proyecto nuevo de este tipo sería como la propuesta con TIR representada por la flecha superior. Por ejemplo, suponga que la $TMAR = 12\%$ y que no pueden asignarse fondos para la propuesta 1 con $TIR = 13\%$ debido a la carencia de capital. Al mismo tiempo, la propuesta 2 tiene una $TIR = 14.5\%$ y cuenta con fondos procedentes del capital disponible. Como la propuesta 1 no se acepta debido a la falta de capital, su



TIR estimada de 13% se conoce como el *costo de oportunidad*; es decir, se deja pasar la oportunidad de obtener un rendimiento adicional de 13%.

1.10 FLUJOS DE EFECTIVO: ESTIMACIÓN Y DIAGRAMACIÓN



En la sección 1.3 se describieron los flujos de efectivo como las entradas y salidas de dinero. Estos flujos pueden ser estimaciones o valores observados. Cada individuo o empresa cuenta con entradas de efectivo —rendimientos e ingresos (entradas)—; y desembolsos de efectivo —gastos y costos (salidas)—. Estas entradas y desembolsos constituyen los flujos de efectivo; con un signo más representa las entradas de efectivo y con un signo menos representa las salidas de efectivo. Los flujos de efectivo ocurren durante periodos específicos, tales como un mes o un año.

De todos los elementos del enfoque de estudio de ingeniería económica (figura 1.1), la estimación de flujos de efectivo es probablemente la más difícil e inexacta. Las estimaciones de flujos de efectivo son sólo eso: estimaciones relativas a un futuro incierto. Una vez estimadas, las técnicas de este libro orientan en el proceso de toma de decisiones. Sin embargo, la exactitud probada con el tiempo de la estimación de entradas y salidas de efectivo de una alternativa claramente determina la calidad del análisis económico y su conclusión.

Las *entradas de efectivo*, o ingresos, pueden constar de los siguientes elementos, dependiendo de la naturaleza de la actividad propuesta y de la clase de negocio que se emprenda.

Ejemplos de entradas de efectivo (estimación)

- Ingresos (por lo general *incrementales* provenientes de una alternativa).
- Reducciones en los costos de operación (atribuibles a una alternativa).
- Valor de salvamento de activos.
- Recepción del principal de un préstamo.
- Ahorros en impuesto sobre la renta.
- Ingresos provenientes de la venta de acciones y bonos.
- Ahorros en costos de construcción e instalaciones.
- Ahorros o rendimiento de los fondos de capital corporativo.

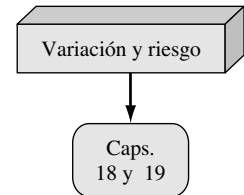
Las *salidas de efectivo*, o desembolsos, pueden estar constituidas por los siguientes elementos, dependiendo, de nueva cuenta, de la naturaleza de la actividad y del tipo de negocio.

Ejemplos de salidas de efectivo (estimación)

- Costo de adquisición de activos.
- Costos de diseño de ingeniería.
- Costos de operación (anual e incremental).
- Costos de mantenimiento periódico y de remodelación.
- Pagos del interés y del principal de un préstamo.
- Costo de actualización (esperados o no esperados).
- Impuestos sobre la renta.
- Gasto de fondos de capital corporativos.

La información necesaria para llevar a cabo las estimaciones puede estar disponible en departamentos tales como contabilidad, finanzas, mercadotecnia, ventas, ingeniería, diseño, manufactura, producción, servicios de campo y servicios computacionales. La exactitud de las estimaciones depende en gran medida de la experiencia de la persona que realiza la estimación con situaciones similares. Generalmente se efectúan *estimaciones puntuales*; es decir, que se obtiene la estimación de un valor único para cada elemento económico de una alternativa. Si se adopta un enfoque estadístico para el estudio de la ingeniería económica, puede realizarse una *estimación de rango* o *estimación de distribución*. Aunque sus cálculos son más complicados, un estudio estadístico ofrece resultados más completos cuando se espera que las estimaciones clave varíen ampliamente. En gran parte de este libro utilizaremos estimaciones puntuales. En los últimos capítulos estudiaremos la toma de decisiones bajo riesgo.

Una vez que se llevan a cabo las estimaciones de entradas y salidas de efectivo, es posible determinar el flujo de efectivo neto.



$$\begin{aligned}\text{Flujo de efectivo neto} &= \text{ingresos} - \text{desembolsos} \\ &= \text{entradas de efectivo} - \text{salidas de efectivo} \quad [1.8]\end{aligned}$$

Puesto que los flujos de efectivo normalmente tienen lugar en puntos variables del tiempo dentro de un periodo de interés, se adopta un supuesto que simplifica el análisis.

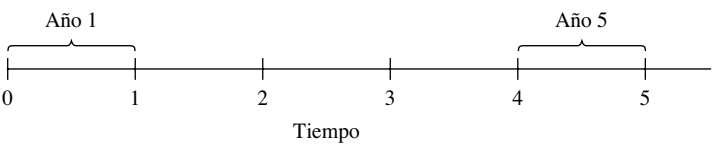
La convención de final de periodo implica la suposición de que todos los flujos de efectivo ocurren al final de un periodo de interés. Si varios ingresos y desembolsos se llevan a cabo dentro de un periodo de interés determinado, se da por supuesto que el flujo de efectivo *neto* ocurre al final del periodo de interés.

Sin embargo, debe quedar claro que aunque las cantidades F o A por convención se localizan al final del periodo de interés, el final del periodo no necesariamente es el 31 de diciembre. En el ejemplo 1.12, el depósito se hizo el 1 de julio de 2002, y los retiros se harían el 1 de julio de cada uno de los siguientes 10 años. Así, fin de periodo significa fin del periodo de interés, no fin del año calendario.

El *diagrama de flujo de efectivo* constituye una herramienta muy importante en un análisis económico, en particular cuando la serie del flujo de efectivo es compleja. Se trata de una representación gráfica de los flujos de efectivo trazados sobre una escala de tiempo. El diagrama incluye los datos conocidos, los datos estimados y la información que se necesita. Es decir, que una vez que el diagrama de flujo de efectivo se encuentra completo, otra persona debería ser capaz de abordar el problema a partir del mismo.

El tiempo del diagrama de flujo $t = 0$ es el presente, y $t = 1$ es el final del periodo 1. Por ahora, supondremos que los periodos se expresan en años. La escala de tiempo de la figura 1.7 abarca 5 años. Ya que la convención de final de año ubica los flujos de efectivo al final de cada año, el “1” indica el final del año 1.

Figura 1.7
Escala típica de tiempo de flujo de efectivo durante 5 años.



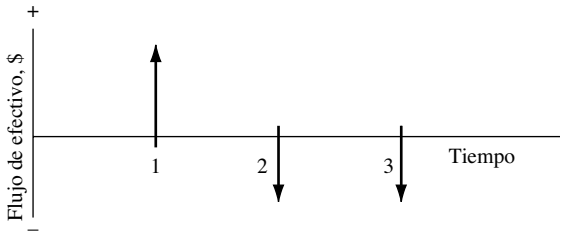
Aunque no es necesario trazar una escala exacta en el diagrama de flujo de efectivo, probablemente se evitarán muchos errores si se elabora un diagrama claro para aproximar la escala del tiempo y de las magnitudes relativas de los flujos de efectivo.

La dirección de las flechas del diagrama de flujo de efectivo resulta importante. Una flecha vertical que apunta hacia arriba indica un flujo de efectivo positivo. Por el contrario, una flecha que apunta hacia abajo indica un flujo de efectivo negativo. La figura 1.8 ilustra un ingreso (entrada de efectivo) al final del año 1 y desembolsos iguales (salidas de efectivo) al final de los años 2 y 3.

Antes de dibujar un diagrama de flujo de efectivo y colocar un signo en él, es necesario determinar la perspectiva o punto de vista. Como ejemplo, si una persona obtiene un préstamo de \$2 500 para comprar en efectivo una Harley-Davidson usada de \$2 000 y utiliza el resto para pagar un trabajo de pintura, pueden adoptarse diferentes perspectivas. Las perspectivas, los signos del flujo de efectivo y las cantidades son las siguientes.

Perspectiva	Flujo de efectivo, \$
Sociedad de crédito	-2 500
La persona como prestatario	+2 500
La persona como comprador de la motocicleta, y como cliente del servicio de pintura	-2 000
Distribuidor de motocicletas usadas	+2 000
Propietario del taller de pintura	+500

Figura 1.8
Ejemplo de flujos de efectivo positivo y negativo.



EJEMPLO 1.15

Reconsidere el ejemplo 1.10, donde se solicita un préstamo $P = \$10\,000$ al 8% anual y se pretende determinar F después de 5 años. Construya el diagrama de flujo de efectivo.

Solución

La figura 1.9 muestra el diagrama de flujo de efectivo desde el punto de vista del prestatario. La suma actual P constituye una entrada de efectivo del principal del préstamo en el año 0, y la cantidad futura F es la salida de efectivo correspondiente al pago de la deuda al final del año 5. La tasa de interés debe indicarse en el diagrama.

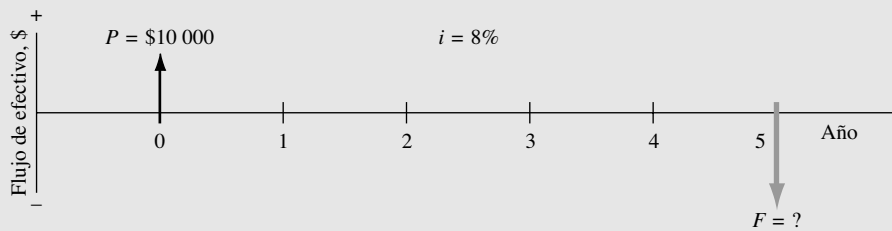
**Figura 1.9**

Diagrama de flujo de efectivo (ejemplo 1.15).

EJEMPLO 1.16

Cada año Exxon-Mobil gasta cantidades de dinero importantes en sistemas mecánicos de seguridad en sus operaciones alrededor del mundo. Carla Ramos, ingeniera industrial para las operaciones que se llevan a cabo en México y América Central, programa gastos de un millón de dólares ahora y en cada uno de los siguientes cuatro años, exclusivamente para el mejoramiento de válvulas de alivio de presión industriales. Construya el diagrama de flujo de efectivo para determinar el valor equivalente de dichos gastos al final del año 4, utilizando un costo del capital estimado para fondos seguros al 12% anual.

Solución

La figura 1.10 muestra la serie de flujos de efectivo negativos y uniformes (gastos) durante 5 periodos, así como el valor desconocido de F (flujo de efectivo positivo equivalente) exactamente en el mismo momento que el quinto gasto. Como los gastos comienzan a

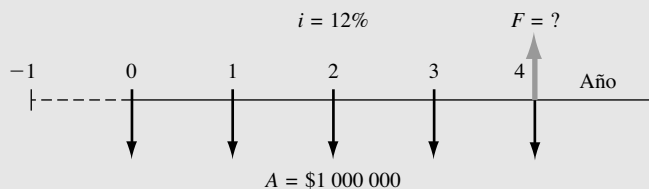
**Figura 1.10**

Diagrama de flujo de efectivo (ejemplo 1.16).

hacerse de inmediato, el primer millón de dólares aparece en el tiempo cero, no en el tiempo 1. Por lo tanto, el último flujo de efectivo negativo aparece al final del cuarto año, cuando también se presenta F . Para que este diagrama se asemeje al de la figura 1.9, con cinco años completos en la escala del tiempo, se agrega el año -1 antes del año 0 para completar el diagrama con 5 años completos. Esta adición demuestra que el año 0 es el punto que representa el final del periodo del año -1 .

EJEMPLO 1.17

Un padre desea depositar una cantidad única desconocida en una oportunidad de inversión 2 años después de hoy, suficiente como para retirar \$4 000 anuales que destinará para pagar la universidad durante 5 años comenzando dentro de 3 años. Si se estima que la tasa de rendimiento es de 15.5% anual, construya el diagrama de flujo de efectivo.

Solución

La figura 1.11 muestra los flujos de efectivo desde la perspectiva del padre. El valor presente P es una salida de efectivo dentro de 2 años por determinar ($P = ?$). Note que este valor presente no ocurre en el tiempo $t = 0$, sino en un periodo anterior al primer valor A de \$4 000, que constituye la entrada de efectivo del padre.

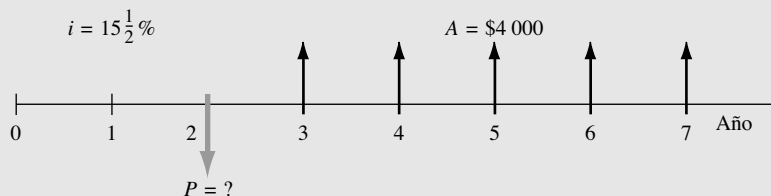


Figura 1.11

Diagrama de flujo de efectivo (ejemplo 1.17).

Ejemplos adicionales 1.19 y 1.20.

1.11 REGLA DEL 72: ESTIMACIONES DEL TIEMPO Y TASA DE INTERÉS PARA DUPLICAR UNA CANTIDAD DE DINERO

A veces resulta útil calcular el número de años n o la tasa de retorno i que se requiere para duplicar una cantidad de flujo de efectivo única. Para calcular i o n , dado uno de los valores, se puede aplicar la *regla del 72* para tasas de interés compuesto. Los cálculos son sencillos. El tiempo que se requiere para que una única cantidad inicial se duplique con un interés compuesto es aproximadamente igual a 72 dividido entre la tasa de retorno expresada como porcentaje.

$$n \text{ estimado} = \frac{72}{i} \quad [1.9]$$

TABLA 1.4 Estimaciones de tiempos para duplicación aplicando la regla del 72 y el tiempo real con cálculos de interés compuesto

Tasa de retorno, % anual	Tiempo para duplicación (años)	
	Estimación por la regla del 72	Años reales
1	72	70
2	36	35.3
5	14.4	14.3
10	7.2	7.5
20	3.6	3.9
40	1.8	2.0

Por ejemplo, una cantidad actual tardaría en duplicarse aproximadamente $72/5 = 14.4$ años a una tasa de interés del 5% anual. (El tiempo real que se requiere es de 14.3 años, como se demostrará en el capítulo 2.) En la tabla 1.4 se comparan los tiempos estimados a partir de la regla del 72 con los tiempos reales que se requieren para llevar a cabo la duplicación a diferentes tasas compuestas. Como puede verse, se obtienen buenas estimaciones.

Por otra parte, la tasa compuesta i , expresada en porcentaje, necesaria para que el dinero se duplique en un periodo específico n se calcula dividiendo 72 entre el valor conocido de n .

$$i \text{ estimada} = \frac{72}{n} \quad [1.10]$$

Por ejemplo, para duplicar cierta cantidad de dinero en un periodo de 12 años, se requeriría una tasa de retorno compuesta de aproximadamente $72/12 = 6\%$ anual. La respuesta exacta es 5.946% anual.

Si la tasa de interés es simple, se puede utilizar de forma análoga una regla del 100. En tal caso, las respuestas que se obtienen siempre serán exactas. Como ejemplo, el dinero se duplica exactamente en 12 años al $100/12 = 8.33\%$ de interés simple; o bien, se duplica exactamente en $100/5 = 20$ años al 5% de interés simple.

1.12 APLICACIÓN DE LA HOJA DE CÁLCULO: INTERÉS SIMPLE Y COMPUESTO Y ESTIMACIONES DE FLUJOS DE EFECTIVO VARIABLES



El ejemplo siguiente demuestra la forma en que se aplica la hoja de cálculo de Excel para obtener valores futuros equivalentes. Un elemento clave consiste en el empleo de relaciones matemáticas desarrolladas en las celdas para llevar a cabo un análisis de sensibilidad con estimaciones variables de flujo de efectivo y de tasas de interés. Responder estas preguntas básicas con cálculos hechos a mano consumen demasiado tiempo; la hoja de cálculo facilita el trabajo.

EJEMPLO 1.18

Una empresa de arquitectura ubicada en Japón pidió a un grupo de ingeniería de programas de computadora en Estados Unidos, que infunda la capacidad sensora del SIG (sistema de información geográfica) vía satélite a los programas de vigilancia de estructuras altas, con el fin de detectar movimientos horizontales con una intensidad superior a la esperada. Este programa de cómputo podría resultar muy beneficioso para advertir contra movimientos telúricos serios en las áreas propensas a temblores en Japón y Estados Unidos. Se estima que la inclusión de datos exactos del SIG incrementa los ingresos anuales sobre los ingresos actuales del sistema en \$200 000 por cada uno de los siguientes 2 años, y \$300 000 por cada uno de los años 3 y 4. Las perspectivas del proyecto abarcan apenas 4 años debido a los rápidos avances mundiales en los programas de software para vigilancia de edificios. Elabore las hojas de cálculo para responder las siguientes preguntas.

- Determine el valor futuro equivalente en el año 4 de los flujos de efectivo incrementados con una tasa de retorno de 8% anual. Proporcione respuestas tanto para el interés simple como para el interés compuesto.
- Repita las instrucciones del inciso a) si las estimaciones del flujo de efectivo en los años 3 y 4 se incrementan de \$300 000 a \$600 000.
- El gerente de finanzas de la compañía estadounidense desea contemplar los efectos de una inflación de 4% anual en el análisis del inciso a). Como se señaló en la sección 1.4, la inflación reduce la tasa de rendimiento real. Para una tasa de rendimiento del 8%, una tasa de inflación compuesta de 4% anual reduce el rendimiento a 3.85% anual.

Solución por computadora

Las figuras 1.12a-c muestran las soluciones. Las tres hojas de cálculo contienen la misma información; pero los valores de las celdas se han alterado según lo requiera la pregunta. (En realidad, todas las preguntas planteadas aquí se pueden contestar en una sola hoja de cálculo simplemente cambiando cantidades. Las tres hojas de cálculo se muestran exclusivamente con fines explicativos.)

Las funciones de Excel se construyen tomando como referencia las celdas, no los valores mismos, de tal manera que el análisis de sensibilidad se lleve a cabo sin necesidad de modificar la función. Este enfoque considera el valor en una celda como una *variable global* para la hoja de cálculo. Por ejemplo, en todas las funciones, la tasa del 8% (de interés simple o compuesto) en la celda B4 se designará con B4, no con 8%. Por consiguiente, un cambio en la tasa sólo requiere una modificación en la entrada de la celda B4, no en cada relación y función de la hoja de cálculo donde se utilice el 8%. Las relaciones clave de Excel se especifican en las etiquetas de las celdas.

- 8% de interés simple.* Las respuestas aparecen en las columnas C y D de la figura 1.12a. El interés simple ganado cada año (columna C) incorpora la ecuación [1.15] un año a la vez, en la relación de interés, utilizando exclusivamente las cantidades de flujo de efectivo al fin de año (FA) (\$200,000 o \$300,000) para determinar el interés para el próximo año. Dicho interés se suma al interés de todos los años anteriores. En unidades de \$1,000,

$$\text{Año 2: } C13 = B12 * B4 = \$200(0.08) = \$16 \text{ (véase la etiqueta de la celda)}$$

$$\text{Año 3: } C14 = C13 + B13 * B4 = \$16 + 200(0.08) = \$32$$

Microsoft Excel - Example 1.18(a-c)

File Edit View Insert Format Tools Data Window Help

100%

A22

	A	B	C	D	E	F	G	H
1			Ejemplo 1.18 (contiene tres hojas de cálculo)					
2			Parte a) - Determine F en el año 4					
3								
4	Tasa de rendimiento	8.00%						
5								
6								
7			Interés simple		Interés compuesto			
8				Flujo de efectivo		Flujo de efectivo		
9	Final del año		Interés ganado	FA equivalente	Interés ganado	FA equivalente		
10	(FA)	Flujo de efectivo	durante el año	acumulado	durante el año	acumulado		
11	0	\$ -		\$ 200,000		\$ 200,000		
12	1	\$ 200,000	\$ -	\$ 416,000	\$ -	\$ 416,000		
13	2	\$ 200,000	\$ 16,000	\$ 748,000	\$ 16,000	\$ 749,280		
14	3	\$ 300,000	\$ 32,000	\$ 1,104,000	\$ 33,280	\$ 1,109,222		
15	4	\$ 300,000	\$ 56,000		\$ 59,942			
16	Total	\$ 1,000,000	\$ 104,000		\$ 109,222			
17								
18								
19								
20								
21								

Ready

Formulas shown in the image:

- $=B15+E15+F14$
- $=F14*B4$
- $=B12*B4$
- $=C14+B14*B4$
- $=SUM(B15:C15)+D14$

Microsoft Excel - Example 1.18(a-c)

File Edit View Insert Format Tools Data Window Help

114%

A22

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2			b) Determine F con las columnas de flujo de efectivo incrementadas					
3								
4	Tasa de rendimiento	8.00%						
5								
6								
7			Interés simple		Interés compuesto			
8				Flujo de efectivo		Flujo de efectivo		
9	Final del año		Interés ganado	FA equivalente	Interés ganado	FA equivalente		
10	(FA)	Flujo de efectivo	durante el año	acumulado	durante el año	acumulado		
11	0	\$ -		\$ 200,000		\$ 200,000		
12	1	\$ 200,000	\$ -	\$ 416,000	\$ -	\$ 416,000		
13	2	\$ 200,000	\$ 16,000	\$ 1,048,000	\$ 16,000	\$ 1,049,280		
14	3	\$ 600,000	\$ 32,000	\$ 1,728,000	\$ 33,280	\$ 1,733,222		
15	4	\$ 600,000	\$ 80,000		\$ 83,942			
16	Total	\$ 1,600,000	\$ 128,000		\$ 133,222			
17								
18								
19								
20								
21								

Ready

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3							
4	Tasa de rendimiento	3.85%					
5							
6							
7							
8							
9	Final del año						
10	(FA)	Flujo de efectivo	Interés ganado	Flujo de efectivo	Interés ganado	Flujo de efectivo	
11	0	\$ -	durante el año	FA equivalente	durante el año	FA equivalente	
12	1	\$ 200,000		acumulado		acumulado	
13	2	\$ 200,000	\$ -		\$ -	\$ 200,000	
14	3	\$ 300,000	\$ 7,700	\$ 407,700	\$ 7,700	\$ 407,700	
15	4	\$ 300,000	\$ 15,400	\$ 723,100	\$ 15,896	\$ 723,396	
16	Total	\$ 1,000,000	\$ 26,850	\$ 1,050,050	\$ 27,851	\$ 1,051,247	
17							
18							
19							

Figura 1.12

Solución en hoja de cálculo incluyendo un análisis de sensibilidad (ejemplo 1.18a-c).

Año 4: $C15 = C14 + B14 \cdot B4 = \$32 + 300(0.08) = \$56$ (véase la etiqueta de la celda)

Recordemos que un signo = debe preceder a cada relación o función de la hoja de cálculo. La celda C16 contiene la función $SUM(C12:C15)$, la cual presenta el interés simple total de \$104,000 durante los cuatro años. El valor futuro se encuentra en D15, y es de $F = \$1,104,000$, el cual incluye la cantidad acumulada de todos los flujos de efectivo y todos los intereses simples. En unidades de \$1,000, las funciones del ejemplo son:

Año 2: $D13 = SUM(B13:C13) + D12 = (\$200 + 16) + 200 = \$416$

Año 4: $D15 = SUM(B15:C15) + D14 = (\$300 + 56) + 748 = \$1,104$

8% de interés compuesto. Consulte las columnas E y F de la figura 1.12a. La estructura de la hoja de cálculo es la misma, salvo por el hecho de que la ecuación [1.6] se encuentra incorporada en los valores del interés compuesto de la columna E; de esta manera, el interés se añade al interés ganado. El interés de 8% se basa en un flujo de efectivo acumulado al final del año anterior. En unidades de \$1,000,

Interés del año 2: $E13 = F12 * B4 = \$200(0.08) = \$16$
 Flujo de efectivo acumulado: $F13 = B13 + E13 + F12 = \$200 + 16 + 200 = \$416$

Interés del año 4: $E15 = F14 * B4 = \$749.28(0.08) = \$59.942$
 (véase la etiqueta de la celda)

Flujo de efectivo acumulado: $F15 = B15 + E15 + F14$
 $= \$300 + 59.942 + 749.280 = \$1,109.222$

El valor futuro equivalente se encuentra en la celda F15, donde $F = \$1,109,222$ aparece en la pantalla.

Los flujos de efectivo equivalen a \$1,104,000 a una tasa de interés simple de 8%, y a \$1,109,222 a una tasa de interés compuesto de 8%. Si se utiliza una tasa de interés compuesto, el valor de F se incrementa por \$5,222.

Observe que no es posible utilizar la función VF en este caso, en virtud de que los valores de A no son los mismos durante los 4 años. En los siguientes capítulos aprenderemos cómo utilizar todas las funciones básicas de forma más versátil.

- b) Consulte la figura 1.12b. Con el objetivo de inicializar la hoja de cálculo con las dos estimaciones de flujo de efectivo incrementadas, se reemplazan los valores de \$300,000 en B14 y B15 con \$600,000. Todas las relaciones con la hoja de cálculo son idénticas; los nuevos valores del flujo de efectivo acumulado y de interés aparecen inmediatamente. Los valores equivalentes de F para el cuarto año se han incrementado para las tasas de interés simple y compuesto al 8% (D15 y F15, respectivamente).
- c) La figura 1.12c es idéntica a la hoja de cálculo de la figura 1.12a, salvo por el hecho de que la celda B4 ahora contiene una tasa de 3.85%. El valor correspondiente de F para el interés compuesto en F15 ha disminuido a \$1,051,247 de \$1,109,222 al 8%. Esto representa un efecto de la inflación de \$57,975 en sólo 4 años. No sorprende que los gobiernos, empresas, ingenieros e individuos se preocupen cuando la inflación se eleva y la moneda vale menos con el paso del tiempo.

Comentario

Cuando se trabaja con una hoja de cálculo de Excel, es posible desplegar en pantalla todas las entradas y funciones oprimiendo simultáneamente <Control> y <`>, que puede localizarse en la parte superior izquierda del teclado en la tecla <~>. Además, quizá resulte necesario ampliar algunas columnas para que aparezca todo el contenido de las funciones.

EJEMPLOS ADICIONALES

EJEMPLO 1.19

DIAGRAMAS DE FLUJO DE EFECTIVO

Una empresa dedicada al alquiler de equipo gastó \$2 500 en una nueva compresora de aire hace 7 años. El ingreso anual por concepto del alquiler de la compresora fue de \$750. Además, los \$100 gastados en mantenimiento durante el primer año aumentaron \$25 cada

año. La empresa tiene planes de vender la compresora al final del año siguiente en \$150. Construya el diagrama de flujo desde la perspectiva de la empresa.

Solución

Denote ahora como el tiempo $t = 0$. Los ingresos y costos para los años -7 a 1 (próximo año) aparecen en la siguiente tabla con los cálculos de flujo de efectivo neto efectuados mediante la ecuación [1.8]. Los flujos de efectivo neto (1 negativo y 8 positivos) aparecen en el diagrama de la figura 1.13.

Final del año	Ingresos	Costos	Flujo de efectivo neto
-7	\$ 0	\$2 500	\$-2 500
-6	750	100	650
-5	750	125	625
-4	750	150	600
-3	750	175	575
-2	750	200	550
-1	750	225	525
0	750	250	500
1	750 + 150	275	625

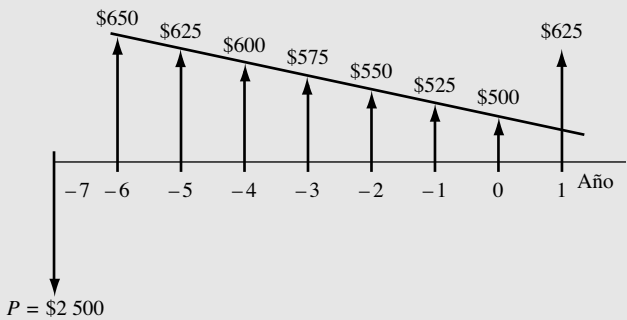


Figura 1.13
Diagrama de flujo de efectivo (ejemplo 1.19).

EJEMPLO 1.20

DIAGRAMAS DE FLUJO DE EFECTIVO

Claudia desea depositar una cantidad P de dinero ahora, de tal manera que pueda retirar una cantidad anual igual a $A_1 = \$2\,000$ anuales durante los primeros 5 años, empezando un año después del depósito, y desea retirar una cantidad anual diferente de $A_2 = \$3\,000$ los siguientes 3 años. ¿Cómo se vería el diagrama de flujo de efectivo si $i = 8.5\%$ anual?

Solución

La figura 1.14 muestra los diagramas de flujo de efectivo. El flujo de efectivo negativo de salida P se presenta ahora. El primer retiro (flujo de efectivo positivo de entrada) para la serie A_1 ocurre al final del año 1, y A_2 ocurre en los años 6 a 8.

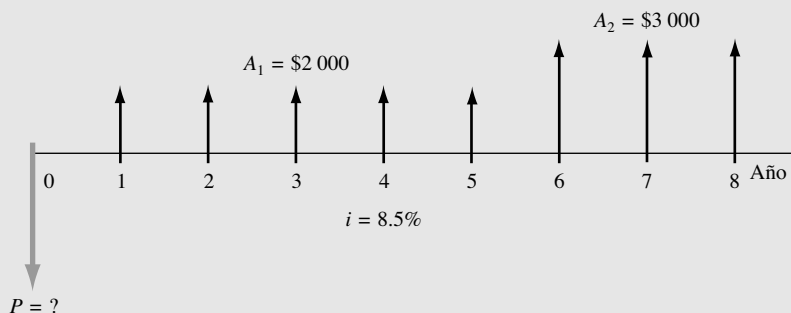
**Figura 1.14**

Diagrama de flujo de efectivo con dos diferentes series A (ejemplo 1.20).

RESUMEN DEL CAPÍTULO

La ingeniería económica es la aplicación de factores económicos y criterios para la evaluación de alternativas, tomando en cuenta el valor del dinero en el tiempo. El estudio de ingeniería económica implica el cálculo de una medida específica de valor económico de flujos de efectivo estimados durante un periodo determinado.

El concepto de *equivalencia* permite entender en términos económicos la igualdad de diferentes sumas de dinero en tiempos distintos. La diferencia entre interés simple (basado exclusivamente en el principal) e interés compuesto (basado en el principal y en el interés sobre el interés) se describió por medio de fórmulas, tablas y gráficas. Este poder de cálculo compuesto se nota particularmente a lo largo de periodos prolongados, como en el caso del efecto de la inflación aquí expuesto.

La TMAR constituye una tasa de rendimiento razonable establecida como tasa base para determinar si una alternativa es económicamente viable. La TMAR siempre es superior al rendimiento de una inversión segura.

Asimismo, también aprendimos lo siguiente respecto de los flujos de efectivo:

Las dificultades relativas a su estimación.

La diferencia entre el valor estimado y el valor real.

La convención de final de año para la ubicación de flujos de efectivo.

El cálculo del flujo de efectivo neto.

Las diferentes perspectivas para determinar el signo del flujo de efectivo.

La construcción de un diagrama de flujo efectivo.

PROBLEMAS

Conceptos básicos

- 1.1 ¿Qué significa el término *valor del dinero en el tiempo*?
- 1.2 Mencione tres factores intangibles.
- 1.3 a) ¿Qué quiere decir *criterio de evaluación*?
b) ¿Cuál es el criterio de evaluación principal que se usa en el análisis económico?
- 1.4 Liste tres criterios de evaluación, además del económico, para seleccionar el mejor restaurante.
- 1.5 Analice la importancia de *identificar* las alternativas en el proceso de la ingeniería económica.
- 1.6 ¿Cuál es la diferencia entre el interés simple y el compuesto?
- 1.7 ¿Qué significa *tasa mínima aceptable de rendimiento*?
- 1.8 ¿Cuál es la diferencia entre financiamiento con deuda y con capital propio? Dé un ejemplo de cada uno.

Tasa de interés y tasa de rendimiento

- 1.9 La compañía Trucking Giant Yellow Corp. acordó comprar a la empresa rival Roadway en \$966 millones a fin de reducir los costos denominados *indirectos de oficina*, por ejemplo los costos por nómina y seguros que tienen un monto de \$45 millones al año. Si los ahorros fueran los que se planearon, ¿cuál sería la tasa de rendimiento de la inversión?
- 1.10 Si las utilidades por cada acción de Ford Motor Company se incrementaron de 22 a 29 centavos en el trimestre entre abril y junio en comparación con el trimestre anterior, ¿cuál fue la tasa de incremento en las utilidades de dicho trimestre?

- 1.11 Una compañía que ofrece una gran variedad de servicios recibió un préstamo de \$2 millones para adquirir equipo nuevo y pagó el monto principal del crédito más \$275 000 de intereses después de un año. ¿Cuál fue la tasa de interés del préstamo?
- 1.12 Cierta empresa de ingeniería que diseña construcciones terminó el proyecto de un ducto por el que obtuvo una utilidad de \$2.3 millones en un año. Si la cantidad de dinero que invirtió la compañía fue de \$6 millones, ¿cuál fue la tasa de rendimiento de la inversión?
- 1.13 La compañía US Filter celebró un contrato, para una planta pequeña que desala agua, con el que espera obtener una tasa de rendimiento de 28% sobre su inversión. Si la empresa invirtió \$8 millones en equipo durante el primer año, ¿cuál fue el monto de la utilidad en dicho año?
- 1.14 Una compañía constructora que cotiza al público reportó que acababa de pagar un préstamo recibido un año antes. Si la cantidad total de dinero que pagó la empresa fue de \$1.6 millones y la tasa de interés sobre el préstamo fue de 10% anual, ¿cuánto dinero recibió en préstamo la compañía un año antes?
- 1.15 Una compañía química que comienza a operar se fijó la meta de obtener una tasa de rendimiento de al menos 35% anual sobre su inversión. Si la empresa adquirió \$50 millones como capital de riesgo, ¿cuánto debe percibir en el primer año?

Equivalencia

- 1.16 Con una tasa de interés de 8% por año, ¿a cuánto equivalen \$10 000 de hoy, a) dentro de un año, y b) hace un año?
- 1.17 Una empresa mediana de consultoría en ingeniería trata de decidir si debe reemplazar su mobiliario de oficina ahora o esperar un

año para hacerlo. Si espera un año, se piensa que el costo será de \$16 000. Con una tasa de interés de 10% por año, ¿cuál sería el costo equivalente hoy?

- 1.18** ¿Con qué tasa de interés son equivalentes una inversión de \$40 000 hace un año y otra de \$50 000 hoy?
- 1.19** ¿Con qué tasa de interés equivalen \$100 000 de ahora a \$80 000 de hace un año?

Interés simple e interés compuesto

- 1.20** Ciertos certificados de depósito acumulan un interés simple de 10% anual. Si una compañía invierte ahora \$240 000 en dichos certificados para la adquisición dentro de tres años de una máquina nueva, ¿cuánto tendrá la empresa al final de ese periodo de tiempo?
- 1.21** Un banco local ofrece pagar un interés compuesto de 7% anual sobre las cuentas de ahorro nuevas. Un banco electrónico ofrece 7.5% de interés simple anual por un certificado de depósito a cinco años. ¿Cuál oferta resulta más atractiva para una empresa que desea invertir ahora \$1 000 000 para la expansión dentro de cinco años de una planta?
- 1.22** Badger Pump Company invirtió \$500 000 hace cinco años en una nueva línea de productos que ahora reeditúa \$1 000 000. ¿Qué tasa de rendimiento percibió la empresa sobre la base de *a*) interés simple, y *b*) interés compuesto?
- 1.23** ¿Cuánto tiempo tomará para que una inversión se duplique con 5% por año, con *a*) interés simple, y *b*) interés compuesto.
- 1.24** Una empresa que manufactura oxidantes termales regenerativos hizo una inversión hace diez años que ahora reeditúa \$1 300 000. ¿De cuánto fue la inversión inicial con una tasa de 15% anual de *a*) interés simple, y *b*) interés compuesto?

- 1.25** Es frecuente que las empresas reciban préstamos de dinero con acuerdos que requieren pagos periódicos exclusivamente por concepto de interés, para después pagar el monto principal del préstamo en una sola exhibición. Con un arreglo como éste, una compañía que manufactura productos químicos para control de olores obtuvo \$400 000 a pagar durante tres años al 10% de interés compuesto anual. ¿Cuál es la diferencia en la *cantidad total pagada* entre dicho acuerdo (identificado como plan 1) y el plan 2, con el cual la compañía no paga intereses mientras adeude el préstamo y lo paga después en una sola exhibición?

- 1.26** Cierta empresa que manufactura a granel mezcladores en línea planea solicitar un préstamo de \$1.75 millones para actualizar una línea de producción. Si obtiene el dinero ahora, puede hacerlo con una tasa de 7.5% de interés simple anual por cinco años. Si lo obtiene el año próximo, la tasa de interés será de 8% de interés compuesto anual, pero sólo será por cuatro años. *a*) ¿Cuánto interés (total) pagará en cada escenario, y *b*) ¿la empresa debe tomar el préstamo ahora o dentro de un año? Suponga que la cantidad total que se adeude se pagará cuando el préstamo venza, en cualquier caso.

Símbolos y hojas de cálculo

- 1.27** Defina los símbolos que se involucran si una compañía de construcción quiere saber cuánto dinero puede gastar dentro de tres años en lugar de gastar \$50 000 para adquirir un camión nuevo hoy, cuando la tasa es de 15% de interés compuesto anual.
- 1.28** Diga la finalidad de cada una de las siguientes funciones disponibles en Excel.
- a*) $FV(i\%, n, A, P)$
 - b*) $IRR(\text{first\_cell}:\text{last\_cell})$
 - c*) $PMT(i\%, n, P, F)$
 - d*) $PV(i\%, n, A, F)$

- 1.29** ¿Cuáles son los valores de los símbolos de ingeniería económica P , F , A , i y n , en las funciones de Excel siguientes? Use a ? para el símbolo por determinar.
- $FV(7\%, 10, 2\ 000, 9\ 000)$
 - $PMT(11\%, 20, 14\ 000)$
 - $PV(8\%, 15, 1\ 000, 800)$
- 1.30** Escriba el símbolo de ingeniería económica correspondiente a cada una de las funciones de Excel siguientes.
- PV
 - PMT
 - NPER
 - IRR
 - FV
- 1.31** ¿En qué circunstancias puede quedar en blanco cierto parámetro que no se aplica en una función disponible en Excel? ¿Cuándo debe colocarse una coma en su lugar?

TMAR y costo de capital

- 1.32** Clasifique como segura o riesgosa cada una de las inversiones siguientes.
- Negocio de restaurante nuevo
 - Cuenta de ahorros en un banco
 - Certificado de depósito
 - Bono del gobierno
 - Idea de un pariente para *hacerse rico rápido*.
- 1.33** Clasifique cada uno de los financiamientos que siguen como capital propio o con deuda.
- Dinero de ahorros
 - Dinero de un certificado de depósito
 - Dinero de un familiar que es socio del negocio
 - Préstamo bancario
 - Tarjeta de crédito
- 1.34** Ordene de mayor a menor las siguientes tasas de rendimiento o interés: bono del gobierno, bono corporativo, tarjeta de crédito, préstamo bancario para negocio nuevo, interés sobre cuenta de cheques.

- 1.35** Califique de mayor a menor las tasas de interés que siguen: costo de capital, tasa de rendimiento aceptable sobre una inversión riesgosa, tasa mínima aceptable de rendimiento, tasa de rendimiento sobre una inversión segura, interés sobre una cuenta de cheques, interés sobre una cuenta de ahorros.
- 1.36** Cinco proyectos diferentes tienen tasas de rendimiento calculadas de 8, 11, 12.4, 14 y 19% por año. Una ingeniera quiere saber cuáles proyectos aceptar sobre la base de la tasa de rendimiento. Ella sabe gracias al departamento de finanzas que por lo general se usan fondos de la compañía, lo cual tiene un costo de capital de 18% por año, para financiar el 25% del capital de todos los proyectos. Después se le comunicó que el dinero obtenido por préstamos cuesta actualmente 10% por año. Si la TMAR se establece exactamente con el costo promedio ponderado del capital, ¿cuáles proyectos debieran aceptarse?

Flujos de efectivo

- 1.37** ¿Qué significa la convención del final del periodo?
- 1.38** Identifique los siguientes flujos de entrada o salida de efectivo para Daimler-Chrysler: impuesto sobre la renta, interés sobre un préstamo, valor de rescate, reembolsos a los distribuidores, ingresos por ventas, servicios de contabilidad, reducciones de costo.
- 1.39** Construya un diagrama de flujo para los siguientes flujos de efectivo: flujo de salida de \$10 000 en el tiempo cero, flujo de salida de \$3 000 anual entre los años 1 y 3, y flujo de entrada de \$9 000 entre los años 4 y 8 con una tasa de interés de 10% anual y un monto futuro desconocido en el año 8.
- 1.40** Construya un diagrama de flujo para encontrar el valor presente de un flujo de salida futuro de \$40 000 en el año 5, con una tasa de interés de 15% anual.

Duplicación del valor

- 1.41** Use la regla del 72 para calcular el tiempo que tomaría para que una inversión inicial de \$10 000 creciera a \$20 000, con una tasa de interés compuesto de 8% anual.
- 1.42** Calcule el tiempo que se requiere (de acuerdo con la regla del 72) para que el dinero se cuadruplique con una tasa de interés compuesto de 9% anual.
- 1.43** Utilice la regla del 72 para estimar la tasa de interés que se necesitaría para que \$5 000 se convirtieran en \$10 000 en cuatro años.
- 1.44** Si usted tiene ahora \$62 500 en su cuenta de ahorros para el retiro y quiere jubilarse cuando en ésta haya \$2 000 000, calcule la tasa de rendimiento que debe ganar la cuenta para retirarse dentro de 20 años sin agregar más dinero a la cuenta.

PROBLEMAS DE REPASO FI

- 1.45** Un ejemplo de factor intangible es
 a) Impuestos
 b) Costo de materiales
 c) Moral
 d) Renta
- 1.46** El tiempo que tomaría que el dinero se duplicara con una tasa de interés simple de 5% anual es muy cercano a
 a) 10 años
 b) 12 años
 c) 15 años
 d) 20 años
- 1.47** Con una tasa de interés compuesto de 10% anual, \$10 000 de hace un año ahora equivalen a
 a) \$8 264
 b) \$9 091
 c) \$11 000
 d) \$12 100
- 1.48** Una inversión de \$10 000 de hace nueve años acumuló \$20 000 de ahora. La tasa de interés compuesto ganada sobre la inversión está muy próxima a
 a) 6%
 b) 8%
 c) 10%
 d) 12%
- 1.49** En la mayor parte de los estudios de ingeniería económica, la mejor alternativa es aquella que
 a) Durará el mayor tiempo
 b) Es más fácil de implantar
 c) Cuesta menos
 d) Es más correcta políticamente
- 1.50** El costo de la colegiatura en cierta universidad pública fue de \$160 por hora-crédito hace cinco años. El costo actual (cinco años exactos después) es de \$235. La tasa anual de incremento se encuentra muy próxima a
 a) 4%
 b) 6%
 c) 8%
 d) 10%

EJERCICIO AMPLIADO**EFFECTOS DEL INTERÉS COMPUESTO**

En un esfuerzo por mantenerse dentro de las normas de emisión de ruidos en el área de procesos, National Semiconductors necesita utilizar instrumentos de medición de ruidos. La compañía tiene planes de comprar nuevos sistemas portátiles al



final del próximo año a un costo de \$9 000 cada uno. National estima que el costo de mantenimiento será de \$500 anuales durante 3 años, después de los cuales los sistemas se desecharán a un costo de \$2 000.

Preguntas

1. Construya el diagrama de flujo de efectivo. Calcule el valor equivalente F después de 4 años, mediante cálculos a mano, para una tasa de interés compuesto de 8% anual.
2. Determine el valor de F en la pregunta 1 utilizando una hoja de cálculo.
3. Determine el valor de F si los costos de mantenimiento son de \$300, \$500 y \$1 000, en cada uno de los 3 años. ¿Cuánto ha cambiado el valor de F ?
4. Calcule el valor de F en la pregunta 1 en términos de los dólares que se necesitarán en el futuro con un ajuste de inflación del 4% anual. Esto incrementa la tasa de interés del 8% a 12.32% anual.

ESTUDIO DE CASO

DESCRIPCIÓN DE LAS ALTERNATIVAS PARA LA FABRICACIÓN DE REVESTIMIENTOS PARA REFRIGERADOR

Planteamiento del problema

Las fábricas grandes de refrigeradores como Whirlpool, General Electric, Frigidaire y otras pueden subcontratar el moldeo de sus revestimientos de plástico y tableros de puerta. Una de las principales empresas subcontratistas nacionales es Innovations Plastics. Se espera que aproximadamente en 2 años el mejoramiento de las propiedades mecánicas permita que el plástico moldeado soporte cargas verticales y horizontales cada vez mayores, lo cual reduciría significativamente la necesidad de las bisagras metálicas en alguna estantería. Sin embargo, para ingresar al mercado se requerirá equipo de moldeo de mejor calidad. El presidente de la compañía desea una recomendación sobre si Innovations debería pensar en ofrecer la nueva tecnología a los principales fabricantes, así como una estimación de la inversión de capital necesaria para entrar al mercado tempranamente.

Usted trabaja como ingeniero para Innovations. En esta etapa, no se espera que usted lleve a cabo un análisis económico de ingeniería completo, en virtud de

que no hay suficiente información disponible. Se le pide que formule alternativas razonables, que determine los datos y estimaciones necesarios para cada alternativa y establezca los criterios (económicos y no económicos) que deben aplicarse para tomar la decisión final.

Información

Alguna información útil en este momento es la siguiente:

- Se espera que la tecnología y el equipo continúen vigentes aproximadamente 10 años antes de que se desarrollen nuevos métodos.
- La inflación y los impuestos sobre la renta no se tomarán en cuenta en el análisis.
- Los rendimientos esperados sobre el capital de inversión utilizados para los últimos tres proyectos tecnológicos fueron las tasas de interés compuesto del 15, 5 y 18%. La tasa de 5% fue el criterio para mejorar un sistema de seguridad para empleados en un proceso existente de preparación de químicos.

- Un financiamiento de capital de patrimonio superior a los \$5 millones resulta imposible. La cantidad del financiamiento de deuda y su costo se desconocen.
- Los costos anuales de operación han promediado un 8% del costo inicial del equipo principal.
- El incremento de los costos anuales de capacitación y los requerimientos de salario para el manejo de los nuevos plásticos y del nuevo equipo de operación pueden variar de \$800 000 a \$1.2 millones de dólares.

Hay dos fábricas trabajando en la nueva generación de equipos. Estas dos opciones se designan como las alternativas A y B.

Ejercicios del estudio de caso

1. Aplique los primeros cuatro pasos del proceso de toma de decisiones para describir en líneas generales las alternativas e identifique los cálculos de naturaleza económica que se requerirán para elaborar un análisis de ingeniería económica para el presidente.
2. Identifique los factores y criterios no económicos que deben considerarse en el momento de elegir alternativa.
3. Durante la investigación que lleva a cabo con respecto a la alternativa B con el fabricante, usted se entera de que esta compañía ya ha diseñado el prototipo de una máquina de moldeo que ha vendido a una compañía en Alemania por \$3 millones (de dólares). En su investigación, usted descubre, además, que la empresa alemana no aprovecha toda la capacidad del equipo para fabricar revestimientos plásticos. La compañía quiere vender tiempo de uso del equipo a Innovations, para que ésta fabrique sus propios revestimientos y los distribuya en Estados Unidos. Esto podría facilitar una entrada temprana en el mercado de Estados Unidos. Considere ésta como la alternativa C y formule las estimaciones necesarias para evaluar C al mismo tiempo que las alternativas A y B.

CAPÍTULO 2

Factores: cómo el tiempo y el interés afectan al dinero

En el capítulo anterior aprendimos los conceptos básicos de la ingeniería económica y su papel en la toma de decisiones. El flujo de efectivo resulta fundamental en todo estudio económico. Los flujos de efectivo ocurren en muchas configuraciones y cantidades: valores únicos aislados, series que son uniformes y series que aumentan o disminuyen en cantidades o porcentajes constantes. El presente capítulo realiza deducciones para todos los factores utilizados comúnmente en la ingeniería económica, que toman en cuenta el valor del dinero en el tiempo.

La aplicación de los factores se ilustra mediante el empleo de sus formas matemáticas y de un formato de notación estándar. Se incluyen las funciones de las hojas de cálculo, para trabajar de manera rápida con las series de flujo de efectivo y para desarrollar análisis de sensibilidad.

El estudio de caso se enfoca en los impactos significativos que el interés compuesto y el tiempo tienen sobre el valor y la cantidad del dinero.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Objetivo general: deducir y usar los factores de ingeniería económica para explicar el valor del dinero en el tiempo.

Factores F/P y P/F

Factores P/A y A/P

Factores F/A y A/F

Interpole valores de factores

Factores P/G y A/G

Gradiente geométrico

Calcule i

Calcule n

Hojas de cálculo

Este capítulo ayudará al lector a:

1. Deducir y utilizar los factores de cantidad compuesta y de valor presente para pago único.
2. Deducir y aplicar los factores de valor presente y recuperación de capital de serie uniforme.
3. Deducir y emplear los factores de cantidad compuesta y fondo de amortización de serie uniforme.
4. Interpolación lineal para calcular el valor de un factor.
5. Deducir y usar los factores del valor presente de gradiente aritmético y de serie uniforme.
6. Deducir y aplicar las fórmulas de gradiente geométrico.
7. Determinar la tasa de interés (tasa de retorno) de una secuencia de flujos de efectivo.
8. Determinar el número de años requeridos para lograr la equivalencia en una secuencia de flujos de efectivo.
9. Desarrollar una hoja de cálculo para realizar análisis de sensibilidad básico mediante las funciones de la hoja de cálculo.

2.1 FACTORES DE PAGO ÚNICO (F/P Y P/F)

El factor fundamental en la ingeniería económica es el que determina la cantidad de dinero F que se acumula después de n años (o periodos), a partir de un valor único presente P con interés compuesto una vez por año (o por periodo). Recuerde que el interés compuesto se refiere al interés pagado sobre el interés. Por consiguiente, si una cantidad P se invierte en algún momento $t = 0$, la cantidad de dinero F_1 que se habrá acumulado en un año a partir del momento de la inversión a una tasa de interés de i por ciento anual será:

$$\begin{aligned} F_1 &= P + Pi \\ &= P(1 + i) \end{aligned}$$

donde la tasa de interés se expresa en forma decimal. Al final del segundo año, la cantidad de dinero acumulada F_2 es la cantidad acumulada después del año 1, más el interés desde el final del año 1, hasta el final del año 2 sobre la cantidad total F_1 .

$$\begin{aligned} F_2 &= F_1 + F_1 i \\ &= P(1 + i) + P(1 + i)i \end{aligned} \quad [2.1]$$

Ésta es la lógica que se utiliza en el capítulo 1 para el interés compuesto, de manera específica en los ejemplos 1.8 y 1.18. La cantidad F_2 se expresa como:

$$\begin{aligned} F_2 &= P(1 + i + i + i^2) \\ &= P(1 + 2i + i^2) \\ &= P(1 + i)^2 \end{aligned}$$

En forma similar, la cantidad de dinero acumulada al final del año 3, si se utiliza la ecuación [2.1], será:

$$F_3 = F_2 + F_2 i$$

Al sustituir $P(1 + i)^2$ por F_2 y simplificar, se obtiene

$$F_3 = P(1 + i)^3$$

De acuerdo con los valores anteriores, por inducción matemática es evidente que la fórmula puede generalizarse para n años de la siguiente manera:

$$F = P(1 + i)^n \quad [2.2]$$

El factor $(1 + i)^n$ se denomina *factor de cantidad compuesta de pago único* (FCCPU); pero en general se hace referencia a éste como el *factor F/P*. Éste es el factor de conversión que, cuando se multiplica por P , produce la cantidad futura F de una inversión inicial P después de n años, a la tasa de interés i . El diagrama de flujo de efectivo se muestra en la figura 2.1a.

Invierta la situación para calcular el valor P para una cantidad dada F que ocurre n periodos en el futuro. Tan sólo resuelva la ecuación [2.2] para P .

$$P = F \left[\frac{1}{(1 + i)^n} \right] \quad [2.3]$$

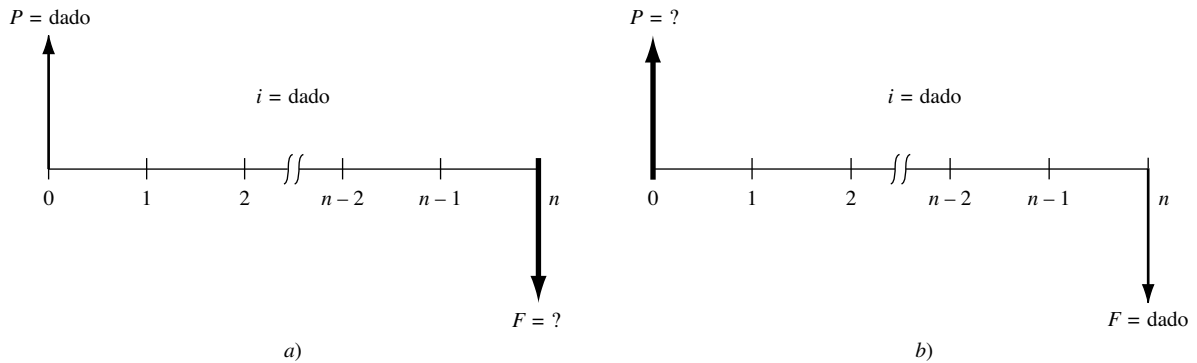


Figura 2.1

Diagrama de flujo de efectivo para factores de pago único: a) determine F y b) determine P .

La expresión entre corchetes se conoce como el *factor de valor presente de pago único* (FVPPU), o el *factor P/F* . Tal expresión determina el valor presente P de una cantidad futura dada F , después de n años a una tasa de interés i . El diagrama de flujo de efectivo se muestra en la figura 2.1b.

Observe que los dos factores derivados aquí son para *pago único*; es decir, se utilizan para encontrar la cantidad presente o futura cuando se tiene sólo un pago o recibo.

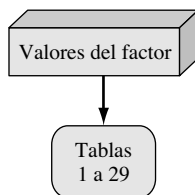
Se ha adoptado una notación estándar para todos los factores. La notación incluye dos símbolos de flujo de efectivo, la tasa de interés y el número de periodos. Siempre está en la forma general $(X/Y, i, n)$. La literal X representa lo que se busca; mientras que la literal Y representa lo que está dado. Por ejemplo, F/P significa *encuentre F cuando P está dado*. La i es la tasa de interés en porcentaje, y n representa el número de periodos implicados. En consecuencia, $(F/P, 6\%, 20)$ representa el factor que encuentra la cantidad futura F acumulada en 20 periodos si la tasa de interés es de 6% por periodo. La P está dada. La notación estándar, más simple de usar que las fórmulas y los nombres de los factores, se utilizará de aquí en adelante.

La tabla 2.1 resume la notación estándar y las ecuaciones para los factores F/P y P/F . Esta información también está incluida dentro de los forros.

Para simplificar los cálculos rutinarios de la ingeniería económica se han elaborado las tablas de valores del factor para tasas de interés desde 0.25 hasta 50%, y periodos del tiempo van desde 1 hasta grandes valores de n , dependiendo del valor i .

TABLA 2.1 Factores F/P y P/F : notación y ecuaciones

Factor		Encontrar /dado	Ecuación en notación estándar	Ecuación con fórmula de factor	Funciones de Excel
Notación	Nombre				
$(F/P, i, n)$	Cantidad compuesta pago único	F/P	$F = P(F/P, i, n)$	$F = P(1 + i)^n$	$FV(i\%, n, P)$
$(P/F, i, n)$	Valor presente pago único	P/F	$P = F(P/F, i, n)$	$P = F[1/(1 + i)^n]$	$PV(i\%, n, F)$



Estas tablas, que se encuentran al final del libro, están ordenadas de acuerdo con factores a lo largo de la parte superior y con el número de periodos n de manera descendente a la izquierda. La palabra *discreto* en el encabezado de cada tabla enfatiza el que dichas tablas utilizan la convención de final de periodo y que el interés es compuesto una vez cada periodo de interés. Para un factor, tasa de interés y tiempo dados, el valor correcto del factor se encuentra en la intersección del nombre del factor y n . Por ejemplo, el valor del factor $(P/F, 5\%, 10)$ se encuentra en la columna P/F de la tabla 10 en el periodo 10: 0.6139. Este valor se determina aplicando la ecuación [2.3].

$$\begin{aligned}
 (P/F, 5\%, 10) &= \frac{1}{(1+i)^n} \\
 &= \frac{1}{(1.05)^{10}} \\
 &= \frac{1}{1.6289} = 0.6139
 \end{aligned}$$



Para la *solución por computadora*, el valor F se calcula con la función VF usando el formato

$$VF(i\%, n, P)$$

Un signo = debe preceder a la función cuando se ingrese. La cantidad P se determina utilizando la función VP con el formato

$$VP(i\%, n, F)$$

Estas funciones se incluyen en la tabla 2.1. Consulte el apéndice A o la ayuda en línea de Excel para mayor información acerca de las funciones VF y VP. Los ejemplos 2.1 y 2.2 ilustran soluciones con computadora para ambas funciones.

EJEMPLO 2.1

Un ingeniero industrial recibió un bono de \$12 000 que desea invertir ahora. Quiere calcular el valor equivalente después de 24 años, cuando planea usar todo el dinero resultante como enganche o pago inicial de una casa de vacaciones en una isla. Suponga una tasa de retorno de 8% anual para cada uno de los 24 años. *a)* Determine la cantidad que puede pagar inicialmente, usando tanto la notación estándar como la fórmula de factor. *b)* Use una computadora para encontrar la cantidad antes mencionada.

a) Solución a mano

Los símbolos y sus valores son

$$P = \$12\,000 \quad F = ? \quad i = 8\% \text{ anual} \quad n = 24 \text{ años}$$

El diagrama de flujo de efectivo es el mismo que el de la figura 2.1a.

Notación estándar: Determine F usando el factor F/P para 8% y 24 años. La tabla 13 proporciona el valor del factor.

$$\begin{aligned}
 F &= P(F/P, i, n) = 12\,000(F/P, 8\%, 24) \\
 &= 12\,000(6.3412) \\
 &= \$76\,094.40
 \end{aligned}$$

Fórmula de factor: Aplique la ecuación [2.2] para calcular el valor futuro F :

$$\begin{aligned} F &= P(1 + i)^n = 12\,000(1 + 0.08)^{24} \\ &= 12\,000(6.341181) \\ &= \$76\,094.17 \end{aligned}$$

La ligera diferencia en las respuestas se debe al error de redondeo introducido por los valores de factor tabulados. Una interpretación equivalente de este resultado es que los \$12 000 actuales equivaldrán a \$76 094 después de 24 años de crecer al 8% por año, anualmente compuesto.

b) Solución por computadora

Para encontrar el valor futuro use la función VF que tiene el formato $\text{VF}(i\%, n, A, P)$. La hoja de cálculo se desplegará como la que se muestra en la figura 1.5a, excepto que la entrada de celda es $\text{VF}(8\%, 24, , 12\,000)$. El valor F desplegado por Excel aparece como (\$76,094.17) en rojo para indicar un flujo de efectivo de salida. La función VF realiza el cálculo $F = P(1 + i)^n = 12,000(1 + 0.08)^{24}$ y presenta la respuesta en la pantalla.



EJEMPLO 2.2

Hewlett-Packard realizó un estudio que indica que \$50 000 en la reducción de mantenimiento este año (es decir, año cero), en una línea de procesamiento, fue el resultado del mejoramiento de la tecnología de fabricación de circuitos integrados (CI), con base en diseños que cambian rápidamente.

- Si Hewlett-Packard considera que este tipo de ahorro vale un 20% anual, encuentre el valor equivalente de este resultado después de 5 años.
- Si el ahorro de \$50 000 en mantenimiento ocurre ahora, calcule su valor equivalente 3 años antes con un interés de 20% anual.
- Desarrolle una hoja de cálculo para responder los dos incisos anteriores a tasas compuestas de 20 y 5% anuales. De manera adicional, elabore una gráfica de barras en Excel que indique los valores equivalentes, en los tres diferentes momentos, para ambos valores de la tasa de rendimiento.

Solución

- El diagrama de flujo de efectivo aparece como en la figura 2.1a. Los símbolos y sus valores son

$$P = \$50\,000 \quad F = ? \quad i = 20\% \text{ anual} \quad n = 5 \text{ años}$$

Utilice el factor F/P para determinar F después de 5 años.

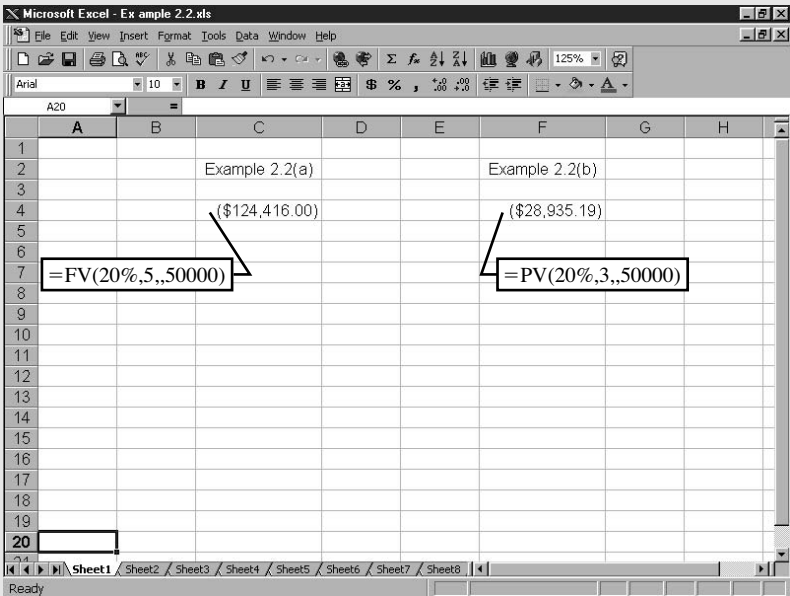
$$\begin{aligned} F &= P(F/P, i, n) = \$50,000(F/P, 20\%, 5) \\ &= 50,000(2.4883) \\ &= \$124,415.00 \end{aligned}$$

La función $\text{VF}(20\%, 5, , 50000)$ proporciona la misma respuesta. Véase la figura 2.2a, celda C4.

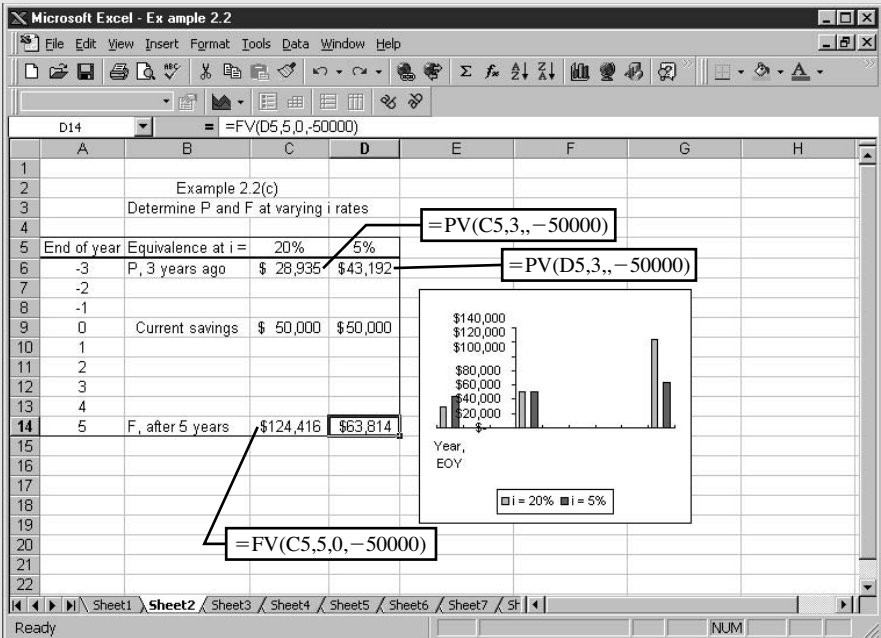
- En este caso, el diagrama de flujo de efectivo aparece como en la figura 2.1b, con F ubicado en el tiempo $t = 0$ y el valor P colocado 3 años antes en $t = -3$. Los símbolos y sus valores son

$$P = ? \quad F = \$50,000 \quad i = 20\% \text{ anual} \quad n = 3 \text{ años}$$





a)



b)

Figura 2.2
a) Hoja de cálculo Q-solv para el ejemplo 2.2a y b; b) hoja de cálculo completa con gráfica de barras, ejemplo 2.2.

Use el factor P/F para determinar P tres años antes.

$$\begin{aligned} P &= F(P/F, i, n) = \$50,000(P/F, 20\%, 3) \\ &= 50,000(0.5787) = \$28,935.00 \end{aligned}$$

Un enunciado equivalente es que \$28,935 de hace tres años es lo mismo que \$50,000 en la actualidad, que crecerá a \$124,415 dentro de cinco años, considerando una tasa de interés compuesto anual de 20% por cada año.

Use la función $VP(i\%, n, A, F)$ y omita el valor A . La figura 2.2a muestra el resultado de ingresar $VP(20\%, 3, , 50000)$ en la celda F4, que es lo mismo que utilizar el factor P/F .



Solución por computadora

- c) La figura 2.2b es una solución completa en hoja de cálculo con una tabla de valores y una gráfica de barras. Se emplean dos columnas para efectuar cálculos primero con 20 y 5%, de modo que sea posible tener la gráfica para comparar los valores F y P . La fila 14 muestra los valores F usando la función VF con el formato $VF(i\%, 5, 0, -50,000)$, donde los valores i se toman de las celdas C5 y D5. El valor futuro $F = \$124,416$ en la celda C14 es el mismo (considerando el redondeo) que el calculado líneas arriba. El signo menos para 50,000 asegura que el resultado sea un número positivo en la gráfica.

La función VP se utiliza para encontrar los valores P en la fila 6. Por ejemplo, el valor presente a 20% en el año -3 se determina en la celda C6 utilizando la función VP . El resultado $P = \$28,935$ es el mismo que el obtenido previamente al usar el factor P/F . La gráfica muestra visualmente la notable diferencia que generan, sobre el periodo de 8 años, tasas de 20 y de 5%.

EJEMPLO 2.3

Un consultor independiente en ingeniería examinó algunos registros y encontró que el costo de los suministros de oficina varía como se muestra en la gráfica circular de la figura 2.3. Si el ingeniero quiere conocer el valor equivalente en el año 10 sólo de las cantidades mayores, ¿cuál será éste a una tasa de interés de 5% anual?

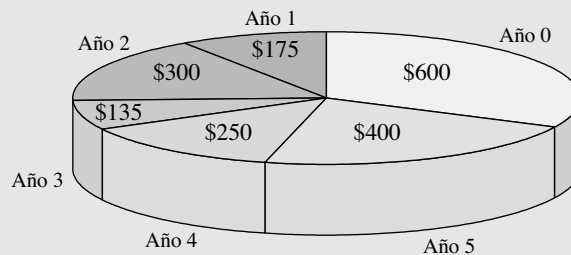


Figura 2.3

Gráfica circular de costos, ejemplo 2.3.

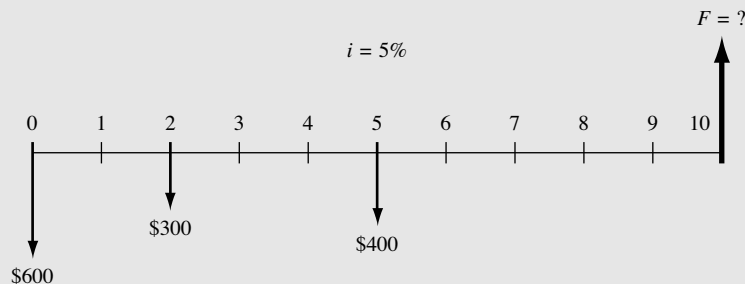


Figura 2.4

Diagrama para un valor futuro en el año 10, ejemplo 2.3.

Solución

Dibuje el diagrama de flujo de efectivo para los valores \$600, \$300 y \$400 desde la perspectiva del ingeniero (figura 2.4). Use factores F/P para encontrar F en el año 10.

$$\begin{aligned}
 F &= 600(F/P, 5\%, 10) + 300(F/P, 5\%, 8) + 400(F/P, 5\%, 5) \\
 &= 600(1.6289) + 300(1.4775) + 400(1.2763) \\
 &= \$1\,931.11
 \end{aligned}$$

El problema también puede resolverse encontrando el valor presente en el año 0 de los costos \$300 y \$400 con los factores P/F , y luego determinando el valor futuro del total en el año 10.

$$\begin{aligned}
 P &= 600 + 300(P/F, 5\%, 2) + 400(P/F, 5\%, 5) \\
 &= 600 + 300(0.9070) + 400(0.7835) \\
 &= \$1\,185.50 \\
 F &= 1\,185.50(F/P, 5\%, 10) = 1\,185.50(1.6289) \\
 &= \$1\,931.06
 \end{aligned}$$

Comentario

Debe ser evidente que existen diversas maneras de enfrentar el problema, puesto que puede utilizarse cualquier año para encontrar el total equivalente de los costos antes de encontrar el valor futuro en el año 10. Como ejercicio, resuelva el problema usando el año 5 para el total equivalente y luego determine la cantidad total en el año 10. Todas las respuestas deberán ser iguales, salvo por cierto error de redondeo.

2.2 FACTORES DE VALOR PRESENTE Y DE RECUPERACIÓN DE CAPITAL EN SERIES UNIFORMES (P/A Y A/P)

El valor presente P equivalente de una serie uniforme A de flujo de efectivo al final del periodo se muestra en la figura 2.5a. Puede determinarse una expresión para el

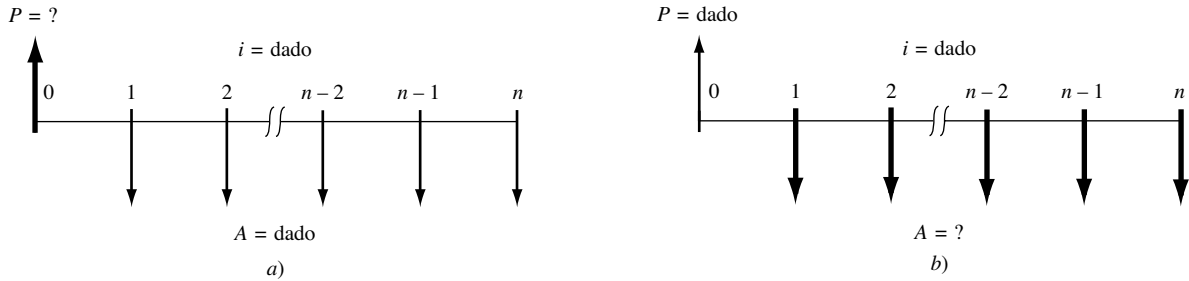


Figura 2.5

Diagramas de flujo de efectivo para determinar a) P de una serie uniforme y b) A para un valor presente.

valor presente considerando cada valor de A como un valor futuro F , calculando su valor presente con el factor P/F para luego sumar los resultados:

$$P = A \left[\frac{1}{(1+i)^1} \right] + A \left[\frac{1}{(1+i)^2} \right] + A \left[\frac{1}{(1+i)^3} \right] + \cdots + A \left[\frac{1}{(1+i)^{n-1}} \right] + A \left[\frac{1}{(1+i)^n} \right]$$

Los términos entre corchetes representan los factores P/F durante los años 1 hasta n , respectivamente. Si se factoriza A ,

$$P = A \left[\frac{1}{(1+i)^1} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \cdots + \frac{1}{(1+i)^{n-1}} + \frac{1}{(1+i)^n} \right] \quad [2.4]$$

Para simplificar la ecuación [2.4] y obtener el factor P/A , multiplique esta ecuación por el factor $(P/F, i\%, 1)$, el cual es $1/(1+i)$. Esto da como resultado la ecuación [2.5] que se presenta más abajo. Luego reste la ecuación [2.4] de la ecuación [2.5] y simplifique para obtener la expresión para P cuando $i \neq 0$ (ecuación [2.6]). Esta progresión es como sigue.

$$\frac{P}{1+i} = A \left[\frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \frac{1}{(1+i)^4} + \cdots + \frac{1}{(1+i)^n} + \frac{1}{(1+i)^{n+1}} \right] \quad [2.5]$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{1+i} P &= A \left[\frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \cdots + \frac{1}{(1+i)^n} + \frac{1}{(1+i)^{n+1}} \right] \\ -P &= A \left[\frac{1}{(1+i)^1} + \frac{1}{(1+i)^2} + \cdots + \frac{1}{(1+i)^{n-1}} + \frac{1}{(1+i)^n} \right] \end{aligned}$$

$$\frac{-i}{1+i} P = A \left[\frac{1}{(1+i)^{n+1}} - \frac{1}{(1+i)^1} \right]$$

$$P = \frac{A}{-i} \left[\frac{1}{(1+i)^n} - 1 \right]$$

$$P = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{n(1+i)^n} \right] \quad i \neq 0 \quad [2.6]$$

El término entre corchetes en la ecuación [2.6] es el factor de conversión referido como *factor de valor presente de serie uniforme* (FVPSU). Se trata del factor P/A utilizado para calcular el valor P *equivalente en el año 0* para una serie uniforme de final de periodo de valores A , que empiezan al final del periodo 1 y se extienden durante n periodos. El diagrama de flujo de efectivo es la figura 2.5a.

Para invertir la situación, se conoce el valor presente P y se busca la cantidad equivalente A de serie uniforme (figura 2.5b). El primer valor A ocurre al final del periodo 1, es decir, un periodo después de que P ocurre. Despeje A de la ecuación [2.6] para llegar a

$$A = P \left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right]$$

[2.7]

El término entre corchetes se denomina *factor de recuperación del capital* (FRC), o *factor A/P* . Con él se calcula el valor anual uniforme equivalente A durante n años de una P dada en el año 0, cuando la tasa de interés es i .

Estas fórmulas se derivan con el valor presente P y la primera cantidad anual uniforme A , con un año (o un periodo) de diferencia. Es decir, el valor presente P siempre debe localizarse un periodo antes de la primera A .

Los factores y su uso para encontrar P y A se resumen en la tabla 2.2, y en los forros interiores. Las notaciones estándar para estos dos factores son $(P/A, i\%, n)$ y $(A/P, i\%, n)$. Las tablas 1 a 29 al final del libro incluyen los valores de los factores. Como por ejemplo, si $i = 15\%$ y $n = 25$ años, el valor del factor P/A que registra en la tabla 19 es $(P/A, 15\%, 25) = 6.4641$. Esto encontrará el valor presente equivalente a 15% anual, para cualquier cantidad A que ocurra de manera uniforme desde el año 1 hasta el 25. Cuando la relación entre corchetes en la ecuación [2.6] se utiliza para calcular el factor P/A , el resultado es el mismo a excepción de ciertos errores de redondeo.

$$(P/A, 15\%, 25) = \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} = \frac{(1.15)^{25} - 1}{0.15(1.15)^{25}} = \frac{31.91895}{4.93784} = 6.46415$$

TABLA 2.2 Factores P/A y A/P : notación y ecuaciones					
Factor		Encontrar /dado	Fórmula del factor	Ecuación en notación estándar	Funciones de Excel
Notación	Nombre				
$(P/A, i, n)$	Series uniformes de valor presente	P/A	$\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$	$P = A(P/A, i, n)$	$PV(i\%, n, A)$
$(A/P, i, n)$	Recuperación de capital	A/P	$\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$	$A = P(A/P, i, n)$	$PMT(i\%, n, P)$

Las funciones de hoja de cálculo son capaces de calcular los valores P y A en vez de aplicar los factores P/A y A/P . La función VP que usamos en la sección anterior también calcula el valor P para una A dada a lo largo de n años, y un valor F en el año n , si se da éste. El formato, que se presenta en la sección 1.8, es

$$VP(i\%,n,A,F)$$

De manera similar, el valor A se determina utilizando la función PAGO para un valor P dado en el año 0 y una F aparte, si está dada. El formato es

$$PAGO(i\%,n,P,F)$$

La función PAGO se demostró en la sección 1.18 (figura 1.5b) y se usa en ejemplos posteriores. La tabla 2.2 incluye funciones VP y PAGO para P y A , respectivamente. El ejemplo 2.4 demuestra la función VP.



EJEMPLO 2.4

¿Cuánto dinero debería destinarse para pagar ahora por \$600 garantizados cada año durante 9 años, comenzando el próximo año, a una tasa de rendimiento de 16% anual?

Solución

El diagrama de flujo de efectivo (figura 2.6) se ajusta al factor P/A . El valor presente es:

$$P = 600(P/A, 16\%, 9) = 600(4.6065) = \$2\,763.90$$

La función $VP(16\%, 9, 600)$ ingresada en una celda de una hoja de cálculo desplegará la respuesta $P = \$2\,763.93$.

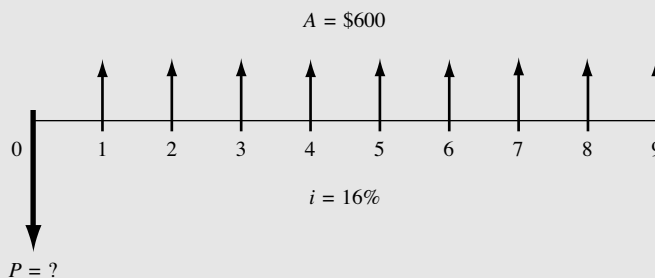


Figura 2.6

Diagrama para encontrar P usando el factor P/A , ejemplo 2.4.

Comentario

Otro método de solución consiste en utilizar los factores P/F para cada uno de los nueve pagos y agregar los valores presentes resultantes, para obtener la respuesta correcta. Otra forma es calcular el valor futuro F de los pagos de \$600 y luego encontrar el valor presente del valor F . Existen diversas formas de resolver un problema de ingeniería económica. Aquí sólo se presentan los métodos más directos.



2.3 DERIVACIÓN DEL FACTOR DE FONDO DE AMORTIZACIÓN Y EL FACTOR DE CANTIDAD COMPUESTA SERIE UNIFORME (A/F Y F/A)

La forma más simple de derivar el factor A/F consiste en sustituirlo en aquellos ya desarrollados. Por lo tanto, si P de la ecuación [2.3] se sustituye en la ecuación [2.7] resulta la siguiente fórmula:

$$A = F \left[\frac{1}{(1+i)^n} \right] \left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right]$$

$$A = F \left[\frac{i}{(1+i)^n - 1} \right] \quad [2.8]$$

La expresión entre corchetes de la ecuación [2.8] es el factor de fondo de amortización o A/F , el cual determina la serie de valor anual uniforme que sería equivalente a un valor futuro determinado F , lo cual se muestra gráficamente en la figura 2.7a.

La serie uniforme A se inicia al final del periodo 1 y continúa a lo largo del periodo de la F dada.

La ecuación [2.8] puede reordenarse para encontrar F para una serie A dada en los periodos 1 a n (figura 2.7b).

$$F = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] \quad [2.9]$$

El término entre corchetes se denomina el *factor de cantidad compuesta, serie uniforme* (FCCSU), o factor F/A . Cuando se multiplica por la cantidad anual uniforme A dada, produce el valor futuro de la serie uniforme. Es importante recordar que la cantidad futura F ocurre durante el mismo periodo que la última A .

La notación estándar sigue la misma forma que la de los otros factores. Éstas son $(F/A, i, n)$ y $(A/F, i, n)$. La tabla 2.3 resume las notaciones y las ecuaciones, que también se encuentran en los forros interiores de este libro. Las tablas 1 a 29 incluyen valores de los factores F/A y A/F .

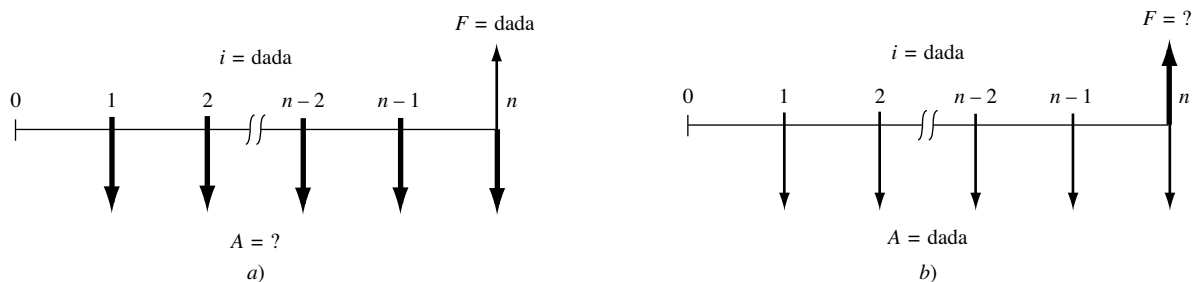


Figura 2.7

Diagramas de flujo de efectivo para a) determinar A dada F , y b) determinar F dada A .

TABLA 2.3 Factores F/A y A/F : notación y ecuaciones

Factor		Encontrar /dado	Fórmula del factor	Ecuación en notación estándar	Funciones de Excel
Notación	Nombre				
$(F/A, i, n)$	Cantidad compuesta serie uniforme	F/A	$\frac{(1+i)^n - 1}{i}$	$F = A(F/A, i, n)$	$\text{VF}(i\%, n, A)$
$(A/F, i, n)$	Fondo de amortización	A/F	$\frac{i}{(1+i)^n - 1}$	$A = F(A/F, i, n)$	$\text{PAGO}(i\%, n, F)$

Los factores de series uniformes se determinan simbólicamente mediante el uso de una forma de factor abreviada. Por ejemplo, $F/A = (F/P)(P/A)$, donde la cancelación de la P es correcta. Usando las fórmulas de factor se obtiene

$$(F/A, i, n) = [(1+i)^n] \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right] = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

El factor A/F en la ecuación [2.8] también puede derivarse a partir del factor A/P si se resta la i .

$$(A/F, i, n) = (A/P, i, n) - i$$

Esta relación se verifica de manera empírica en cualquier tabla del factor de interés en la parte final del texto, o matemáticamente si se simplifica la ecuación para derivar la fórmula del factor A/F . Esta relación se emplea más adelante para comparar alternativas con el método del valor anual.

Para la solución por computadora, la función VF de la hoja de cálculo determina F para una serie A dada durante n años. El formato es

$$\text{VF}(i\%, n, A, P)$$

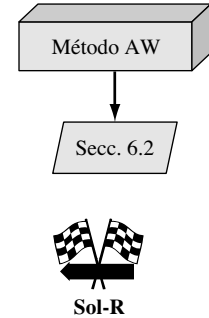
La P puede omitirse cuando no se da por separado algún valor presente. La función PAGO determina el valor A para n años, dado F en el año n y posiblemente un valor P por separado en el año 0. El formato es

$$\text{PAGO}(i\%, n, P, F)$$

Si P se omite, se debe ingresar la coma para que la computadora sepa que la última entrada es un valor F . Tales funciones se incluyen en la tabla 2.3. Los siguientes dos ejemplos incluyen las funciones VF y PAGO.

EJEMPLO 2.5

Formasa Plastics tiene grandes plantas de fabricación en Texas y Hong Kong. Su presidente quiere saber el valor futuro equivalente de una inversión de capital de \$1 millón cada año durante 8 años, empezando un año a partir de ahora. El capital de Formasa gana a una tasa del 14% anual.



**Solución**

El diagrama de flujo de efectivo (figura 2.8) muestra los pagos anuales que inician al final del año 1 y terminan en el año en que se desea calcular el valor futuro. Los flujos de efectivo se indican en unidades de \$1 000. El valor F en 8 años es

$$F = 1\,000(F/A, 14\%, 8) = 1\,000(13.2328) = \$13\,232.80$$

El valor futuro real será \$13 232 800. La función es VF(14%,8,1000000).

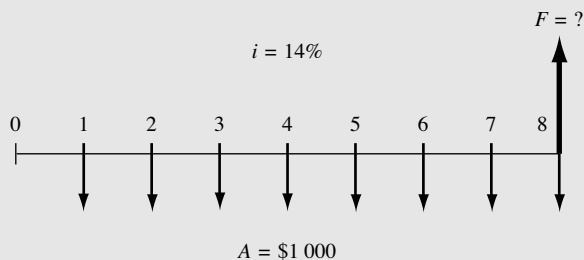
**Figura 2.8**

Diagrama para calcular F en una serie uniforme, ejemplo 2.5.

EJEMPLO 2.6

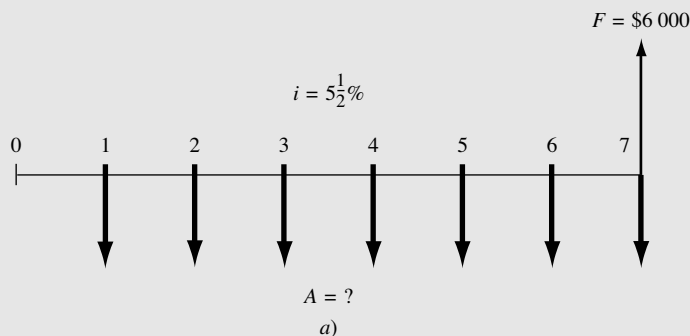
¿Cuánto dinero necesita depositar Carol cada año, empezando un año a partir de ahora, a $5\frac{1}{2}\%$ por año, para que pueda acumular \$6 000 en siete años?

Solución

El diagrama de flujo de efectivo desde la perspectiva de Carol (figura 2.9a) se ajusta al factor A/F .

$$A = \$6\,000(A/F, 5.5\%, 7) = 6\,000(0.12096) = \$725.76 \text{ por año}$$

El valor del factor A/F de 0.12096 se calculó utilizando la fórmula del factor de la ecuación [2.8]. De manera alternativa, use la función PAGO como se muestra en la figura 2.9b para obtener $A = \$725.79$ por año.

**Figura 2.9**

a) Diagrama de flujo de efectivo y b) función PAGO para calcular A , ejemplo 2.6.



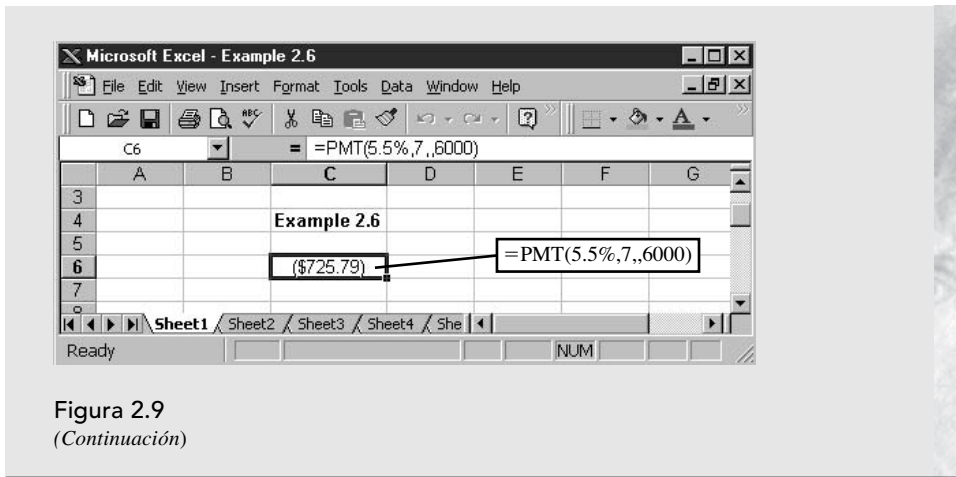


Figura 2.9
(Continuación)

2.4 INTERPOLACIÓN EN TABLAS DE INTERÉS

Cuando es necesario localizar el valor de un factor i o n que no se encuentra en las tablas de interés, el valor deseado puede obtenerse en una de dos formas: **1.** utilizando las fórmulas derivadas de las secciones 2.1 a 2.3, o bien, **2.** interpolando linealmente entre los valores tabulados. En general, es más fácil y más rápido emplear las fórmulas de una calculadora u hoja de cálculo que ya las tiene preprogramadas. Además, el valor obtenido a través de la interpolación lineal no es exactamente el valor correcto, ya que las ecuaciones son no lineales. Sin embargo, la interpolación resulta suficiente en la mayoría de los casos siempre y cuando los valores de i o n no estén muy distantes entre sí.

El primer paso en la interpolación lineal consiste en establecer los factores conocidos (valores 1 y 2) y desconocidos, como se muestra en la tabla 2.4. Se escribe entonces una ecuación de razones y se despeja para c , de la siguiente manera:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \text{o} \quad c = \frac{a}{b} d \quad [2.10]$$

donde a , b , c y d representan las diferencias entre los números que se muestran en las tablas de interés. El valor de c de la ecuación [2.10] se suma o se resta del valor 1, dependiendo de si el valor del factor está aumentando o disminuyendo, respectivamente. Los siguientes ejemplos ilustran el procedimiento recién descrito.

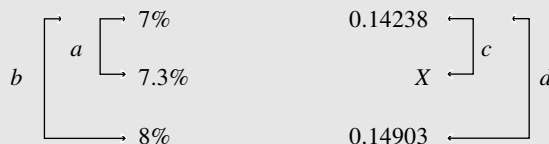
TABLA 2.4 Arreglo para la interpolación lineal			
i o n		Factor	
b	a tabulado	valor 1	c d
	deseado	no listado	
	tabulado	valor 2	

EJEMPLO 2.7

Determine el valor del factor A/P para una tasa de interés de 7.3% y n de 10 años, es decir, $(A/P, 7.3\%, 10)$.

Solución

Los valores del factor A/P para tasas de interés de 7 y 8% y $n = 10$ se indican en las tablas 12 y 13, respectivamente.



La variable desconocida X es el valor deseado del factor. De acuerdo con la ecuación [2.10],

$$\begin{aligned} c &= \left(\frac{7.3 - 7}{8 - 7} \right) (0.14903 - 0.14238) \\ &= \frac{0.3}{1} (0.00665) = 0.00199 \end{aligned}$$

Puesto que el valor del factor está aumentando conforme la tasa de interés se incrementa de 7 a 8%, el valor de c debe *agregarse* al valor del factor de 7%. Así,

$$X = 0.14238 + 0.00199 = 0.14437$$

Comentario

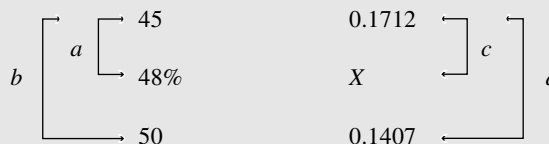
Se considera una buena práctica verificar lo razonable de la respuesta final comprobando que X se encuentre *entre* los valores de los factores conocidos en las proporciones correctas aproximadamente. En este caso, ya que 0.14437 es menor que 0.5 de la distancia entre 0.14238 y 0.14903, la respuesta parece razonable. Si se aplica la ecuación [2.7], el valor exacto del factor es 0.144358.

EJEMPLO 2.8

Determine el valor del factor $(P/F, 4\%, 48)$.

Solución

De acuerdo con la tabla 9 para un interés del 4%, los valores del factor P/F para 45 y 50 años se calcula de la siguiente manera:



Según la ecuación [2.10],

$$c = \frac{a}{b}(d) = \frac{48 - 45}{50 - 45} (0.1712 - 0.1407) = 0.0183$$

Puesto que el valor del factor disminuye conforme n aumenta, c se resta del valor del factor para $n = 45$.

$$X = 0.1712 - 0.0183 = 0.1529$$

Comentario

Aunque es posible realizar interpolaciones lineales por dos vías, es mucho más sencillo y más preciso utilizar la fórmula del factor o una función de hoja de cálculo.

2.5 FACTORES DE GRADIENTE ARITMÉTICO (P/G Y A/G)

Un *gradiente aritmético* es una *serie de flujos de efectivo* que aumenta o disminuye en una cantidad constante. Es decir, el flujo de efectivo, ya sea ingreso o desembolso, cambia por la misma cantidad aritmética cada periodo. La *cantidad* del aumento o de la disminución es el *gradiente*. Por ejemplo, si un ingeniero industrial predice que el costo del mantenimiento de un robot aumentará en \$ 500 anuales hasta que la máquina se desecha, hay una serie gradiente relacionada y la cantidad del gradiente es \$500.

Las fórmulas desarrolladas anteriormente para una serie A tienen cantidades de final de año de igual valor. En el caso de un gradiente, el flujo de efectivo de cada final de año es diferente, de manera que es preciso derivar nuevas fórmulas. Primero suponga que el flujo de efectivo al final del año 1 no forma parte de la serie del gradiente, sino que es una *cantidad base*. Esto es conveniente porque en las aplicaciones reales la cantidad base en general es mayor o menor que el aumento o la disminución del gradiente. Por ejemplo, si una persona compra un automóvil usado con una garantía de un año, se podría esperar que durante el primer año de operación tuviera que pagar tan sólo la gasolina y el seguro. Suponga que dicho costo es \$1 500; es decir, \$1 500 es la cantidad base. Después del primer año, la persona tendría que solventar el costo de las reparaciones, y razonablemente se esperaría que tales costos aumentaran cada año. Si se estima que los costos totales aumentarán en \$50 cada año, la cantidad al segundo año sería \$1 550, al tercero, \$1 600, y así sucesivamente hasta el año n , cuando el costo total sería \$1 550 + $(n - 1)50$. El diagrama de flujo de efectivo para esta operación se muestra en la figura 2.10. Observe que el gradiente (\$50) aparece por primera vez entre los años 1 y 2, y la cantidad base no es igual al gradiente.

El símbolo G para los gradientes se define como:

G = cambio aritmético constante en la magnitud de los ingresos o desembolsos de un periodo al siguiente; G puede ser positivo o negativo.

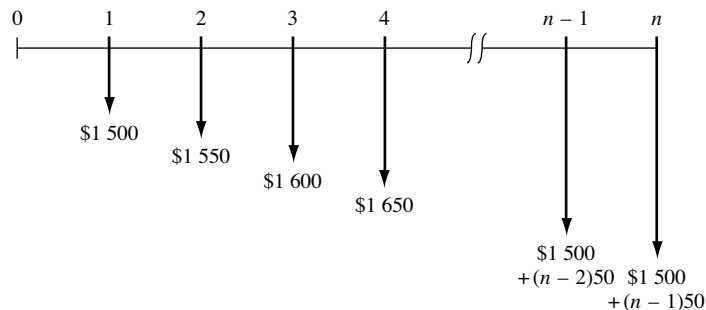
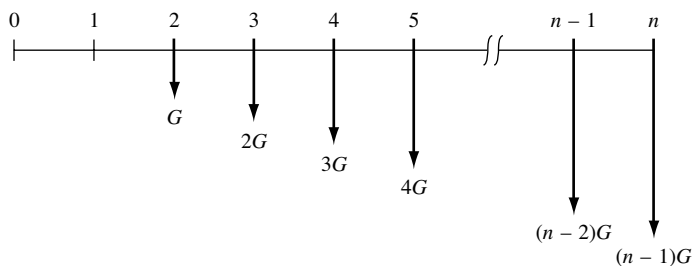


Figura 2.10
Diagrama de una serie gradiente aritmético con una cantidad base de \$1 500 y un gradiente de \$50.

Figura 2.11

Serie gradiente aritmético convencional sin la cantidad base.



El flujo de efectivo en el año n (CF_n) se calcula como

$$CF_n = \text{cantidad base} + (n - 1)G$$

Si se ignora la cantidad base, se puede construir un diagrama de flujo de efectivo generalizado de gradiente aritmético (creciente), como se muestra en la figura 2.11. Observe que el gradiente empieza entre los años 1 y 2. A éste se le denomina *gradiente convencional*.

EJEMPLO 2.9

Una compañía de ropa deportiva ha iniciado un programa para registrar su logo. Espera obtener ingresos de \$80 000 por derechos el próximo año por la venta de su logo. Se espera que los ingresos por derechos se incrementen de manera uniforme hasta un nivel de \$200 000 en 9 años. Determine el gradiente aritmético y construya el diagrama de flujo de efectivo.

Solución

La cantidad base es \$80 000 y el aumento total de ingresos es

$$\text{Aumento en 9 años} = 200\,000 - 80\,000 = 120\,000$$

$$\begin{aligned} \text{Gradiente} &= \frac{\text{aumento}}{n-1} \\ &= \frac{120\,000}{9-1} = \$15\,000 \text{ por año} \end{aligned}$$

El diagrama de flujo de efectivo se muestra en la figura 2.12.

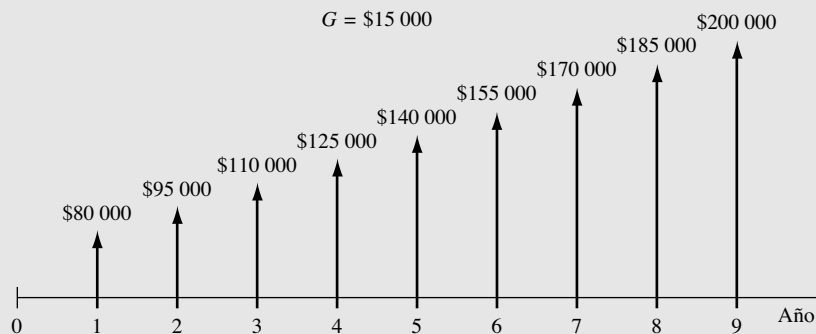


Figura 2.12

Diagrama para la serie gradiente, ejemplo 2.9.

En el presente texto se derivan tres factores para los gradientes aritméticos: el factor P/G para el valor presente, el factor A/G para serie anual y el factor F/G para el valor futuro. Existen varias formas para derivarlos. Aquí se usa el factor de valor presente con pago único ($P/F, i, n$); aunque se llega al mismo resultado utilizando los factores F/P , F/A o P/A .

En la figura 2.11 el valor presente en el año 0 sólo del gradiente es igual a la suma de los valores presentes de los pagos individuales, donde cada valor se considera como una cantidad futura.

$$P = G(P/F, i, 2) + 2G(P/F, i, 3) + 3G(P/F, i, 4) + \dots \\ + [(n-2)G](P/F, i, n-1) + [(n-1)G](P/F, i, n)$$

Factorice G y aplique la fórmula P/F :

$$P = G \left[\frac{1}{(1+i)^2} + \frac{2}{(1+i)^3} + \frac{3}{(1+i)^4} + \dots + \frac{n-2}{(1+i)^{n-1}} + \frac{n-1}{(1+i)^n} \right] \quad [2.11]$$

Al multiplicar ambos lados de la ecuación [2.11] por $(1+i)^1$ se obtiene:

$$P(1+i)^1 = G \left[\frac{1}{(1+i)^1} + \frac{2}{(1+i)^2} + \frac{3}{(1+i)^3} + \dots + \frac{n-2}{(1+i)^{n-2}} + \frac{n-1}{(1+i)^{n-1}} \right] \quad [2.12]$$

Reste la ecuación [2.11] de la ecuación [2.12] y simplifique

$$iP = G \left[\frac{1}{(1+i)^1} + \frac{1}{(1+i)^2} + \dots + \frac{1}{(1+i)^{n-1}} + \frac{1}{(1+i)^n} \right] - G \left[\frac{n}{(1+i)^n} \right] \quad [2.13]$$

La expresión entre corchetes que se encuentra a la izquierda es la misma que la que se presenta en la ecuación [2.4], donde se derivó el factor P/A . Sustituya la forma cerrada del factor P/A de la ecuación [2.6] en la ecuación [2.13] y despeje P para obtener una relación simplificada.

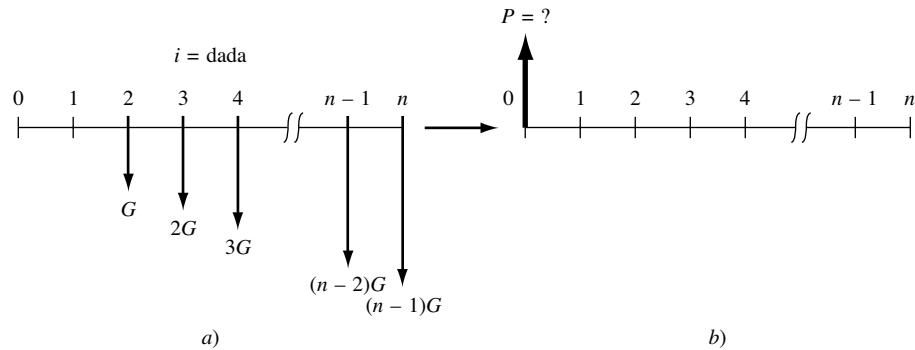
$$P = \frac{G}{i} \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} - \frac{n}{(1+i)^n} \right] \quad [2.14]$$

La ecuación [2.14] es la relación general para convertir un gradiente aritmético G (sin incluir la cantidad base) para n años en un valor presente en el año 0. La figura 2.13a se convierte en el flujo de efectivo equivalente que se indica en la figura 2.13b. El *factor de valor presente de gradiente aritmético*, o *factor P/G* , se expresa en dos formas distintas:

$$(P/G, i, n) = \frac{1}{i} \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} - \frac{n}{(1+i)^n} \right] \\ \text{o} \quad (P/G, i, n) = \frac{(1+i)^n - in - 1}{i^2(1+i)^n} \quad [2.15]$$

Figura 2.13

Diagrama de conversión de un gradiente aritmético a un valor presente.



Recuerde: el gradiente empieza en el año 2 y P está ubicado en el año 0. La ecuación [2.14], expresada como una relación de ingeniería económica, tiene la siguiente forma:

$$P = G(P/G, i, n) \quad [2.16]$$

La serie anual uniforme equivalente (valor A) de un gradiente aritmético G se calcula multiplicando el valor presente de la ecuación [2.16] por la expresión del factor $(A/P, i, n)$. En forma de notación estándar, el equivalente de la cancelación algebraica de P se utiliza para obtener el factor $(A/G, i, n)$.

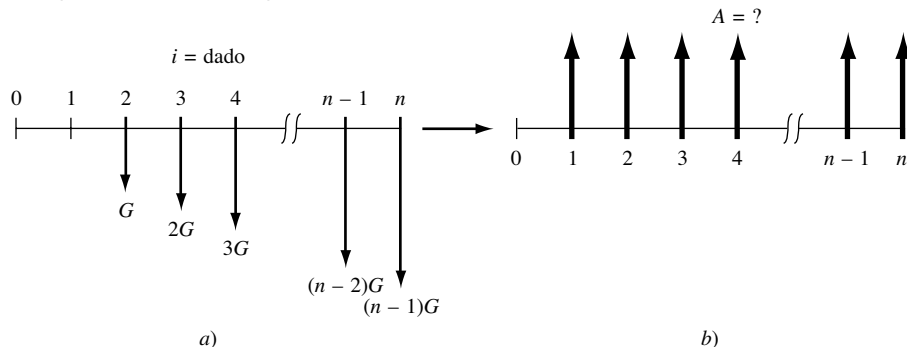
$$\begin{aligned} A &= G(P/G, i, n)(A/P, i, n) \\ &= G(A/G, i, n) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= \frac{G}{i} \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} - \frac{n}{(1+i)^n} \right] \left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right] \\ &= G \left[\frac{1}{i} - \frac{n}{(1+i)^n - 1} \right] \end{aligned} \quad [2.17]$$

La expresión entre corchetes en la ecuación [2.17] se denomina el *factor de gradiente aritmético de una serie uniforme* y se identifica por $(A/G, i, n)$. Este factor convierte la figura 2.14a en la figura 2.14b.

Figura 2.14

Diagrama de conversión de una serie gradiente aritmético a una serie anual uniforme equivalente.



Los factores P/G y A/G y las relaciones se resumen en el forro interior de la portada. Los valores de los factores se tabulan en las dos columnas situadas más a la derecha en las tablas de factores 1 a 29, al final de este libro.

No existe una función directa de celda individual en una hoja de cálculo para determinar P o A con un gradiente aritmético. Utilice la función VNP para P , y la función PAGO para A , después de que todos los flujos de efectivo se ingresen en las celdas. (El uso de las funciones VNP y PAGO para este tipo de series de flujo de efectivo se analizan en el capítulo 3.)

Se puede derivar un factor F/G (*factor gradiente aritmético, valor futuro*) al multiplicar los factores P/G y F/P . El factor resultante, $(F/G, i, n)$, entre corchetes, y la relación de ingeniería económica son

$$F = G \left[\left(\frac{1}{i} \right) \left(\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n \right) \right]$$

El valor presente total P_T para una serie gradiente debe considerar por separado la base y el gradiente. En consecuencia, para series de flujo de efectivo que impliquen gradientes convencionales:

- La *cantidad base* es la cantidad A de serie uniforme que empieza en el año 1 y se extiende hasta el año n . Su valor presente se simboliza con P_A .
- Para un gradiente creciente, la *cantidad gradiente* debe agregarse a la cantidad de la serie uniforme. El valor presente es P_G .
- Para un gradiente decreciente, la cantidad gradiente debe restarse de la cantidad de la serie uniforme. El valor presente es $-P_G$.

Las ecuaciones generales para calcular el valor presente total P_T de los gradientes aritméticos convencionales son

$$P_T = P_A + P_G \quad \text{y} \quad P_T = P_A - P_G \quad [2.18]$$

De manera similar, las series anuales totales equivalentes son

$$A_T = A_A + A_G \quad \text{y} \quad A_T = A_A - A_G \quad [2.19]$$

donde A_A es la cantidad base anual y A_G es la cantidad anual equivalente de la serie gradiente.

EJEMPLO 2.10

Tres condados adyacentes en Florida acordaron emplear recursos fiscales ya destinados para remodelar los puentes mantenidos por el condado. En una junta reciente, los ingenieros de los condados estimaron que, al final del próximo año, se depositará un total de \$500 000 en una cuenta para la reparación de los viejos puentes de seguridad dudosa que se encuentran en los tres condados. Además, estiman que los depósitos aumentarán en \$100 000 por año durante 9 años a partir de ese momento, y luego cesarán. Determine las cantidades equivalentes de a) valor presente y de b) serie anual, si los fondos del condado ganan intereses a una tasa del 5% anual.



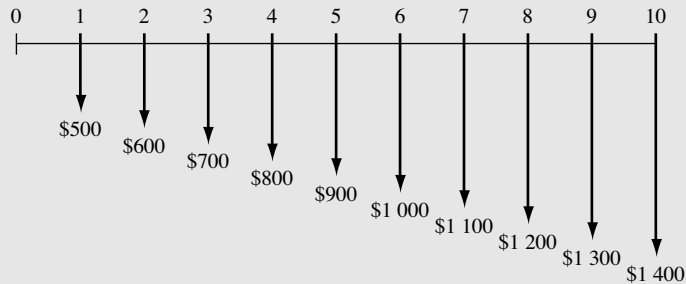


Figura 2.15

Serie de flujos de efectivo con un gradiente aritmético convencional (en unidades de \$1 000), ejemplo 2.10.

Solución

- a) El diagrama de flujo de efectivo desde la perspectiva del condado se muestra en la figura 2.15. Se deben realizar dos cálculos y luego se tiene que sumar: el primero para el valor presente de la cantidad base P_A , y el segundo para el valor presente del gradiente P_G . El valor presente total P_T ocurre en el año 0, lo cual se indica mediante la partición del diagrama de flujo de efectivo de la figura 2.16. En unidades de \$1 000, el valor presente, a partir de la ecuación [2.18] es

$$\begin{aligned} P_T &= 500(P/A, 5\%, 10) + 100(P/G, 5\%, 10) \\ &= 500(7.7217) + 100(31.652) \\ &= \$7\,026.05 \quad (\$7\,026\,050) \end{aligned}$$

- b) También aquí es necesario considerar por separado al gradiente y a la cantidad base. La serie anual total A_T se encuentra usando la ecuación [2.19].

$$\begin{aligned} A_T &= 500 + 100(A/G, 5\%, 10) = 500 + 100(4.0991) \\ &= \$909.91 \text{ por año } (\$909\,910) \end{aligned}$$

Y A_T ocurre desde el año 1 hasta el año 10.

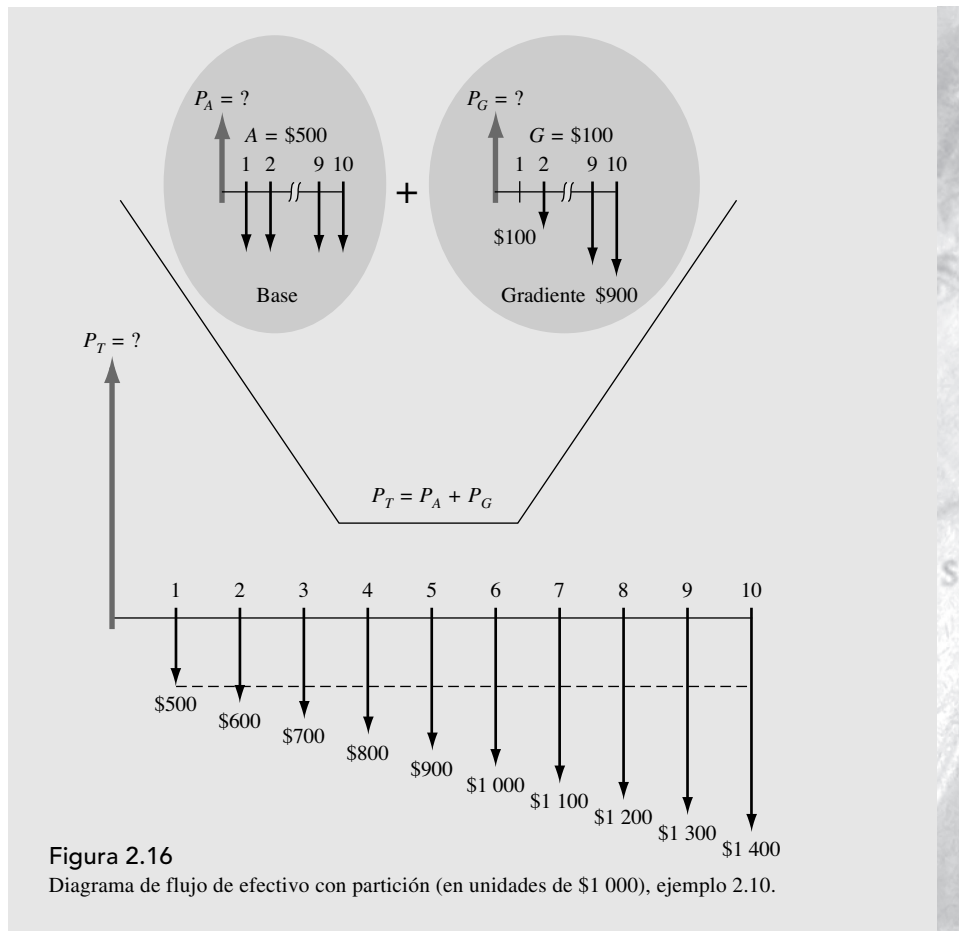
Comentario

Recuerde: los factores P/G y A/G determinan el valor presente y la serie anual *sólo del gradiente*. Cualquier otro flujo de efectivo debe considerarse por separado.

Si el valor presente ya está calculado [como en el inciso a)], P_T puede multiplicarse por el factor A/P apropiado para obtener A_T .

$$\begin{aligned} A_T &= P_T(A/P, 5\%, 10) = 7\,026.05(0.12950) \\ &= \$909.87 \quad (\$909\,870) \end{aligned}$$

El redondeo explica la diferencia de \$40.

**Ejemplo adicional 2.16.****2.6 FACTORES PARA SERIES GRADIENTE GEOMÉTRICO**

Es común que las series de flujo de efectivo, tales como los costos de operación, los costos de construcción y los ingresos, aumenten o disminuyan de un periodo a otro mediante un *porcentaje constante*, por ejemplo, 5% anual. Esta tasa de cambio uniforme define una *serie gradiente geométrico* de flujos de efectivo. Además de los símbolos i y n utilizados hasta el momento, ahora se necesita el término

g = tasa de cambio constante, en forma decimal, mediante la cual las cantidades aumentan o disminuyen de un periodo al siguiente

La figura 2.17 presenta diagramas de flujo de efectivo para series gradiente geométrico con tasas uniformes de aumento o disminución. La serie empieza en el año 1 a

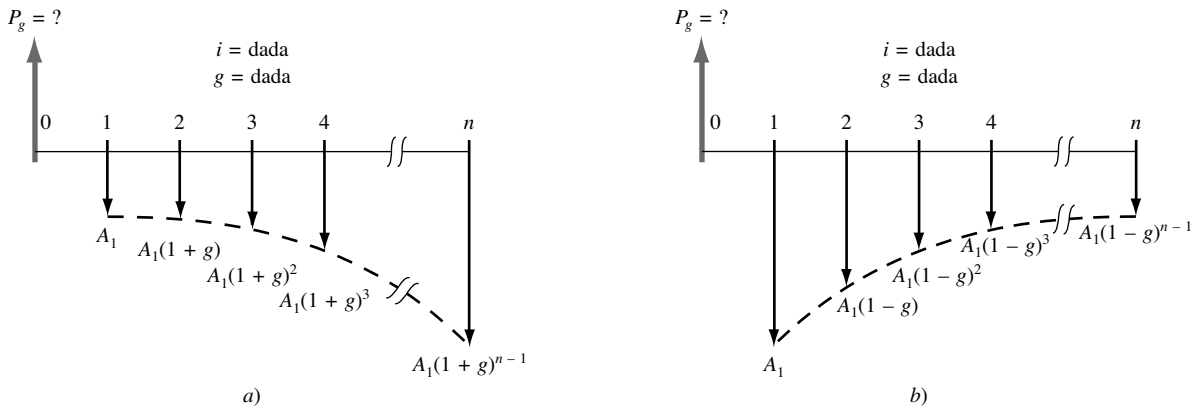


Figura 2.17

Diagrama de flujo de efectivo de una serie gradiente geométrico a) creciente y b) decreciente y valor presente P_g .

una cantidad inicial A_1 , la cual *no* se considera una cantidad base, como en el gradiente aritmético. La relación para determinar el valor presente total P_g para toda la serie de flujo de efectivo puede derivarse al multiplicar cada flujo de efectivo en la figura 2.17a por el factor P/F : $1/(1+i)^n$.

$$\begin{aligned}
 P_g &= \frac{A_1}{(1+i)^1} + \frac{A_1(1+g)}{(1+i)^1} + \frac{A_1(1+g)^2}{(1+i)^3} + \dots + \frac{A_1(1+g)^{n-1}}{(1+i)^n} \\
 &= A_1 \left[\frac{1}{1+i} + \frac{1+g}{(1+i)^2} + \frac{(1+g)^2}{(1+i)^3} + \dots + \frac{(1+g)^{n-1}}{(1+i)^n} \right] \quad [2.20]
 \end{aligned}$$

Se multiplican ambos lados por $(1+g)/(1+i)$, se resta la ecuación [2.20] del resultado, se factoriza P_g y se obtiene:

$$P_g \left(\frac{1+g}{1+i} - 1 \right) = A_1 \left[\frac{(1+g)^n}{(1+i)^{n+1}} - \frac{1}{1+i} \right]$$

Se despeja P_g y se simplifica.

$$P_g = A_1 \left(\frac{1 - \left(\frac{1+g}{1+i} \right)^n}{i - g} \right) \quad g \neq i \quad [2.21]$$

El término entre corchetes en la ecuación [2.21] es el factor de valor presente de la serie gradiente geométrico para valores de g que no son iguales a la tasa de interés i . La notación estándar usada es $(P/A, g, i, n)$. Cuando $g = i$, sustituya i por g en la ecuación [2.20] para obtener

$$P_g = A_1 \left(\frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)} + \dots + \frac{1}{(1+i)} \right)$$

El término $1/(1+i)$ aparece n veces, de modo que

$$P_g = \frac{nA_1}{(1+i)} \quad [2.22]$$

En resumen, la relación de ingeniería económica y las fórmulas de factor para calcular P_g en el periodo $t = 0$ para una serie gradiente geométrico que inicia en el periodo 1 en la cantidad A_1 y aumenta por una tasa constante de g cada periodo, son

$$P_g = A_1(P/A, g, i, n) \quad [2.23]$$

$$(P/A, g, i, n) = \begin{cases} \frac{1 - \left(\frac{1+g}{1+i}\right)^n}{i+g} & g \neq i \\ \frac{n}{1+i} & g = i \end{cases} \quad [2.24]$$

Es posible derivar factores para los valores equivalentes de A y F ; sin embargo, es más fácil determinar la cantidad P_g y luego multiplicarla por los factores A/P o F/P .

Como con las series de gradiente aritmético, en las hojas de cálculo no existen funciones directas para las series gradiente geométrico. Una vez que se han ingresado los flujos de efectivo, P y A se determinan usando las funciones VPN y PAGO, respectivamente. Sin embargo, siempre es una opción desarrollar en la hoja de cálculo una función que utilice la ecuación del factor para determinar un valor de P , F o A . En el ejemplo 2.11 se demuestra este enfoque para encontrar el valor presente de una serie gradiente geométrico con las ecuaciones [2.24].

EJEMPLO 2.11

Los ingenieros del SeaWorld, una división de Busch Gardens, Inc., desarrollaron una innovación en un deporte acuático existente para hacerlo más excitante. La modificación cuesta sólo \$8 000 y se espera que dure 6 años con un valor de salvamento de \$1 300 para el mecanismo solenoide. Se espera que el costo de mantenimiento sea de \$1 700 el primer año, y que aumente 11% anual en lo sucesivo. Determine el valor presente equivalente de la modificación y del costo de mantenimiento, tanto a mano como con computadora. La tasa de interés es de 8% anual.

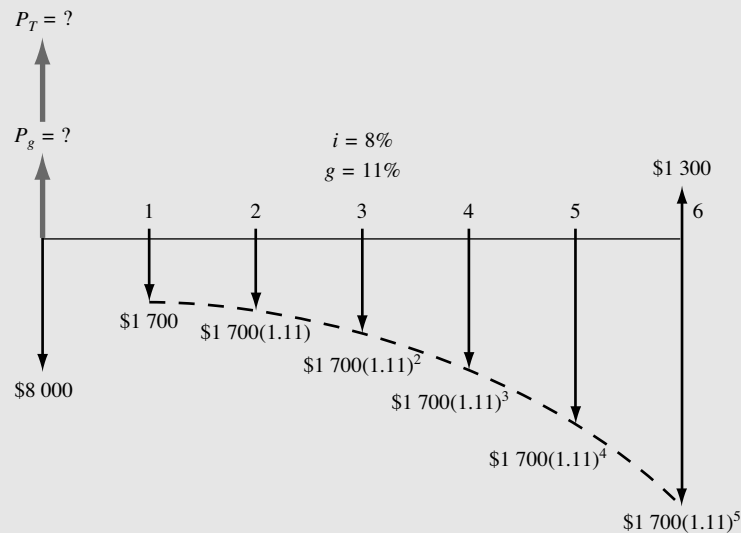
Solución a mano

El diagrama de flujo de efectivo (figura 2.18) muestra el valor de salvamento como un flujo de efectivo positivo y todos los costos como negativos. Con la ecuación [2.24] y $g \neq i$ calcule P_g . La P_T total es

$$\begin{aligned} P_T &= -8\,000 - P_g + 1\,300(P/F, 8\%, 6) \\ &= -8\,000 - 1\,700 \left[\frac{1 - (1.11/1.08)^6}{0.08 - 0.11} \right] + 13\,000(P/F, 8\%, 6) \\ &= -8\,000 - 1\,700(5.9559) + 819.26 = \$ -17\,305.85 \end{aligned} \quad [2.25]$$

Figura 2.18

Diagrama de flujo de efectivo de un gradiente geométrico, ejemplo 2.11.



Solución por computadora

La figura 2.19 presenta una hoja de cálculo con el valor presente total en la celda B13. La función usada para determinar $P_T = \$-17,305.89$ se detalla en la etiqueta de la celda. Se trata de la ecuación [2.25] reescrita. Puesto que es compleja, las celdas de las columnas C y D también contienen los tres elementos de P_T , los cuales se resumen en D13 para llegar al mismo resultado.

Figura 2.19

Hoja de cálculo para determinar el valor presente de un gradiente geométrico con $g = 11\%$, ejemplo 2.11.

Microsoft Excel - Example 2.11						
File Edit View Insert Format Tools Data Window Help						
G1						
	A	B	C	D	E	F
1						
2						
3						
4						
5	Category	Estimates	(P/A,g,i,n)	PW values		
6	First cost	-\$8,000		-\$8,000		
7	Expected life, n years	6				
8	Salvage value	\$1,300		\$819.22		=PV(B11,B7,0,-B8)
9	Maintenance cost (1st year)	-\$1,700	5.95595	-10125.11		
10	Maint. cost gradient, g% per year	11%				
11	Interest rate, % per year	8%				
12						
13	Total present worth	-\$17,305.89		-\$17,305.89		=SUM(D6:D12)
14						
15						
16						
17						
18						
19						

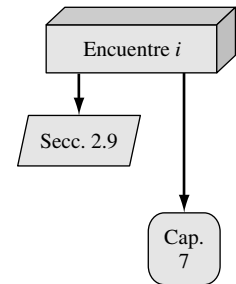
Formulas shown in the image:

- Cell B13: $=B6 + B9 * ((1 - ((1 + B10) / (1 + B11))^B7) / (B11 - B10)) + PV(B11, B7, 0, -B8)$
- Cell D13: $=SUM(D6:D12)$
- Cell E8: $=PV(B11, B7, 0, -B8)$
- Cell E9: $=((1 - ((1 + B10) / (1 + B11))^B7) / (B11 - B10))$

2.7 CÁLCULO DE TASAS DE INTERÉS DESCONOCIDAS

En algunos casos se conocen la cantidad de dinero depositado y la cantidad de dinero recibido luego de un número especificado de años, pero se desconoce la tasa de interés o la tasa de rendimiento. Cuando hay involucrados una cantidad única, una serie uniforme, o un gradiente convencional uniforme, la tasa desconocida puede determinarse para i por una solución directa de la ecuación del valor del dinero en el tiempo. Sin embargo, cuando hay pagos no uniformes o muchos factores, el problema debe resolverse empleando un método de ensayo y error o un método numérico. Los problemas más complicados se estudiarán en el capítulo 7.

Las fórmulas de pago único pueden reordenarse con facilidad y expresarse en términos de i , pero para las ecuaciones de serie uniforme y de gradientes, comúnmente es necesario *resolver para el valor del factor* y determinar la tasa de interés a partir de las tablas de factores de interés. Ambas situaciones se ilustran en los siguientes ejemplos.



EJEMPLO 2.12

Si Laurel puede hacer una inversión de negocios que requiere un gasto de \$3 000 ahora con el objetivo de recibir \$5 000 dentro de cinco años, ¿cuál sería la tasa de rendimiento sobre la inversión? Si Laurel puede recibir 7% anual de intereses de un certificado de depósito, ¿qué inversión debe realizarse?

Solución

Como sólo hay fórmulas de pago único en este problema, la i puede determinarse directamente a partir del factor P/F .

$$\begin{aligned}
 P &= F(P/F, i, n) = F \frac{1}{(1+i)^n} \\
 3\,000 &= 5\,000 \frac{1}{(1+i)^5} \\
 0.600 &= \frac{1}{(1+i)^5} \\
 i &= \left(\frac{1}{0.6} \right)^{0.2} - 1 = 0.1076 \quad (10.76\%)
 \end{aligned}$$

Alternativamente, la tasa de interés puede encontrarse estableciendo la relación P/F en notación estándar, resolviendo para el valor del factor e interpolando en las tablas.

$$\begin{aligned}
 P &= F(P/F, i, n) \\
 \$3\,000 &= 5\,000(P/F, i, 5) \\
 (P/F, i, 5) &= \frac{3\,000}{5\,000} = 0.60
 \end{aligned}$$

De acuerdo con las tablas de interés, un factor P/F de 0.6000 para $n = 5$ se encuentra entre 10 y 11%. Interpolando entre estos dos valores, se obtiene $i = 10.76\%$.

Puesto que 10.76% es mayor que el 7% disponible en certificados de depósito, Laurel debería realizar la inversión de negocios. Como se recibirá la mayor tasa de rendimiento en la inversión del negocio, es probable que Laurel seleccione esta opción en lugar de los certificados de depósito. No obstante, no se especificó el grado de riesgo asociado con la inversión financiera. En efecto, el riesgo constituye un parámetro importante y con frecuencia conduce a la elección de la inversión con la menor tasa de rendimiento. A menos que se especifique lo contrario, en los problemas en este texto se considerará igual riesgo para todas las alternativas.



La función TIR de la hoja de cálculo es una de las más útiles de todas las disponibles. TIR significa *tasa interna de rendimiento (internal rate of return)*, que es un tema de interés en sí mismo, analizado con detalle en el capítulo 7. Sin embargo, incluso en la etapa inicial del análisis de la ingeniería económica, la función TIR puede utilizarse con beneficio para determinar la tasa de interés (o tasa de rendimiento), para cualquier serie de flujos de efectivo que se ingrese en una serie de celdas contiguas de la hoja de cálculo, ya sea en forma vertical u horizontal. Es muy importante que cualesquiera años (periodos) con flujo de efectivo cero tengan una entrada de '0' en la celda. Una celda que se deja en blanco no es suficiente, ya que la función TIR desplegaría un valor incorrecto de i . El formato básico es

TIR(first_cell:last_cell)

First_cell y last_cell son las referencias de las celdas para el inicio y final de la serie de flujos de efectivo. El ejemplo 2.13 ilustra la función TIR.

TASA, también muy útil, es una alternativa a TIR. TASA es una función de una celda que despliega la tasa de interés compuesto (o tasa de rendimiento) sólo cuando los flujos de efectivo anuales, es decir, los valores A , son los mismos. Se pueden ingresar valores presente y futuro diferentes del valor A . El formato es

TASA(number_years, A , P , F)

El valor F no incluye la cantidad A que ocurre en el año n . No es necesario ingresar cada flujo de efectivo dentro de las celdas de la hoja de cálculo para usar TASA, de modo que esta función debería utilizarse siempre que exista una serie uniforme durante n años con valores establecidos asociados P y/o F . El ejemplo 2.13 ilustra la función TASA.

EJEMPLO 2.13

Professional Engineers, Inc., requiere colocar \$500 por año en la cuenta de un fondo de amortización para cubrir cualquier reparación mayor inesperada en el equipo de campo. En un caso, \$500 se depositaron a 15 años y cubrieron un costo de reparación de \$10 000 en el año 15. ¿Qué tasa de rendimiento ofreció esta práctica a la compañía? Resuelva a mano y con la ayuda de una computadora.

Solución a mano

El diagrama de flujo de efectivo se muestra en la figura 2.20. Cualquiera de los factores, A/F o F/A , puede utilizarse. Si se utiliza A/F :

$$A = F(A/F, i, n)$$

$$500 = 10\,000(A/F, i, 15)$$

$$(A/F, i, 15) = 0.0500$$

Según las tablas de interés 8 y 9, bajo la columna A/F para 15 años, el valor 0.0500 se encuentra entre 3 y 4%. Por interpolación, $i = 3.98\%$ (que se considera un bajo rendimiento para un proyecto de ingeniería).

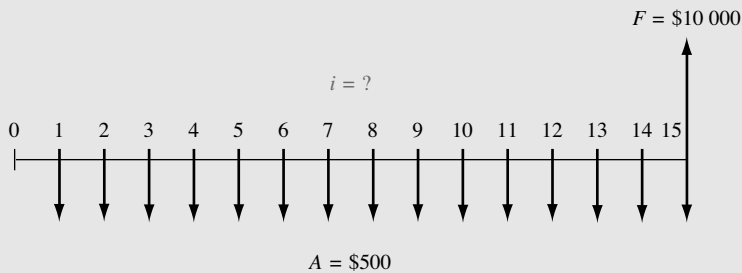


Figura 2.20

Diagrama para determinar la tasa de rendimiento, ejemplo 2.13.

Solución por computadora

Consulte el diagrama de flujo de efectivo (figura 2.20), mientras completa la hoja de cálculo (figura 2.21). Se puede aplicar una solución de una sola celda usando la función TASA, ya que $A = \$-500$ ocurre cada año y el valor $F = \$10,000$ se presenta en el último año de la serie. La celda A3 contiene la función $\text{TASA}(15, -500, 10000)$, y la respuesta que se despliega es 3.98%. El signo menos en 500 indica el depósito anual. Es necesaria la coma adicional para indicar que ningún valor P está presente. Esta función es rápida, pero sólo permite una limitada sensibilidad en el análisis; todos los valores A tienen que cambiar por la misma cantidad. La función TIR es mucho mejor para responder preguntas del tipo “¿y qué pasa si...?”

Para aplicar la función TIR y obtener la misma respuesta, ingrese el valor 0 en una celda (para el año 0), seguido de -500 para 14 años y 9,500 (de $10,000 - 500$) en el año 15. La figura 2.21 contiene estos números en las celdas D2 a D17. Ingrese la función $\text{TIR}(D2:D17)$ en cualquier celda sobre la hoja de cálculo. Se despliega la respuesta $i = 3.98\%$ en la celda E3. Es aconsejable ingresar el número de años 0 hasta n (15, en este ejemplo) en la columna inmediatamente a la izquierda de las entradas de flujo de efectivo. La función TIR no necesita estos números, pero hace que la actividad de ingresar el flujo de efectivo sea más sencilla y más exacta. Ahora se puede cambiar cualquier flujo de efectivo, y se desplegará de inmediato una nueva tasa vía TIR.



Sol-R



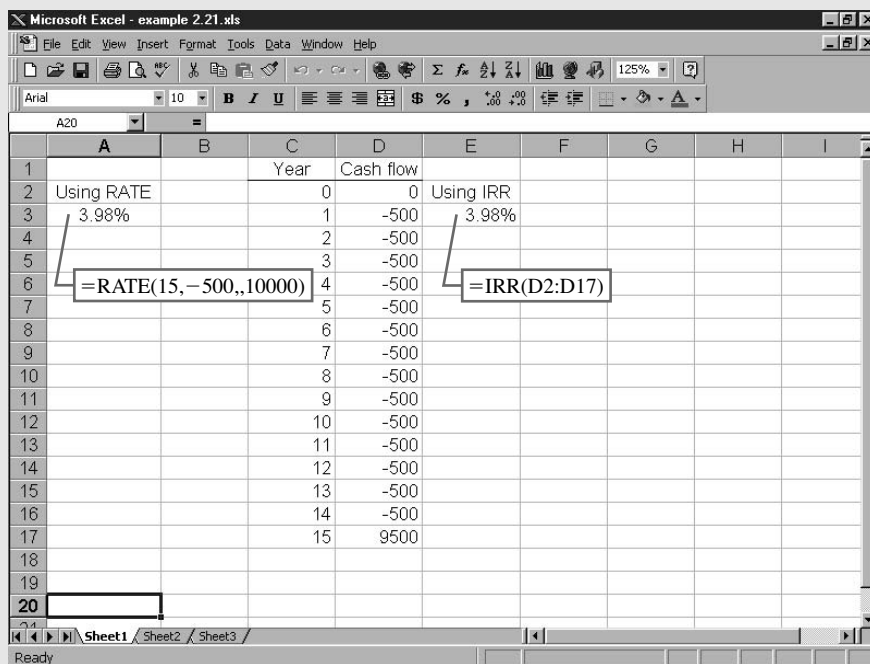


Figura 2.21

Solución con hoja de cálculo para tasa de rendimiento usando las funciones TASA y TIR, ejemplo 2.13.

2.8 CÁLCULO DEL NÚMERO DE AÑOS DESCONOCIDOS

Para que una serie de flujos de efectivo proporcione una tasa de rendimiento establecida, algunas veces es necesario determinar el número de años (periodos) requeridos. Otras veces se desea saber cuándo determinadas cantidades de dinero estarán disponibles a partir de una inversión propuesta. En ambos casos, la incógnita es n . Para encontrar esta variable se utilizan técnicas similares a las de la sección anterior. Algunos problemas se resuelven directamente para n con una manipulación de las fórmulas de pago único y de serie uniforme. En otros casos, n se calcula usando interpolación en las tablas de interés, como se verá más adelante.

La función NPER de la hoja de cálculo es útil para encontrar rápidamente el número de años (periodos) n para valores dados de A , P y/o F . El formato es

$$\text{NPER}(i\%, A, P, F)$$

Si no está involucrado el valor futuro F , éste se omite; no obstante, deben ingresarse un valor presente P y una cantidad uniforme A . La entrada A puede ser cero sólo cuando se conocen cantidades únicas P y F , como en el ejemplo siguiente. Al menos una de las entradas debe tener un signo opuesto a las otras para obtener una respuesta de NPER.



EJEMPLO 2.14

¿Cuánto tiempo tomará duplicar \$1 000 si la tasa de interés es del 5% anual?

Solución

El valor n se determina ya sea mediante el factor F/P o el factor P/F . Utilizando el factor P/F ,

$$P = F(P/F, i, n)$$

$$1\ 000 = 2\ 000(P/F, 5\%, n)$$

$$(P/F, 5\%, n) = 0.500$$

Según la tabla de interés, en 5% el valor 0.500 se encuentra entre 14 y 15 años. Por interpolación, $n = 14.2$ años. Use la función $\text{NPER}(5\%, 0, -1000, 2000)$ para desplegar un valor n de 14.21 años.



2.9 APLICACIÓN DE LAS HOJAS DE CÁLCULO-ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD BÁSICO

Se han realizado cálculos de ingeniería económica con las funciones de la hoja de cálculo VP, VF, PAGO, TIR y NPER que se presentaron en la sección 1.8. La mayoría de las funciones toman sólo una celda individual de la hoja de cálculo para encontrar la respuesta. El ejemplo siguiente ilustra cómo resolver un problema ligeramente más complejo, que implica análisis de sensibilidad; es decir, ayuda a responder preguntas del tipo “¿y qué pasa si...?”

EJEMPLO 2.15

Un ingeniero y un médico se asociaron para desarrollar una importante mejora en cirugía laparoscópica para operaciones de la vesícula biliar. Formaron una pequeña compañía para manejar los aspectos financieros de su asociación. La compañía ya ha invertido \$500 000 en el proyecto este año ($t = 0$) y espera gastar \$500 000 anualmente durante los siguientes 4 años, y posiblemente durante más años. Desarrolle una hoja de cálculo que le ayude a responder las siguientes preguntas:

- Suponga que se gastan \$500 000 sólo durante 4 años adicionales. Si la compañía vende en \$5 millones los derechos para usar la nueva tecnología al final del año 5, ¿cuál es la tasa de rendimiento anticipada?
- El ingeniero y el médico estiman que necesitarán \$500 000 por año durante más de 4 años adicionales. ¿Cuántos años, a partir de ahora, tienen para finalizar su trabajo de desarrollo y recibir los \$5 millones por derechos de patente para obtener al menos 10% por año? Suponga que los \$500 000 por año se gastan a lo largo del año inmediatamente *anterior* a la recepción de los \$5 millones.

Solución por computadora

La figura 2.22 presenta la hoja de cálculo, con todos los valores financieros en unidades de \$1 000. La función TIR se emplea a lo largo de toda la solución.



- a) La función TIR(B6:B11) en la celda B15 despliega $i = 24.07\%$. Advierta que existe un flujo de efectivo de $-\$500$ en el año 0. El enunciado equivalente es: gastar $\$500\,000$ ahora y $\$500\,000$ cada año durante 4 años más equivale a recibir $\$5$ millones al final del año 5, cuando la tasa de interés es de 24.07% anual.
- b) Encuentre la tasa de rendimiento para un número creciente de años en que se gasten los $\$500$. Las columnas C y D de la figura 2.22 presentan los resultados de las funciones TIR con el flujo de efectivo de $\$5,000$ en diferentes años. Las celdas C15 y D15 muestran rendimientos sobre lados opuestos de 10% . En consecuencia, los $\$5$ millones deben recibirse en algún momento previo al final del año 7 para lograr más rendimiento que el 8.93% que se muestra en la celda D15. El ingeniero y el médico tienen menos de 6 años para completar su trabajo de desarrollo.

	A	B	C	D	E
2					
3		Part (a)	Part (b)		
4		Find i	Find n such that $i > 10\%$		
5	Year	Get \$5 million in yr 5	Get \$5 million in yr 6	Get \$5 million in yr 7	
6	0	\$ (500)	\$ (500)	\$ (500)	
7	1	\$ (500)	\$ (500)	\$ (500)	
8	2	\$ (500)	\$ (500)	\$ (500)	
9	3	\$ (500)	\$ (500)	\$ (500)	
10	4	\$ (500)	\$ (500)	\$ (500)	
11	5	\$ 5,000	\$ (500)	\$ (500)	
12	6		\$ 5,000	\$ (500)	
13	7			\$ 5,000	
14					
15	Rate of returns	24.07%	14.80%	8.93%	
16					
17		=IRR(B6:B11)	=IRR(C6:C12)	=IRR(D6:D13)	
18					
19					

Figura 2.22

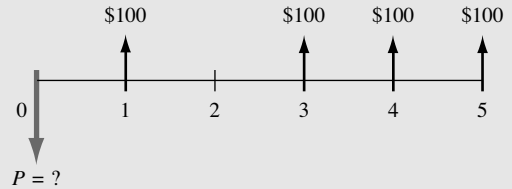
Solución con hoja de cálculo que incluye análisis de sensibilidad, ejemplo 2.15.

EJEMPLO ADICIONAL

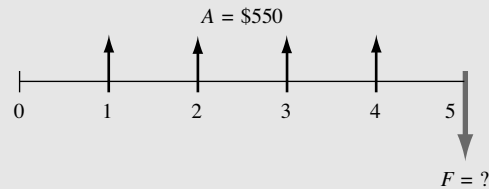
EJEMPLO 2.16

CÁLCULO DE P , F Y A

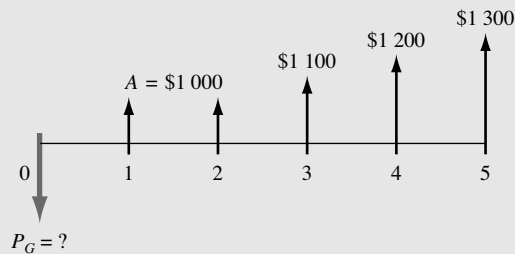
Explique por qué no pueden utilizarse factores de serie uniforme para calcular P o F directamente para cualquiera de los flujos de efectivo mostrados en la figura 2.23.



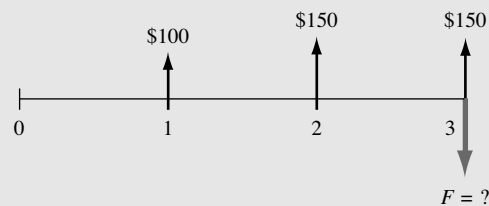
a)



b)



c)



d)

Figura 2.23

Diagramas de flujo de efectivo, ejemplo 2.16.

Solución

- El factor P/A no puede utilizarse para calcular P , ya que el recibo de \$100 anualmente no ocurre todos los años desde el año 1 hasta el año 5.
- Puesto que no hay $A = \$550$ en el año 5, no puede utilizarse el factor F/A . La relación $F = 550(F/A, i, 4)$ daría como resultado el valor futuro en el año 4, no en el año 5.
- El primer valor del gradiente $G = \$100$ ocurre en el año 3. El uso de la relación $P_G = 100(P/G, i\%, 4)$ permitirá calcular P_G en el año 1, no en el año 0. (No se incluye aquí el valor presente de la cantidad base de \$1 000.)
- Los valores de los recibos son desiguales; por lo tanto, la relación $F = A(F/A, i, 3)$ no se puede utilizar para calcular F .

RESUMEN DEL CAPÍTULO

En este capítulo las fórmulas y los factores derivados y aplicados se utilizaron para realizar cálculos de equivalencia para flujos de efectivo presentes, futuros, anuales y de gradiente. La capacidad para usar estas fórmulas y su notación estándar, tanto de forma manual como con hojas de cálculo, es crucial para completar un estudio de ingeniería económica. Al utilizar estas fórmulas y funciones de las hojas de cálculo, resulta posible convertir flujos de efectivo individuales en flujos de efectivo uniformes, gradientes en valores presentes y mucho más. Asimismo, es posible resolver para tasa de rendimiento i o tiempo n . Una cabal comprensión de cómo manipular flujos de efectivo usando el material de este capítulo le ayudará a enfrentar problemas financieros en su desempeño profesional, así como en la vida cotidiana.

PROBLEMAS

Uso de las tablas de interés

- 2.1** Encuentre el valor numérico correcto de los factores siguientes, a partir de las tablas de interés:
1. $(F/P, 8\%, 25)$
 2. $(P/A, 3\%, 8)$
 3. $(P/G, 9\%, 20)$
 4. $(F/A, 15\%, 18)$
 5. $(A/P, 30\%, 15)$

Determinación de F , P y A

- 2.2** La U.S. Border Patrol analiza la compra de un helicóptero nuevo para la vigilancia aérea de la frontera de Nuevo México y Texas con la República mexicana. Hace cuatro años se adquirió un helicóptero similar con un costo de \$140 000. Con una tasa de interés de 7% anual, ¿cuál sería el valor equivalente actual de dicho monto?
- 2.3** Pressure Systems, Inc. fabrica transductores de nivel líquido de gran exactitud. Investiga si debe actualizar cierto equipo ahora o hacerlo después. Si el costo hoy es de \$200 000, ¿cuál será la cantidad equivalente dentro de tres años con una tasa de interés de 10% anual?

- 2.4** Petroleum Products, Inc. es una compañía de ductos que proporciona derivados del petróleo a mayoristas del norte de los Estados Unidos y Canadá. La empresa estudia la compra de medidores de flujo de inserción de turbina que permitan vigilar mejor la integridad de los ductos. Si estos medidores impidieran una interrupción grave (gracias a la detección temprana de pérdida de producto) valuada en \$600 000 dentro de cuatro años, ¿cuánto podría actualmente desembolsar la compañía con una tasa de interés de 12% anual?

- 2.5** Sensotech, Inc., fabricante de sistemas de microelectrónica, supone que puede reducir en un 10% que sus productos sean retirados del mercado si compra software nuevo para detectar las partes defectuosas. El costo de dicho software es de \$225 000. a) ¿Cuánto tendría que ahorrar la compañía anualmente durante cuatro años para recuperar su inversión, si usa una tasa mínima aceptable de rendimiento de 15% anual? b) ¿Cuál fue el costo por año de los retiros del mercado antes de que se hubiera comprado el software si la compañía recuperó su inversión exactamente en cuatro años debido a la reducción del 10%?

- 2.6** La empresa Thompson Mechanical Products planea reservar \$150 000 hoy para tal vez reemplazar sus grandes motores sincrónicos de pulido una vez que sea necesario. Si el reemplazo no fuera necesario durante siete años, ¿cuánto tendría la compañía en la inversión que reservó si logra una tasa de rendimiento de 18% anual?
- 2.7** La empresa fabricante de carros Renault firmó un contrato de \$75 millones con ABB de Zurich, Suiza, para automatizar las líneas de montaje del chasis, los talleres de ensamblado de la carrocería y los sistemas de control de línea. Si ABB recibirá el pago dentro de dos años (cuando los sistemas queden listos), ¿cuál es el valor actual del contrato con un interés de 18% anual?
- 2.8** Atlas Long-Haul Transportation analiza la instalación de registradores de temperatura Valutemp en todos sus camiones frigoríficos a fin de vigilar las temperaturas mientras éstos circulan. Si los sistemas disminuirán las reclamaciones por seguros en \$100 000 dentro de dos años, ¿cuánto debe estar dispuesta a pagar ahora la compañía si usa una tasa de interés de 12% anual?
- 2.9** GE Marine Systems planea suministrar a un armador japonés turbinas de gas aeroderivadoras para impulsar los destructores de tipo 11 DD, de la Fuerza Japonesa de Auto-defensa. El comprador puede pagar ahora el importe total de \$1 700 000 estipulado en el contrato, o una cantidad equivalente dentro de un año (cuando se necesitarán las turbinas). Con una tasa de interés de 18% anual, ¿cuál es la cantidad futura equivalente?
- 2.10** ¿Para Corning, Inc., cuál es hoy el valor de un costo futuro de \$162 000 dentro de seis años con una tasa de interés de 12% anual?
- 2.11** ¿Cuánto podría gastar hoy en equipo nuevo Cryogenics, Inc., fabricante de sistemas de almacenamiento de energía basados en superconductores magnéticos, en lugar de dedicar \$125 000 dentro de cinco años si la tasa de rendimiento de la compañía es de 14% anual?
- 2.12** V-Tek Systems es un fabricante de compactadores verticales, y analiza sus requerimientos de flujo de efectivo para los próximos cinco años. La compañía espera reemplazar máquinas de oficina y equipo de computación en varios momentos durante los cinco años del periodo de planeación. Específicamente, la empresa espera gastar \$900 000 dentro de dos años, \$8 000 dentro de tres, y \$5 000 dentro de cinco. ¿Cuál es el valor presente de los gastos planeado con una tasa de interés de 10% anual?
- 2.13** Un sensor de proximidad fijo al extremo de un endoscopio podría reducir los riesgos durante la cirugía de ojos, porque alertaría a los médicos de la localización del tejido crítico de la retina. Si con el uso de esta tecnología cierto oftalmólogo espera evitar demandas por \$1.25 y \$0.5 millones dentro de dos y cinco años, respectivamente, ¿cuánto podría desembolsar hoy si sus diversos costos por las demandas sólo fueran el 10% del monto total de cada una de ellas? Use una tasa de interés de 8% anual.
- 2.14** El costo actual del seguro por adeudos para cierta empresa de consultoría es de \$65 000. Si se espera que el costo del seguro se incremente 4% cada año, ¿cuál será el costo dentro de cinco años?
- 2.15** American Gas Products produce un aparato llamado Can-Emitor que vacía el contenido de las latas viejas de aerosol en dos o tres segundos. Esto evita tener que eliminarlas como desechos peligrosos. Si cierta compañía de pinturas puede ahorrar \$75 000 al año en sus costos de eliminación de desechos, ¿cuánto podría gastar ahora en el Can-Emitor, si quiere recuperar su inversión en tres años, con una tasa de interés de 20% anual?

- 2.16** Atlantic Metals and Plastic usa aleaciones de níquel-cromo para manufacturar conductores resistentes al calor. La compañía estudia un proceso nuevo de impresión templada para reducir sus costos. Si el proceso nuevo costaría hoy \$1 800 000, ¿cuánto debe ahorrarse cada año para recuperar la inversión en seis años, con una tasa de interés de 12% anual?
- 2.17** El alga verde *Chlamydomonas reinhardtii* puede producir hidrógeno si se le priva de azufre por un periodo de hasta dos días. Una compañía pequeña necesita comprar equipo que cuesta \$3 400 000 para comercializar el proceso. Si la empresa espera tener una tasa de rendimiento de 20% anual y recuperar su inversión en ocho años, ¿cuál debe ser el valor neto del hidrógeno que se produzca cada año?
- 2.18** ¿Cuánto dinero podría pedir prestado RTT Environmental Services para financiar un proyecto de rehabilitación de sitios, si espera ingresos de \$280 000 anualmente durante un periodo de limpieza de cinco años? Se supone que los gastos asociados al proyecto sean de \$90 000 por año. Use una tasa de interés de 10% anual.
- 2.19** Western Playland and Aquatics Park gasta \$75 000 cada año en servicios de consultoría por la inspección de viajes. Una tecnología basada en elementos actuadores nuevos permite que los ingenieros simulen movimientos complejos en cualquier dirección controlados por computadora. ¿Cuánto podría permitirse gastar hoy el parque en la tecnología nueva si ya no fueran necesarios los servicios de consultoría anuales? Suponga que el parque usa una tasa de interés de 15% anual, y desea recuperar su inversión dentro de cinco años.
- 2.20** Por medio de un acuerdo con Internet Service Providers (ISPs) Association, la empresa SBC Communications redujo el precio que ISPs cobra por revender su servicio de línea suscriptora digital de alta velocidad (DSL), de \$458 a \$360 anual por línea consumidora. Un ISP particular, que tiene 20 000 clientes, planea trasladar 90% de los ahorros a su clientela. ¿Cuál es el valor total futuro de estos ahorros durante un horizonte de cinco años con una tasa de interés de 8% anual?
- 2.21** A fin de mejorar la detección de grietas en sus aviones, la Fuerza Aérea de los Estados Unidos combinó procedimientos de inspección ultrasónica con calentamiento por láser para identificar agrietamientos debidos al debilitamiento. La detección a tiempo de éstos podría reducir los costos de reparación hasta en \$200 000 por año. ¿Cuál es el valor presente de estos ahorros en un periodo de cinco años, con una tasa de interés de 10% anual?
- 2.22** Una recién egresada de ingeniería aprobó el examen de FI y recibió un aumento (al comienzo del primer año) de \$2 000. Con una tasa de interés de 8% anual, ¿cuál es el valor presente de los \$2 000 cada año, si espera ejercer su carrera profesional durante 35 años?
- 2.23** Southwestern Moving and Storage quiere tener dinero suficiente para comprar un tractocamión nuevo dentro de tres años. Si la unidad costará \$250 000, ¿cuánto debe reservar cada año la compañía si la cuenta rinde 9% al año?
- 2.24** Vision Technologies, Inc. es una compañía pequeña que usa tecnología de banda ancha para desarrollar dispositivos capaces de detectar objetos (inclusive personas) dentro de los edificios, tras las paredes o bajo el piso. La empresa espera gastar \$100 000 al año en mano de obra y \$125 000 anuales en suministros, antes de que pueda comercializarse un producto. Con una tasa de interés de 15% anual, ¿cuál es la cantidad futura equivalente total de los gastos de la compañía al final de tres años?

Valores de factores

- 2.25** Determine el valor numérico de los siguientes factores utilizando *a)* interpolación y *b)* la fórmula apropiada
1. ($P/F, 18\%, 33$)
 2. ($A/G, 12\%, 54$)
- 2.26** Calcule el valor numérico de los siguientes factores utilizando *a)* interpolación y *b)* la fórmula apropiada
1. ($F/A, 19\%, 20$)
 2. ($P/A, 26\%, 15$)

Gradiente aritmético

- 2.27** Una secuencia de flujo de efectivo inicia en el año 1 en \$3 000 y aumenta en \$1 000 cada año hasta el año 10. *a)* calcule el valor del gradiente G , *b)* determine la cantidad de flujo de efectivo en el año 8 y *c)* encuentre el valor de n para el gradiente.
- 2.28** Cisco Systems espera ventas que se describen en la secuencia de flujo de efectivo dada por $(6\,000 + 5k)$, en la que k está expresada en años y el flujo de efectivo en millones. Determine *a)* el valor del gradiente G , *b)* el monto de flujo de efectivo en el año 6 y *c)* el valor de n para el gradiente si el flujo de efectivo termina en el año 12.
- 2.29** Para la secuencia de flujo de efectivo que comienza en el año 1, expresada por la relación $900 - 100k$, donde k representa los años 1 a 5, *a)* determine el valor del gradiente G , y *b)* calcule el flujo de efectivo en el año 5.
- 2.30** Omega Instruments presupuestó \$300 000 anuales a fin de pagar ciertas partes de cerámica durante los cinco próximos años. Si la compañía espera que el costo de las partes se incremente de manera uniforme de acuerdo con un gradiente aritmético de \$10 000 por año, ¿cuál se espera que sea su costo en el año 1 si la tasa de interés es de 10% anual?
- 2.31** Chevron-Texaco espera que los ingresos provenientes de pozos *stripper* (aquellos que

producen menos de diez barriles diarios) disminuyan de acuerdo con un gradiente aritmético de \$50 000 por año. Estos ingresos anuales se espera sean de \$280 000 (es decir, al final del año 1), y la compañía espera que la vida útil de los pozos sea de cinco años. *a)* ¿Cuál es el monto del flujo de efectivo en el año 3, y *b)* ¿cuál es el valor anual uniforme equivalente en los años 1 a 5 del ingreso que generan los pozos, con una tasa de interés de 12% anual?

- 2.32** El ingreso por concepto del reciclado de cartón en Fort Bliss se ha estado elevando a una tasa constante de \$1 000 en cada uno de los tres últimos años. Si el de este año (es decir, al final del año 1) se espera sea de \$4 000, y la tendencia de incremento continúa hasta el año 5, *a)* ¿cuál será el ingreso dentro de tres años (es decir, al final del año 3), y *b)* ¿cuál es el valor presente del ingreso durante el periodo de cinco años, con una tasa de interés de 10% anual?
- 2.33** Amazon estudia la adquisición de un sistema de cómputo avanzado para *cubicar* las dimensiones de un libro (medir su altura, longitud y ancho de modo que se use el tamaño adecuado de caja para enviarlo). Esto ahorrará material, cartón y mano de obra. Si en el primer año los ahorros serán de \$150 000 y de \$160 000 en el segundo, y las cantidades se incrementan anualmente en \$10 000 durante ocho años, ¿cuál es el valor presente del sistema, con una tasa de interés de 15% anual?
- 2.34** West Coast Marine & RV estudia la sustitución de los controladores de cable colgantes de sus grúas más poderosas por nuevos controladores portátiles de teclado. La compañía espera tener ahorros de \$14 000 en sus costos del primer año, y esta cantidad se incrementará anualmente \$1 500 durante cada uno de los cuatro años próximos. Con una tasa de interés de 12% por año, ¿cuál es el valor anual equivalente de los ahorros?

- 2.35** Ford Motor Company puede reducir en 80% el costo requerido por instalar instrumentos para recabar datos en los vehículos de prueba por medio de usar transductores de potencia de giroscopio desarrollados por MTS. *a)* Si se espera que el costo en este año (es decir, al final del año 1) sea de \$2 000, ¿cuál fue el costo el año anterior a la instalación de los transductores? *b)* Si se espera que los costos se incrementen por año \$250 durante los cuatro años siguientes (es decir, hasta el año 5), ¿cuál es el valor anual equivalente de los costos (años 1 a 5) con una tasa de interés de 18% anual?
- 2.36** Para el flujo de efectivo que se muestra a continuación, determine el valor de G que hará que el valor futuro en el año 4 sea igual a \$6 000 a una tasa de interés de 15% anual.

Año	0	1	2	3	4
Flujo de efectivo	0	\$200	200 + G	200 + $2G$	200 + $3G$

- 2.37** Una compañía farmacéutica importante pronostica que en los años por venir podría verse involucrada en litigios relacionados con los efectos colaterales que se perciben en uno de sus medicamentos antidepresivos. A fin de preparar fondos destinados especialmente para esto, la empresa quiere tener dinero disponible dentro de seis años, que hoy tiene un valor presente de \$50 000 000. La compañía espera reservar \$6 000 000 el primer año e incrementar esta cifra de manera uniforme en cada uno de los cinco años siguientes. Si la empresa espera obtener 12% anual sobre el dinero que reserve, ¿cuánto debe incrementar cada año la cantidad reservada a fin de alcanzar su objetivo?
- 2.38** Un fabricante de refacciones automotrices que comienza sus operaciones espera gastar \$1 000 000 el primer año por concepto de publicidad, con cantidades que disminuyen \$100 000 cada año. Se espera que el ingreso sea de \$4 000 000 el primer año y que aumente \$500 000 anualmente. Determine el valor anual equivalente en los años 1 a 5

del *flujo neto de efectivo* de la compañía, con una tasa de interés de 16% por año.

Gradiente geométrico

- 2.39** Suponga que le pidieran preparar una tabla de valores de los factores (como la que se encuentra al final del libro) para calcular el valor presente de una serie de gradiente geométrico. Determine los tres primeros valores (es decir, para $n = 1, 2$ y 3) para una tasa de interés de 10% anual, y una tasa de incremento de g de 4% anual.
- 2.40** Una ingeniera química que planea su jubilación depositará 10% de su salario cada año en un fondo accionario de alta tecnología. Si este año su salario es de \$60 000 (es decir, al final del año 1) y espera que se incremente 4% cada año, ¿cuál será el valor presente del fondo después de 15 años si rinde 4% anual?
- 2.41** Se sabe que el esfuerzo que se requiere para mantener un microscopio electrónico de barrido se incrementa en un porcentaje fijo cada año. Una compañía de mantenimiento de equipos de alta tecnología ofrece sus servicios por una cuota de \$25 000 para el primer año (es decir, al final del año 1), con incrementos de 6% anual a partir de entonces. Si una empresa de biotecnología desea celebrar un contrato de tres años para aprovechar las ventajas de ciertas exenciones fiscales temporales, ¿cuánto debe estar dispuesta a pagar si usa una tasa de interés de 15% anual?
- 2.42** Hughes Cable Systems planea ofrecer a sus empleados un paquete de mejoras salariales cuya componente principal es la participación en las utilidades. Específicamente, la compañía reservaría 1% de las ventas totales para los bonos de fin de año de todos sus trabajadores. Se espera que las ventas sean de \$5 000 000 el primer año y de \$6 000 000 el segundo, con incrementos de 20% durante cada uno de los cinco años siguientes. Con una tasa de interés de 10% por año, ¿cuál es el valor anual equivalente en los años 1 a 5 del paquete de bonos?

- 2.43** Determine cuánto dinero habría en una cuenta de ahorros que comenzó con un depósito de \$2 000 en el año 1, y cantidades posteriores que se incrementaban 10% cada año. Use una tasa de interés de 15% anual y un periodo de siete años.
- 2.44** Se encontró que el valor futuro en el año 10 de una serie gradiente geométrica de flujos de efectivo era de \$80 000. Si la tasa de interés fue de 15% por año, y de 9% la tasa anual de incremento, ¿cuál fue el monto del flujo de efectivo en el año 1?
- 2.45** Thomasville Furniture Industries ofrece varios tipos de telas de alto rendimiento capaces de resistir productos químicos tan dañinos como el cloro. Cierta compañía manufacturera del oeste medio de los Estados Unidos que usa la tela en varios de sus productos reportó que el valor presente de sus compras de este material durante un periodo de cinco años había sido de \$900 000. Si se sabe que los costos se incrementaron en forma geométrica 5% por año durante ese periodo, y que la empresa usa una tasa de interés de 15% anual para sus inversiones, ¿cuál fue el costo de la tela en el año 2?
- 2.46** Encuentre el valor presente de una serie de inversiones que comenzaron con \$1 000 en el año 1 con incrementos anuales de 10% durante 20 años. Suponga que la tasa de interés es de 10% anual.
- 2.47** Una empresa de consultoría del norte de California quiere comenzar a ahorrar dinero para reemplazar sus servidores de red. Si invierte \$3 000 al final del año 1 e incrementa la cantidad invertida 5% cada año, ¿cuánto habrá en la cuenta dentro de cuatro años si percibe intereses a una tasa de 8% anual?
- 2.48** Una compañía que fabrica monitores de sulfuro de hidrógeno purgables planea realizar depósitos de dinero de manera que cada uno sea 5% mayor al anterior. ¿De cuánto debe ser el primer depósito que haga (al final del año 1) si éstos se extienden hasta el año 10 y el cuarto de ellos es de \$1 250? Emplee una tasa de interés de 10% anual.

Tasa de interés y tasa de rendimiento

- 2.49** ¿Qué tasa de interés compuesto anual es equivalente a 12% de interés simple anual, durante un periodo de 15 años?
- 2.50** Una empresa de consultoría en ingeniería que cotiza en la bolsa paga un bono a cada ingeniero al final del año con base en la utilidad que se obtiene durante ese periodo. Si la inversión inicial de la compañía fue de \$1 200 000, ¿qué tasa de rendimiento ha obtenido sobre su inversión si el bono de cada ingeniero ha sido de \$3 000 por cada uno de los 10 últimos años? Suponga que la empresa tiene seis ingenieros y que el bono monetario representa 5% de la utilidad de la compañía.
- 2.51** Danson Iron Works, Inc. fabrica cojinetes esféricos angulares para bombas que operan en ambientes hostiles. Si la compañía invirtió \$2 400 000 en un proceso que dejó utilidades de \$760 000 anuales durante cinco años, ¿qué tasa de rendimiento tuvo la compañía sobre su inversión?
- 2.52** Una inversión de \$600 000 se incrementó a \$1 000 000 en un periodo de cinco años. ¿Cuál fue la tasa de rendimiento sobre la inversión?
- 2.53** Una compañía pequeña que se especializa en recubrimientos en polvo expandió su edificio y compró un horno nuevo que tiene el tamaño suficiente para tratar carrocerías de automóvil. El edificio y horno costaron \$125 000, pero un negocio nuevo de rodillos calientes ha incrementado su ingreso anual en \$520 000. Si los gastos de operación de gas, materiales, mano de obra, etc., tienen un importe de \$470 000 por año, ¿qué tasa de rendimiento se obtendrá sobre la inversión si en el cálculo sólo se incluye los flujos de efectivo que tienen lugar durante los cuatro años siguientes?

- 2.54** El plan de negocios para una compañía que inicia, dedicada a la fabricación de detectores portátiles de gases múltiples tiene flujos anuales de efectivo equivalentes a \$400 000 para los cinco primeros años. Si el flujo de efectivo en el año 1 fue de \$320 000 y el incremento posterior fue de \$50 000 por año, ¿qué tasa de interés se usó para el cálculo?
- 2.55** Una compañía nueva que fabrica arrancadores suaves de voltaje medio gastó \$85 000 para construir un sitio web nuevo. El ingreso neto fue de \$60 000 el primer año, con un incremento de \$15 000 anuales. ¿Qué tasa de rendimiento tuvo la compañía en sus primeros cinco años?
- Número de años**
- 2.56** Una empresa productora de válvulas de control de plástico tiene un fondo de \$500 000 para reemplazo de equipo. Si la compañía gasta \$75 000 por año en equipo nuevo, ¿cuántos años tomará reducir el fondo a menos de \$75 000 con una tasa de interés de 10% anual?
- 2.57** La empresa A&E estudia la compra por medio de un arrendamiento de largo plazo del edificio que ocupa actualmente, ya que el propietario del inmueble lo puso a la venta súbitamente. El edificio se ofrece a un precio de \$170 000. Como el arrendamiento de este año ya se pagó, el siguiente pago anual de \$30 000 no se realizará sino hasta el término de este año. Debido a que la empresa A&E ha sido un buen inquilino, el propietario ofreció venderle el edificio en \$160 000. Si la compañía lo compra sin enganche, ¿cuánto tiempo pasará antes de que recupere su inversión con una tasa de interés de 12% anual?
- 2.58** Una ingeniera que invirtió muy bien planea jubilarse ahora porque tiene \$2 000 000 en su cuenta de ahorro para el retiro. ¿En cuánto tiempo podrá retirar \$100 000 anuales (el año 1 comienza a partir de ahora) si su cuenta gana intereses a una tasa de 4% anual?
- 2.59** Una compañía que manufactura sensores de viento ultrasónicos invirtió \$1 500 000 hace dos años para adquirir parte de la propiedad de una compañía innovadora fabricante de chips. ¿Cuánto tomará (a partir de la inversión inicial) para que su participación en dicha empresa genere un valor de \$3 000 000 si ésta crece a una tasa de 20% anual?
- 2.60** Un ingeniero mecánico planea jubilarse cuando tenga \$1 600 000 en su cuenta de corretaje. Si comenzó con \$100 000 en la cuenta, ¿cuánto tiempo pasará (a partir del momento en que comenzó) antes de que pueda jubilarse si la cuenta tiene una tasa de rendimiento de 18% anual?
- 2.61** ¿Cuántos años tomará para que un depósito uniforme anual de tamaño A acumule 10 veces el monto de un solo depósito, si la tasa de rendimiento es de 10% por año?
- 2.62** ¿Cuántos años se requieren para que una inversión de \$10 000 en el año 1 con incrementos de 10% anual tengan un valor presente de \$1 000 000 con una tasa de interés de 7% anual?
- 2.63** Se dijo a una persona que cierta secuencia de flujo de efectivo había comenzado con \$3 000 en el año 1 con incrementos de \$2 000 cada año. ¿Cuántos años son necesarios para que el valor anual equivalente de la secuencia sea de \$12 000, con una tasa de interés de 10% anual?

PROBLEMAS DE REPASO FI

- 2.64** Una compañía constructora cuenta con la opción, en algún momento entre el día de hoy y los próximos cuatro años, de comprar una excavadora en \$61 000. Si la empresa planea

- adquirir la máquina dentro de cuatro años, la cantidad equivalente presente que la compañía pagaría por ella estaría muy cerca de
- a) \$41 230
 - b) \$46 710
 - c) \$48 320
 - d) Más de \$49 000
- 2.65** El costo de la colegiatura en cierta universidad pública fue de \$160 por hora-crédito hace cinco años. El costo hoy (exactamente cinco años después) es de \$235. La tasa de incremento anual es la más cercana a
- a) 4%
 - b) 6%
 - c) 8%
 - d) 10%
- 2.66** El valor presente de un gradiente geométrico que se incrementa es de \$23 632. La tasa de interés es de 6% por año, y 4% la tasa de cambio anual. Si el monto del flujo de efectivo en el año 1 es de \$3 000, el gradiente finaliza en el año
- a) 7
 - b) 9
 - c) 11
 - d) 12
- 2.67** El ganador de una lotería megamillonaria obtuvo el premio mayor de \$175 000 000 y contó con la opción de recibir pagos de \$7 000 000 anuales durante 25 años comenzando por el año 1 hoy, o tomar ahora \$109 355 000. ¿Con qué tasa de interés son equivalentes las dos opciones?
- a) 4%
 - b) 5%
 - c) 6%
 - d) 7%
- 2.68** Un fabricante de válvulas de desagüe para sanitarios quiere tener disponibles \$2 800 000 dentro de diez años, de modo que pueda iniciar una línea nueva de productos. Si la compañía planea depositar dinero cada año, con el inicio hoy del año 1, ¿cuánto tendrá que depositar cada vez con un interés de 6% anual a fin de disponer de \$2 800 000 inmediatamente después de hacer el último depósito?
- a) Menos de \$182 000
 - b) \$182 500
 - c) \$191 300
 - d) Más de \$210 000
- 2.69** Rubbermaid Plastics Corp. invirtió \$10 000 000 en equipo de manufactura para producir cestos pequeños para basura. Si la compañía usa una tasa de interés de 15% anual, ¿cuánto dinero tendría que ganar cada año si quisiera recuperar su inversión en siete años?
- a) \$2 403 600
 - b) \$3 530 800
 - c) \$3 941 800
 - d) Más de \$4 000 000
- 2.70** Un ingeniero deposita \$8 000 el año 1, \$85 900 el año 2, y cada año las cantidades se incrementan en \$500, hasta el año 10. Con una tasa de interés de 10% anual, el valor presente está muy cerca de
- a) \$60 600
 - b) \$98 300
 - c) \$157 200
 - d) \$173 400
- 2.71** La cantidad de dinero que podría gastarse dentro de siete años, en lugar de gastar \$50 000 ahora, con una tasa de interés de 18% por año, es la más cercana a
- a) \$15 700
 - b) \$159 300
 - c) \$199 300
 - d) \$259 100
- 2.72** Un depósito de \$10 000 dentro de 20 años, con una tasa de interés de 10% anual, tiene un valor presente muy próximo a
- a) \$1 720
 - b) \$1 680
 - c) \$1 590
 - d) \$1 490
- 2.73** El ingreso por ventas de un aditivo para gasolina limpiador de inyectores ha sido en promedio de \$100 000 por año. Con una tasa

de interés de 18% anual, el valor futuro del ingreso en los años 1 a 5 está muy cerca de

- a) \$496 100
- b) \$652 200
- c) \$715 420
- d) Más de \$720 000

2.74 Los costos químicos asociados a un incinerador de gas con chimenea compresora (para control de olores) han estado decreciendo de manera uniforme durante cinco años gracias a los aumentos en su eficiencia. Si el costo en el año 1 fue de \$100 000 y disminuyó \$5 000 por año hasta el quinto, el valor presente de los costos con 10% anual está muy cerca de

- a) Menos de \$350 000
- b) \$402 200
- c) \$515 400
- d) Más de \$520 000

2.75 El valor futuro en el año 10 de una inversión presente de \$20 000, con una tasa de interés de 12% anual, es muy cercano a

- a) \$62 120
- b) \$67 560
- c) \$71 900
- d) \$81 030

2.76 Una compañía manufacturera obtiene un préstamo de \$100 000 con la promesa de saldarlo en pagos anuales iguales durante un periodo de cinco años. Con una tasa de interés de 12% anual, cada pago estará cerca de

- a) \$23 620
- b) \$27 740
- c) \$29 700
- d) \$31 800

2.77 Simpson Electronics quiere tener \$100 000 disponibles dentro de tres años para reemplazar una línea de producción. La cantidad de dinero que tendría que depositar cada año con una tasa de interés de 12% anual sería muy cercana a

- a) \$22 580
- b) \$23 380

- c) \$29 640
- d) Más de \$30 000

2.78 Un ingeniero civil deposita \$10 000 por año en una cuenta para el retiro que tiene una tasa de rendimiento de 12% anual. La cantidad de dinero en la cuenta al término de 25 años está muy cerca de

- a) \$670 500
- b) \$902 800
- c) \$1 180 900
- d) \$1 333 300

2.79 El valor futuro (en el año 8) de \$10 000 en el año 3, \$10 000 en el año 5 y \$10 000 en el año 8, con una tasa de interés de 12% anual, es muy cercano a

- a) \$32 100
- b) \$39 300
- c) \$41 670
- d) \$46 200

2.80 Los costos de mantenimiento para un oxidante térmico regenerativo se han incrementado de manera uniforme durante cinco años. Si el costo en el año 1 fue de \$8 000 y aumentó anualmente \$900 hasta el quinto año, el valor presente de los costos con una tasa de interés de 10% anual está muy próximo a

- a) \$31 670
- b) \$33 520
- c) \$34 140
- d) Más de \$36 000

2.81 Una inversión de \$100 000 generó un ingreso anual de \$20 000 durante 10 años. La tasa de rendimiento de la inversión es la más cercana a

- a) 15%
- b) 18%
- c) 21%
- d) 25%

2.82 Una compañía constructora invirtió \$60 000 en una excavadora nueva. Si se espera que el ingreso proveniente del arrendamiento

temporal de la máquina sea de \$15 000 por año, el periodo de tiempo que se requiere para recuperar la inversión con una tasa de interés de 18% anual está muy cerca de

- a) 5 años
- b) 8 años
- c) 11 años
- d) 13 años

ESTUDIO DE CASO

¿QUÉ DIFERENCIA PUEDEN HACER LOS AÑOS Y EL INTERÉS COMPUESTO?

Dos situaciones del mundo real

1. La compra de la isla de Manhattan. La historia reporta que la isla de Manhattan, en Nueva York, fue comprada por el equivalente de \$24 en el año 1626. En el año 2001, se reconoció el 375 aniversario de la compra de Manhattan.
2. El programa de opción de compra de acciones. Un joven graduado de la escuela de ingeniería de una universidad de California ingresó a trabajar en una compañía a la edad de 22 años y colocó \$50 por mes en la opción de compra de acciones. Dejó la compañía luego de 60 meses completos de empleo, a los 27 años, y no vendió sus acciones. El ingeniero no preguntó el valor de las acciones hasta que tuvo 57 años, unos 30 años después.

Ejercicios para el estudio de caso

Acerca de la compra de la isla de Manhattan:

1. Las inversiones del sector público se evalúan al 6% anual. Suponga que Nueva York ha invertido los \$24 a una tasa conservadora del 6%. Determine el valor de la compra de la isla de Manhattan en el año 2001 al a) 6% anual de interés simple y b) 6% anual de interés compuesto. Observe la diferencia significativa que tiene la composición a 6% durante un periodo de tiempo largo (en este caso, 375 años).
2. ¿Cuál es la cantidad equivalente que Nueva York habría tenido que desembolsar en 1626 y cada año

desde entonces, para igualar exactamente la cantidad en la parte 1. anterior, al 6% anual *compuesto* anualmente?

Acerca del programa de compra de acciones:

1. Construya el diagrama de flujo de efectivo para las edades desde 22 hasta 57.
2. El ingeniero ha aprendido que durante los 30 años de intervención, las acciones ganaron a una tasa de 1.25% por mes. Determine el valor de los \$50 por mes cuando el ingeniero dejó la compañía luego de un total de 60 compras.
3. Determine el valor de las acciones de la compañía que tiene el ingeniero a sus 57 años. De nueva cuenta, observe la diferencia significativa que 30 años han generado a un 15% anual de tasa compuesta.
4. Suponga que el ingeniero no deja los fondos invertidos en acciones a los 27 años de edad. Ahora determine la cantidad que habría tenido que depositar cada año, a partir de los 50 años de edad, para hacerlo equivalente al valor a la edad de 57, calculado en el punto 3. anterior. Suponga que los 7 años de depósito obtienen un retorno de 15% anual.
5. Finalmente, compare la cantidad total de dinero depositado durante los 5 años, cuando el ingeniero estaba en sus veinte, con la cantidad total que habría tenido que depositar durante los 7 años en sus cincuenta, para tener la cantidad igual y equivalente a los 57 años, como se determinó en el punto 3. anterior.

CAPÍTULO 3

Combinación de factores

La mayoría de las series de flujo de efectivo estimadas no se ajustan exactamente a las series para las cuales fueron desarrolladas las ecuaciones y los factores del capítulo 2. Por lo tanto, es necesario combinar las ecuaciones. Para una secuencia de flujos de efectivo dada, en general, hay muchas formas correctas de determinar el valor presente equivalente P , el valor futuro F o el valor anual A . En este capítulo se explica cómo combinar los factores de ingeniería económica para afrontar situaciones más complejas que involucren series uniformes diferidas y series gradiente. Las funciones de las hojas de cálculo se utilizan para acelerar los cálculos.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Objetivo general: realizar cálculos a mano y por computadora que combinen varios factores de ingeniería económica.

Serie diferida

**Series diferidas
y cantidades únicas**

Gradientes diferidos

Gradientes decrecientes

Hojas de cálculo

Este capítulo ayudará al lector a:

1. Determinar P , F o A de una serie uniforme que empieza en un momento diferente al periodo 1.
2. Calcular P , F o A de cantidades únicas colocadas al azar y cantidades de serie uniforme.
3. Efectuar cálculos de equivalencia para flujos de efectivo que involucren gradientes geométricos o aritméticos diferidos.
4. Hacer cálculos de equivalencia para flujos de efectivo que impliquen gradientes aritméticos decrecientes.
5. Demostrar diferentes funciones de la hoja de cálculo y comparar las soluciones a mano y por computadora.

3.1 CÁLCULOS PARA SERIES UNIFORMES QUE SON DIFERIDAS

Cuando una serie uniforme se inicia en un momento diferente del final del periodo 1, se dice que se trata de una *serie diferida*. En este caso, pueden utilizarse diversos métodos para encontrar el valor presente equivalente P . Por ejemplo, P de la serie uniforme que se muestra en la figura 3.1 podría determinarse por cualquiera de los siguientes métodos:

- Utilice el factor P/F para encontrar el valor presente de cada desembolso en el año 0 y súmelos.
- Aplique el factor F/P para determinar el valor futuro de cada desembolso en el año 13, súmelos y luego calcule el valor presente del total mediante $P = F(P/F, i, 13)$.
- Emplee el factor F/A para encontrar la cantidad futura $F = A(F/A, i, 10)$ y luego calcule el valor presente mediante $P = F(P/F, i, 13)$.
- Use el factor P/A para calcular el “valor presente” (que estará situado en el año 3, no en el año 0) y luego encuentre el valor presente en el año 0 mediante el factor $(P/F, i, 3)$. (El valor presente se encierra entre comillas sólo aquí para representar el valor presente como está determinado por el factor P/A en el año 3 y para diferenciarlo del valor presente en el año 0.)

Por lo común el último método se utiliza para calcular el valor presente de una serie uniforme que no empieza al final del periodo 1. Para la figura 3.1, el “valor presente” obtenido mediante el factor P/A estaría situado en el año 3, lo cual se muestra como P_3 en la figura 3.2. Observe que un valor P siempre está situado 1 año o periodo antes de la primera cantidad anual. ¿Por qué? Porque el factor P/A se obtuvo con P en el periodo de tiempo 0 y A empezando al final del periodo 1. El error más común que se comete al trabajar problemas de este tipo es la ubicación inadecuada de P . Por consiguiente, es muy importante recordar que:

Cuando se utiliza el factor P/A , el valor presente siempre está situado un periodo antes de la primera cantidad de la serie uniforme.

Figura 3.1
Serie uniforme diferida.

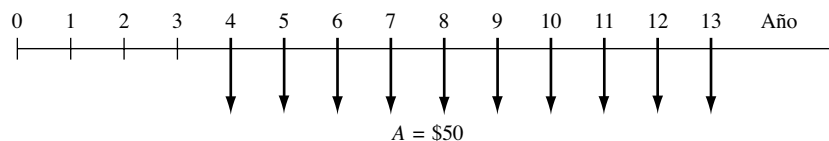
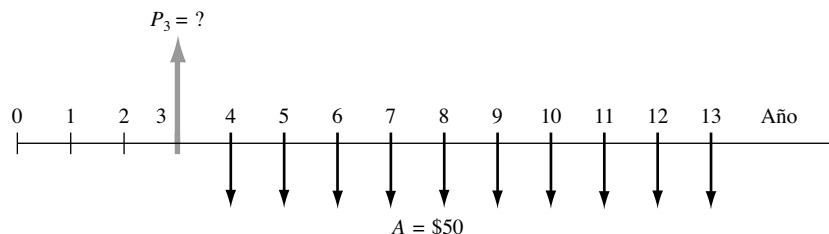


Figura 3.2
Localización del valor presente para la serie uniforme diferida de la figura 3.1.



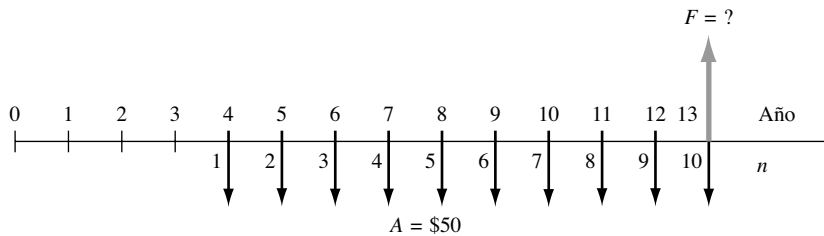


Figura 3.3
Ubicación de F y renumeración de n para la serie uniforme diferida de la figura 3.1.

Para determinar un valor futuro, o valor F , recuerde que el factor F/A derivado en la sección 2.3 sitúa el valor F en el *mismo* periodo que la última cantidad de la serie uniforme. La figura 3.3 muestra la ubicación del valor futuro cuando se utiliza F/A para el flujo de efectivo de la figura 3.1.

El valor futuro siempre está situado en el mismo periodo que la última cantidad de la serie uniforme al utilizar el factor F/A .

También es importante recordar que el número de periodos n en los factores P/A o F/A es igual al número de flujos de la serie uniforme. En general ayuda *renumerar* el diagrama de flujo de efectivo para evitar errores en el conteo. La figura 3.3 muestra la figura 3.1 numerada de nuevo para determinar $n = 10$.

Como se expresó anteriormente, muchos métodos pueden utilizarse para resolver los problemas que tiene una serie uniforme diferida. Sin embargo, en general, es más conveniente emplear los factores de la serie uniforme que factores de cantidad única. Para evitar errores es conveniente seguir algunos pasos específicos:

1. Trace un diagrama de los flujos de efectivo positivo y negativo.
2. Ubique el valor presente o el valor futuro de cada serie en el diagrama de flujo de efectivo.
3. Determine n para cada serie volviendo a numerar el diagrama de flujo de efectivo.
4. Trace otro diagrama de flujo de efectivo que represente el flujo de efectivo equivalente deseado.
5. Determine y resuelva las ecuaciones.

Estos pasos se ilustran a continuación.

EJEMPLO 3.1

Un grupo de tecnología en ingeniería acaba de comprar un nuevo programa de diseño asistido por computadora (CAD) con \$5 000 de pago inicial, y pagos anuales de \$500 por año durante 6 años empezando 3 años a partir de la fecha de la compra. ¿Cuál es el valor presente de los pagos si la tasa de interés es de 8% anual?

Solución

El diagrama de flujo de efectivo se muestra en la figura 3.4. El símbolo P_A se utiliza en todo este capítulo para simbolizar el valor presente de una serie anual uniforme A , y P'_A

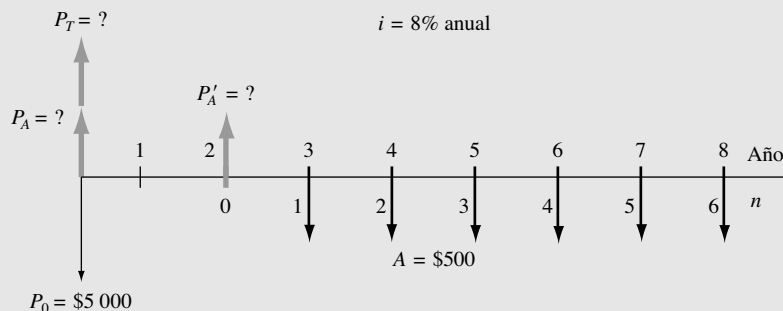


Figura 3.4

Diagrama de flujo de efectivo con colocación de valores P , ejemplo 3.1.

representa el valor presente en un momento diferente del periodo 0. Asimismo, P_T representa el valor total presente en el tiempo 0. También se indican la ubicación correcta de P'_A y la nueva numeración del diagrama para obtener n . Observe que P'_A está ubicado en el año 2, no en el año 3. Además, $n = 6$, no 8, para el factor P/A . Primero se debe encontrar el valor de P'_A de la serie diferida.

$$P'_A = \$500(P/A, 8\%, 6)$$

Puesto que P'_A está ubicado en el año 2, es necesario encontrar P_A en el año 0:

$$P_A = P'_A(P/F, 8\%, 2)$$

El valor presente total se determina sumando P_A y el pago inicial P_0 en el año 0.

$$\begin{aligned} P_T &= P_0 + P_A \\ &= 5\,000 + 500(P/A, 8\%, 6)(P/F, 8\%, 2) \\ &= 5\,000 + 500(4.6229)(0.8573) \\ &= \$6\,981.60 \end{aligned}$$

Cuanto más compleja se vuelva la serie de flujo de efectivo, más útiles resultan las funciones de la hoja de cálculo. Cuando la serie uniforme A está diferida, la función VPN se usa para determinar P , y con la función PAGO se encuentra el valor equivalente A . La función VPN, al igual que la función VP, determina los valores P ; aunque VPN puede manipular directamente de las celdas, en la misma forma que la función TIR, cualquier combinación de flujos de efectivo. Ingrese los flujos de efectivo netos en celdas contiguas (columnas o filas), asegurándose de ingresar '0' para todos los flujos de efectivo cero. Use el formato



$$\text{VPN}(i\%, \text{second\_cell}:\text{last\_cell}) + \text{first\_cell}$$

First_cell contiene el flujo de efectivo para el año 0 y debe ser listada por separado para que VPN la tome en consideración correctamente para el valor del dinero en el tiempo. El flujo de efectivo en el año 0 puede ser 0.

El camino más sencillo para encontrar una A equivalente durante n años, para una serie diferida, es con la función PAGO, donde el valor P se toma de la función VPN anterior. El formato es el mismo que se aprendió con anterioridad, pero la entrada para P es una referencia de celda, no un número.

$$\text{PAGO}(i\%,n,\text{cell\_with\_}P,F)$$

De manera alternativa, se utiliza la misma técnica cuando se haya obtenido un valor F usando la función VF. Ahora la última entrada en PAGO es “cell_with_” F ”.

Es muy afortunado que cualquier parámetro en una función de una hoja de cálculo pueda, en sí mismo, ser una función. En consecuencia, es posible escribir la función PAGO en una celda individual al insertar la función VPN (y la función VF, si es necesario). El formato es

$$\text{PAGO}(i\%,n,\text{VPN}(i\%,\text{second\_cell:last\_cell})+\text{first\_cell},F)$$

Desde luego, la respuesta para A es la misma para la operación de dos celdas o una celda individual, en la función insertada. Estas tres funciones se aplican en el siguiente ejemplo.



EJEMPLO 3.2

La recalibración de dispositivos sensibles de medición cuesta \$8 000 al año. Si la máquina se recalibrará durante 6 años, iniciando 3 años después de la compra, calcule la serie uniforme equivalente de 8 años al 16% anual. Demuestre las soluciones a mano y con computadora.

Solución a mano

Las figuras 3.5a y b muestran el flujo de efectivo original y el diagrama deseado equivalente. Para convertir la serie diferida de \$8 000 en una serie uniforme equivalente durante todos los periodos, primero convierta la serie uniforme en una cantidad de valor presente o de valor futuro. Luego utilice el factor A/P o el factor A/F . Aquí se presentarán ambos métodos.

Método del valor presente. (Véase la figura 3.5a.) Calcule P'_A para la serie diferida en el año 2 y P_T en el año 0.

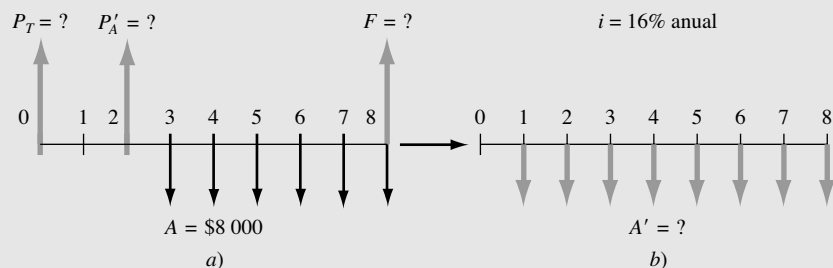
$$\begin{aligned} P'_A &= 8\,000(P/A, 16\%, 6) \\ P_T &= P'_A (P/F, 16\%, 2) = 8\,000(P/A, 16\%, 6)(P/F, 16\%, 2) \\ &= 8\,000(3.6847)(0.7432) = \$21\,907.75 \end{aligned}$$

La serie equivalente A' para 8 años puede determinarse ahora vía el factor A/P .

$$A' = P_T(A/P, 16\%, 8) = \$5\,043.60$$

Método del valor futuro. (Véase la figura 3.5a.) Primero calcule el valor futuro F en el año 8.

$$F = 8\,000(F/A, 16\%, 6) = \$71\,820$$



Microsoft Excel - Example 3.2

File Edit View Insert Format Tools Data Window Help

Formula bar: $=\text{PAGO}(16\%,8,\text{VPN}(16\%,\text{B4:B11})+\text{B3})$

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2	Anual	Flujo de efectivo		$=\text{VPN}(16\%,\text{B4:B11})+\text{B3}$				
3	0	\$ -						
4	1	\$ -		Valor presente	Valor anual al utilizar VPN			
5	2	\$ -		$\$(21,906.87)$	$\$5,043.49$			
6	3	\$ (8,000)				$=\text{PAGO}(16\%,8,\text{D5})$		
7	4	\$ (8,000)			Valor anual al utilizar PAGO			
8	5	\$ (8,000)			$\$5,043.49$			
9	6	\$ (8,000)						
10	7	\$ (8,000)						
11	8	\$ (8,000)				$=\text{PAGO}(16\%,8,\text{VPN}(16\%,\text{B4:B11})+\text{B3})$		
12								

Ready NUM

c)

Figura 3.5

Diagramas de flujo de efectivo a) original y b) equivalente; c) funciones de hoja de cálculo para determinar P y A , ejemplo 3.2.

El factor A/F se usa ahora para obtener A' durante los 8 años.

$$A' = F(A/F, 16\%, 8) = \$5\,043.20$$



Solución por computadora

(Véase la figura 3.5c.) Ingrese el flujo de efectivo en B3 y hasta B11 con entradas de '0' en las primeras tres celdas. Ingrese $\text{VPN}(16\%,\text{B4:B11})+\text{B3}$ en la celda D5 para desplegar la P de $\$21,906.87$.

Existen dos formas de obtener la A equivalente a lo largo de 8 años. Desde luego, sólo necesita ingresarse una de estas funciones PAGO. O ingresa la función PAGO haciendo referencia directa al valor VPN (véase la etiqueta de la celda para E/F5), o inserta la función VPN dentro de la función PAGO (véase la etiqueta de la celda para E/F8 o la barra de fórmula).

3.2 CÁLCULOS QUE INVOLUCRAN SERIES UNIFORMES Y CANTIDADES ÚNICAS COLOCADAS ALEATORIAMENTE

Cuando el flujo de efectivo incluye tanto una serie uniforme como cantidades únicas colocadas aleatoriamente, los procedimientos de la sección 3.1 se aplican a la serie uniforme y las fórmulas de cantidad única se aplican a los flujos de efectivo que se realizan de una vez. Tal procedimiento, ilustrado en los ejemplos 3.3 y 3.4, es sólo una combinación de los anteriores. Para soluciones con hoja de cálculo, es necesario ingresar los flujos de efectivo netos antes de usar la función VPN o alguna otra.

EJEMPLO 3.3

Una compañía de ingeniería en Wyoming que posee 50 hectáreas de tierra de alto valor ha decidido arrendar los derechos sobre los minerales en su propiedad a una empresa minera. Su objetivo principal es obtener un ingreso de inversión de largo plazo para financiar proyectos venideros a 6 y 16 años a partir del momento actual. La compañía propone a la empresa minera que ésta pague \$20 000 anualmente durante 20 años empezando dentro de un año, más \$10 000 dentro de seis años y \$15 000 dentro de 16 años. Si la empresa minera desea liquidar su arrendamiento de inmediato, ¿cuánto debería pagar ahora si la inversión podría generar 16% anual?

Solución

El diagrama de flujo de efectivo se muestra en la figura 3.6 desde la perspectiva de propietario. Encuentre el valor presente de la serie uniforme de 20 años y agréguelo al valor presente de las dos cantidades únicas.

$$P = 20\,000(P/A, 16\%, 20) + 10\,000(P/F, 16\%, 6) + 15\,000(P/F, 16\%, 16) \\ = \$124\,075$$

Observe que la serie uniforme de \$20 000 empieza al final del año 1, de manera que el factor P/A determina el valor presente en el año 0.

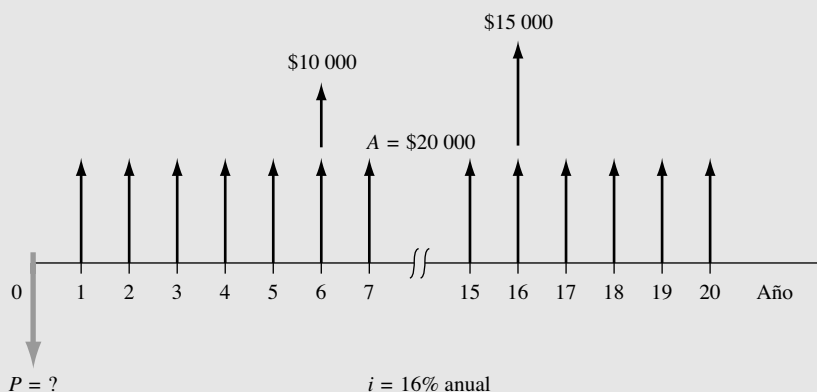


Figura 3.6

Diagrama que incluye una serie uniforme y cantidades únicas, ejemplo 3.3.

Cuando usted calcula el valor A para series de flujo de efectivo que incluyen cantidades únicas colocadas aleatoriamente y series uniformes, *primero convierta todo a un valor presente o a un valor futuro*. Luego obtenga el valor A al multiplicar P o F por el factor apropiado A/P o A/F . El ejemplo 3.4 ilustra este procedimiento.

EJEMPLO 3.4

Suponga estimaciones similares de flujo de efectivo a los proyectados en el ejemplo anterior (ejemplo 3.3) para la compañía de ingeniería que planea arrendar sus derechos sobre el mineral. Sin embargo, mueva el año de inicio por la serie de \$20 000 por año dos años hacia adelante para empezar en el año 3. Ahora continuará hasta el año 22. Utilice las relaciones de ingeniería económica a mano y por computadora para determinar los cinco valores equivalentes listados a continuación a 16% anual.

1. Valor presente total P_T en el año 0
2. Valor futuro F en el año 22
3. Serie anual a lo largo de los 22 años completos
4. Serie anual durante los primeros 10 años
5. Serie anual durante los últimos 12 años

Solución a mano

La figura 3.7 presenta los flujos de efectivo con los valores equivalentes P y F indicados en los años correctos para los factores P/A , P/F y F/A .

1. Primero determine el valor presente de la serie en el año 2. Entonces el valor presente total P_T es la suma de los tres valores P : el monto del valor presente de la serie movido hacia atrás a $t = 0$ con el factor P/F , y los valores P en $t = 0$ para las dos cantidades individuales en los años 6 y 16.

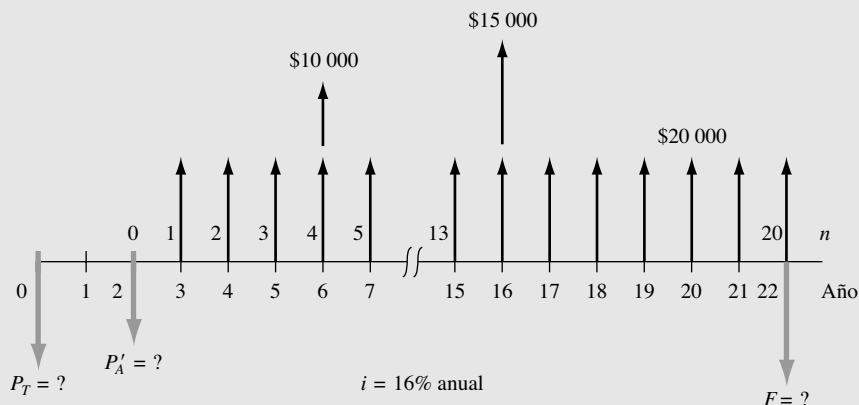


Figura 3.7

Diagrama de la figura 3.6 con la serie A diferida 2 años hacia adelante, ejemplo 3.4.

$$\begin{aligned}
 P'_A &= 20\,000(P/A, 16\%, 20) \\
 P_T &= P'_A(P/F, 16\%, 2) + 10\,000(P/F, 16\%, 6) + 15\,000(P/F, 16\%, 16) \\
 &= 20\,000(P/A, 16\%, 20)(P/F, 16\%, 2) + 10\,000(P/F, 16\%, 6) \\
 &\quad + 15\,000(P/F, 16\%, 16) \\
 &= \$93\,625
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

2. Para calcular F en el año 22, a partir de los flujos de efectivo originales (figura 3.7), encuentre F para la serie de 20 años y agregue los valores F para las dos cantidades individuales. Asegúrese de determinar cuidadosamente los valores n para las cantidades individuales: $n = 22 - 6 = 16$ para la cantidad de \$10 000 y $n = 22 - 16 = 6$ para la cantidad de \$15 000.

$$\begin{aligned}
 F &= 20\,000(F/A, 16\%, 20) + 10\,000(F/P, 16\%, 16) + 15\,000(F/P, 16\%, 6) \\
 &= \$2\,451\,626
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

3. Multiplique la cantidad de valor presente $P_T = \$93\,625$ del punto 1. anterior por el factor A/P para 22 años, para determinar una serie equivalente A de 22 años, la cual se refiere aquí como A_{1-22} .

$$A_{1-22} = P_T(A/P, 16\%, 22) = 93\,625(0.16635) = \$15\,575 \tag{3.3}$$

Una manera alternativa para determinar la serie de 22 años emplea el valor F del punto 2. anterior. En este caso, el cálculo es $A_{1-22} = F(A/F, 16\%, 22) = \$15\,575$. Advierta que, en ambos métodos, primero se determina el valor total equivalente P o F , y luego se aplican los factores A/P o A/F para 22 años.

4. Éste, y el punto 5. siguiente, son casos especiales que ocurren con frecuencia en los estudios de ingeniería económica. La serie equivalente A se calcula para un diferente número de años del cubierto por los flujos de efectivo originales. Esto ocurre cuando para el análisis se establecen *periodos de estudio* u *horizontes de planeación* definidos. (Más adelante se examinan con mayor detalle los periodos de estudio.) Para determinar la serie equivalente A para los años 1 a 10 exclusivamente (sea A_{1-10}), se debe usar el valor P_T con el factor A/P para $n = 10$. Este cálculo transformará los flujos de efectivo originales en la figura 3.7 en la serie equivalente A_{1-10} , mostrada en la figura 3.8a.

$$A_{1-10} = P_T(A/P, 16\%, 10) = 93\,625(0.20690) = \$19\,371 \tag{3.4}$$

5. Para la serie equivalente de 12 años, para los años del 11 al 22 (sea A_{11-22}), se debe usar el valor F con el factor A/F para 12 años. Esto transforma la figura 3.7 en la serie de 12 años A_{11-22} de la figura 3.8b.

$$A_{11-22} = F(A/F, 16\%, 12) = 2\,451\,626(0.03241) = \$79\,457 \tag{3.5}$$

Advierta la enorme diferencia de más de \$60 000 en las cantidades anuales equivalentes que ocurren, cuando se permite que el valor presente de \$93 625 sea compuesto al 16% anual durante los primeros 10 años. Ésta es otra demostración del valor del dinero en el tiempo.

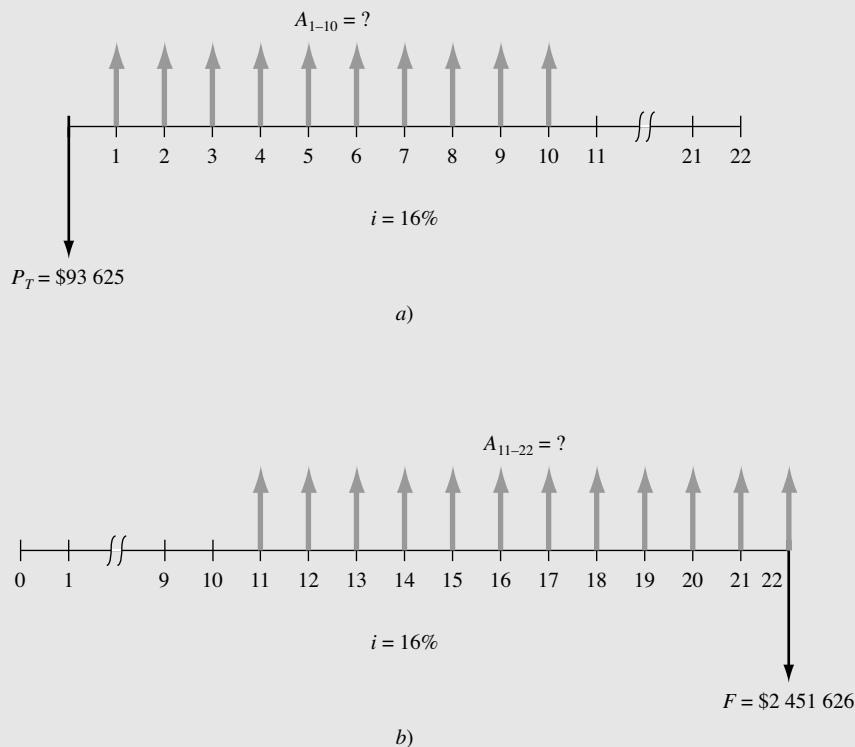


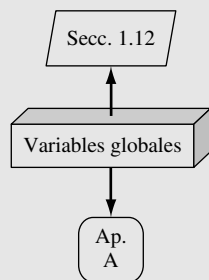
Figura 3.8

Los flujos de efectivo de la figura 3.7 convertidos a series uniformes equivalentes para a) años 1 a 10 y b) años 11 a 22.



Solución por computadora

La figura 3.9 es la imagen de una hoja de cálculo con las respuestas a las cinco preguntas. La serie de \$20,000 y las dos cantidades individuales se ingresaron en columnas separadas, B y C. También se ingresaron todos los valores cero del flujo de efectivo, de modo que las funciones trabajarán correctamente. Éste es un excelente ejemplo que demuestra la versatilidad de las funciones VPN, VF y PAGO. Al prepararse para el análisis de sensibilidad, las funciones se desarrollan utilizando el formato de referencia de celdas o variables globales, como se indica en las etiquetas de las celdas, lo cual significa que virtualmente cualquier número —la tasa de interés, cualquier flujo de efectivo estimado en la serie o en las cantidades individuales, y el tiempo oportuno dentro del marco de 22 años— puede cambiarse, y las nuevas respuestas se desplegarán inmediatamente. Se trata de la estructura general de la hoja de cálculo utilizada para realizar un análisis de ingeniería económica, con análisis de sensibilidad sobre los estimados.



1. Las cantidades de valor presente para la serie y las cantidades individuales se determinan en las celdas E6 y E10, respectivamente, utilizando la función VPN. La suma de éstas en E14 es $P_T = \$93,622$, lo cual corresponde al valor de la ecuación [3.1].

Microsoft Excel - Example 3.4

File Edit View Insert Format Tools Data Window Help

D1 = 16%

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1			Tasa de interés	16.00%							
2											
3			Flujo de efectivo								
4	Años	Series	Individual	Resultado de las funciones							
5	0	\$ -	\$ -	Valor presente							
6	1	\$ -	\$ -	de las series =	\$88,122						
7	2	\$ -	\$ -								
8	3	\$ 20,000	\$ -	Valor presente							
9	4	\$ 20,000	\$ -	individual =	\$5,500						
10	5	\$ 20,000	\$ -								
11	6	\$ 20,000	\$ 10,000								
12	7	\$ 20,000	\$ -								
13	8	\$ 20,000	\$ -	1. Valor presente							
14	9	\$ 20,000	\$ -	total =	\$ 33,622						
15	10	\$ 20,000	\$ -								
16	11	\$ 20,000	\$ -								
17	12	\$ 20,000	\$ -	2. Total valor							
18	13	\$ 20,000	\$ -	futuro =	\$ 2,451,621						
19	14	\$ 20,000	\$ -								
20	15	\$ 20,000	\$ -	3. Series anuales							
21	16	\$ 20,000	\$ 15,000	(22 años) =	\$ 15,574						
22	17	\$ 20,000	\$ -								
23	18	\$ 20,000	\$ -	4. Series anuales para							
24	19	\$ 20,000	\$ -	los primeros 10 años =	\$ 19,370						
25	20	\$ 20,000	\$ -								
26	21	\$ 20,000	\$ -	5. Series anuales para							
27	22	\$ 20,000	\$ -	los últimos 12 años =	\$ 79,469						

Ready NUM

Figura 3.9

Hoja de cálculo donde se usa el formato de referencia a celdas, ejemplo 3.4.

- La función VF en la celda E18 utiliza el valor P en E14 (precedido por un signo menos) para determinar F 22 años más tarde. Esto es significativamente más sencillo que usar la ecuación [3.2], la cual determina los tres valores F por separado y los suma para obtener $F = \$2,451,626$. Desde luego, cualquier método resulta correcto.
- Para encontrar la serie A de \$15,574 a 22 años, comenzando en el año 1, la función PAGO en E21 hace referencia al valor P en la celda E14. Éste es, en efecto, el mismo procedimiento utilizado en la ecuación [3.3] para obtener A_{1-22} .

Para los entusiastas de las hojas de cálculo, es posible directamente encontrar el valor de la serie A para 22 años en la celda E21, usando la función PAGO con funciones VPN insertadas. El formato a la referencia de celdas sería: $\text{PAGO}(\text{D1}, 22, -(\text{VPN}(\text{D1}, \text{B6}:\text{B27}) + \text{B5} + \text{VPN}(\text{D1}, \text{C6}:\text{C27}) + \text{C5}))$.

- y 5. Es muy sencillo determinar una serie uniforme equivalente a lo largo de cualquier número de periodos mediante el empleo de una hoja de cálculo, siempre y cuando la serie inicie un periodo después de donde se ubique el valor P , o termine en

el mismo periodo en donde se ubica el valor F . Estas dos declaraciones son ciertas para las series consideradas en esta sección: la primera serie de 10 años hace referencia a P en la celda E14, y la última serie de 12 años puede insertarse en el valor F de la celda E18. Los resultados en E24 y E27 son los mismos que para A_{1-10} y A_{11-12} en las ecuaciones [3.4] y [3.5], respectivamente.

Comentario

Recuerde que siempre estará presente cierto error de redondeo cuando se comparen los resultados obtenidos a mano y por computadora. Durante los cálculos, las funciones de la hoja de cálculo llevan más lugares decimales que las tablas. Además, se debe ser muy cuidadoso cuando se construyan las funciones en la hoja de cálculo. Es fácil errar un valor, como los de P o F en las funciones PAGO y VF, o un signo menos entre las entradas. Siempre verifique con cuidado las entradas de la función, antes de presionar <Enter>.

Ejemplo adicional 3.10.

3.3 CÁLCULOS PARA GRADIENTE DIFERIDO

En la sección 2.5 se derivó la relación $P = G(P/G, i, n)$ para calcular el valor presente de la serie gradiente aritmético. El factor P/G en la ecuación [2.15] se derivó para un valor presente en el año 0 empezando el gradiente entre los periodos 1 y 2.

El valor presente de un gradiente aritmético siempre estará ubicado *dos periodos antes de que el gradiente empiece*.

Remítase a la figura 2.13 para recordar los diagramas de flujo de efectivo.

La relación $A = G(A/G, i, n)$ también se derivó en la sección 2.5. El factor A/G en la ecuación [2.17] desarrolla la transformación de equivalencia de un gradiente sólo dentro de una serie A , desde los años 1 hasta n , como se indicó en la figura 2.14. Recuerde que, cuando existe una cantidad base, ésta y el gradiente aritmético deben tratarse por separado. Luego se pueden sumar los valores equivalentes P o A para obtener el valor presente total equivalente, P_T , y la serie anual total, A_T , de acuerdo con las ecuaciones [2.18] y [2.19].

Una serie gradiente convencional empieza entre los periodos 1 y 2 de una secuencia de flujo de efectivo. Un gradiente que inicia en algún otro momento se denomina *gradiente diferido*. El valor n en los factores P/G y A/G para un gradiente diferido se determina mediante la reenumeración de la escala de tiempo. El periodo donde *aparece por primera vez el gradiente se etiqueta como periodo 2*. El valor n para el factor se determina por medio del periodo reenumerado, cuando ocurre el último aumento de gradiente.

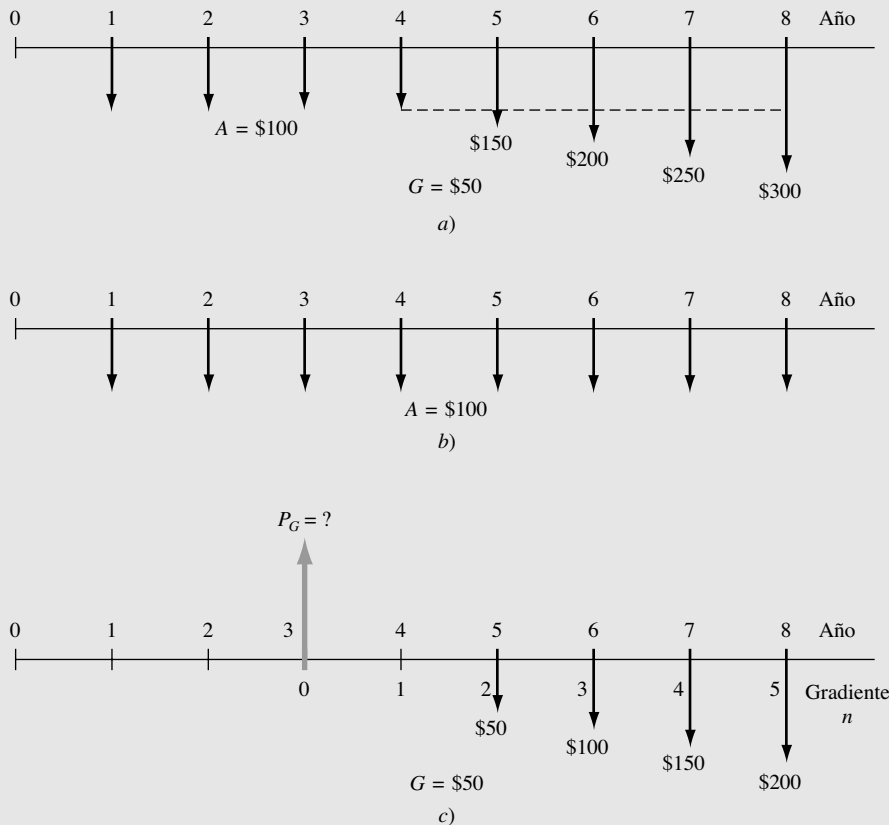
Fraccionar la serie de flujo de efectivo en la serie gradiente aritmético y el resto de los flujos de efectivo puede hacer muy claro cuál debería ser el valor n del gradiente. El ejemplo 3.5 ilustra dicho fraccionamiento.

EJEMPLO 3.5

Gerri, un ingeniero de Fujitsu, Inc., estimó el costo promedio de inspección de una línea de ensamble robotizada para 8 años. Los costos promedio se establecieron en \$100 por unidad completada para los primeros 4 años; pero han aumentado consistentemente en \$50 por unidad para cada uno de los últimos 4 años. Gerri planea analizar el aumento del gradiente mediante el uso del factor P/G . ¿Dónde está ubicado el valor presente para el gradiente? ¿Cuál es la relación general utilizada para calcular el valor presente total en el año 0?

Solución

Gerri construyó el diagrama de flujo de efectivo de la figura 3.10a, donde se muestra la cantidad base $A = \$100$ y el gradiente aritmético $G = \$50$, comenzando entre los periodos 4 y 5. En las figuras 3.10b y c se fraccionan estas dos series. El gradiente del año 2 se colocó en el año 5 de toda la secuencia en la figura 3.10c. Es claro que $n = 5$ para el factor P/G . La flecha de $P_G = ?$ está ubicada de manera correcta en el gradiente del año 0, que es el año 3 en la serie de flujos de efectivo.

**Figura 3.10**

Flujo de efectivo fraccionado, $a) = b) + c)$, ejemplo 3.5.

La relación general para P_T se tomó de la ecuación [2.18]. La serie uniforme $A = \$100$ ocurre para los 8 años completos, y el valor presente del gradiente $G = \$50$ aparece en el año 3.

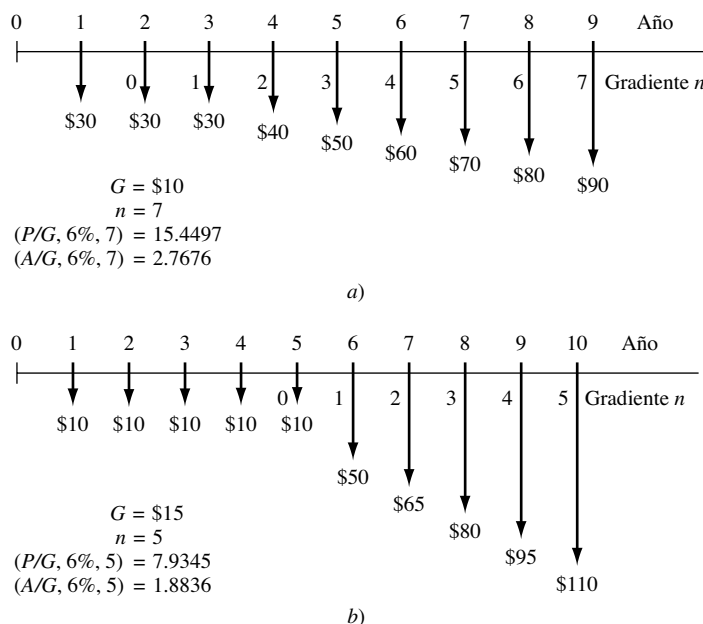
$$P_T = P_A + P_G = 100(P/A, i, 8) + 50(P/G, i, 5)(P/F, i, 3)$$

Los valores de los factores P/G y A/G para los gradientes diferidos en la figura 3.11 se muestran debajo de cada diagrama. Determine los factores y compare las respuestas con tales valores.

Es importante observar que el factor A/G *no puede* utilizarse para encontrar un valor A equivalente en los periodos 1 hasta n para flujos de efectivo que involucran un gradiente diferido. Considere el diagrama de flujo de efectivo de la figura 3.11b. Para hallar la serie anual equivalente durante los años 1 hasta 10, sólo para la serie gradiente, es necesario encontrar primero el valor presente del gradiente en el año 5, retornar este valor presente al año 0 y luego anualizar el valor presente para 10 años con el factor A/P . Si se aplica directamente el factor gradiente de serie anual $(A/G, i, 5)$, el gradiente se convierte en una serie anual equivalente sólo durante los años 6 hasta 10. Recuerde:

Para encontrar la serie equivalente A de un gradiente diferido, a lo largo de todos los periodos, primero encuentre el valor presente del gradiente en el momento actual 0, y luego aplique el factor $(A/P, i, n)$.

Figura 3.11
Determinación de valores G y n usados en los factores para gradientes diferidos.



EJEMPLO 3.6

Establezca las relaciones de ingeniería económica para calcular la serie anual equivalente, en los años 1 a 7, para el flujo de efectivo estimado en la figura 3.12.

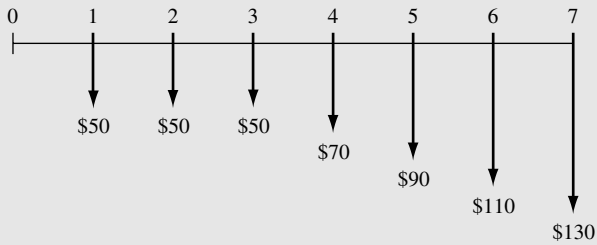
**Figura 3.12**

Diagrama de un gradiente diferido, ejemplo 3.6.

Solución

La cantidad base de la serie anual es $A_B = \$50$ para los 7 años (figura 3.13). Encuentre el valor presente P_G en el año 2 del gradiente de \$20 que inicia en el año real 4. El año del gradiente es $n = 5$.

$$P_G = 20(P/G, i, 5)$$

Retorne el valor presente del gradiente hacia el real año 0.

$$P_0 = P_G(P/F, i, 2) = 20(P/G, i, 5)(P/F, i, 2)$$

Anualice el valor presente del gradiente desde el año 0 hasta el año 7 para obtener A_G .

$$A_G = P_0(A/P, i, 7)$$

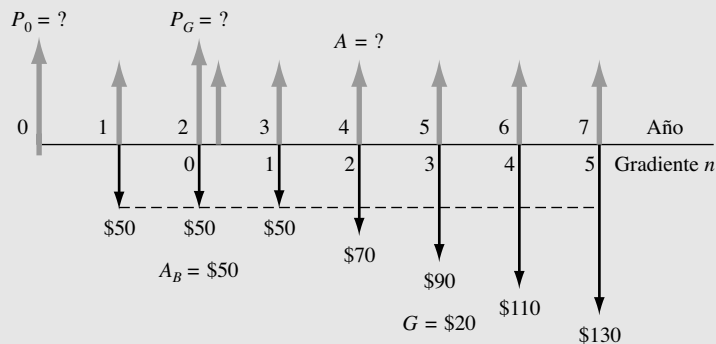
**Figura 3.13**

Diagrama usado para determinar A para un gradiente diferido, ejemplo 3.6.



Secc. 2.6

(P/A,g,i,n) factor

Finalmente, sume la cantidad base al gradiente de la serie anual.

$$A = 20(P/G, i, 5)(P/F, i, 2)(A/P, i, 7) + 50$$

Para una hoja de cálculo, ingrese el flujo de efectivo en las celdas B3 a B9, y use una función VPN insertada en PAGO. La función de celda individual es $\text{PAGO}(i\%, 7, -\text{VPN}(i\%, B3:B9))$.

Si la secuencia del flujo de efectivo implica un *gradiente geométrico* y el gradiente empieza en un momento diferente del tiempo entre los periodos 1 y 2, se trata de un gradiente diferido. P_g se sitúa en una forma similar a la P_G arriba, y la ecuación [2.24] es la fórmula del factor.

EJEMPLO 3.7

Ingenieros químicos en una planta de Coleman Industries en el medio oeste han determinado que una pequeña cantidad de un aditivo químico, recientemente adquirido, aumentará la repelencia del agua de las tiendas de campaña Coleman en 20%. El gerente de la planta ha negociado la compra del aditivo en un contrato a 5 años a \$7 000 por año, iniciando dentro de un año. Él espera que el precio anual aumente en 12% por año desde entonces y durante los siguientes 8 años. De manera adicional, se realiza ahora una inversión inicial de \$35 000 para preparar un sitio adecuado para que el proveedor entregue el aditivo. Use $i = 15\%$ para determinar el valor presente total equivalente de todos estos flujos de efectivo.

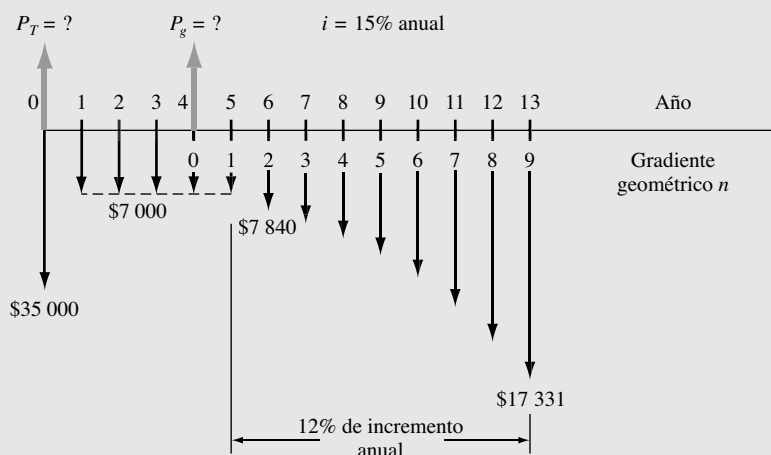


Figura 3.14

Diagrama de flujo de efectivo que incluye un gradiente geométrico con $g = 12\%$, ejemplo 3.7.

Solución

La figura 3.14 presenta los flujos de efectivo. El valor presente total P_T se encuentra utilizando $g = 0.12$ e $i = 0.15$. La ecuación [2.24] sirve para determinar el valor presente P_g para toda la serie geométrica en el año real 4, el cual se mueve al año 0 usando $(P/F, 15\%, 4)$.

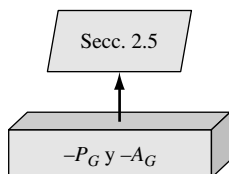
$$\begin{aligned} P_T &= 35\,000 + A(P/A, 15\%, 4) + A_1(P/A, 12\%, 15\%, 9)(P/F, 15\%, 4) \\ &= 35\,000 + 7\,000(2.8550) + \left[7\,000 \frac{1 - (1.12/1.15)^9}{0.15 - 0.12} \right] (0.5718) \\ &= 35\,000 + 19\,985 + 28\,247 \\ &= \$83\,232 \end{aligned}$$

Advierta que $n = 4$ en el factor $(P/A, 15\%, 4)$, puesto que \$7 000 en el año 5 es la cantidad inicial A_1 en la ecuación [2.23].

Para la solución por computadora, ingrese los flujos de efectivo de la figura 3.14. Si se usan las celdas B1 a B14, la función para encontrar $P = \$83\,230$ es

$$\text{VPN}(15\%, \text{B2:B14}) + \text{B1}$$

El camino más rápido para ingresar la serie geométrica consiste en ingresar \$7 840 para el año 6 (dentro de la celda B7) y establecer cada celda sucesiva multiplicándola por 1.12, para incorporar el aumento del 12%.

**3.4 GRADIENTES ARITMÉTICOS DIFERIDOS DECRECIENTES**

El empleo de los factores de gradiente aritmético es el mismo para los gradientes que crecen y para los que decrecen, excepto que en este último caso se cumplen las siguientes aseveraciones:

1. La cantidad base es igual a la cantidad *mayor* en la serie gradiente, es decir, la cantidad en el periodo 1 de la serie.
2. La cantidad gradiente se *resta* de la cantidad base en lugar de sumarse.
3. Los términos $-G(P/G, i, n)$ o $-G(A/G, i, n)$ se utilizan en los cálculos y en las ecuaciones [2.18] y [2.19] para P_T y A_T , respectivamente.

El valor presente del gradiente aún tendrá lugar dos periodos antes de que el gradiente empiece, y el valor equivalente A empezará en el periodo 1 de la serie gradiente y continuará hasta el periodo n .

La figura 3.15 fracciona una serie gradiente decreciente con $G = \$-100$, que está diferida un año hacia adelante. P_G ocurre en el año real 1, y P_T es la suma de los tres componentes.

$$P_T = \$800(P/F, i, 1) + 800(P/A, i, 5)(P/F, i, 1) - 100(P/G, i, 5)(P/F, i, 1)$$

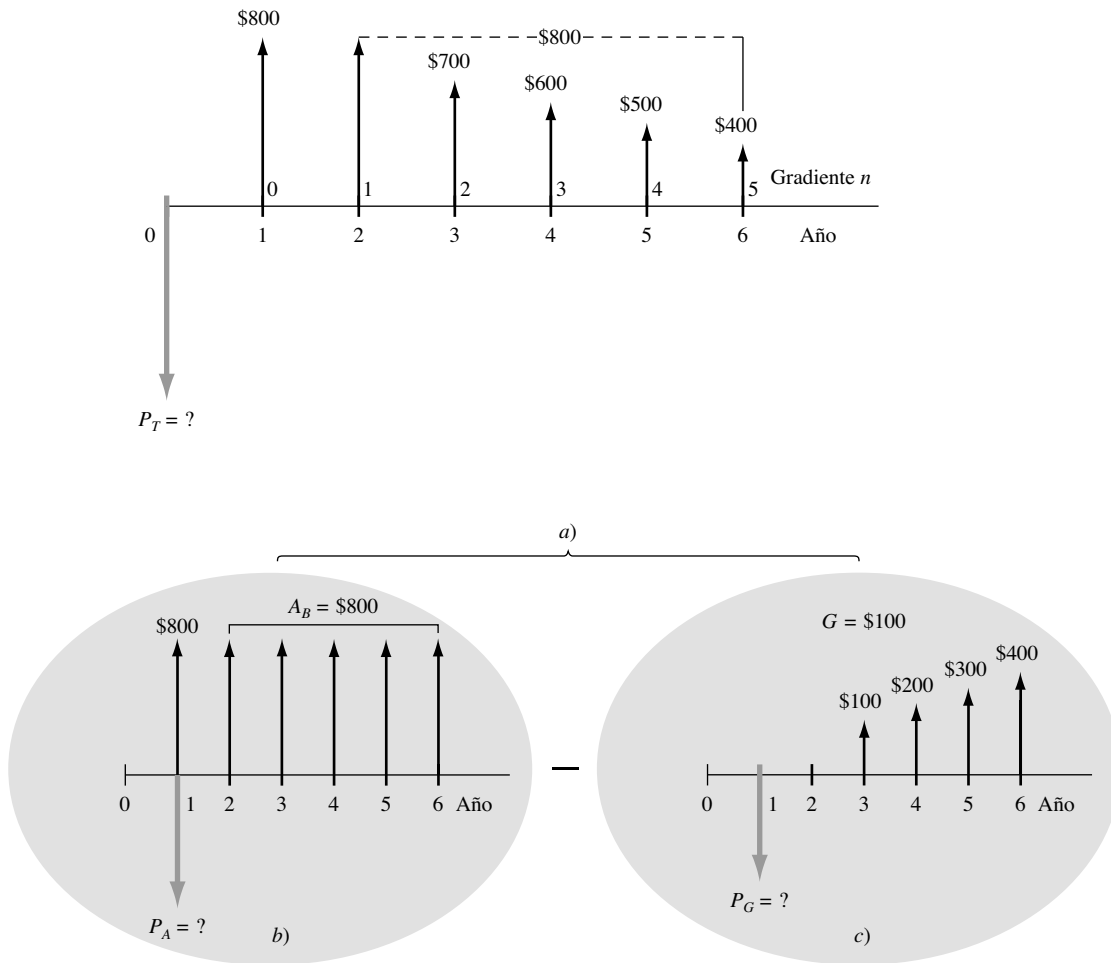


Figura 3.15

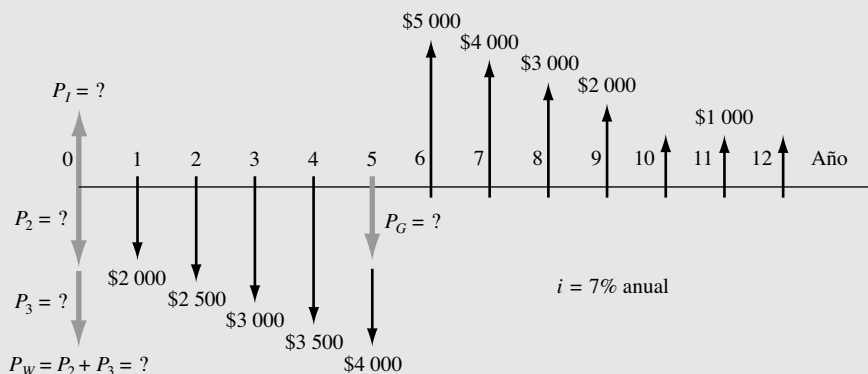
Flujo de efectivo fraccionado de un gradiente aritmético diferido, $a) = b) + c)$.

EJEMPLO 3.8

Suponga que usted está planeando invertir dinero al 7% anual, como se muestra en el gradiente creciente de la figura 3.16. Más aún, usted espera efectuar retiros de acuerdo con el gradiente decreciente que se indica. Determine el valor presente neto y la serie anual equivalente para toda la secuencia de flujo de efectivo e interprete los resultados.

Solución

Para la secuencia de inversión, G es \$500, la cantidad base es \$2 000 y $n = 5$. Para la secuencia de retiros hasta el año 10, G es $-\$1\,000$, la cantidad base es \$5 000 y $n = 5$.

**Figura 3.16**

Series de inversión y de retiro, ejemplo 3.8.

Existe una serie anual de 2 años con $A = \$1\,000$ en los años 11 y 12. Para la serie de inversión,

$$\begin{aligned}
 P_I &= \text{valor presente de los depósitos} \\
 &= 2\,000(P/A, 7\%, 5) + 500(P/G, 7\%, 5) \\
 &= 2\,000(4.1002) + 500(7.6467) \\
 &= \$12\,023.75
 \end{aligned}$$

Para la serie de retiros, sea P_W la representación del valor presente de la cantidad base de retiro y la serie gradiente en los años 6 a 10 (P_2), más el valor presente de los retiros en los años 11 y 12 (P_3). Entonces,

$$\begin{aligned}
 P_W &= P_2 + P_3 \\
 &= P_G(P/F, 7\%, 5) + P_3 \\
 &= [5\,000(P/A, 7\%, 5) - 1\,000(P/G, 7\%, 5)](P/F, 7\%, 5) \\
 &\quad + 1\,000(P/A, 7\%, 2)(P/F, 7\%, 10) \\
 &= [5\,000(4.1002) - 1\,000(7.6467)](0.7130) + 1\,000(1.8080)(0.5083) \\
 &= \$9\,165.12 + 919.00 = \$10\,084.12
 \end{aligned}$$

Puesto que P_I es, de hecho, un flujo de efectivo negativo y P_W es positivo, el valor presente neto es

$$P = P_W - P_I = 10\,084.12 - 12\,023.75 = \$-1\,939.63$$

El valor A puede calcularse utilizando el factor $(A/P, 7\%, 12)$.

$$\begin{aligned}
 A &= P(A/P, 7\%, 12) \\
 &= \$-244.20
 \end{aligned}$$

La interpretación de estos resultados es la siguiente: en equivalencia de valor presente, usted invertirá \$1 939.63 más de lo que espera retirar. Esto es equivalente a un ahorro anual de \$244.20 por año, durante el periodo de 12 años.

3.5 APLICACIÓN DE LAS HOJAS DE CÁLCULO: USO DE FUNCIONES DIFERENTES



El ejemplo que sigue a continuación compara una solución obtenida por computadora con una solución obtenida a mano. Los flujos de efectivo son dos series uniformes diferidas, para las cuales se busca el valor presente total. En efecto, sólo se empleará un conjunto de relaciones para la solución a mano, o un conjunto de funciones para la solución por computadora, para encontrar P_T , aunque el ejemplo ilustra los diferentes procedimientos y el trabajo que implica cada uno de ellos. La solución por computadora es más rápida; no obstante la solución a mano ayuda a comprender cómo se toma en consideración el valor del dinero en el tiempo con los factores de ingeniería económica.

EJEMPLO 3.9

Determine el valor presente total P_T en el periodo 0 al 15% anual para las dos series uniformes diferidas de la figura 3.17. Utilice dos procedimientos: mediante computadora con diferentes funciones, y a mano usando tres factores diferentes.

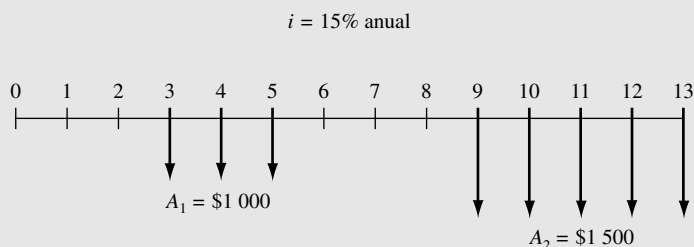


Figura 3.17

Serie uniforme usada para calcular valor presente por diversos métodos, ejemplo 3.9.

Solución por computadora

En la figura 3.18 se encuentra P_T usando las funciones VPN y VP.

Función VPN. Ésta es, con mucho, la forma más sencilla para determinar $P_T = \$3,370$. Los diagramas de flujo de efectivo se ingresan en celdas, y la función VPN se desarrolla con el formato

$$\text{VPN}(i\%, \text{second\_cell}:\text{last\_cell}) + \text{first\_cell} \quad \text{o} \quad \text{VPN}(\text{B1}, \text{B6}:\text{B18}) + \text{B5}$$

El valor $i = 15\%$ está en la celda B1. Con los parámetros VPN en la forma de referencia de celdas, cualquier valor puede cambiarse, y el nuevo valor P_T se despliega de inmediato. Además, si se requieren más de 13 años, tan sólo agregue los flujos de efectivo al final de la columna B y aumente la entrada B18 de manera acorde. *Recuerde: la función VPN requiere que todas las celdas de la hoja de cálculo que representan un flujo de efectivo tengan una entrada, incluyendo aquellos periodos que tienen un flujo de efectivo con valor cero.* Si se dejan celdas en blanco se genera una respuesta errónea.

Función VP: Las entradas de la columna C en la figura 3.18 incluyen funciones VP que determinan P en el periodo 0 para cada flujo de efectivo por separado. Se suman en C19



	A	B	C	D	E	F	G
1	Tasa de interés	15%					
2							
3			Valor presente para				
4	Año	Flujo de efectivo	la función PV				
5	0	\$ -	\$ -	Valor presente para			
6	1	\$ -	\$ -	la función NPV			
7	2	\$ -	\$ -				
8	3	\$ 1,000	\$ 658	\$ 3,370			=NPV(B1,B6:B18)+B5
9	4	\$ 1,000	\$ 572				
10	5	\$ 1,000	\$ 497				=-PV(B1,A10,,B10)
11	6	\$ -	\$ -				
12	7	\$ -	\$ -				
13	8	\$ -	\$ -				
14	9	\$ 1,500	\$ 426				
15	10	\$ 1,500	\$ 371				
16	11	\$ 1,500	\$ 322				
17	12	\$ 1,500	\$ 280				
18	13	\$ 1,500	\$ 244				
19		Suma de los valores PV	\$ 3,370				=SUM(C5:C18)
20							
21							

Figura 3.18

Determinación del valor presente total usando las funciones VPN y VP de la hoja de cálculo, ejemplo 3.9.

utilizando la función SUM. Este método toma más tiempo de teclado, pero ofrece el valor P para cada flujo de efectivo, si estas cantidades son necesarias. Asimismo, la función VP no requiere que se efectúe la entrada de cada valor cero en el flujo de efectivo.

Función VF: No resulta eficiente determinar P_T usando la función VF, pues el formato VF, al contrario de la función VPN, no permite ingresar de manera directa las referencias de celdas. Cada flujo de efectivo primero debe llevarse al último periodo usando el formato general VF(15%,years_remaining,cash_flow), donde se suman usando la función SUM. Esta función SUM luego se regresa al periodo 0 vía la función VP(15%,13,,SUM). En este caso, tanto la función VPN como la función VP, y de manera especial la primera, ofrecen un uso mucho más eficiente de las capacidades de las hojas de cálculo que la función VF.

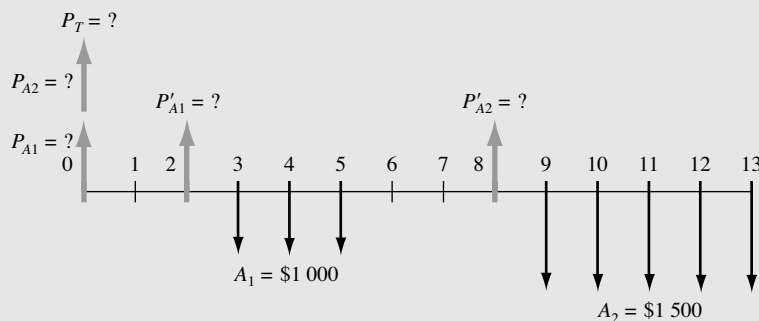
Solución a mano

Existen numerosas formas de encontrar P_T . Las dos más simples probablemente sean los métodos del *valor presente* y del *valor futuro*. Para un tercer método, utilice el año 7 como punto de anclaje. A éste se le conoce como el *método del año intermedio*.

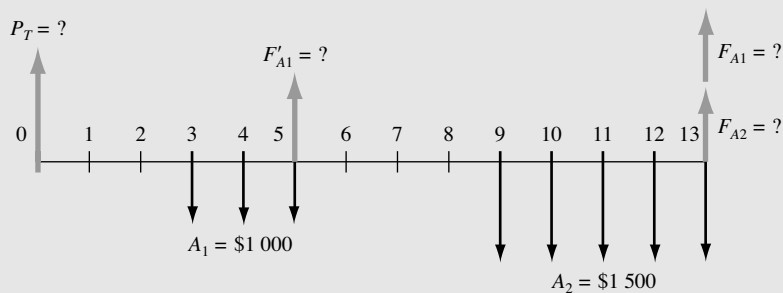
Método del valor presente: Véase la figura 3.19a. P_T se encuentra utilizando, primero, los factores P/A para la serie uniforme, seguido del uso de los factores P/F para obtener el valor presente en el año 0.

$$P_T = P_{A1} + P_{A2}$$

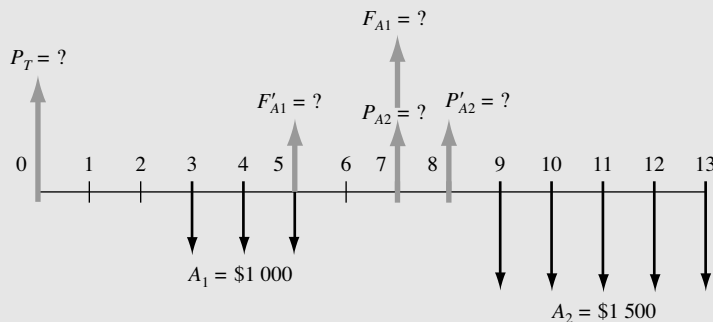
$$P_{A1} = P'_{A1} (P/F, 15\%, 2) = A_1 (P/A, 15\%, 3) (P/F, 15\%, 2)$$



a) Método del valor presente



b) Método del valor futuro



c) Método del año intermedio

Figura 3.19

Cálculo del valor presente de la figura 3.17 mediante tres métodos, ejemplo 3.9.

$$= 1\,000(2.2832)(0.7561)$$

$$= \$1\,726$$

$$P_{A2} = P'_{A2} (P/F, 15\%, 8) = A_2(P/A, 15\%, 5)(P/F, 15\%, 8)$$

$$= 1\,500(3.3522)(0.3269)$$

$$= \$1\,644$$

$$P_T = 1\,726 + 1\,644 = \$3\,370$$

Método del valor futuro: Véase la figura 3.19b. Utilice los factores F/A , F/P y P/F .

$$P_T = (F_{A1} + F_{A2})(P/F, 15\%, 13)$$

$$F_{A1} = F'_{A1} (F/P, 15\%, 8) = A_1(F/A, 15\%, 3)(F/P, 15\%, 8)$$

$$= 1\,000(3.4725)(3.0590) = \$10\,622$$

$$F_{A2} = A_2(F/A, 15\%, 5) = 1\,500(6.7424) = \$10\,113$$

$$P_T = (F_{A1} + F_{A2})(P/F, 15\%, 13) = 20\,735(0.1625) = \$3\,369$$

Método del año intermedio: Véase la figura 3.19c. Encuentre el valor equivalente de ambas series en el año 7 y luego utilice el factor P/F .

$$P_T = (F_{A1} + P_{A2})(P/F, 15\%, 7)$$

El valor P_{A2} se calcula como un valor presente; aunque, para encontrar el valor total P_T en el año 0, debe tratarse como un valor F . En consecuencia,

$$F_{A1} = F'_{A1} (F/P, 15\%, 2) = A_1(F/A, 15\%, 3)(F/P, 15\%, 2)$$

$$= 1\,000(3.4725)(1.3225) = \$4\,592$$

$$P_{A2} = P'_{A2} (P/F, 15\%, 1) = A_2(P/A, 15\%, 5)(P/F, 15\%, 1)$$

$$= 1\,500(3.3522)(0.8696) = \$4\,373$$

$$P_T = (F_{A1} + P_{A2})(P/F, 15\%, 7)$$

$$= 8\,965(0.3759) = \$3\,370$$

EJEMPLO ADICIONAL

EJEMPLO 3.10

VALOR PRESENTE MEDIANTE COMBINACIÓN DE FACTORES

Calcule el valor presente total de la siguiente serie de flujos de efectivo al $i = 18\%$ anual.

Año	0	1	2	3	4	5	6	7
Flujo de efectivo, \$	+460	+460	+460	+460	+460	+460	+460	-5 000

Solución

El diagrama de flujo de efectivo se presenta en la figura 3.20. Como el ingreso en el año 0 es igual a la serie A de los años 1 a 6, el factor P/A se puede utilizar para el año 6 o para el 7. El problema se resuelve en dos formas.

Uso de P/A y $n = 6$: El ingreso P_0 en el año 0 se suma al valor presente de las cantidades restantes, pues el factor P/A para $n = 6$ colocará P_A en el año 0.

$$\begin{aligned} P_T &= P_0 + P_A - P_F \\ &= 460 + 460(P/A, 18\%, 6) - 5\,000(P/F, 18\%, 7) \\ &= \$499.40 \end{aligned}$$

Uso de P/A y $n = 7$: Al usar el factor P/A para $n = 7$, el “valor presente” se ubica en el año -1 , no en el año 0, ya que P está un periodo antes que la primera A . Es necesario que el valor P_A se mueva un año hacia adelante con el factor F/P .

$$\begin{aligned} P &= 460(P/A, 18\%, 7)(F/P, 18\%, 1) - 5\,000(P/F, 18\%, 7) \\ &= \$499.38 \end{aligned}$$

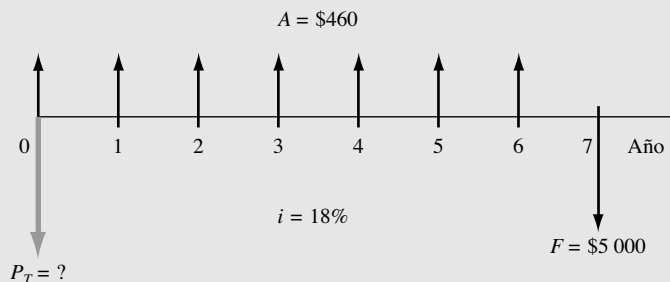


Figura 3.20

Diagrama de flujo de efectivo, ejemplo 3.10.

RESUMEN DEL CAPÍTULO

En el capítulo 2 se derivaron las ecuaciones para calcular los valores presente, futuro o anual de series específicas de flujo de efectivo. En este capítulo se demostró que tales ecuaciones se aplican a series de flujo de efectivo diferentes de aquellas para las que se obtuvieron las relaciones básicas. Por ejemplo, cuando una serie uniforme no comienza en el periodo 1, de todos modos se usa el factor P/A para encontrar el *valor presente* de la serie, sólo que el valor de P se localiza un periodo antes del primer valor de A , y no en el tiempo cero. Para gradientes geométricos y aritméticos, el valor P está dos periodos adelante del lugar en que se inicia el gradiente. Con esta información es posible despejar cualquier símbolo — P , A o F — para cualquier secuencia de flujo de efectivo concebible.

Se han experimentado algunas de las fortalezas de las funciones de las hojas de cálculo para determinar valores de P , F y A , una vez que el flujo de efectivo estimado se ingresa en las celdas de la hoja de cálculo.

PROBLEMAS

Cálculos de valor presente

- 3.1** Debido a que el 43% de todas las fatalidades que ocurren en las autopistas se deben a cambios de carril no intencionados que efectúan los conductores distraídos, Ford Motor Company y Volvo lanzaron un programa para desarrollar tecnologías para impedir los accidentes ocasionados por conductores somnolientos. Un dispositivo que cuesta \$260 detecta las marcas de los carriles y hace sonar una alarma cuando un automóvil pasa de uno a otro. Si estos dispositivos se instalaran en 100 000 autos nuevos por año, comenzando dentro de tres años, ¿cuál sería el valor presente de su costo durante un periodo de diez años, con una tasa de interés de 10% anual?
- 3.2** Un plan para obtener fondos en beneficio de las escuelas de Texas involucra un *impuesto sobre la riqueza* que podría recabar \$56 para cada estudiante de cierto distrito escolar. Si hay 50 000 estudiantes en el distrito, y el flujo de efectivo comienza dentro de dos años, ¿cuál es el valor presente del plan para gravar la riqueza durante un horizonte de planeación de cinco años, con una tasa de interés de 8% anual?
- 3.3** La empresa Amalgamated Iron and Steel compró una máquina nueva para doblar travesaños grandes tipo I por medio de un pistón. La compañía espera doblar 80 travesaños a \$2 000 por unidad, durante cada uno de los primeros tres años, después de lo cual la empresa espera doblar 100 travesaños por año a \$2 500 por unidad hasta el año 8. Si la tasa mínima atractiva de rendimiento es de 18% anual, ¿cuál es el valor presente del ingreso esperado?
- 3.4** Rubbermaid Plastics planea adquirir un robot lineal para empujar partes hacia una máquina de moldeo por inyección. Debido a la velocidad del robot, la compañía espera

que los costos de producción disminuyan \$100 000 por año en cada uno de los próximos tres, y \$200 000 anuales en los siguientes dos. ¿Cuál es el valor presente neto del ahorro en los costos si la empresa usa una tasa de interés de 15% anual sobre dichas inversiones?

- 3.5** Toyco Watercraft y un proveedor de refacciones tienen un contrato que involucra compras por \$150 000 anuales, la primera compra se haría hoy y le seguirían otras similares durante los próximos cinco años. Determine el valor presente del contrato, con una tasa de interés de 10% anual.
- 3.6** Calcule el valor presente neto en el año 0, de la serie de pagos siguiente. Suponga que $i = 10\%$ anual.

Año	Desembolso, \$	Año	Desembolso, \$
0	0	6	5 000
1	3 500	7	5 000
2	3 500	8	5 000
3	3 500	9	5 000
4	5 000	10	5 000
5	5 000		

Cálculos de valor anual

- 3.7** La *utilidad bruta* (porcentaje de ingreso que queda después de restar el costo de los bienes vendidos) de Cisco fue de 70.1% del ingreso total para un periodo de cuatro años. Si el *ingreso total* fue de \$5.4 mil millones durante los dos primeros años, y de \$6.1 mil millones en los dos últimos años, ¿cuál fue el valor anual equivalente de la *utilidad bruta* durante dicho periodo de cuatro años, con una tasa de interés de 20% anual?
- 3.8** Las utilidades por las ventas de BKM Systems se muestran a continuación. Calcule el valor anual equivalente (años del 1 a 7), con una tasa de interés anual de 10%.

Año	Desembolso, \$	Año	Desembolso, \$
0		4	5 000
1	4 000	5	5 000
2	4 000	6	5 000
3	4 000	7	5 000

- 3.9** Un ingeniero metalúrgico decide reservar cierta cantidad de dinero para la educación universitaria de su hija recién nacida. Estima que sus necesidades serán de \$20 000 en los cumpleaños números 17, 18, 19 y 20. Si planea hacer depósitos uniformes que comenzarán dentro de tres años y continúa así hasta el año 16, ¿cuál debe ser el monto de cada depósito si la cuenta gana un interés de 8% anual?
- 3.10** Calcule el valor anual en los años 1 a 10 de la siguiente serie de ingresos y egresos, si la tasa de interés es de 10% anual.

Año	Ingreso, \$/Año	Egreso, \$/Año
0	10 000	2 000
1-6	800	200
7-10	900	300

- 3.11** ¿Cuánto dinero tendría usted que pagar cada año, en ocho pagos iguales, si comienza dentro de dos años, para saldar un préstamo de \$20 000 otorgado hoy por un familiar, si la tasa de interés fuera de 8% anual?
- 3.12** Un ingeniero industrial planea su jubilación temprana dentro de 25 años. Él considera que puede reservar cómodamente \$10 000 cada año a partir de hoy. Si planea comenzar a retirar dinero un año después de que haga su último depósito (es decir, en el año 26), ¿qué cantidad uniforme podría retirar cada año durante 30 años, si la cuenta obtiene una tasa de interés de 8% anual?
- 3.13** Una compañía de instalaciones rurales proporciona energía a estaciones de bombeo por medio de generadores que usan diesel. Surgió una alternativa con la que la instalación podría usar gas natural para mover los generadores, pero pasarán algunos años

antes de que se disponga de gas en sitios remotos. La empresa estima que el cambio a gas comenzaría dentro de dos años y ahorraría \$15 000 por año. Con una tasa de interés de 8% anual, determine el valor por año equivalente (años 1 a 10) de los ahorros proyectados.

- 3.14** Se espera que el costo de operación de una caldera de polvo de carbón, tipo ciclón, sea de \$80 000 por año. Si el vapor que se produzca sólo será necesario durante cinco años a partir de hoy (es decir, durante los años 1 a 5), ¿cuál es el valor anual equivalente en estos años del costo de operación, con una tasa de interés de 10% anual?
- 3.15** Un ingeniero eléctrico y empresario hizo a una instalación hidráulica importante una propuesta que promete reducir en al menos 15% cada año, durante los próximos cinco años, el importe de la energía que esta compañía utiliza, por medio de la instalación de protectores de descargas patentados. La propuesta establece que el ingeniero obtendrá \$5 000 ahora y pagos anuales equivalentes a 75% de los ahorros de energía que se logre con los dispositivos. Si se supone que los ahorros serán los mismos cada año (es decir, 15%) y que el importe de la energía de la instalación es de \$1 millón por año, ¿cuál sería la cantidad anual uniforme equivalente (en los años 1 a 5) de los pagos para el ingeniero? Suponga que la instalación utiliza una tasa de interés de 6% anual.
- 3.16** La Comisión Nacional de Agua planea actualizar su sistema SCADA para controlar tanto las bombas de pozo y de refuerzo, como el equipo desinfectante, de modo que todo pueda controlarse desde un solo sitio. La primera fase reducirá los costos de mano de obra y viajes en \$28 000 por año. La segunda fase reducirá los costos en otros \$20 000 adicionales al año. Si los ahorros de la fase I ocurren en los años 0, 1, 2 y 3, y los de la fase II en los años 4 a 10, ¿cuál es el valor anual equivalente del sistema actualizado en los años 1 a 10, con una tasa de interés de 8% anual?

- 3.17** Un ingeniero mecánico recién egresado de la maestría planea comenzar su propia empresa de calefacción y aire acondicionado comercial. Podría comprar por sólo \$600 al año un paquete para diseñar páginas web a fin de distribuir información. Si su negocio tiene éxito, comprará un paquete más elaborado de comercio electrónico que cuesta \$4 000 por año. Si el ingeniero compra hoy la página menos costosa (con pagos al principio de año), y adquiere el paquete de comercio electrónico dentro de un año (también con pagos al inicio de año), ¿cuál es el valor anual equivalente de los costos del sitio web para un periodo de cinco años (años 1 a 5), con una tasa de interés de 12% anual?

Cálculos de valor futuro

- 3.18** Las cuentas de ahorro para toda la vida, conocidas como LSA, permitirían que la gente invirtiera dinero después de impuestos sin que se gravara ninguna de las ganancias. Si un ingeniero invierte \$10 000 ahora y \$10 000 por cada uno de los 20 próximos años, ¿cuánto habría en la cuenta inmediatamente después de hacer el último depósito, si la cuenta crece 15% por año?
- 3.19** ¿Cuánto dinero se depositó anualmente, durante cinco años, si una cuenta tiene hoy un valor de \$100 000 y el último depósito se hizo hace diez años? Suponga que el interés que ganó la cuenta fue de 7% anual.
- 3.20** Calcule el valor futuro (en el año 11) de los ingresos y egresos siguientes, si la tasa de interés es de 8% anual.

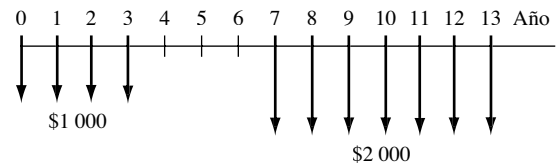
Año	Ingreso, \$	Egreso, \$
0	12 000	3 000
1-6	800	200
7-11	900	200

Pagos aleatorios y series uniformes

- 3.21** ¿Cuál es el valor equivalente en el año 5 de la siguiente serie de ingresos y egresos, si la tasa de interés es de 12% anual?

Año	Ingreso, \$	Egreso, \$
0	0	9 000
1-5	6 000	6 000
6-8	6 000	3 000
9-14	8 000	5 000

- 3.22** Use el diagrama de flujo de efectivo que se muestra abajo para calcular la cantidad de dinero en el año 5, equivalente a todos los flujos de efectivo que se muestran, si la tasa de interés es de 12% anual.

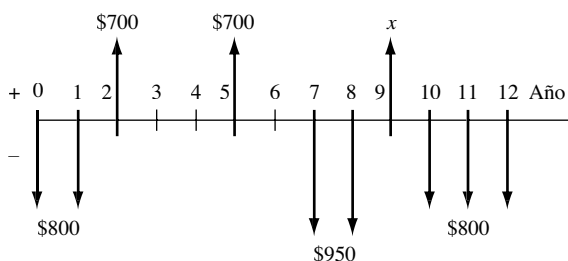


- 3.23** Si gasta \$10 000 ahora y \$25 000 dentro de tres años, una compañía de recubrimientos metálicos puede incrementar su ingreso en el periodo que va de los años 4 a 10. Con una tasa de interés de 12% anual, ¿qué ingreso adicional por año se necesitaría en los años 4 a 10 a fin de recuperar la inversión?
- 3.24** Sierra Electric Company estudia la compra de un rancho en las colinas para su posible uso futuro como granja de molino de viento. La propietaria del rancho de 500 acres lo vendería a \$3 000 por acre si la compañía lo saldara en dos pagos: uno ahora y otro del doble al primero dentro de tres años. Si la tasa de interés de la transacción es de 8% anual, ¿cuál es el monto del primer pago?
- 3.25** Hace 20 y 21 años se hicieron dos depósitos iguales, los cuales permitirían que un jubilado retirara \$10 000 ahora y \$10 000 anualmente durante otros 14 años. Si la cuenta gana un interés de 10% anual, ¿de cuánto fue cada depósito?

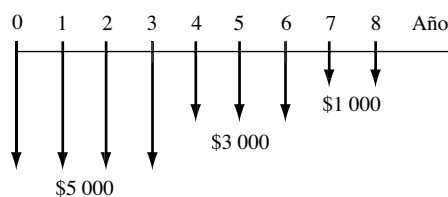
- 3.26** Una compañía de concreto y materiales de construcción trata de que la parte para el fondo de retiro de sus empleados aportada por la empresa cumpla con la norma HB-301. La compañía ya ha depositado \$20 000 en

cada uno de los últimos cinco años. ¿Cuánto debe depositar ahora a fin de que el fondo tenga \$350 000 dentro de tres años, si crece a una tasa de 15% anual?

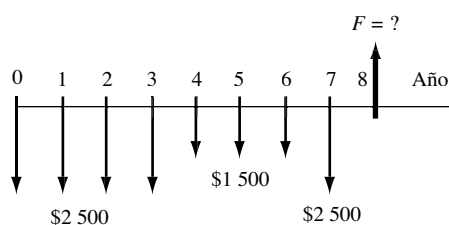
- 3.27** Encuentre el valor de la incógnita x de modo que los flujos de efectivo positivos sean equivalentes con exactitud a los negativos, si la tasa de interés es de 14% anual.



- 3.28** Al tratar de obtener un préstamo quirografario de un banco local se pidió a un contratista que proporcionara una estimación general de sus gastos anuales. Un componente de los gastos se muestra en el diagrama de flujo de efectivo de la parte inferior. Convierta las cantidades que se indica en un monto uniforme anual de los años 1 a 8, con el uso de una tasa de interés de 12% por año.

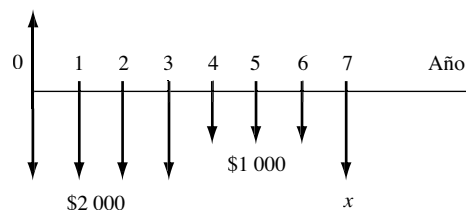


- 3.29** Determine el valor en el año 8 equivalente a los flujos de efectivo que se muestran abajo. Utilice una tasa de interés de 12% anual.



- 3.30** Calcule el valor de x en el diagrama inferior, el cual haría que el valor presente equivalente del flujo de efectivo fuera igual a \$15 000 si la tasa de interés fuera de 15% anual.

$P = \$15\,000$



- 3.31** Obtenga la cantidad de dinero en el año 3 que equivale a los flujos de efectivo siguientes, si la tasa de interés es de 16% anual.

Año	Cantidad, \$	Año	Cantidad, \$
0	900	5	3 000
1	900	6	-1 500
2	900	7	500
3	900	8	500
4	3 000		

- 3.32** Calcule el valor anual (años 1 a 7) de la siguiente serie de egresos. Suponga que $i = 12\%$ anual.

Año	Egreso, \$	Año	Egreso, \$
0	5 000	4	5 000
1	3 500	5	5 000
2	3 500	6	5 000
3	3 500	7	5 000

- 3.33** Determine el valor de x de los flujos de efectivo que se muestran abajo, de modo que el valor total equivalente en el año 8 sea de \$20 000 con el uso de una tasa de interés de 15% anual.

Año	Flujo de efectivo, \$	Año	Flujo de efectivo, \$
0	2 000	6	x
1	2 000	7	x
2	x	8	x
3	x	9	1 000
4	x	10	1 000
5	x	11	1 000

Gradientes aritméticos diferidos

- 3.34** La ciudad de San Antonio estudia varias opciones para el abastecimiento de agua como parte de su plan a 50 años, el cual incluye la desalación. Se espera que un acuífero confinado produzca agua sin sal que generaría ingresos de \$4.1 millones anuales durante cuatro años, después de lo cual la producción menor haría que el ingreso disminuyera \$50 000 cada año. Si el acuífero se agota por completo dentro de 25 años, ¿cuál es el valor presente de la opción de desalar, con una tasa de interés de 6% anual?
- 3.35** Exxon-Mobil planea vender cierto número de pozos productores. Se espera que éstos generen 100 000 barriles de petróleo anuales durante ocho años más, con un precio de venta de \$28 por barril en los dos años siguientes, con un incremento de \$1 por barril hasta el año 8. ¿Cuánto debe estar dispuesta a pagar hoy por los pozos una refinería independiente, si la tasa de interés es de 12% anual?
- 3.36** Burlington Northern estudia la eliminación de un cruce ferroviario mediante la construcción de dos pasos elevados de doble carril. El ferrocarril subcontrata el mantenimiento de sus puentes de cruce por \$11 500 por año; sin embargo, si se comienza dentro de cuatro años, se espera que los costos se incrementen en \$1 000 anuales durante el futuro previsible (es decir, \$12 500 dentro de cuatro años, \$13 500 dentro de cinco, etc.). La construcción del paso elevado costaría hoy \$1.4 millones, pero eliminaría el 100% de las colisiones entre autos y trenes, que tienen un costo promedio de \$250 000 por año. Si el ferrocarril usa un periodo de estudio de 10 años, determine si debe construirse el paso elevado.
- 3.37** Levi Strauss contrató con la compañía independiente U.S. Garment Corporation algunos de sus pantalones deslavados. Si el costo de operación por máquina de esta

última empresa es de \$22 000 en los años 1 y 2, y después se incrementa en \$1 000 anuales hasta el año 5, ¿cuál es el costo uniforme equivalente por máquina (años 1 a 5), con una tasa de interés de 12% anual?

- 3.38** Los ingresos y egresos (en miles) de Herman Trucking Company se muestran abajo. Calcule el valor futuro en el año 7, con una tasa de 10% de interés anual.

Año	Flujo de efectivo, \$	Año	Flujo de efectivo, \$
0	-10 000	4	5 000
1	4 000	5	-1 000
2	3 000	6	7 000
3	4 000	7	8 000

- 3.39** Peyton Packing tiene un horno de jamón con el flujo de costo que se muestra en la parte inferior. Si la tasa de interés es de 15% por año, determine el valor anual (en los años 1 a 7) de los costos.

Año	Costo, \$	Año	Costo, \$
0	4 000	4	6 000
1	4 000	5	8 000
2	3 000	6	10 000
3	2 000	7	12 000

- 3.40** Una compañía que comienza, dedicada a la venta de cera de colores pulidora para autos, recibe un préstamo de \$40 000 con una tasa de interés de 10% anual, y desea reembolsarlo en un periodo de cinco años con pagos anuales tales que del tercero al quinto sean de \$200 000 más que los dos primeros. Determine el monto de estos dos primeros pagos.
- 3.41** Para el flujo de efectivo que se muestra a continuación, encuentre el valor de x que hace que el valor presente en el año 0 sea igual a \$11 000, con una tasa de interés de 12% anual.

Año	Flujo de efectivo, \$	Año	Flujo de efectivo, \$
0	200	5	700
1	300	6	800
2	400	7	900
3	x	8	1 000
4	600	9	1 100

Gradientes geométricos diferidos

3.42 En un esfuerzo para compensar la tendencia decreciente en la compra de líneas terrestres, SBC y Bell South (propietarios de Singular Wireless LLC) entablaron una guerra con Vodaphone para adquirir AT&T Wireless. Los \$11 iniciales por acción subieron a \$13 por el paquete de 2.73 mil millones de acciones de AT&T Wireless. Si cerrar la compra tomó exactamente un año (es decir, al final del año 1), ¿cuál sería hoy el valor presente (tiempo 0) de la adquisición por las utilidades de \$5.3 mil millones en el año 2, con incrementos de 9% anual hasta el año 11? Suponga que SBC y Bell South usan una tasa de rendimiento de 15% anual.

3.43 Un alumno exitoso planea hacer una contribución a la comunidad de la universidad de la que se graduó. El donativo es para otorgarlo durante un periodo de cinco años y comienza hoy, con un total de seis pagos. Dará ayuda durante 20 años a cinco estudiantes de ingeniería al año, con la primera beca por entregarse inmediatamente (un total de 21 becas). El costo de la colegiatura es de \$4 000 por año y se espera que permanezca así durante tres años más. Después de dicho tiempo (es decir, al final del año 4) se espera que la colegiatura aumente 8% anual. Si la escuela puede invertir el dinero y ganar interés a una tasa de 10% anual, ¿de cuánto deben ser los donativos?

3.44 Calcule el valor presente (año 0) de un arrendamiento que requiere hoy un pago de \$20 000, y cantidades que se incrementan anualmente 5% hasta el año 10. Utilice una tasa de 14% de interés anual.

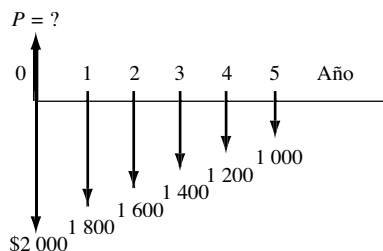
3.45 Determine el valor presente de una máquina que tiene un costo inicial de \$29 000, con vida útil de 10 años y un costo de operación anual de \$13 000 durante los cuatro primeros años, con incrementos de 4% de entonces en adelante. Emplee una tasa de interés de 10% anual.

3.46 A-1 Box Company planea arrendar un sistema de cómputo que costará (con servicio) \$15 000 en el año 1, \$16 500 en el año 2, y cantidades que se incrementan 10% cada año de ahí en adelante. Suponga que los pagos del arrendamiento deben hacerse *al principio del año* y que se planea un plazo de cinco años. ¿Cuál es el valor presente (año 0) si la compañía usa una tasa mínima atractiva de rendimiento de 16% anual?

3.47 Dakota Hi-C Steel firmó un contrato que le generará ingresos de \$210 000 hoy, \$222 600 en el año 1, y cantidades que se incrementan 8% anual hasta el año 5. Calcule el valor futuro del contrato, con una tasa de interés de 8% anual.

Gradientes decrecientes diferidos

3.48 Encuentre el valor presente (en el momento 0) de los costos del proceso de cromado que aparecen en el siguiente diagrama de flujo. Suponga que $i = 12\%$ anual.



3.49 Calcule el valor presente (año 0) de los flujos de efectivo siguientes, con $i = 12\%$ anual.

Año	Cantidad, \$	Año	Cantidad, \$
0	5 000	8	700
1-5	1 000	9	600
6	900	10	500
7	800	11	400

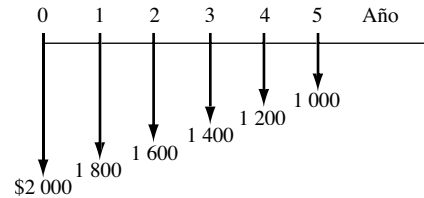
- 3.50** Para la tabla de flujo de efectivo que se muestra, calcule el valor uniforme anual equivalente en los periodos 1 a 10, si la tasa de interés es de 10% por año.

Año	Cantidad, \$	Año	Cantidad, \$
0	2 000	6	2 400
1	2 000	7	2 300
2	2 000	8	2 200
3	2 000	9	2 100
4	2 000	10	2 000
5	2 500		

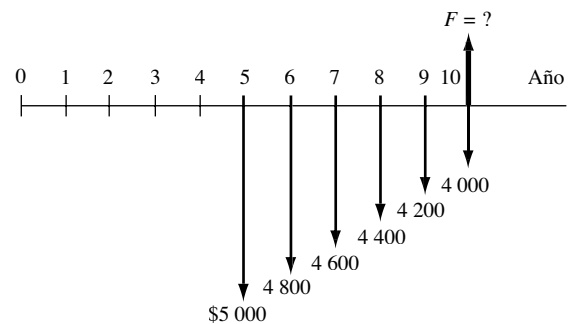
- 3.51** Prudential Realty tiene una cuenta en fideicomiso de uno de sus clientes administrativos propietarios, la cual en el presente contiene \$20 000. ¿Cuánto tiempo tomará agotar la cuenta si el cliente retira \$5 000 ahora, \$4 500 dentro de un año y cantidades que disminuyen de ahí en adelante \$500 cada año, si la cuenta gana un interés de 8% anual?

- 3.52** El costo de los espaciadores de metal líquido que se usan alrededor de los cilindros de combustible en los reactores de reproducción ha estado disminuyendo debido a la disponibilidad de mejores materiales cerá-

micos resistentes a la temperatura. Determine el valor presente (en el año 0) de los costos que se muestran en el diagrama inferior, con el empleo de una tasa de interés anual.



- 3.53** Calcule el valor futuro en el año 10, con $i = 10\%$ anual, para el flujo de efectivo que se muestra a continuación.



PROBLEMAS DE REPASO FI

- 3.54** El valor anual en el periodo que va de los años 4 a 8 de una cantidad x de dinero que se recibirá dentro de dos años es de \$4 000. Con una tasa de interés de 10% anual, el valor de x se acerca mucho a

- Menos de \$12 000
- \$12 531
- \$12 885
- Más de \$13 000

- 3.55** La lotería Powerball de estados múltiples, con premio de \$182 millones, fue ganada por un solo individuo que había comprado cinco boletos a \$1 cada uno. La persona tuvo dos ofrecimientos: recibir 26 pagos

de \$7 millones cada uno, el primero *ahora* y el resto al final de cada uno de los 25 años siguientes; o recibir un solo pago *ahora*, que sería equivalente a los 26 pagos de \$7 millones cada uno. Si el estado usa una tasa de interés de 4% por año, el monto del pago en una sola exhibición estaría muy cerca de

- Menos de \$109 000 000
- \$109 355 000
- \$116 355 000
- Más de \$117 000 000

- 3.56** La asistencia a El Paso Livestock Show & Rodeo ha venido en declive durante los cinco

últimos años. En el 2000, la asistencia fue de 25 880, y en 2004 fue de 13 500 (una disminución de 15% anual). Si el precio promedio del boleto fue de \$10 por persona durante dicho periodo de tiempo, ¿por cuál de las ecuaciones siguientes está representado el valor presente del ingreso en 1999 (es decir, 1999 es el tiempo 0) para los años 2000 a 2004, con una tasa de interés de 8% anual?

- a) $P = 250\,880 \{1 - [(1 + 0.15)^5 / (1 + 0.08)^5]\} / (0.08 - 0.15) = \$1\,322\,123$
- b) $P = 250\,880 \{1 - [(1 - 0.15)^4 / (1 + 0.08)^4]\} / (0.08 + 0.15) = \$672\,260$
- c) $P = 250\,880 \{1 - [(1 + 0.15)^4 / (1 + 0.08)^4]\} / (0.08 - 0.15) = \$1\,023\,489$
- d) $P = 250\,880 \{1 - [(1 - 0.15)^5 / (1 + 0.08)^5]\} / (0.08 + 0.15) = \$761\,390$

3.57 Una compañía que manufactura monitores de sulfuro de hidrógeno planea hacer depósitos de modo que cada uno sea 5% más grande que el precedente. ¿Qué tan grande debe ser el primer depósito (al final del año 1), si todos se extienden del año 10 y el cuarto de ellos es de \$1 250? Use una tasa de interés de 10% anual.

- a) \$1 312.50
- b) \$1 190.48
- c) \$1 133.79
- d) \$1 079.80

3.58 Si se recibe un préstamo de \$10 000 ahora, al 10% de interés anual, el balance al final del año 2 después de hacer pagos de \$3 000 en el año 1 y \$3 000 en el año 2, estará muy cerca de

- a) Menos de \$5 000
- b) \$5 800
- c) \$6 100
- d) Más de \$7 000

3.59 El depósito anual que se necesita en el periodo que va de los años 1 a 5 para proporcionar un retiro anual de \$1 000 durante 20 años, iniciando dentro de seis años, con una tasa de 10% de interés anual, está más cerca de

- a) \$1 395
- b) \$1 457
- c) \$1 685
- d) Más de \$1 700

3.60 El costo anual de mantenimiento de cierta máquina es de \$1 000 durante los cinco primeros años, y \$2 000 para los cinco años siguientes. Con una tasa de interés de 10% por año, el valor anual en los años 1 a 10 del costo de mantenimiento es el más cercano a

- a) \$1 255
- b) \$1 302
- c) \$1 383
- d) \$1 426

3.61 Si dentro de diez años una compañía quiere tener \$100 000 en un fondo de contingencias, la cantidad que debe depositar cada año entre los años 6 y 9, con una tasa de interés de 10% anual, está muy cerca de

- a) \$19 588
- b) \$20 614
- c) \$21 547
- d) \$22 389

3.62 Si una persona comienza a ahorrar dinero por depositar \$1 000 ahora y después incrementa su monto en \$500 cada año hasta el año 10, la cantidad que habrá en la cuenta en este año, con una tasa de interés del 10% anual, está muy cerca de

- a) \$21 663
- b) \$35 687
- c) \$43 872
- d) \$56 186

3.63 Si hoy se deposita una suma de \$5 000, dentro de dos años otra de \$7 000, y \$2 000 cada año entre los años 6 y 10, la cantidad en este último con una tasa de interés de 10% anual, será la más cercana a

- a) Menos de \$40 000
- b) \$40 185
- c) \$42 200
- d) \$43 565

EJERCICIO AMPLIADO

PRESERVACIÓN DE TIERRA PARA USO PÚBLICO

El Fideicomiso para Terrenos Públicos (Trust for Public Land) es una organización nacional que compra y supervisa el mejoramiento de grandes extensiones de terreno para las agencias gubernamentales en todos los niveles. Su misión consiste en garantizar la preservación de los recursos naturales, mientras proporciona el desarrollo necesario, aunque mínimo, para el uso recreativo por el público. Todos los proyectos del fideicomiso son evaluados al 7% anual, y los fondos de reserva del fideicomiso ganan 7% al año.

Un estado del sur de Estados Unidos, con añejos problemas de agua subterránea, ha solicitado al fideicomiso encargarse de la compra de 10 000 acres de tierra de recarga acuífera y del desarrollo de tres parques con diferentes tipos de uso en el terreno. Los 10 000 acres serán adquiridos paulatinamente durante los siguientes 5 años con \$4 millones gastados inmediatamente en las compras. Se espera que las cantidades de compra total anual disminuyan 25% cada año hasta el quinto año y luego cesen para este proyecto específico.

Una ciudad con 1.5 millones de habitantes inmediatamente al sureste de este terreno depende por completo de este manto acuífero. Sus ciudadanos adquirieron una emisión de bonos el año pasado y el gobierno de la ciudad ahora tiene disponibles \$3 millones para la compra de tierra. La tasa de interés del bono es un 7% anual efectivo.

Los ingenieros civiles que laboran en la planeación del parque intentan completar todo el desarrollo durante un periodo de 3 años, que inicia en el año 4, cuando la cantidad invertida sea de \$550 000. Se espera que los aumentos en los costos de construcción sean de \$100 000 cada año hasta el año 6.

En una junta reciente, se tomaron los siguientes acuerdos:

- Comprar ahora el incremento inicial del terreno. Utilizar los fondos de la emisión de bonos para apoyar esta compra. Tomar la cantidad restante de las reservas del fideicomiso.
- Elevar los fondos restantes del proyecto durante los siguientes 2 años en cantidades anuales iguales.
- Evaluar una alternativa de financiamiento (sugerida informalmente por un individuo en la junta), en la cual el fideicomiso proporcione todos los fondos, excepto los \$3 millones disponibles ahora, hasta que el desarrollo de los parques dé inicio en el año 4.

Preguntas

Utilice cálculos a mano o por computadora para encontrar lo siguiente:

1. Para cada uno de los 2 años, ¿cuál es la cantidad anual equivalente necesaria para suministrar los fondos restantes del proyecto?
2. Si el fideicomiso acordó apoyar todos los costos, excepto los \$3 millones procedentes de los bonos ahora disponibles, determine la cantidad anual equivalente que debe aumentarse en los años 4 a 6, para suministrar todos los fondos restantes del proyecto. Suponga que el fideicomiso no cargará, ni al estado ni a la ciudad, ningún interés adicional al 7% sobre los fondos prestados.

CAPÍTULO 4

Tasas de interés nominales y efectivas

En todas las relaciones de la ingeniería económica hasta ahora desarrolladas, la tasa de interés ha sido un valor constante anual. En un alto porcentaje de los proyectos evaluados en la práctica por ingenieros profesionales, la tasa de interés compuesto se calcula con mayor frecuencia para periodos diferentes a un año; los periodos semestrales, trimestrales y mensuales son frecuentes. De hecho, en algunas evaluaciones de proyectos llegan a presentarse cálculos de interés compuesto semanal y diario. Asimismo, en nuestras vidas personales, muchos de nuestros movimientos financieros —préstamos de todo tipo (hipotecas para vivienda, tarjetas de crédito, automóviles, muebles), cuentas de cheques y de ahorro, inversiones, planes de acciones, etcétera—, poseen tasas de interés compuesto para periodos menores de un año. Este hecho requiere la introducción de dos términos nuevos: *tasas de interés nominales y efectivas*.

En este capítulo se explicará y se mostrará cómo aplicar las tasas de interés nominal y efectiva tanto en la práctica de la ingeniería como en situaciones de la vida diaria. El diagrama de flujo relacionado con la tasa de interés efectiva, localizado en el apéndice para este capítulo, constituye una referencia para las secciones sobre las tasas nominales y efectivas, así como para las secciones relacionadas con el cálculo continuo del interés. En este capítulo también se llevan a cabo cálculos de equivalencia de frecuencias de capitalización en combinación con frecuencias de flujo de efectivo.

El estudio de caso incluye una evaluación de diferentes planes de financiamiento para la compra de una vivienda.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Objetivo general: Efectuar cálculos de naturaleza económica de tasa de interés y flujos de efectivo para periodos de capitalización diferentes a un año.

Este capítulo ayudará al lector a:

Nominal y efectiva

1. Comprender las fórmulas de las tasas de interés nominal y efectiva.

Tasa de interés efectiva anual

2. Deducir y aplicar la fórmula de la tasa de interés anual efectiva.

Tasa de interés efectiva

3. Calcular la tasa de interés efectiva para cualquier periodo.

Comparación entre PP y PC

4. Determinar el método correcto para realizar cálculos de equivalencia para diferentes periodos de pago y de capitalización.

Pagos únicos: $PP \geq PC$

5. Hacer cálculos de equivalencia para periodos de pago iguales o mayores que el periodo de capitalización cuando sólo se presentan cantidades únicas.

Serie: $PP \geq PC$

6. Efectuar cálculos de equivalencia cuando se presenta una serie gradiente o uniforme para periodos de pago iguales o mayores que el periodo de capitalización.

Único y en serie: $PP < PC$

7. Realizar cálculos de equivalencia para periodos de pago menores que el periodo de capitalización.

Capitalización continua

8. Calcular y utilizar la tasa de interés efectiva para la capitalización continua.

Tasas variables

9. Considerar tasas de interés que varían con el tiempo cuando se llevan a cabo cálculos de equivalencia.

4.1 FÓRMULAS PARA LAS TASAS DE INTERÉS NOMINAL Y EFECTIVA

En el capítulo 1 aprendimos que la diferencia fundamental entre el interés simple y el interés compuesto consiste en que el interés compuesto incluye el interés sobre el interés ganado en el periodo anterior, mientras que el interés simple no lo incluye. Aquí analizaremos *las tasas de interés nominal y efectiva*, que implican la misma relación básica. En este caso la diferencia estriba en que los conceptos de nominal y de efectivo se deben aplicar cuando se calcula el interés compuesto más de una vez al año. Por ejemplo, si una tasa de interés es de 1% mensual, deben tomarse en cuenta los términos *nominal* y *efectivo* para las tasas de interés.

Comprender y emplear correctamente las tasas de interés efectivas es importante para la práctica de la ingeniería y de las finanzas personales. Los proyectos de ingeniería, según se estudiaron en el capítulo 1, se financian a través de deuda y de capital propio. Los intereses por préstamos, hipotecas, bonos y acciones se basan en tasas de interés compuesto para periodos más frecuentes que un año. Un estudio de ingeniería económica debe tomar en cuenta esos efectos. En nuestras finanzas personales, administramos la mayoría de nuestros desembolsos e ingresos de efectivo para periodos distintos a un año. De nuevo, se presenta el efecto de los cálculos de interés compuesto para periodos más frecuentes que un año. Primero analicemos una tasa de interés nominal.

La tasa de interés nominal, r , es una tasa de interés que no considera la capitalización de intereses. Por definición,

$$r = \text{tasa de interés por periodo} \times \text{número de periodos} \quad [4.1]$$

Una tasa nominal r puede fijarse para cualquier periodo: 1 año, 6 meses, 1 trimestre, 1 mes, 1 semana, 1 día, etcétera. La ecuación [4.1] se aplica para calcular el valor equivalente de r para cualquier periodo menor o mayor. Por ejemplo, la tasa nominal de $r = 1.5\%$ mensual es la misma que cada una de las siguientes tasas:

$$\begin{aligned} r &= 1.5\% \text{ mensual} \times 24 \text{ meses} \\ &= 36\% \text{ por un periodo de 2 años} && (\text{mayor que 1 mes}) \\ &= 1.5\% \text{ mensual} \times 12 \text{ meses} \\ &= 18\% \text{ anual} && (\text{mayor que 1 mes}) \\ &= 1.5\% \text{ mensual} \times 6 \text{ meses} \\ &= 9\% \text{ por medio año} && (\text{mayor que 1 mes}) \\ &= 1.5\% \text{ mensual} \times 3 \text{ meses} \\ &= 4.5\% \text{ trimestral} && (\text{mayor que 1 mes}) \\ &= 1.5\% \text{ mensual} \times 1 \text{ mes} \\ &= 1.5\% \text{ mensual} && (\text{igual a 1 mes}) \\ &= 1.5\% \text{ mensual} \times 0.231 \text{ mes} \\ &= 0.346\% \text{ semanal} && (\text{menor que 1 mes}) \end{aligned}$$

Observe que ninguna de estas tasas nominales menciona la frecuencia de la composición. Todas ellas tienen la forma: “ $r\%$ por periodo de tiempo t ”.

Ahora consideremos una tasa de interés efectiva.

La tasa de interés efectiva es la tasa real aplicable a un periodo de tiempo establecido. La tasa de interés efectiva toma en cuenta la acumulación del interés durante el periodo de la tasa nominal correspondiente. Por lo general, se expresa como tasa anual efectiva i_a , pero se puede utilizar cualquier periodo como base.

La frecuencia de capitalización de la tasa efectiva se incluye en el enunciado de la tasa nominal. Si la frecuencia de capitalización no se menciona explícitamente, se considera que es la misma que el periodo de r , en cuyo caso las tasas nominal y efectiva poseen el mismo valor. Los siguientes enunciados corresponden a tasas nominales; sin embargo, los valores de las tasas de interés efectivas no serán los mismos durante todos los periodos, como consecuencia de las diferentes frecuencias de capitalización.

4% anual, compuesto mensualmente	(composición más frecuente que el periodo establecido)
12% anual, compuesto trimestralmente	(composición más frecuente que el periodo establecido)
9% anual, compuesto diariamente	(composición más frecuente que el periodo establecido)
3% cuatrimestral, compuesto mensualmente	(composición más frecuente que el periodo establecido)
6% semestral, compuesto semanalmente	(composición más frecuente que el periodo establecido)
3% trimestral, compuesto diariamente	(composición más frecuente que el periodo establecido)

Observe que estas tasas hacen mención de la frecuencia de capitalización. Todas tienen la forma: “ $r\%$ por periodo de tiempo t , compuesto m -mente”. La m corresponde a un mes, trimestre, semana, o alguna otra unidad de tiempo. La fórmula para calcular el valor de la tasa de interés efectiva para cualquier enunciado de tasa nominal o efectiva, se estudia en la siguiente sección.

Para tomar en cuenta debidamente el valor del dinero en el tiempo, todas las fórmulas de interés, factores, valores tabulados y relaciones de hoja de cálculo deben incluir la tasa de interés efectiva.

Por lo tanto, es primordial determinar la tasa de interés efectiva antes de realizar los cálculos del valor del dinero en el tiempo para un estudio de ingeniería económica. Esto es especialmente cierto cuando se presentan flujos de efectivo en intervalos de tiempo distintos de un año.

Las siglas *TPA* y *RPA* se utilizan en muchas situaciones financieras individuales en lugar de las tasas de interés nominal y efectiva. La tasa porcentual anual (TPA) es la misma que la tasa de interés nominal, y el rendimiento porcentual anual (RPA) se utiliza en lugar de la tasa de interés efectiva. Las definiciones e interpretaciones de este capítulo son las mismas para estos términos.

Sobre la base de estas descripciones, siempre hay dos unidades de tiempo asociadas con un enunciado relativo a una tasa de interés.

Periodo de tiempo, es el periodo en el que se expresa el interés. Ésta es la t del enunciado de $r\%$ por periodo de tiempo t ; por ejemplo, *1% mensual*. La unidad de tiempo de un año es por mucho la más común, de ahí que se suponga así cuando no se especifica otra unidad.

Periodo de capitalización o composición (PC), es la unidad de tiempo más corta durante la que se paga o gana interés, el cual se identifica por el término *capitalización* (o *composición**) en el enunciado de la tasa, por ejemplo *8% anual compuesto mensualmente*. Si no se especifica, entonces se supone que es de 1 año.

Frecuencia de composición, es el número de veces que la capitalización m ocurre dentro del periodo de tiempo t . Si los periodos de capitalización PC y de tiempo t son los mismos, la frecuencia de capitalización es 1, por ejemplo *1% mensual compuesto mensualmente*.

Considere la tasa de 8% anual, capitalizable mensualmente. Tiene un periodo de tiempo t de 1 año, un periodo de capitalización PC de 1 mes, y una frecuencia de m de 12 veces por año. Una tasa de 6% por año, capitalizable en forma semanal, tiene $t = 1$ año, $PC = 1$ semana, y $m = 52$, con base en el estándar de 52 semanas por año.

En capítulos anteriores, todas las tasas de interés tenían valores de t y m de un año. Esto significa que las tasas eran tasas efectivas y nominales, en virtud de que se utilizaba la misma unidad de un año. Se acostumbra expresar la tasa efectiva sobre la misma base de tiempo que el periodo de composición. La tasa efectiva correspondiente por PC se determina mediante la fórmula

$$\text{Tasa efectiva por PC} = \frac{r\% \text{ por periodo de tiempo } t}{m \text{ periodos de composición por } t} = \frac{r}{m} \quad [4.2]$$

Como ejemplo, suponga que $r = 9\%$ anual, compuesto mensualmente; así, $m = 12$. La ecuación [4.2] se aplica para obtener la tasa efectiva de $9\%/12 = 0.75\%$ mensual, con un periodo de composición mensual. Es importante observar que el cambio del periodo fundamental t no altera el periodo de composición, que en este caso es un mes.

* Las expresiones *capitalizable* o *compuesto* se usan en forma indistinta en español. NT.

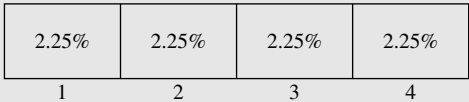
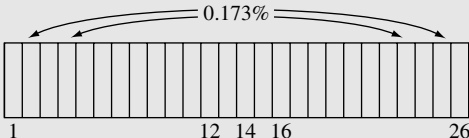
EJEMPLO 4.1

A continuación se listan las diferentes tasas de préstamo bancario para tres proyectos distintos de equipo de generación de electricidad. Determine en cada inciso la tasa efectiva considerando el periodo de composición.

- a) 9% anual, compuesto trimestralmente.
 b) 9% anual, compuesto mensualmente.
 c) 4.5% por 6 meses, compuesto semanalmente.

Solución

Aplice la ecuación [4.2] para calcular la tasa efectiva por PC para diferentes frecuencias de composición. La gráfica adjunta indica la distribución de la tasa de interés en el tiempo.

$r\%$ nominal por t	Periodo de composición	m	Tasa efectiva por PC	Distribución a lo largo del periodo t
a) 9% anual	Trimestre	4	2.25%	
b) 9% anual	Mes	12	0.75%	
c) 4.5% por 6 meses	Semana	26	0.173%	

A veces no es evidente si la tasa establecida es nominal o efectiva. Básicamente existen tres formas de expresar las tasas de interés, como lo indica la tabla 4.1. La

TABLA 4.1 Diversas formas de expresar las tasas de interés nominal y efectiva

Formato del enunciado de la tasa	Ejemplos del enunciado	¿Qué se dice de la tasa efectiva?
Tasa de interés nominal establecida, periodo de composición establecido	8% anual compuesto trimestralmente	Se determina la tasa efectiva
Tasa efectiva establecida	Tasa efectiva de 8.243% anual con periodo de composición trimestral	La tasa efectiva se utiliza directamente
Tasa de interés establecida; no se establece el periodo de composición	8% anual o 2% trimestral	La tasa es efectiva sólo para el periodo establecido, la tasa efectiva debe calcularse para otros periodos

columna de la derecha contiene el enunciado relativo a la tasa de interés efectiva. Para el primer formato, no hay enunciado para las tasas nominal o efectiva; aunque el periodo de composición está definido. Debe calcularse la tasa efectiva (lo cual se analiza en las siguientes secciones). En el segundo formato, la tasa establecida se identifica como efectiva (también se le denomina RPA), así que la tasa se utiliza directamente en los cálculos.

En el tercer formato, no se identifica la frecuencia de composición; por ejemplo, 8% anual. En tal caso, dicha tasa es efectiva exclusivamente durante el periodo (de composición) de un año. Para cualquier otro periodo, debe calcularse la tasa efectiva.

4.2 TASAS DE INTERÉS EFECTIVAS ANUALES

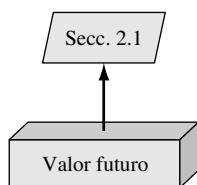
En esta sección sólo se estudiarán las tasas de interés efectivas *anuales*. Por lo tanto, el periodo fundamental t será de un año, y el periodo de composición puede ser cualquier periodo menor a un año. Por ejemplo, una tasa *nominal* de 6% anual compuesta trimestralmente equivale a una tasa *efectiva* de 6.136% anual. Hasta ahora éstas son las tasas más empleadas en la industria y los negocios. Las literales utilizadas para representar las tasas de interés nominal y efectiva son las siguientes:

r = tasa de interés nominal anual

m = número de periodos de capitalización o composición por año

i = tasa de interés efectiva por periodo de composición (PC) = r/m

i_a = tasa de interés efectiva anual



Como se señaló antes, el análisis de las tasas de interés nominal y efectiva es análogo al del interés simple y compuesto. Como en el caso del interés compuesto, una tasa de interés efectiva en cualquier punto del año incluye (capitaliza) la tasa de interés de todos los periodos de composición previos del año. Por lo tanto, la deducción de una fórmula para la tasa de interés efectiva es semejante a la lógica que se sigue para establecer la relación del valor futuro $F = P(1 + i)^n$.

El valor futuro F al final de 1 año es el principal P más los intereses acumulados $P(i)$ durante el año. Puesto que el interés se puede capitalizar varias veces durante el año, se reemplaza i con la tasa anual efectiva i_a . Ahora escribamos la fórmula para F al final de 1 año.

$$F = P + Pi_a = P(1 + i_a) \quad [4.3]$$

Como lo indica la figura 4.1, la tasa i por PC debe capitalizarse durante todos los m periodos para obtener el efecto total de la capitalización al final del año. Esto significa que F también se representa de la siguiente manera:

$$F = P(1 + i)^m \quad [4.4]$$

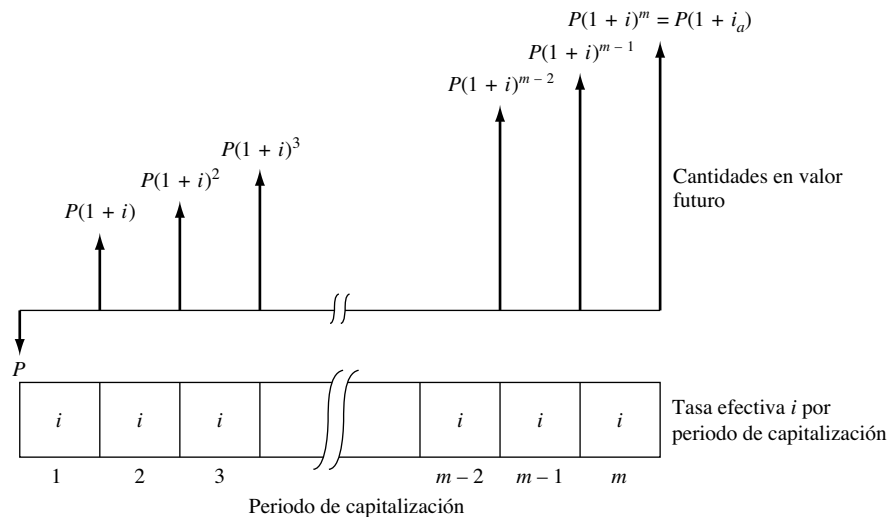


Figura 4.1

Cálculo del valor futuro a una tasa i , capitalizada m veces en un año.

Considere el valor F para un valor presente P de \$1. Igualando estas dos expresiones para F y sustituyendo P por \$1, se obtiene la fórmula para la *tasa de interés anual efectiva* i_a .

$$\begin{aligned} 1 + i_a &= (1 + i)^m \\ i_a &= (1 + i)^m - 1 \end{aligned} \quad [4.5]$$

Así, la ecuación [4.5] sirve para calcular la tasa de interés anual efectiva para cualquier número de periodos de composición cuando i es la tasa para un periodo de composición.

Si la tasa anual efectiva i_a y la frecuencia de composición m tienen valores conocidos, la ecuación [4.5] se resuelve para i y se determina la *tasa de interés efectiva por periodo de composición*.

$$i = (1 + i_a)^{1/m} - 1 \quad [4.6]$$

Además, es posible determinar la *tasa anual nominal* r utilizando la definición de i antes dada, es decir, $i = r/m$.

$$r\% \text{ anual} = (i\% \text{ por PC})(\text{núm. de PCs por año}) = (i)(m) \quad [4.7]$$

Esta expresión es la misma que la ecuación [4.1], donde PC representa el periodo de tiempo.

EJEMPLO 4.2

Jacki obtuvo una nueva tarjeta de crédito con un banco nacional (MBNA), con una tasa establecida de 18% anual y un periodo de composición mensual. Para un saldo de \$1 000 al principio del año, calcule la tasa anual efectiva y el adeudo total al banco MBNA des-

pués de un año, tomando en cuenta el hecho de que no se efectúa ningún pago durante el año.

Solución

Hay 12 periodos de composición por año. Por lo tanto, $m = 12$ e $i = 18\%/12 = 1.5\%$ mensual. Si el saldo de \$1 000 no se reduce durante el año, se aplica la ecuación [4.5] y enseguida la ecuación [4.3] para obtener la información necesaria para Jacki.

$$i_a = (1 + 0.015)^{12} - 1 = 1.19562 - 1 = 0.19562$$

$$F = \$1\,000(1.19562) = \$1\,195.62$$

Jacki pagará 19.562%, o \$195.62 más los \$1 000 del saldo, por la utilización del dinero del banco durante el año.

En la tabla 4.2 se utiliza la tasa de 18% anual, capitalizada durante diferentes periodos (anuales a semanales), para determinar las tasas de interés anuales efectivas durante estos periodos de composición diversos. En cada caso, la tasa del periodo de composición i se aplica m veces durante el año. Mediante la ecuación [4.5], la tabla 4.3 resume la tasa anual efectiva para tasas nominales utilizadas con frecuencia. En los cálculos se utiliza un total de 52 semanas y 365 días por año. En la sección 4.8 se analizan los valores de la columna correspondiente a la composición continua.

Cuando se aplica la ecuación [4.5] el resultado normalmente no es un entero. Por consiguiente, un factor de ingeniería económica no puede obtenerse directamente de las tablas de factores de interés. Existen tres alternativas para determinar el valor del factor.

- Se lleva a cabo una interpolación lineal entre dos tasas tabuladas (según se indica en la sección 2.4).
- Se utiliza la fórmula del factor sustituyendo i por i_a .
- Se crea una hoja de cálculo utilizando i_a o $i = r/m$ en las funciones, según lo requiera la función de la hoja de cálculo.

En los ejemplos resueltos a mano se emplea el segundo método y el último en las soluciones por computadora.

EJEMPLO 4.3

Joshua trabaja para Watson Bio, una compañía de ingeniería genética de I&D. Él acaba de recibir un bono de \$10 000 y desea invertir el dinero para los cinco años siguientes.

Joshua vio un Ad en el sitio web de MBNA America Bank sobre las tasas de interés de los certificados de depósito (véase figura 4-2). Él piensa invertir los \$10 000 en un CD a 5 años para la preservación de su capital. En forma alternativa, considera invertir todo en acciones para los dos años siguientes, en los que estima ganar una tasa efectiva anual de 10%. Una vez que haya obtenido este rendimiento mayor por adelantado, entonces se

TABLA 4.2 Cálculo de tasas de interés anuales efectivas aplicando la ecuación [4.5]

$r = 18\%$ anual con frecuencia de capitalización m

Periodo de capitalización	Frecuencia de capitalización por año, m	Tasa por periodo de capitalización, i	Distribución de i durante los periodos de capitalización del año	Tasa anual efectiva, i_a
Anual	1	18%	18% 1	$(1.18)^1 - 1 = 18\%$
Semestral	2	9%	9% 1 9% 2	$(1.09)^2 - 1 = 18.81\%$
Trimestral	4	4.5%	4.5% 1 4.5% 2 4.5% 3 4.5% 4	$(1.045)^4 - 1 = 19.252\%$
Mensual	12	1.5%	1.5% 1 1.5% 2 1.5% 3 1.5% 4 1.5% 5 1.5% 6 1.5% 7 1.5% 8 1.5% 9 1.5% 10 1.5% 11 1.5% 12	$(1.015)^{12} - 1 = 19.562\%$
Semanal	52	0.34615%	0.34615% 1 0.34615% 2 0.34615% 3 0.34615% 4 0.34615% 5 0.34615% 6 0.34615% 7 0.34615% 8 0.34615% 9 0.34615% 10 0.34615% 11 0.34615% 12 0.34615% 13 0.34615% 14 0.34615% 15 0.34615% 16 0.34615% 17 0.34615% 18 0.34615% 19 0.34615% 20 0.34615% 21 0.34615% 22 0.34615% 23 0.34615% 24 0.34615% 25 0.34615% 26 0.34615% 27 0.34615% 28 0.34615% 29 0.34615% 30 0.34615% 31 0.34615% 32 0.34615% 33 0.34615% 34 0.34615% 35 0.34615% 36 0.34615% 37 0.34615% 38 0.34615% 39 0.34615% 40 0.34615% 41 0.34615% 42 0.34615% 43 0.34615% 44 0.34615% 45 0.34615% 46 0.34615% 47 0.34615% 48 0.34615% 49 0.34615% 50 0.34615% 51 0.34615% 52	$(1.0034615)^{52} - 1 = 19.684\%$

TABLA 4.3 Tasas de interés anuales efectivas para ciertas tasas nominales

Tasa nominal $r\%$	Semianual ($m = 2$)	Trimestral ($m = 4$)	Mensual ($m = 12$)	Semanal ($m = 52$)	Diaria ($m = 365$)	Continua ($m = \infty$; $e^r - 1$)
0.25	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250
0.50	0.501	0.501	0.501	0.501	0.501	0.501
1.00	1.003	1.004	1.005	1.005	1.005	1.005
1.50	1.506	1.508	1.510	1.511	1.511	1.511
2	2.010	2.015	2.018	2.020	2.020	2.020
3	3.023	3.034	3.042	3.044	3.045	3.046
4	4.040	4.060	4.074	4.079	4.081	4.081
5	5.063	5.095	5.116	5.124	5.126	5.127
6	6.090	6.136	6.168	6.180	6.180	6.184
7	7.123	7.186	7.229	7.246	7.247	7.251
8	8.160	8.243	8.300	8.322	8.328	8.329
9	9.203	9.308	9.381	9.409	9.417	9.417
10	10.250	10.381	10.471	10.506	10.516	10.517
12	12.360	12.551	12.683	12.734	12.745	12.750
15	15.563	15.865	16.076	16.158	16.177	16.183
18	18.810	19.252	19.562	19.684	19.714	19.722
20	21.000	21.551	21.939	22.093	22.132	22.140
25	26.563	27.443	28.073	28.325	28.390	28.403
30	32.250	33.547	34.489	34.869	34.968	34.986
40	44.000	46.410	48.213	48.954	49.150	49.182
50	56.250	60.181	63.209	64.479	64.816	64.872

volvería más conservador y colocaría la cantidad total en un CD para los tres años finales. Se pide que el lector ayude a Joshua con lo siguiente:

- Determine el periodo de capitalización para los CD a 3 y 5 años, ya que esta información no se incluye en el sitio web. Obtégalo tan exacto como sea posible al PRA redondeado a dos decimales.
- Determine la cantidad total que tendrá después de cinco años para las dos opciones que analiza.

Solución

- Se menciona la tasa de interés anual pero no el periodo de capitalización o la frecuencia. Sustituya diferentes valores de m en la ecuación [4-5] para obtener el valor i_a correspondiente (use la ecuación [4-12] para capitalización continua), compárela con la tasa PRA que se menciona en el sitio web (véase figura 4-2). De los resultados que se aprecian más abajo y con un redondeo a dos decimales para las tasas PRA estimadas, al parecer el banco aplica una capitalización mensual a sus tasas de interés actualmente establecidas.

MBNA CORPORATION

Home Tarjetas de crédito Préstamos CD & Mercados de dinero Acceso a la red MBNA

Contáctenos

Cuentas de depósito

CD

Mercados de dinero

IRA

Contáctenos

Cuenta de certificados de depósito MBNA

Disfrute las ventajas de un certificado de depósito de alto rendimiento

MBNA CD yields have consistently been among some of the highest nationwide. With a MBNA CD, you can select the term—from six to 60 months, specified in days or months—that best suits your needs.

Términos (meses)	Tasa de interés actual	Porcentaje de rendimiento anual (PRA)
6 a < 9	1.74%	1.75%
9 a < 12	1.89%	1.90%
12 a < 18	2.38%	2.40%
18 a < 24	2.72%	2.75%
24 a < 30	2.86%	2.90%
30 a < 36	3.20%	3.25%
36 a < 48	3.40%	3.45%
48 a < 60	3.83%	3.90%
60	4.36%	4.45%

Cuentas CD MBNA
Depósito mínimo de apertura: \$10 000

* Los PRA del CD para los términos que aparecen arriba son válidos para el periodo entre 06/07/04 y 06/13/04, y suponen que el interés permanece en la cuenta hasta su madurez. El balance mínimo de apertura es de \$10 000 para todos los términos que se muestran arriba. Los retiros y tarifas pueden reducir las ganancias de la cuenta. Podría imponerse una penalización por un retiro temprano del capital principal del CD.

Cuentas de certificado de depósito

3.45% de PRA

Término a 36 meses
Balance mínimo de apertura: \$10 000

Abra una cuenta:

Enviar un formato de cuenta nueva, en línea

Solicitar información Kit

Imprimir el formato de cuenta nueva (formato PDF)

Llame a MBNA al 1-800-900-6693 (mencione el código HA04U)

Usuarios TTY, llamar al 1-800-215-4549
Llamadas por cobrar, marque el (302) 457-0719

Figura 4.2

Ad en Internet que muestra las tasas de interés de certificados de depósito. El Ad que se ilustra es una muestra similar a otro que apareció el 11 de junio de 2004 en el sitio web de MBNA America Bank en la dirección www.mbna.com. Las tasas que aparecen no son las actuales.)

Para un término de inversión de:	La tasa de interés	Si la frecuencia de capitalización m establecida es:	La tasa efectiva anual i_{ar} o PRA estimada, es:	El periodo más probable de capitalización usado por el banco es:
3 años	3.40%	4 trimestres	3.444	Mensual
		12 meses	3.453	
		52 semanas	3.457	
5 años	4.36%	4 trimestres	4.432	Mensual
		12 meses	4.448	
		52 semanas	4.455	
		Continuo	4.456	

- b) *Opción 1: CD a 5 años.* Use la tasa PRA de 4.45% (véase figura 4-2) en el factor F/P o en la función FV de Excel.

$$F = \$10\,000(F/P, 4.45\%, 5) = 10\,000(1.2432) = \$12\,432$$

Opción 2: 2 años en acciones y después 3 años en un CD. Ésta es una opción de mayor riesgo, ya que el rendimiento sobre las acciones es incierto. Use 10% anual para las acciones, que es la tasa efectiva anual estimada, seguida por 3 años con la tasa anual efectiva del CD a 36 meses de 3.45% (es improbable que la tasa del CD permanezca en este nivel por más de dos años, pero ésta es la mejor estimación disponible ahora).

$$\begin{aligned} F &= \$10\,000(F/P, 10\%, 2)(F/P, 3.45\%, 3) \\ &= 10\,000(1.21)(1.1071) = \$13\,396 \end{aligned}$$

Se estima que la segunda opción gane \$964 más durante los cinco años.

Comentario

Las tasas de interés y los periodos de capitalización que se usan en este ejemplo sólo son representativos; cambian con frecuencia y varían de una institución a otra. Revise el sitio web de cualquier institución financiera que ofrezca servicios bancarios por Internet para que aprenda más acerca de las tasas actuales.

Todas las situaciones económicas analizadas en esta sección implican tasas efectivas y nominales y flujos de efectivo anuales. Cuando los flujos de efectivo no son anuales, es necesario descartar el supuesto anual del enunciado de la tasa de interés: “ $r\%$ anual con frecuencia de composición m -mente”. Se trata del tema de la siguiente sección.

4.3 TASAS DE INTERÉS EFECTIVAS PARA CUALQUIER PERIODO

Ya se presentaron los conceptos de tasas de interés anual efectiva y nominal. Ahora, además del periodo de composición (PC), es necesario considerar la frecuencia de los pagos o ingresos; es decir, el periodo de transacción de flujo de efectivo. Por sencillez, éste recibe el nombre de *periodo de pago (PP)*. Es importante distinguir entre el periodo de composición y el periodo de pago, ya que muchas veces no coinciden. Por ejemplo, si una compañía deposita dinero cada mes en una cuenta que da rendimientos con una tasa de interés nominal de 14% anual, con un periodo de composición semestral, el periodo de pago es de un mes, mientras que el periodo de composición es de 6 meses (figura 4.3). Asimismo, si una persona deposita

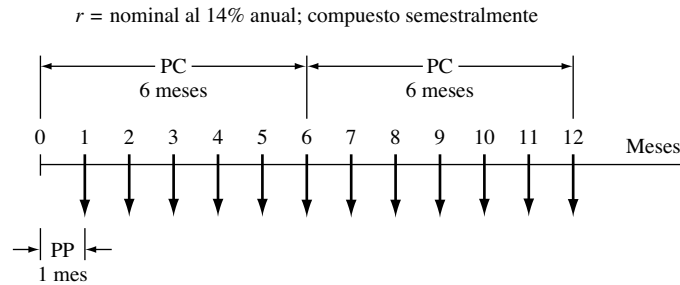
**Figura 4.3**

Diagrama de flujo de efectivo de un año para un periodo de pago (PP) mensual y un periodo de composición (PC) semestral.

dinero cada año en una cuenta de ahorros con un interés compuesto trimestral, el periodo de pago es de un año, mientras que el periodo de composición es de 3 meses.

Para evaluar aquellos flujos de efectivo que se presentan con mayor frecuencia que la anual, es decir, $PP < 1$ año, en las fórmulas de la ingeniería económica debe utilizarse la tasa de interés efectiva durante el PP. La fórmula de la tasa de interés anual efectiva se generaliza fácilmente para cualquier tasa nominal, sustituyendo la tasa de interés del periodo por r/m en la ecuación [4.5].

$$i \text{ efectivo} = (1 + r/m)^m - 1 \quad [4.8]$$

donde,

r = tasa de interés nominal por periodo de pago (PP)

m = número de periodos de composición por periodo de pago (PC por PP)

En lugar de i_a , esta expresión general utiliza la literal i para representar el interés efectivo. Este hecho coincide con los diferentes usos que se le dan a i en el resto de la obra. Gracias a la ecuación [4.8], es posible tomar una tasa nominal ($r\%$ anual o cualquier otro periodo) y convertirla en una tasa efectiva i para cualquier periodo que se defina como base, el más común de los cuales es el periodo PP. Los siguientes 2 ejemplos ilustran cómo hacerlo.

EJEMPLO 4.4

Visteon, una compañía que salió de la Ford Motor Company, abastece de partes importantes de automóvil a los fabricantes de automóviles alrededor del mundo, y constituye el abastecedor más importante de la Ford. Un ingeniero pertenece al comité de Visteon que evalúa propuestas para incorporar maquinaria de medición de coordenadas, de la nueva generación, a la fabricación automática de partes de alta precisión. Tres propuestas de venta incluyen las tasas de interés que aparecen a continuación. Visteon hará pagos semestrales exclusivamente. El ingeniero se encuentra confundido respecto de las tasas de interés efectivas (su valor anual y durante el periodo de pago de 6 meses).

Propuesta núm. 1: 9% anual, compuesto trimestralmente

Propuesta núm. 2: 3% trimestral, compuesto trimestralmente

Propuesta núm. 3: 8.8% anual, compuesto mensualmente

- a) Determine la tasa efectiva de cada propuesta si se harán pagos semestrales, y construya diagramas de flujo de efectivo semejantes a los de la figura 4.3 para las tasas de las diferentes propuestas.
- b) ¿Cuáles son las tasas anuales efectivas? Éstas formarán parte de la elección de la propuesta final.
- c) ¿Qué propuesta incluye la tasa anual efectiva más baja?

Solución

- a) Fije el periodo de pago (PP) a 6 meses, convierta la tasa nominal $r\%$ a una tasa semestral y, luego, determine m . Por último, aplique la ecuación [4.8] para calcular la tasa de interés semestral efectiva i . Para la propuesta 1, los cálculos correctos son los siguientes:

$$\begin{aligned} \text{PP} &= 6 \text{ meses} \\ r &= 9\% \text{ anual} = 4.5\% \text{ durante 6 meses} \\ m &= 2 \text{ trimestres durante 6 meses} \\ i\% \text{ efectiva durante 6 meses} &= \left(1 + \frac{0.045}{2}\right)^2 - 1 = 1.0455 - 1 = 4.55\% \end{aligned}$$

La tabla 4.4 (sección de la izquierda) resume las tasas semestrales efectivas de las tres propuestas. La figura 4.4a representa el diagrama de flujo de efectivo de las propuestas 1 y 2, los pagos semestrales (PP = 6 meses) y el periodo de composición trimestral (PC = 1 trimestre). La figura 4.4b es la misma para el periodo de composición mensual (propuesta 3).

- b) Para la tasa anual efectiva, el periodo básico en la ecuación [4.8] es de un año. Éste es igual a PP = 1 año. Para la propuesta 1,

$$\begin{aligned} r &= 9\% \text{ anual} \quad m = 4 \text{ trimestres por año} \\ i\% \text{ efectiva anual} &= \left(1 + \frac{0.09}{4}\right)^4 - 1 = 1.0931 - 1 = 9.31\% \end{aligned}$$

La sección de la derecha de la tabla 4.4 presenta un resumen de las tasas anuales efectivas.

TABLA 4.4 Tasas de interés efectivas anuales y semestrales para las tres propuestas (ejemplo 4.4)

Propuesta	Tasas semestrales			Tasas anuales		
	Nominal durante 6 meses, r	PC por PP, m	Ecuación [4.8], i efectiva	Nominal por año, r	PC por año, m	Ecuación [4.8], i efectiva
#1	4.5%	2	4.55%	9%	4	9.31%
#2	6.0%	2	6.09%	12%	4	12.55%
#3	4.4%	6	4.48%	8.8%	12	9.16%

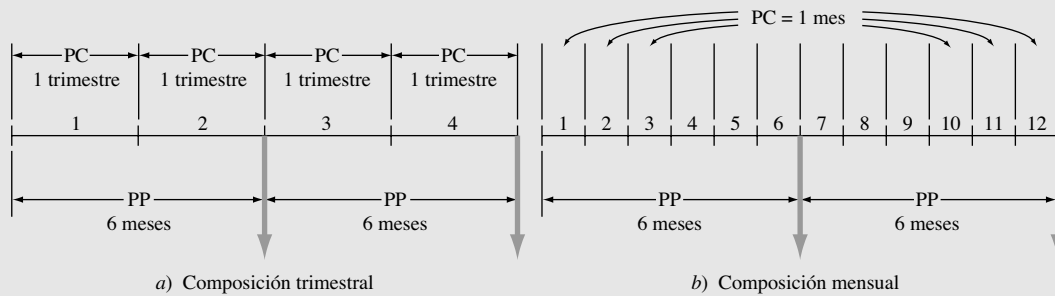
**Figura 4.4**

Diagrama de flujo de efectivo que muestra el PC y el PP para a) las propuestas 1 y 2; b) la propuesta 3 (ejemplo 4.4).

- c) La propuesta 3 incluye la tasa anual efectiva menor de 9.16%, que equivale a una tasa semestral efectiva de 4.48%.

Comentario

Las tasas efectivas de la propuesta 2 sólo se pueden encontrar directamente en la tabla 4.3. Para determinar la tasa semestral efectiva, localice la línea de la tasa nominal de 6% bajo $m = 2$, que representa el número de trimestres durante 6 meses. La tasa semestral efectiva es 6.09%. Asimismo, en el caso de la tasa nominal de 12%, hay $m = 4$ trimestres por año; por lo que la tasa anual efectiva $i = 12.551\%$. Aunque la tabla 4.3 se diseñó originalmente para tasas anuales nominales, es adecuada para otros periodos de tasa nominal, siempre y cuando se incluya el valor apropiado de m en los encabezados de columna.

EJEMPLO 4.5

Una compañía punto-com planea invertir dinero en un nuevo fondo de capital riesgoso, que actualmente reembolsa 18% anual con un periodo de composición diario. ¿Cuál es el valor de la tasa de interés efectiva a) anual y b) semestral?

Solución

- a) Aplique la ecuación [4.8], con $r = 0.18$ y $m = 365$.

$$i\% \text{ efectiva anual} = \left(1 + \frac{0.18}{365}\right)^{365} - 1 = 19.716\%$$

- b) En este caso, $r = 0.09$ cada 6 meses y $m = 182$ días.

$$i\% \text{ efectiva cada 6 meses} = \left(1 + \frac{0.09}{182}\right)^{182} - 1 = 9.415\%$$

4.4 RELACIONES DE EQUIVALENCIA: COMPARACIÓN ENTRE LA DURACIÓN DEL PERIODO DE PAGO Y DEL PERIODO DE CAPITALIZACIÓN (PP VERSUS PC)

En los cálculos de equivalencia con porcentajes altos, la frecuencia de los flujos de efectivo no es igual a la frecuencia de la capitalización de los intereses. Por ejemplo, los flujos de efectivo pueden ser mensuales, mientras que la capitalización puede ser anual, trimestral o más frecuente. Considere los depósitos realizados en una cuenta de ahorros cada mes, cuyos rendimientos tienen un periodo de capitalización trimestral. La duración del PC es de un trimestre, mientras que la duración del PP es de un mes. Para llevar a cabo correctamente los cálculos de equivalencia, resulta esencial que se utilice el mismo periodo para el periodo de capitalización y el periodo de pago, y que en consecuencia la tasa de interés se ajuste.

Las siguientes tres secciones describen los procedimientos para determinar los valores correctos de i y n , para los factores de la ingeniería económica y las soluciones en hoja de cálculo. Primero se compara la duración del PP y la duración del PC; después se identifica la serie de flujos de efectivo con pagos únicos (P y F) o con una serie (A , G o g). La tabla 4.5 contiene las referencias a las diferentes secciones. Cuando solamente existen pagos únicos, no hay periodo de pago PP definido en sí por los flujos de efectivo. La duración del PP, por lo tanto, queda definida por el periodo t del enunciado de la tasa de interés. Si la tasa es de 8% semestral, compuesto trimestralmente, el PP es semestral, el PC es trimestral, y $PP > PC$.

Observe que las referencias a las diferentes secciones de la tabla 4.5 son las mismas cuando $PP = PC$ y cuando $PP > PC$. Las ecuaciones para determinar los valores de i y n son las mismas. Además, la técnica que toma en cuenta el valor del dinero en el tiempo es la misma, en virtud de que sólo cuando se presentan flujos de efectivo se determina el efecto de la tasa de interés. Por ejemplo, suponga que los flujos de efectivo ocurren cada 6 meses (PP semestral), y que el interés tiene un periodo de capitalización trimestral (PC trimestral). Después de 3 meses no hay flujo de efectivo ni es necesario determinar el efecto de la composición trimestral. Sin embargo, en el mes 6 es necesario considerar los intereses acumulados durante los dos periodos de composición trimestrales anteriores.

TABLA 4.5 Referencias a las diferentes secciones relativas a los cálculos de equivalencia basados en la comparación entre el periodo de pago y el periodo de capitalización

Duración del periodo	Cantidades únicas (P y F exclusivamente)	Serie uniforme o serie gradiente (A , G o g)
$PP = PC$	Sección 4.5	Sección 4.6
$PP > PC$	Sección 4.5	Sección 4.6
$PP < PC$	Sección 4.7	Sección 4.7

4.5 RELACIONES DE EQUIVALENCIA: PAGOS ÚNICOS CON $PP \geq PC$

Cuando se trata exclusivamente de flujos de efectivo de pago único, hay dos formas igualmente correctas de determinar i y n para los factores P/F y F/P . El método 1 es más fácil de aplicar, porque las tablas de interés que aparecen en la parte posterior del libro por lo común ofrecen el valor del factor. El método 2 quizá requiera cálculos mediante la fórmula para el factor, ya que la tasa de interés efectiva que resulta no constituye un entero. En el caso de las hojas de cálculo, cualquier método es aceptable; sin embargo, por lo general el método 1 es más fácil.

Método 1: Se determina la tasa de interés efectiva durante el *periodo de composición* PC , y se iguala n al número de periodos de composición entre P y F . Las relaciones para calcular P y F son:

$$P = F(P/F, i\% \text{ efectiva por } PC, \text{ número total de periodos } n) \quad [4.9]$$

$$F = P(F/P, i\% \text{ efectiva por } PC, \text{ número total de periodos } n) \quad [4.10]$$

Por ejemplo, suponga que la tasa establecida de la tarjeta de crédito es una tasa efectiva de 15% anual, compuesto mensualmente. En este caso, PC es igual a un mes. Para calcular P o F a lo largo de un periodo de dos años, se calcula la tasa mensual efectiva de $15\%/12 = 1.25\%$ y el total de meses de $2(12) = 24$. Así, los valores 1.25% y 24 se utilizan para el cálculo de los factores P/F y F/P .

Se puede utilizar cualquier periodo para determinar la tasa de interés efectiva; sin embargo, el PC constituye el mejor fundamento. El valor del PC es mejor porque sólo a lo largo del PC una tasa de interés efectiva tiene el mismo valor numérico que la tasa nominal durante el mismo periodo del PC , lo cual se estudió en la sección 4.1 y en la tabla 4.1. Esto significa que la tasa de interés efectiva durante el PC por lo general es un número entero. Entonces, es posible utilizar las tablas de los factores que aparecen en la parte posterior de este libro.

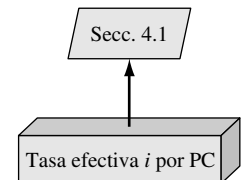
Método 2: Se determina la tasa de interés efectiva para el *periodo t de la tasa nominal*, y sea n igual al número total de periodos utilizando el mismo periodo. Las fórmulas de P y F son las mismas que las de las ecuaciones [4.9] y [4.10], salvo que el término $i\% \text{ efectiva por } t$ se sustituye por la tasa de interés.

En el caso de una tasa de tarjeta de crédito de 15% anual compuesto mensualmente, el periodo t es 1 año. La tasa de interés efectiva durante un año y los valores n son:

$$i\% \text{ efectiva anual} = \left(1 + \frac{0.15}{12}\right)^{12} - 1 = 16.076\%$$

$$n = 2 \text{ años}$$

El factor P/F es el mismo por ambos métodos: $(P/F, 1.25\%, 24) = 0.7422$, utilizando la tabla 5; y $(P/F, 16.076\%, 2) = 0.7422$ aplicando la fórmula del factor P/F .



EJEMPLO 4.6

Un ingeniero que trabaja como consultor privado realizó depósitos en una cuenta especial, para cubrir gastos de viaje no reembolsados. La figura 4.5 muestra el diagrama de flujo de efectivo. Calcule cuánto hay en la cuenta después de 10 años a una tasa de interés de 12% anual, compuesto semestralmente.

Solución

Sólo interesan los valores de P y F . Ambos métodos se ejemplifican para calcular F en el año 10.

Método 1: Utilice el PC semestral para expresar la tasa efectiva semestral de 6% por cada periodo de 6 meses. Hay $n = (2)(\text{número de años})$ periodos semestrales por cada flujo de efectivo. Utilizando los valores de los factores de la tabla 11, se observa que el valor futuro, por medio de la ecuación [4.10], es

$$\begin{aligned} F &= 1\,000(F/P, 6\%, 20) + 3\,000(F/P, 6\%, 12) + 1\,500(F/P, 6\%, 8) \\ &= 1\,000(3.2071) + 3\,000(2.0122) + 1\,500(1.5938) \\ &= \$11\,634 \end{aligned}$$

Método 2: Exprese la tasa efectiva anual con base en un periodo de composición semestral.

$$i\% \text{ efectiva anual} = \left(1 + \frac{0.12}{2}\right)^2 - 1 = 12.36\%$$

El valor de n es el número real de años. Utilice la fórmula del factor $(F/P, i, n) = (1.1236)^n$ y la ecuación [4.10] para obtener la misma respuesta que con el método 1.

$$\begin{aligned} F &= 1\,000(F/P, 12.36\%, 10) + 3\,000(F/P, 12.36\%, 6) + 1\,500(F/P, 12.36\%, 4) \\ &= 1\,000(3.2071) + 3\,000(2.0122) + 1\,500(1.5938) \\ &= \$11\,634 \end{aligned}$$

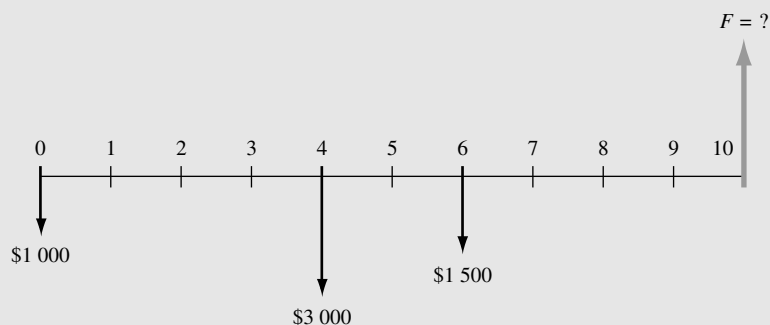


Figura 4.5

Diagrama de flujo de efectivo (ejemplo 4.6).

Comentario

Para flujos de efectivo de pago único, cualquier combinación de i y n deducida de la tasa nominal establecida se utiliza en los factores, siempre y cuando tenga como base el mismo periodo. Si se emplea 12% anual, con *periodo de capitalización mensual*, la tabla 4.6 presenta varias combinaciones aceptables de i y n . Existen otras combinaciones correctas, tales como la tasa efectiva semanal para i con semanas para n .

TABLA 4.6 Diversos valores de i y n para ecuaciones de pago único utilizando $r = 12\%$ anual, compuesto mensualmente

Tasa de interés efectiva i	Unidades para n
1% mensual	Meses
3.03% trimestral	Trimestres
6.15% semestral	Periodos semestrales
12.68% anual	Años
26.97% por 2 años	Periodos de 2 años

4.6 RELACIONES DE EQUIVALENCIA: SERIES CON $PP \geq PC$

Cuando se incluyen series gradiente o uniformes en la sucesión de flujo de efectivo, el procedimiento es esencialmente el mismo que el del método 2 antes expuesto, salvo que ahora PP queda definido por la frecuencia de los flujos de efectivo. Esto también establece la unidad de tiempo de la tasa de interés efectiva. Por ejemplo, si los flujos de efectivo son *trimestrales*, el PP es de un *trimestre* y, por consiguiente, se necesita una tasa de interés efectiva *trimestral*. El valor n es el número total de *trimestres*. Si PP es igual a un trimestre, 5 años se traducen en un valor de n de 20 trimestres. Esto constituye una aplicación directa de la siguiente directriz general:

Cuando los flujos de efectivo implican una serie (por ejemplo, A , G , g) y el periodo de pago es igual o mayor que el periodo de capitalización,

- Se calcula la tasa de interés efectiva i por periodo de pago.
- Se determina n como el número total de periodos de pago.

Al llevar a cabo cálculos de equivalencia para series, *sólo* estos valores de i y n se pueden utilizar en las tablas de interés, las fórmulas de factores y las funciones de hoja de cálculo. En otras palabras, no hay otras combinaciones que proporcionen respuestas correctas, como en el caso de los flujos de efectivo de pago único.

La tabla 4.7 muestra la formulación correcta de diversas series de flujo de efectivo y tasas de interés. Observe que n siempre es igual al número total de periodos de pago y que i es una tasa de interés efectiva que se expresa de acuerdo con el mismo periodo que n .

TABLA 4.7 Ejemplos de valores de n e i , donde $PP = PC$ o $PP > PC$

Serie de flujo de efectivo	Tasa de interés	Qué encontrar; qué está dado	Notación estándar
\$500 semestralmente durante 5 años	16% anual, compuesto mensualmente	Encontrar P , dado A	$P = 500(P/A, 8\%, 10)$
\$75 mensualmente durante 3 años	24% anual, compuesto semestralmente	Encontrar F , dado A	$F = 75(F/A, 2\%, 36)$
\$180 trimestralmente durante 15 años	5% trimestral	Encontrar F , dado A	$F = 180(F/A, 5\%, 60)$
Incremento de \$25 mensualmente durante 4 años	1% mensual	Encontrar P , dado G	$P = 25(P/G, 1\%, 48)$
\$5 000 trimestralmente durante 6 años	1% mensual	Encontrar A , dado P	$A = 5\,000(A/P, 3.03\%, 24)$

EJEMPLO 4.7

Un ingeniero de control de calidad pagó \$500 semestrales en los pasados 7 años por el contrato de mantenimiento del *software* de una LAN. ¿Cuál es la cantidad equivalente después del último pago, si estos fondos se obtienen de un consorcio que ha estado reembolsando 20% de intereses anuales con composición trimestral?

Solución

La figura 4.6 muestra el diagrama de flujo de efectivo. El periodo de pago (6 meses) es más largo que el periodo de capitalización (trimestre); es decir, $PP > PC$. Si aplicamos la directriz, es necesario determinar una tasa de interés efectiva semestral. Aplique la ecuación [4.8] con $r = 0.10$ por cada periodo de 6 meses y $m = 2$ trimestres por cada periodo semestral.

$$i\% \text{ efectiva por 6 meses} = \left(1 + \frac{0.10}{2}\right)^2 - 1 = 10.25\%$$

La tasa de interés efectiva semestral también se obtiene de la tabla 4.3 utilizando un valor r de 10% y $m = 2$ para llegar a $i = 10.25\%$.

El valor $i = 10.25\%$ parece razonable, ya que esperamos que la tasa de interés efectiva sea ligeramente superior a la tasa de interés nominal de 10%, por cada periodo de 6 meses. El número total de periodos de pagos semestrales es $n = 2(7) = 14$. La relación para F es:

$$\begin{aligned}
 F &= A(F/A, 10.25\%, 14) \\
 &= 500(28.4891) \\
 &= \$14\,244.50
 \end{aligned}$$

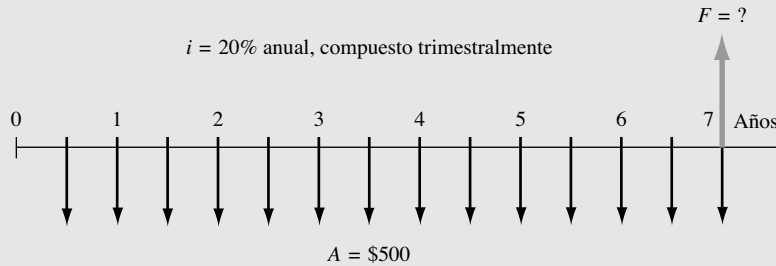


Figura 4.6

Diagrama de depósitos semestrales utilizado para determinar el valor de F (ejemplo 4.7).

EJEMPLO 4.8

Suponga que usted planea adquirir un automóvil y obtiene un préstamo de \$12 500 al 9% anual, compuesto mensualmente. Los pagos deben efectuarse mensualmente durante 4 años. Determine el pago mensual. Compare las soluciones manual y por computadora.

Microsoft Excel - Example 4.8

File Edit View Insert Format Tools Data Window Help

B5 = PAGO (B3/12,B2,-B1)

	A	B	C
1	Precio de compra	\$12,500	
2	Número de pagos	48	
3	Tasa de interés	9%	
4			
5	Pagos mensuales	\$311.06	
6			
7			
8			
9			
10			

Sheet 1 / Sheet2 / Sheet3 / Sheet4 / Sheet5 / Sheet6 / Sheet7

Ready NUM

Figura 4.7

Hoja de cálculo para el ejemplo 4.8.

**Solución**

Se busca una serie mensual A ; los valores de PP y PC son de un mes. Utilice los pasos para $PP = PC$ en el caso de una serie uniforme. La tasa de interés efectiva mensual es de $9\%/12 = 0.75\%$, y el número de pagos es $(4 \text{ años})(12 \text{ meses por año}) = 48$.

Introduzca $\text{PAGO}(9\%/12, 48, -12,500)$ en cualquier celda para que aparezca \$311.06 en la pantalla.

La figura 4.7 muestra una hoja de cálculo completa con la función PAGO en la celda B5 de acuerdo con el formato de referencia a celdas. Este pago mensual de \$311.06 equivale a la siguiente solución a mano, empleando la notación convencional y las tablas de factores.

$$A = \$12\,500(A/P, 0.75\%, 48) = 12\,500(0.02489) = \$311.13$$

Comentario

Es incorrecto usar la tasa anual efectiva de $i = 9.381\%$ y $n = 4$ años, para calcular el valor mensual A , ya sea que la solución se obtenga a mano o por computadora. El periodo de pago, la tasa de interés efectiva y el número de pagos deben expresarse sobre la misma base de tiempo, que en este caso es de un *mes*.

EJEMPLO 4.9

El Scott and White Health Plan (SWHP) compró un sistema robotizado de prescripción de recetas médicas, para atender con mayor rapidez y exactitud al paciente, con medicación estable en forma de píldoras. Los pacientes tienen problemas crónicos de salud, como diabetes, tiroides y presión alta. Suponga que el sistema de alto volumen tiene un costo de \$3 millones de instalación y un costo estimado de \$200 000 anuales para materiales, operación, personal y mantenimiento. La vida esperada es de 10 años. Un ingeniero biomédico del SWHP desea calcular el total de ingresos que se requieren por cada periodo semestral para recuperar la inversión, los intereses y los costos anuales. Determine este valor semestral A a mano y por computadora, si los fondos están evaluados a 8% anual utilizando dos diferentes periodos de composición:

1. 8% anual, compuesto *semestralmente*.
2. 8% anual, compuesto *mensualmente*.

Solución

La figura 4.8 muestra el diagrama de flujo de efectivo. Durante los 20 periodos semestrales, los costos anuales se presentan cada dos periodos (un periodo sí y otro no); se busca la serie de recuperación de capital para cada periodo de 6 meses. Este esquema vuelve algo engorrosa la solución a mano si se utiliza el factor P/F , en lugar del factor P/A , para determinar P en el caso de los 10 costos anuales de \$200 000. Se recomienda la solución por computadora en tales casos.

Solución a mano (tasa 1): A continuación se resumen los pasos para calcular el valor semestral A :

$PP = PC$ a 6 meses; se calcula la tasa de interés efectiva por cada periodo semestral.

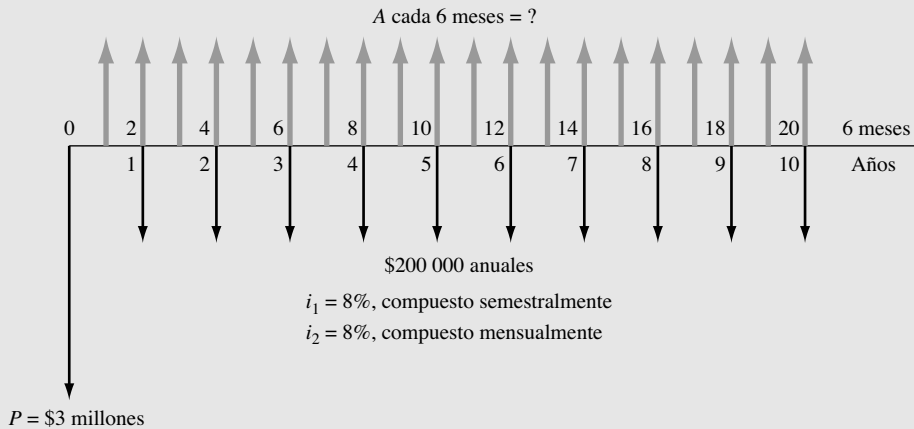


Figura 4.8
Diagrama de flujos de efectivo con dos diferentes periodos de capitalización (ejemplo 4.9).

Tasa de interés efectiva semestral $i = 8\%/2 = 4\%$ por 6 meses, con un periodo de composición semestral.

Número de periodos semestrales $n = 2(10) = 20$.

Se calcula P , utilizando el factor P/F para $n = 2, 4, \dots, 20$ periodos ya que los costos son anuales, no semestrales. Después se utiliza el factor A/P a lo largo de los 20 periodos para determinar el valor semestral de A .

$$\begin{aligned}
 P &= 3\,000\,000 + 200\,000 \left[\sum_{k=2,4}^{20} (P/F, 4\%, k) \right] \\
 &= 3\,000\,000 + 200\,000(6.6620) = \$4\,332\,400 \\
 A &= \$4\,332\,400(A/P, 4\%, 20) = \$318\,778
 \end{aligned}$$

Conclusión: se requiere un ingreso de \$318 778 cada 6 meses para cubrir los costos y un interés de 8% anual, con periodo de composición semestral.

Solución a mano (tasa 2): El PP es semestral; en cambio, el PC ahora es mensual; por lo tanto, $PP > PC$. Para calcular la tasa semestral efectiva, la tasa de interés efectiva, ecuación [4.8], se aplica con $r = 4\%$ y $m = 6$ meses por cada periodo semestral.

$$\text{Tasa efectiva semestral } i = \left(1 + \frac{0.04}{6} \right)^6 - 1 = 4.067\%$$

$$\begin{aligned}
 P &= 3\,000\,000 + 200\,000 \left[\sum_{k=2,4}^{20} (P/F, 4.067\%, k) \right] \\
 &= 3\,000\,000 + 200\,000(6.6204) = \$4\,324\,080 \\
 A &= \$4\,324\,080(A/P, 4.067\%, 20) = \$320\,064
 \end{aligned}$$

Ahora se requieren \$320 064, es decir, \$1 286 más cada 6 meses para cubrir la capitalización más frecuente de 8% de interés anual. Observe que todos los factores P/F y A/P deben calcularse con las fórmulas de los factores al 4.067%. Este método, por lo general, implica más cálculos y es más susceptible al error que la solución en hoja de cálculo.

Solución con computadora (tasas 1 y 2): La figura 4.9 muestra una solución general del problema con ambas tasas. (Varios renglones en el fondo de la hoja de cálculo no se perciben en la pantalla. Éstos siguen el patrón del flujo de efectivo de \$200 000, 6 meses sí y 6 no, hasta la celda B32.) Las funciones en C8 y E8 son expresiones generales para la tasa de interés efectiva por cada PP expresado en meses. Esto permite llevar a cabo cierto análisis de sensibilidad para diferentes valores de PP y PC. Observe la función en C7 y E7 para determinar m para las fórmulas de la tasa de interés efectiva. Dicha técnica funciona bien para las hojas de cálculo una vez que se introducen los valores de PP y PC en la unidad de tiempo del PC.

Cada periodo de 6 meses se incluye en los flujos de efectivo, incluyendo las entradas con \$0; de manera que las funciones VPN y PAGO funcionan correctamente. Los valores finales de A en D14 (\$318,784) y F14 (\$320,069) son los mismos (salvo por el redondeo) que los anteriores.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1			Tasa #1		Tasa #2			
2	Tasa de interés nominal anual		8%		8%			
3	Periodo de capitalización		Semestral		Mes			
4	Número de periodos, n		20		20			
5	PP en meses		6		6		= A32	
6	PC en meses		6		1		= E5/E6	
7	Número de PC por PP, m		1		6			
8	Tasa de interés efectiva por PP		4.00%		4.07%		= +((1 + ((E2/(12/E5))/E7))^E7) - 1	
9								
10	Periodo							
11	semestral	Flujo de efectivo					= VPN(E8,B13:B32)+B12	
12	0	\$ 3 000,000	Valor presente	\$ 4,332,385			\$ 4,324,048	
13	1	\$						
14	2	\$ 200,000	A, \$/semestre	\$ 318,784			\$ 320,069	
15	3	\$ -						
16	4	\$ 200,000						
17	5	\$ -						
18	6	\$ 200,000						
19	7	\$					= PAGO(E8,E4,-F12)	

Figura 4.9

Solución en hoja de cálculo para la serie semestral A con diferentes periodos de composición (ejemplo 4.9).

4.7 RELACIONES DE EQUIVALENCIA: PAGOS ÚNICOS Y SERIES CON $PP < PC$

Si una persona deposita dinero cada mes en una cuenta de ahorros con un interés compuesto trimestral, ¿ganan intereses todos los depósitos mensualmente antes del siguiente periodo de composición trimestral? Si un banco le cobra a una persona intereses el día 15 del mes en sus pagos de la tarjeta de crédito, y si la persona hace el pago completo el día primero, ¿reduce la institución financiera los intereses sobre la base de un pago anticipado? La respuesta común es *no*. Sin embargo, si una empresa grande hiciera pagos mensuales para cubrir un préstamo bancario de \$10 millones, con un interés compuesto trimestral, el ejecutivo de finanzas de la empresa probablemente insistiría en que el banco redujera la cantidad de intereses, basándose en el pago anticipado. Éstos constituyen ejemplos de $PP < PC$. El momento de ocurrencia de las transacciones de flujo de efectivo entre puntos de capitalización implica la pregunta de cómo manejar la *capitalización interperiódica*. Fundamentalmente existen dos políticas: los flujos de efectivo entre periodos *no ganan intereses* o *ganan un interés compuesto*.

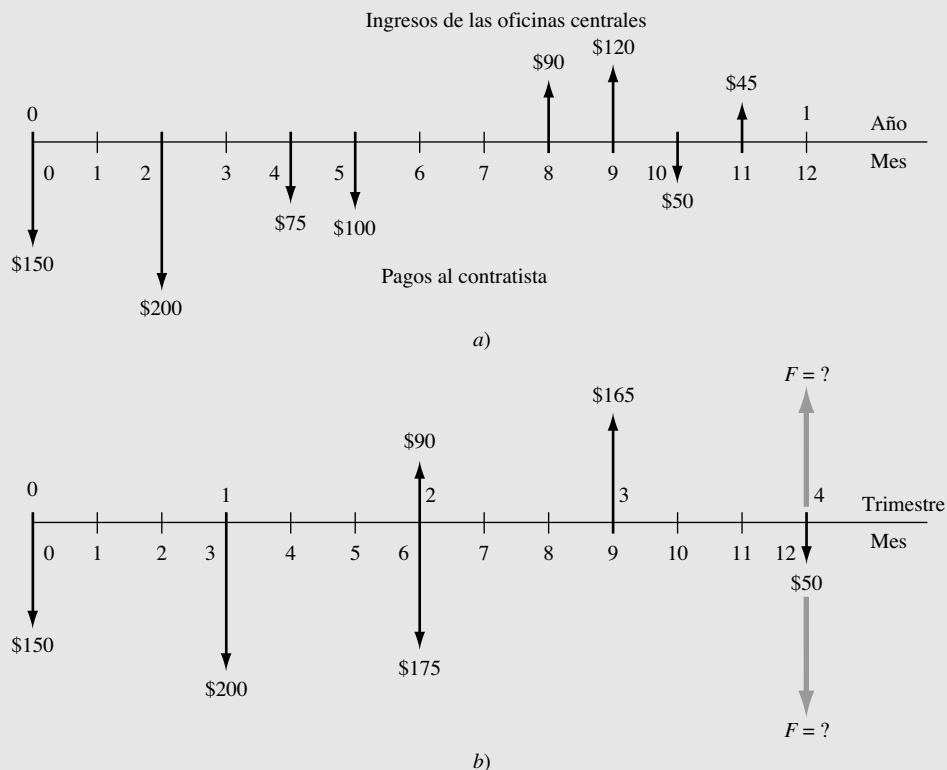
En el caso de una política de no intereses interperiódicos, se considera que los depósitos (flujos de efectivo negativos) se realizan *al final del periodo de capitalización*; asimismo, se considera que los retiros se hacen *al principio*. Como ejemplo, si se tiene un interés compuesto trimestral, los depósitos mensuales se trasladan al final del trimestre (no se obtienen intereses interperiódicos), y todos los retiros se trasladan al principio (no se pagan intereses durante todo el trimestre). Tal procedimiento puede alterar significativamente la distribución de los flujos de efectivo, antes de que se aplique la tasa de interés efectiva trimestral para determinar P , F o A . Esto lleva, en efecto, a los flujos de efectivo a una situación donde $PP = PC$, según se analizó en las secciones 4.5 y 4.6. El ejemplo 4.10 ilustra este procedimiento y el hecho económico de que, dentro de un marco temporal de un periodo de capitalización, no hay ninguna ventaja en intereses si se efectúan pagos anticipados. Por supuesto, quizá se presenten factores no económicos.

EJEMPLO 4.10

Rob es el ingeniero de coordinación de obra en Alcoa Aluminum, donde se encuentra una mina en renovación, en la cual un contratista local ha instalado un nuevo equipo de refinamiento de materiales. Rob desarrolló el diagrama de flujo de efectivo de la figura 4.10a en unidades de \$1 000 desde la perspectiva del proyecto. El diagrama incluye los pagos al contratista que Rob autorizó para el año en curso y los anticipos aprobados por las oficinas centrales de Alcoa. Rob sabe que la tasa de interés sobre *proyectos de campo* de equipo como éstos es de 12% anual, compuesto trimestralmente, y que Alcoa no va a insistir en la capitalización interperiódica de los intereses. ¿Se encontrarán o no las finanzas del proyecto de Rob en números “rojos” al final del año? ¿Por cuánto?

Solución

Sin considerar algún interés entre periodos, la figura 4.10b refleja el traslado de los flujos de efectivo. El valor futuro después de 4 trimestres requiere F a una tasa de interés efec-

**Figura 4.10**

Flujos de efectivo *a)* actuales y *b)* trasladados (en \$1 000) para los periodos de capitalización trimestral sin interés entre periodos (ejemplo 4.10).

tiva trimestral de $12\%/4 = 3\%$. La figura 4.10*b* muestra todos los flujos de efectivo negativos (pagos al contratista) trasladados al final del trimestre respectivo, y todos los flujos de efectivo positivos (ingresos de las oficinas centrales) trasladados al principio del trimestre respectivo. Calcule el valor de F al 3%.

$$\begin{aligned}
 F &= 1\,000[-150(F/P, 3\%, 4) - 200(F/P, 3\%, 3) + (-175 + 90)(F/P, 3\%, 2) \\
 &\quad + 165(F/P, 3\%, 1) - 50] \\
 &= \$-357\,592
 \end{aligned}$$

Rob puede concluir que las finanzas del proyecto en la obra se encontrarán en números rojos por alrededor de \$357 600 al final del año.

Si $PP < PC$ y se obtienen intereses por composición entre periodos, los flujos de efectivo no se trasladan; así, los valores equivalentes P , F o A se determinan utilizando la tasa de interés efectiva por periodo de pago. Las relaciones de la ingeniería económica se determinan de la misma forma que en las acciones anteriores para PP

$\geq$ PC. La fórmula de la tasa de interés efectiva tendrá un valor m menor que 1, ya que tan sólo hay una parte fraccionaria del PC en un PP. Por ejemplo, los flujos de efectivo semanales y la composición trimestral requieren que $m = 1/13$ de un trimestre. Cuando la tasa de interés nominal es de 12% anual, con periodo de composición trimestral (el mismo que 3% cada trimestre, con composición trimestral), la tasa de interés efectiva por cada PP es

$$i\% \text{ efectiva semanal} = (1.03)^{1/13} - 1 = 0.228\% \text{ semanal}$$

4.8 TASA DE INTERÉS EFECTIVA PARA CAPITALIZACIÓN CONTINUA

Si dejamos que la capitalización se presente con más frecuencia cada vez, los periodos de capitalización se van acortando. Entonces, el valor de m , es decir, el número de periodos de composición por periodo de pago, aumenta. Esta situación ocurre en los negocios con una gran cantidad de flujos de efectivo diarios; así, es adecuado considerar intereses con periodos de capitalización continua. Conforme m se aproxima al infinito, la tasa de interés efectiva, ecuación [4.8], debe expresarse de otra forma. Primero recordemos la definición de la base del logaritmo natural.

$$\lim_{h \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{h}\right)^h = e = 2.71828 + \quad [4.11]$$

El límite de la ecuación [4.8] conforme m se aproxima al infinito se determina utilizando $r/m = 1/h$, de la cual se deduce $m = hr$.

$$\begin{aligned} \lim_{m \rightarrow \infty} i &= \lim_{m \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{r}{m}\right)^m - 1 \\ &= \lim_{h \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{h}\right)^{hr} - 1 = \lim_{h \rightarrow \infty} \left[\left(1 + \frac{1}{h}\right)^h\right]^r - 1 \\ i &= e^r - 1 \end{aligned} \quad [4.12]$$

La ecuación [4.12] se aplica para calcular la *tasa de interés efectiva continua*, cuando los periodos para i y r son los mismos. Como ejemplo, si la tasa anual nominal $r = 15\%$ anual, la tasa de interés efectiva continua anual es

$$i\% = e^{0.15} - 1 = 16.183\%$$

Por conveniencia, la tabla 4.3 incluye tasas de interés efectivas continuas para las tasas nominales listadas.

EJEMPLO 4.11

- a) Calcule las tasas de interés anual y efectiva mensual, para una tasa de interés del 18% anual con composición continua.

- b) Un inversionista necesita un rendimiento efectivo de, por lo menos, el 15%. ¿Cuál es la tasa nominal anual mínima aceptable para la composición continua?

Solución

- a) La tasa mensual nominal es $r = 18\%/12 = 1.5\%$; es decir, 0.015 mensual. De acuerdo con la ecuación [4.12], la tasa mensual efectiva es

$$i\% \text{ mensual} = e^r - 1 = e^{0.015} - 1 = 1.511\%$$

Asimismo, la tasa anual efectiva, utilizando $r = 0.18$ anual, es

$$i\% \text{ anual} = e^r - 1 = e^{0.18} - 1 = 19.72\%$$

- b) Resuelva la ecuación [4.12] para r considerando el logaritmo natural.

$$e^r - 1 = 0.15$$

$$e^r = 1.15$$

$$\ln e^r = \ln 1.15$$

$$r\% = 13.976\%$$

Por lo tanto, una tasa de 13.976% anual, con periodo de composición continua, generará 15% efectivo de rendimiento anual.

Comentario

La fórmula general para calcular la tasa nominal, dada la tasa efectiva continua i , es $r = \ln(1 + i)$.

EJEMPLO 4.12

Las ingenieras Marci y Suzanne invierten \$5 000 durante 10 años al 10% anual. Calcule el valor futuro para ambas, si Marci recibe intereses anuales compuestos, y Suzanne, intereses continuos.

Solución

Marci: El valor futuro para un periodo de composición anual es

$$F = P(F/P, 10\%, 10) = 5\,000(2.5937) = \$12\,969$$

Suzanne: Utilizando la ecuación [4.12], primero se encuentra la tasa efectiva i anual, para usarla en el factor F/P .

$$i\% \text{ efectiva} = e^{0.10} - 1 = 10.517\%$$

$$F = P(F/P, 10.517\%, 10) = 5\,000(2.7183) = \$13\,591$$

La composición continua genera \$622 de incremento en ganancias. Por comparación, la composición diaria genera una tasa efectiva de 10.516% ($F = \$13\,590$), apenas un poco menor que el 10.517% de la composición continua.

En algunas actividades de negocios, los flujos de efectivo se presentan durante el día. Ejemplos de costos son los costos de energía y agua, costos de inventario y

costos de mano de obra. Un modelo realista para estas actividades consiste en incrementar la frecuencia de los flujos de efectivo para que se tornen continuos. En tales casos, el análisis económico puede llevarse a cabo para un flujo de efectivo continuo (también denominado *flujo continuo de fondos*) y para la composición continua de intereses antes estudiada. Entonces, es necesario derivar expresiones diversas para los factores. De hecho, las diferencias económicas para los flujos de efectivo continuos, relativos al flujo de efectivo discreto y a los supuestos de composición discreta, normalmente no son muy grandes. En consecuencia, muchos estudios de ingeniería económica no exigen al analista que utilice estas formas matemáticas para llevar a cabo la evaluación apropiada de un proyecto y tomar una decisión.

4.9 TASAS DE INTERÉS QUE VARÍAN CON EL TIEMPO

Las tasas de interés reales para una corporación varían año con año, dependiendo del estado financiero de la empresa, de su sector en el mercado, de las economías nacional e internacional, de las fuerzas de inflación y de muchos otros factores. Las tasas de préstamo pueden incrementarse de un año a otro. Las hipotecas de bienes inmuebles financiadas mediante un interés de tipo HTA (hipoteca de tasa ajustable) constituyen un buen ejemplo. La tasa de hipoteca se ajusta ligeramente cada año para que refleje la antigüedad del préstamo, el costo actual del dinero de la hipoteca, etcétera. Un ejemplo de tasas de interés que se incrementan con el tiempo son los bonos protegidos contra la inflación, emitidos por el gobierno de Estados Unidos y otras agencias. La tasa de dividendos que paga el bono permanece constante a lo largo de su periodo de vida; sin embargo, a la cantidad global que se debe al propietario del bono cuando alcanza su madurez se le aplica un ajuste ascendente, de acuerdo con el índice de inflación del *índice de precios al consumidor* (IPC). Esto significa que la tasa anual de rendimiento se incrementará cada año de acuerdo con la inflación observada. (En los capítulos 5 y 14, respectivamente, se repasan los bonos y la inflación.)

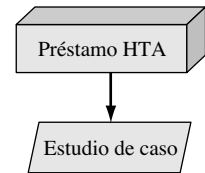
Cuando los valores de P , F y A se calculan utilizando una tasa de interés constante o promedio, durante la vida de un proyecto, las alzas y bajas de i son despreciables. Si la variación de i es grande, los valores equivalentes variarán de manera considerable de aquellos que se calculan mediante la tasa constante. Aunque un estudio de ingeniería económica puede ajustar matemáticamente los valores variables de i , los cálculos resultan más complicados.

Para definir el valor de P para los valores del flujo de efectivo futuro (F_t) con diferentes valores de $i(i_t)$ para cada año t , supondremos una *composición anual*. Sea

i_t = tasa de interés efectiva anual para el año t (t = años 1 a n)

Para determinar el valor presente, se calcula P para cada valor F_t , utilizando la i_t que aplique y sumando los resultados. De acuerdo con la notación estándar y el factor P/F ,

$$P = F_1(P/F, i_1, 1) + F_2(P/F, i_1, 1)(P/F, i_2, 1) + \cdots + F_n(P/F, i_1, 1)(P/F, i_2, 1) \cdots (P/F, i_n, 1) \quad [4.13]$$



Cuando sólo están involucradas cantidades únicas, es decir, una P y una F en el año final n , el último término de la ecuación [4.13] es la expresión del valor presente del flujo de efectivo futuro.

$$P = F_n (P/F, i_1, 1) (P/F, i_2, 1) \cdots (P/F, i_n, 1) \quad [4.14]$$

Si se requiere la serie uniforme equivalente A durante todos los n años, primero se calcula P con cualquiera de las dos últimas ecuaciones; enseguida se sustituye el símbolo A por cada símbolo F_t . Ya que el valor equivalente P se determinó numéricamente utilizando las tasas variables, esta nueva ecuación sólo tendrá una incógnita, A . El siguiente ejemplo ilustra tal procedimiento.

EJEMPLO 4.13

CE, Inc. arrienda equipo pesado para perforación de túneles. Las utilidades netas del equipo para cada uno de los últimos 4 años han ido disminuyendo, como lo indica la siguiente tabla. Ésta, además, incluye las tasas de rendimiento anuales sobre el capital invertido. La tasa de rendimiento se ha ido incrementando. Determine el valor presente P y la serie uniforme equivalente A de la serie de utilidades netas. Tome en cuenta la variación anual de las tasas de rendimiento.

Año	1	2	3	4
Utilidad neta	\$70 000	\$70 000	\$35 000	\$25 000
Tasa anual	7%	7%	9%	10%

Solución

La figura 4.11 muestra los flujos de efectivo, las tasas de cada año y los valores equivalentes de P y A . La ecuación [4.13] se utiliza para calcular P . Ya que para los años 1 y 2 el

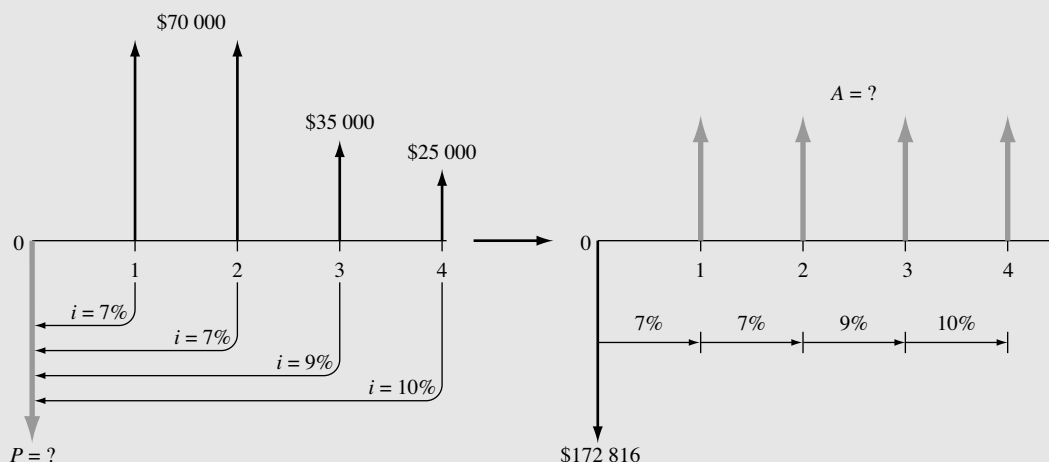


Figura 4.11

Valores equivalentes de P y A para tasas de interés variables (ejemplo 4.13).

rendimiento neto es \$70 000 y la tasa anual es 7%, el factor P/A se aplica exclusivamente para estos dos años.

$$\begin{aligned} P &= [70(P/A, 7\%, 2) + 35(P/F, 7\%, 2)(P/F, 9\%, 1) \\ &\quad + 25(P/F, 7\%, 2)(P/F, 9\%, 1)(P/F, 10\%, 1)](1\ 000) \\ &= [70(1.8080) + 35(0.8013) + 25(0.7284)](1\ 000) \\ &= \$172\ 816 \end{aligned}$$

Para determinar una serie anual equivalente, se sustituye el símbolo A por los valores de utilidad neta en la parte derecha de la ecuación [4.15], que se iguala a $P = \$172\ 816$ y se despeja A . Esta ecuación toma en cuenta los valores variables i de cada año. La figura 4.11 muestra la transformación del diagrama de flujo de efectivo.

$$\begin{aligned} \$172\ 816 &= A[(1.8080) + (0.8013) + (0.7284)] = A[3.3377] \\ A &= \$51\ 777 \text{ anuales} \end{aligned}$$

Comentario

Si se utiliza el promedio de las cuatro tasas anuales, es decir, 8.25%, el resultado es $A = \$52\ 467$. Esto representa \$690 de presupuesto sobreestimado anual sobre la cantidad equivalente requerida.

Cuando hay un flujo de efectivo en el año 0 y las tasas de interés varían anualmente, debe incluirse dicho flujo de efectivo cuando se determina el valor de P . En el cálculo de la serie uniforme equivalente A durante todos los años, hay que incluir el año 0, ya que es importante considerar este flujo de efectivo inicial en $t = 0$. Esto se logra con la inserción del factor de valor para $(P/F, i_0, 0)$ en la relación para A . Este factor de valor siempre es 1.00. También es correcto encontrar el valor A usando una relación de valor futuro para F en el año n . En este caso, el valor A se determina con el empleo del factor F/P , y el flujo de efectivo en el año n se toma en cuenta con la inclusión del factor $(F/Pi_0, 0) = 1.00$.

RESUMEN DEL CAPÍTULO

Como muchas situaciones reales implican frecuencias de flujo de efectivo y periodos de capitalización distintos a un año, es necesario utilizar las tasas de interés nominal y efectiva. Cuando una tasa nominal r se establece, la tasa de interés efectiva por cada periodo de pago se determina aplicando la ecuación de la tasa de interés efectiva.

$$i \text{ efectiva} = \left(1 + \frac{r}{m}\right)^m - 1$$

m es el número de periodos de composición (PC) por periodo de pago (PP). Si la composición de los intereses se torna cada vez más frecuente, la duración de un PC

se aproxima a cero, lo cual da como resultado una composición continua, y la tasa de interés efectiva i es igual a $e^r - 1$.

Todos los factores de la ingeniería económica requieren el uso de una tasa de interés efectiva. Los valores de i y n colocados en un factor dependen del tipo de serie de flujo de efectivo. Si sólo hay cantidades únicas (P y F), existen diversas formas de llevar a cabo cálculos de equivalencia utilizando los factores. Sin embargo, cuando los flujos de efectivo en serie (A , G y g) se encuentran presentes, sólo cierta combinación de la tasa de interés efectiva i y del número de periodos n es correcta para los factores. Esto requiere que las duraciones relativas de PP y PC se consideren conforme i y n se hayan determinado. *La tasa de interés y los periodos de pago deben tener la misma unidad de tiempo*, con la finalidad de que los factores tomen en cuenta correctamente el valor del dinero en el tiempo.

De un año (o periodo de interés) a otro, las tasas de interés variarán. Para llevar a cabo cálculos de equivalencia con exactitud para P y A , cuando las tasas varían significativamente, debe utilizarse la tasa de interés que se aplica, no una tasa promedio o constante. Los procedimientos y factores, ya sea que se efectúen a mano o por computadora, son los mismos que los de las tasas de interés constantes; sin embargo, se incrementa el número de cálculos.

PROBLEMAS

Tasas nominal y efectiva

- 4.1 Identifique el periodo de capitalización para los intereses establecidos que siguen: a) 1% mensual; b) 2.5% trimestral, y c) 9.3% anual, compuestos semestralmente.
- 4.2 Identifique el periodo de capitalización para los intereses que siguen: a) 7% nominal anual, compuesto trimestralmente; b) 6.8% efectivo anual, compuesto mensualmente, y c) 3.4% efectivo trimestral, compuesto semestralmente.
- 4.3 Determine el número de veces que el interés se capitalizaría en 1 año para los siguientes intereses establecidos: a) 1% mensual; b) 2% trimestral, y c) 8% anual, compuestos semestralmente.
- 4.4 Para una tasa de interés de 10% anual compuesta trimestralmente, determine el número de veces que se capitalizaría el interés: a) por trimestre, b) por año y c) en tres años.
- 4.5 Para una tasa de interés de 0.50% trimestral, determine la tasa de interés nominal para: a) en un semestre, b) anual y c) en dos años.
- 4.6 Para una tasa de interés de 12% anual capitalizable cada 2 meses, determine la tasa de interés nominal para: a) 4 meses, b) 6 meses y c) 2 años.
- 4.7 Para una tasa de interés de 10% por año, compuesto trimestralmente, calcule la tasa nominal por: a) 6 meses y b) 2 años.
- 4.8 Identifique las tasas de interés establecidas como nominales o efectivas: a) 1.3% mensual; b) 1% semanal, compuesto semanalmente; c) 15% nominal anual, compuesto mensualmente; d) 1.5% efectivo por mes, compuesto diariamente, y e) 15% anual, compuesto semestralmente.
- 4.9 ¿Qué tasa de interés efectiva por 6 meses es equivalente a 14% anual, compuesto semestralmente?

- 4.10** Una tasa de interés de 16% anual, compuesto trimestralmente, ¿a qué tasa anual de interés efectivo equivale?
- 4.11** ¿Qué tasa de interés nominal por año equivale a 16% anual, compuesto semestralmente?
- 4.12** ¿Cuál es la tasa de interés efectivo anual que equivale a 18% efectivo anual, compuesto semestralmente?
- 4.13** ¿Qué periodo de capitalización se asocia con las tasas nominal y efectiva de 18% y 18.81% anual, respectivamente?
- 4.14** Una tasa de interés de 1% mensual, ¿a qué tasa efectiva por dos meses equivale?
- 4.15** Un interés de 12% anual compuesto mensualmente, ¿a cuáles tasas nominal y efectiva por 6 meses equivale?
- 4.16** a) Una tasa de interés de 6.8% por periodo semestral, compuesto semanalmente, ¿a qué tasa de interés semanal es equivalente?
b) ¿La tasa semanal es nominal o efectiva? Suponga 26 semanas por semestre.

Periodos de pago y de composición o capitalización

- 4.17** Se realizan depósitos de \$100 por semana en una cuenta de ahorros que paga un interés de 6% anual, compuesto trimestralmente. Identifique los periodos de pago y capitalización.
- 4.18** Cierta banca nacional anuncia capitalización trimestral para las cuentas de cheques de negocios. ¿Cuáles periodos de pago y capitalización se asocian con los depósitos diarios de las entradas?
- 4.19** Determine el factor F/P para 3 años, con una tasa de interés de 8% anual compuesto semestralmente.
- 4.20** Calcule el factor P/G para 5 años, con una tasa de interés efectivo de 6% anual, compuesta semestralmente.

Equivalencias para series y cantidades únicas

- 4.21** Una compañía que se especializa en el desarrollo de software para seguridad en línea, quiere tener disponibles \$85 millones para dentro de 3 años pagar dividendos accionarios. ¿Cuánto dinero debe reservar *ahora* en una cuenta que gana una tasa de interés de 8% anual, compuesto trimestralmente?
- 4.22** Debido a que las pruebas con bombas nucleares se detuvieron en 1992, el Departamento de Energía de los Estados Unidos ha estado desarrollando un proyecto de láser que permitirá a los ingenieros simular en el laboratorio las condiciones de una reacción termonuclear. Como los costos se dispararon en exceso, un comité de congresistas emprendió una investigación y descubrió que el costo estimado por el desarrollo del proyecto se incrementó a una tasa promedio de 3% mensual durante un periodo de 5 años. Si la estimación del costo originalmente fue de \$2.7 mil millones hace 5 años, ¿cuál es el costo que se espera hoy?
- 4.23** Hoy, una suma de \$5 000 con tasa de interés de 8% anual compuesto semestralmente, ¿a cuánto dinero equivalía hace 8 años?
- 4.24** En un esfuerzo por garantizar la seguridad de los usuarios de teléfonos celulares, la Comisión Federal de Comunicaciones de los Estados Unidos (FCC) exige que los aparatos tengan un número de radiación específica absorbida (REA) de 1.6 watts por kilogramo (W/kg) de tejido, o menos. Una compañía nueva de teléfonos celulares considera que si hace publicidad a su cantidad favorable de 1.2 REA, incrementará sus ventas en \$1.2 millones dentro de tres meses, cuando salgan a la venta sus equipos. Con una tasa de interés de 20% anual, compuesto trimestralmente, ¿cuál es la cantidad máxima que *ahora* debe gastar la compañía en publicidad, con el fin de mantenerse en equilibrio?
- 4.25** La Identificación por Radio Frecuencia (IDRF) es la tecnología que se usa para que

los conductores crucen rápido las casetas de cobro, y también con la que los rancheros rastrean el ganado de la granja al tenedor. Wal-Mart espera comenzar a usarla para dar seguimiento a los productos dentro de sus tiendas. Si los productos con etiquetas de IDRF dan lugar a un mejor control de los inventarios, la compañía ahorraría \$1.3 millones mensuales a partir de tres meses después de hoy, ¿cuánto podría desembolsar la empresa para implantar la tecnología, con una tasa de interés de 12% anual, compuesto mensualmente, si desea recuperar su inversión en $2\frac{1}{2}$ años?

- 4.26** El misil Patriot, desarrollado por Lockheed Martin para el ejército estadounidense, se diseñó para derribar aeronaves y a otros misiles. El costo original del Patriot Avanzado con Capacidad-3, estaba planeado para costar \$3.9 mil millones, pero debido al tiempo adicional requerido para crear el código de computación y a las pruebas fallidas ocasionadas por vientos fuertes en la instalación de White Sands Missile Range, el costo real fue mucho más elevado. Si el tiempo total de desarrollo del proyecto fue de 10 años y los costos aumentaron a una tasa de 0.5% mensual, ¿a cuánto ascendió el costo final?
- 4.27** Es común que las tarjetas de video basadas en el procesador GTS GeForce de Nvidia cuesten \$250, pero esta compañía lanzó una versión ligera del chip que cuesta \$150. Si cierto fabricante de juegos de video compraba 3 000 chips por trimestre, ¿cuál fue el valor presente de los ahorros asociados con el chip más barato, durante un periodo de 2 años con una tasa de interés de 16% anual, compuesto trimestralmente?
- 4.28** A fines del primer trimestre del año 2000, una huelga de 40 días en Boeing dio como resultado una reducción en 50 entregas de aviones jet. Con un costo de 20 millones por avión ¿cuál fue el costo equivalente a

final del año de la huelga (por ejemplo del último trimestre) con una tasa de interés de 18% anual compuesto mensualmente?

- 4.29** La división de productos ópticos de Panasonic planea una expansión de su edificio que tendrá un costo de \$3.5 millones, para fabricar su poderosa cámara digital Lumix DMC. Si la compañía usa para todas las inversiones nuevas una tasa de interés de 20% anual, compuesto trimestralmente, ¿cuál es la cantidad uniforme por trimestre que debe obtener para recuperar su inversión en 3 años?
- 4.30** Thermal Systems, compañía que se especializa en el control de olores, deposita hoy \$10 000, \$25 000 al final del sexto mes, y \$30 000 al final del noveno mes. Calcule el valor futuro (al final del año 1) de los depósitos, con una tasa de interés de 16% anual, compuesto trimestralmente.
- 4.31** Lotus Development tiene un plan de renta de software denominado SmartSuite, disponible en web. Puede disponerse de cierto número de programas a \$2.99 por 48 horas. Si una compañía constructora usa el servicio 48 horas en promedio por semana, ¿cuál es el valor presente de los costos por rentar durante 10 meses con una tasa de 1% de interés mensual, compuesto semanalmente? (Suponga 4 semanas por mes.)
- 4.32** Northwest Iron and Steel analiza si incursiona en el comercio electrónico. Un paquete modesto de esta modalidad se encuentra disponible por \$20 000. Si la compañía desea recuperar el costo en 2 años, ¿cuál es la cantidad equivalente del ingreso nuevo que debe obtenerse cada 6 meses, si la tasa de interés es de 3% trimestral?
- 4.33** Metropolitan Water Utilities compró una superficie acuática del distrito de riego Elephant Butte, con un costo de \$100 000 por mes, para los meses de febrero a septiembre. En lugar de hacer un pago mensual, la

empresa hará un solo pago de \$800 000 al final del año (es decir, al final de diciembre) por el agua utilizada. El retraso del pago representa en esencia un subsidio de parte de la empresa al distrito de riego. Con una tasa de interés de 0.25% mensual, ¿cuál es el monto del subsidio?

- 4.34** Scott Specialty Manufacturing analiza consolidar todos sus servicios electrónicos con una compañía. Si compra un teléfono digital de AT&T Wireless la compañía podría comprar, por \$6.99 al mes, servicios inalámbricos de correo electrónico y fax. Por \$14.99 mensuales obtendría acceso ilimitado a la web y funciones de organización de personal. Para un periodo de contratación de 2 años, ¿cuál es el valor presente de la *diferencia* entre los servicios, con una tasa de 12% de interés anual compuesto mensualmente?
- 4.35** Magnetek Instrument and Controls, fabricante de sensores de nivel líquido, espera que las ventas de uno de sus modelos se incrementen 20% cada 6 meses, durante el futuro previsible. Si se espera que las ventas para dentro de 6 meses sean de \$150 000, determine el valor semestral equivalente de las ventas durante un periodo de 5 años, con una tasa de 14% de interés anual compuesto semestralmente.
- 4.36** Metalfab Pump and Filter proyecta que el costo de las partes de acero para ciertas válvulas aumente \$2 cada 3 meses. Si se espera que el costo para el primer trimestre sea de \$80, ¿cuál es el valor presente de los costos para un periodo de 3 años, con una tasa de 3% de interés trimestral?
- 4.37** Fieldsaver Technologies, fabricante de equipo de precisión para laboratorio, obtuvo un préstamo de \$2 millones para renovar una de sus instalaciones de pruebas. El préstamo se reembolsó en 2 años mediante pagos trimestrales que aumentaban \$50 000 en

cada ocasión. Con una tasa de interés de 3% trimestral, ¿cuál fue el monto del pago del primer trimestre?

- 4.38** Para los flujos de efectivo que se muestran a continuación, determine el valor presente (tiempo 0), usando una tasa de 18% de interés anual, compuesto mensualmente.

Mes	Flujo de efectivo, \$/mes
0	1 000
1-12	2 000
13-28	3 000

- 4.39** A continuación se presentan los flujos de efectivo (en miles) asociados con el sistema de aprendizaje Touch, de Fisher Price. Calcule la serie uniforme trimestral, en los trimestres 0 a 8, que sería equivalente a los flujos de efectivo mostrados, con una tasa de interés de 16% anual, compuesto trimestralmente.

Trimestre	Flujo de efectivo, \$/trimestre
1	1 000
2-3	2 000
5-8	3 000

Equivalencia cuando PP < PC

- 4.40** Un ingeniero deposita \$300 por mes en una cuenta de ahorros con una tasa de interés de 6% anual, compuesto semestralmente. ¿Cuánto habrá en la cuenta al final de 15 años? Suponga que no hay ningún periodo intermedio de capitalización.
- 4.41** En el tiempo $t = 0$, un ingeniero depositó \$10 000 en una cuenta que paga un interés del 8% anual compuesto semianualmente. Si retiras \$1 000 en los meses 2, 11 y 23 ¿cuál es el valor total de la cuenta al final de 3 años? Considere que no hay composición alguna entre los periodos.
- 4.42** Para las transacciones que se muestran a continuación, calcule la cantidad de dinero en la cuenta al final del año 3, si la tasa de interés es de 8% anual, compuesto semes-

tralmente. Suponga que no existe periodo intermedio de capitalización.

Final del trimestre	Monto del depósito, \$/trimestre	Importe del retiro, \$/trimestre
1	900	
2-4	700	
7	1 000	2 600
11	—	1 000

- 4.43** La Policía Estatal y de Seguridad Pública de Nuevo México posee un helicóptero con el que brinda transporte y apoyo logístico a los funcionarios estatales de alto nivel. La tarifa de \$495 por hora cubre los gastos de operación y el salario del piloto. Si el gobernador usa la nave un promedio de dos días al mes durante 6 horas por día, ¿cuál es el valor futuro equivalente de los costos por un año, con una tasa de interés de 6% anual compuesto trimestralmente? (Dé a los costos el tratamiento de depósitos.)

Composición continua

- 4.44** ¿Qué tasa efectiva de interés anual, con capitalización continua, equivale a una tasa nominal de 13% por año?
- 4.45** ¿Cuál es la tasa efectiva de interés por 6 meses que es igual a otra nominal de 2% mensual, compuesto continuamente?
- 4.46** ¿Qué tasa nominal trimestral equivale a una tasa efectiva de 12.7% anual, compuesto de manera continua?
- 4.47** Problemas de corrosión y defectos de manufactura hicieron que fallara un ducto de gasolina con soldaduras longitudinales ubicado entre El Paso y Phoenix. Por ello, se redujo la presión a un 80% del valor considerado por el diseño. Si la presión reducida originó que se distribuyera \$100 000 menos de producto al mes, ¿cuál será el valor del ingreso perdido después de un periodo de 2 años, con una tasa de interés de 15% anual, compuesto continuamente?

- 4.48** Debido a la crónica falta de agua en Santa Fe, los campos deportivos deben usar césped artificial o plantas del desierto. Si el valor del agua que se ahorra cada mes es de \$6 000, ¿cuánto podría gastar en pasto artificial un desarrollador privado si desea recuperar su inversión en 5 años, con una tasa de interés de 18% anual, capitalizable de modo continuo?

- 4.49** Una compañía de Taiwán tuvo que declararse en bancarrota debido a la eliminación paulatina en todo el país de éter metil-butil terciario (EMBT). Si la empresa se reorganiza e invierte \$50 millones en una instalación nueva para producir etanol, ¿cuánto dinero debe obtener cada mes si desea recuperar su inversión en tres años, con una tasa de interés de 2% mensual capitalizable continuamente?

- 4.50** A fin de contar con \$85 000 dentro de cuatro años para reemplazar equipo, una empresa constructora planea reservar el dinero ahora en bonos respaldados por el gobierno. Si éstos dan un interés de 6% anual, capitalizable en forma continua, ¿cuánto dinero debe invertir la compañía?

- 4.51** ¿Cuánto tiempo le tomará a una inversión única duplicar su valor, con una tasa de 1.5% de interés mensual, capitalizable continuamente?

- 4.52** ¿Qué tasa efectiva de interés mensual, compuesto de manera continua, se requerirá para que un depósito único triplique su valor en 5 años?

Tasas de interés variables

- 4.53** ¿Cuánto dinero podría desembolsar hoy un fabricante de abrasivos de estrato fluido, en vez de gastar \$150 000 en el quinto año, si la tasa de interés es de 10% en los años 1 a 3, y 12% en los años 4 y 5?
- 4.54** ¿Cuál es el valor futuro en el año 8 de una suma presente de \$50 000, si la tasa de interés es 10% anual en los años 1 a 4, y 1% en los años 5 a 8?

- 4.55** Para los flujos de efectivo que se muestran a continuación, determine *a)* el valor futuro en el año 5, y *b)* el valor equivalente *A* para los años 0 a 5.

Año	Flujo de efectivo, \$/año	Tasa de interés por año, %
0	5 000	12
1-4	6 000	12
5	9 000	20

- 4.56** Para la serie de flujo de efectivo que se encuentra en seguida, calcule el valor equivalente *A* en los años 1 a 5.

Año	Flujo de efectivo, \$/año	Tasa de interés por año, %
0	0	
1-3	5 000	10
4-5	7 000	12

PROBLEMAS DE REPASO FI

- 4.57** Una tasa de interés efectivo de 14% mensual, compuesto en forma semanal, es:
- Una tasa efectiva anual
 - Una tasa efectiva mensual
 - Una tasa nominal anual
 - Una tasa nominal mensual
- 4.58** Una tasa de 2% mensual es la misma que:
- 24% por año, compuesto mensualmente
 - 24% nominal anual, compuesto mensualmente
 - 24% efectivo por año, compuesto mensualmente
 - Tanto *a)* como *b)*
- 4.59** Una tasa de interés de 12% anual, compuesto mensualmente, está muy cerca de:
- 12.08% anual
 - 12.28% anual
 - 12.48% anual
 - 12.68% anual
- 4.60** Una tasa de 1.5% mensual, compuesto continuamente, está muy cerca de:
- 1.51 % trimestral
 - 4.5% trimestral
 - 4.6% trimestral
 - 9% semestral
- 4.61** Una tasa de interés de 2% trimestral, es la misma que:
- 2% nominal trimestral
 - 6% nominal anual, compuesto trimestralmente
 - 2% efectivo, cada 4 meses
 - 2% efectivo, cada 3 meses
- 4.62** Una tasa de interés expresada como 12% efectivo anual, compuesto mensualmente, es igual a:
- 12% anual
 - 1% mensual
 - 12.68% anual
 - Cualquiera de las anteriores
- 4.63** Una tasa de interés de 20% anual, compuesto continuamente, está muy cerca de la tasa de interés siguiente:
- 22% simple anual
 - 21% anual, compuesto trimestralmente
 - 21% anual, compuesto mensualmente
 - 22% anual, compuesto semestralmente
- 4.64** Para una tasa de interés de 1% trimestral, compuesto continuamente, la tasa de interés semestral efectiva es la más cercana a:
- Menos de 2.0%
 - 2.02%

- c) 2.20%
d) Más de 2.25%
- 4.65** La única vez que se cambia la cantidad y el tiempo de los flujos de efectivo originales en los problemas que involucran una serie uniforme es cuando:
a) El periodo de pago es más largo que el periodo de capitalización
b) El periodo de pago es igual al periodo de capitalización
c) El periodo de pago es más corto que el periodo de capitalización
d) En cualquiera de los casos anteriores, en función de cómo se calcule la tasa de interés efectiva
- 4.66** Exotic Faucets and Sinks, Ltd., garantiza que su nuevo grifo de sensor infrarrojo ahorrará, en cualquier hogar que tenga dos o más niños, al menos \$30 por mes en costos de agua, a partir de 1 mes después de que se instale. Si el grifo tiene una garantía total de 5 años, la cantidad mínima que una familia debería gastar ahora por adquirirlo, con una tasa de 6% de interés anual, compuesto mensualmente, es de:
a) \$149
b) \$1 552
c) \$1 787
d) \$1 890
- 4.67** La lotería de estados múltiples Powerball, que ofrece un premio de \$182 millones, fue ganada por un solo individuo que compró cinco boletos de \$1 cada uno. A esta persona se le ofrecieron dos opciones: recibir 26 pagos de \$7 millones cada uno, el primero de los cuales ocurriría *ahora* y el resto al final de cada uno de los 25 años siguientes; o recibir un pago en una sola exhibición *ahora* que sería equivalente a los 26 pagos de \$7 millones cada uno. Si el estado usa una tasa de interés de 4% anual, la cantidad del pago único estaría muy cerca de:
a) Menos de \$109 000 000
b) \$109 355 000
c) \$116 355 000
d) Más de 117 000 000
- 4.68** Las utilidades que se paga a los accionistas con derechos de explotación minera tienden a disminuir con el tiempo conforme los recursos se agotan. En un caso particular, la tenedora de acciones recibió un cheque por \$18 000 seis meses después a la firma del arrendamiento. Ella continuó recibiendo cheques con intervalos de 6 meses, pero la cantidad disminuía en \$2 000 a cada vez. Con una tasa de interés de 6% anual, compuesto semestralmente, el valor uniforme equivalente semestral de los pagos por utilidades para los 4 primeros años, está representado por:
a) $A = 18\,000 - 2\,000(A/G, 3\%, 8)$
b) $A = 18\,000 - 2\,000(A/G, 6\%, 4)$
c) $A = 18\,000(A/P, 3\%, 8) - 2\,000$
d) $A = 18\,000 + 2\,000(A/G, 3\%, 8)$
- 4.69** Se espera que el costo de acrecentar la capacidad de producción en cierta instalación de manufactura se incremente 7% al año durante el siguiente periodo de 5 años. Si el costo al final del año 1 es de \$39 000 y la tasa de interés es de 10% anual, el valor presente de los costos hasta el final del periodo de 5 años está determinado por:
a) $P = 39\,000\{1 - [(1 + 0.07)^6/(1 + 0.10)^6]\}/(0.10 - 0.07)$
b) $P = 39\,000\{1 - [(1 + 0.07)^5/(1 + 0.10)^5]\}/(0.10 + 0.07)$
c) $P = 39\,000\{1 - [(1 + 0.07)^4/(1 + 0.10)^4]\}/(0.10 - 0.07)$
d) $P = 39\,000\{1 - [(1 + 0.07)^5/(1 + 0.10)^5]\}/(0.10 - 0.07)$
- 4.70** El administrador de una planta desea conocer el valor presente de los costos de mantenimiento para cierta línea de montaje. Un ingeniero industrial que diseñó el sistema estima que los costos de mantenimiento que pueden esperarse serán de cero para los tres primeros años, \$2 000 en el año 4, \$2 500 en el año 5, y que las cantidades se incre-

mentarán \$500 cada año hasta el año 10. Con una tasa de interés de 8% anual, compuesto semestralmente, el valor de n por usar en la ecuación P/G para este problema es:

- a) 7
- b) 8
- c) 10
- d) 14

4.71 Una compañía de relaciones públicas contratada por la ciudad de El Paso para incrementar el turismo hacia la Ciudad del Sol propuso que ésta construyera la única montaña rusa que viajara a través de dos países diferentes. La idea es construir la vía a lo largo del Río Grande y tener una parte en los Estados Unidos y la otra en México. El aparato se construiría de modo que los carros pudieran partir de cualquier lado de la frontera, pero los pasajeros bajarían en el mismo punto en que subieron. Una vez que la atracción sea funcional, se proyecta que el ingreso por turismo sea inicialmente de \$1 millón (es decir, en el momento 0), \$1.05 millones después del primer mes, \$1.1025 millones después del segundo, y que las cantidades se incrementen 5% cada mes durante el primer año. Con una tasa de interés de 12% anual, compuesto mensualmente, el valor presente (tiempo 0) del ingreso por el turismo generado por la montaña rusa está muy cerca de:

- a) \$15.59 millones
- b) \$16.59 millones
- c) \$17.59 millones
- d) Más de \$18 millones

4.72 En los problemas que involucran un gradiente aritmético G , en los que el periodo de pago es mayor que el periodo de interés, la tasa por usar en las ecuaciones:

- a) puede ser cualquier tasa efectiva, mientras las unidades de tiempo de i y n sean las mismas

- b) debe ser la tasa de interés que sea exactamente la misma establecida en el problema
- c) debe ser una tasa efectiva de interés que se exprese en un periodo de 1 año
- d) debe ser la tasa de interés efectiva que se exprese en el periodo de tiempo igual al tiempo en el que ocurre el primer cambio igual a G

4.73 Un ingeniero que analizaba los datos de costo descubrió que la información para los tres primeros años se había perdido. Sin embargo, él sabía que el costo en el año 4 era de \$1 250, y que se incrementaba 5% por año de ahí en adelante. Si se aplicara la misma tendencia a los tres primeros años, el costo en el año 1 estaría muy cerca de:

- a) \$1 235.70
- b) \$1 191.66
- c) \$1 133.79
- d) \$1 079.80

4.74 Encon Environmental Testing necesita comprar dentro de dos años equipo por \$40 000. Con una tasa de interés de 20% anual, compuesto trimestralmente, el valor uniforme trimestral del equipo (trimestres 1 a 8), es muy cercano a:

- a) \$3 958
- b) \$4 041
- c) \$4 189
- d) Más de \$4 200

4.75 Border Steel invirtió \$800 000 en una unidad cortadora nueva. Con una tasa de interés de 12% anual, compuesto trimestralmente, el ingreso por trimestre que se requiere para recuperar la inversión en 3 años es de:

- a) \$69 610
- b) \$75 880
- c) \$80 370
- d) \$83 550

ESTUDIO DE CASO

FINANCIAMIENTO DE VIVIENDA

Introducción

Cuando un individuo o una pareja deciden comprar una vivienda, una de las cuestiones más importantes es el financiamiento. Existen diversos métodos de financiamiento para la compra de una propiedad residencial, cada uno de los cuales tiene ciertas ventajas, las cuales permiten elegir uno de los métodos bajo cierto conjunto de circunstancias. La elección de uno de los métodos de acuerdo con determinado grupo de condiciones constituye el tema de este caso. Se describen tres métodos de financiamiento con detalle. Se evalúan los planes A y B; se le pide al lector que evalúe el plan C y que lleve a cabo un análisis adicional.

El criterio aplicado en este caso es el siguiente: elija el plan de financiamiento que tenga un saldo mayor al final de un periodo de 10 años. Por lo tanto, calcule el valor futuro de cada plan y elija el que tenga el mayor valor futuro.

Plan	Descripción
A	Tasa de interés fija a 30 años de 10% anual y 5% de pago de enganche
B	Tasa ajustable de hipoteca (TAH), 9% en los primeros 3 años, 9 $\frac{1}{2}$ % en el año 4, 10 $\frac{1}{4}$ % en los años 5 a 10 (supuesto), 5% de enganche
C	Tasa fija a 15 años al 9 $\frac{1}{2}$ % de interés anual, 5% de enganche

Información adicional:

- El precio de la casa es de \$150 000.
- La casa se venderá en 10 años en \$170 000 (ingreso neto después de deducir los gastos de venta).
- Los impuestos y el seguro (I&S) ascienden a \$300 mensuales.
- Cantidad disponible: máximo de \$40 000 para el enganche, \$1 600 mensuales, incluyendo impuestos y seguro.

- Nuevos gastos por el préstamo: cuota de origen de 1%, cuota de avalúo de \$300, cuota de investigación de \$200, honorarios del abogado de \$200, cuota de procesamiento de \$350, cuotas de depósito de \$150 y \$300 de otros gastos.
- Cualquier monto que no se gaste en el pago del enganche o en los pagos mensuales ganará intereses libres de impuestos al $\frac{1}{4}$ % mensual.

Análisis de planes de financiamiento

Plan A: Tasa fija a 30 años

El monto de dinero que se requiere por adelantado es de:

a)	Pago del enganche (5% de \$150 000)	\$7 500
b)	Cuota de origen (1% de \$142 500)	1 425
c)	Avalúo	300
d)	Investigación	200
e)	Honorarios del abogado	200
f)	Réditos	350
g)	Depósito	150
h)	Otros gastos (registro, informe de crédito, etc.)	300
Total		\$10 425

La cantidad del préstamo es \$142 500. El pago mensual equivalente (principal + intereses) se determina al 10%/12 mensual por 30(12) = 360 meses.

$$A = 142\,500(A/P, 10\%/12, 360) \\ = \$1\,250.56$$

Cuando los impuestos y el seguro se suman al pago de intereses y capital, el monto del pago mensual total $PAGO_A$ es

$$PAGO_A = 1\,250.56 + 300 \\ = \$1\,550.56$$

Ahora se determina el valor futuro del plan A sumando tres montos en valor futuro: los fondos que no se utili-

zaron para el pago del enganche y demás gastos iniciales (F_{1A}), así como para los pagos mensuales (F_{2A}), y el incremento del valor de la casa (F_{3A}). Puesto que el dinero que no se gasta gana intereses a la tasa de $1/4\%$ mensual, en 10 años el primer valor futuro será

$$\begin{aligned} F_{1A} &= (40\,000 - 10\,425)(F/P, 0.25\%, 120) \\ &= \$39\,907.13 \end{aligned}$$

El dinero disponible que no se gasta en pagos mensuales es de $\$49.44 = \$1\,600 - 1\,550.56$. Su valor futuro después de 10 años es

$$F_{2A} = 49.44(F/A, 0.25\%, 120) = \$6\,908.81$$

El dinero neto disponible de la venta de la casa es la diferencia entre el precio de venta neto y el saldo del préstamo. El saldo del préstamo es igual a

$$\begin{aligned} \text{Saldo del préstamo} &= 142\,500(F/P, 10\%/12\,120) \\ &\quad - 1\,250.56(F/A, 10\%/12\,120) \\ &= 385\,753.40 - 256\,170.92 \\ &= \$129\,582.48 \end{aligned}$$

Como el ingreso neto de la venta de la casa es de $\$170\,000$,

$$F_{3A} = 170\,000 - 129\,582.48 = \$40\,417.52$$

El valor futuro total del plan A es

$$\begin{aligned} F_A &= F_{1A} + F_{2A} + F_{3A} \\ &= 39\,907.13 + 6\,908.81 + 40\,417.52 \\ &= \$87\,233.46 \end{aligned}$$

Plan B: Tasa ajustable de hipoteca a 30 años

La tasa ajustable de hipoteca está sujeta a algún índice como el índice de bonos del tesoro de Estados Unidos. En este caso, se supone que la tasa es de 9% para los primeros 3 años, $9\frac{1}{2}\%$ en el año 4, y $10\frac{1}{4}\%$ en los años 5 a 10. Puesto que esta opción también requiere un 5% de enganche, el dinero por adelantado que se necesita será el mismo que el del plan A, es decir, $\$10\,425$.

La suma mensual de pago de intereses y principal durante los primeros 3 años se basa en 9% anual durante 30 años.

$$A = 142\,500(A/P, 9\%/12\,360) = \$1\,146.58$$

El pago total mensual durante los primeros 3 años es

$$\text{PAGO}_B = \$1\,146.58 + 300 = \$1\,446.58$$

Al final del año 3, la tasa de interés cambia a $9\frac{1}{2}\%$ anual. Esta nueva tasa se aplica al saldo del préstamo en dicho tiempo:

$$\begin{aligned} \text{Saldo del préstamo} \\ \text{al final del año 3} &= 142\,500(F/P, 0.75\%, 36) \\ &\quad - 1\,146.58(F/A, 0.75\%, 36) \\ &= \$139\,297.08 \end{aligned}$$

El pago mensual de intereses y principal durante el año 4 ahora es

$$A = 139\,297.08(A/P, 9.5\%/12, 324) = \$1\,195.67$$

El pago total mensual durante el año 4 es

$$\text{PAGO}_B = 1\,195.67 + 300 = \$1\,495.67$$

Al final del año 4, la tasa de interés cambia de nuevo; esta vez a $10\frac{1}{4}\%$ anual, y se estabiliza por el resto del periodo de 10 años. El saldo del préstamo al final del año 4 es

$$\begin{aligned} \text{Saldo del préstamo al final} \\ \text{del año 4} &= 139\,297.08(F/P, 9.5\%/12, 12) \\ &\quad - 1\,195.67(F/A, 9.5\%/12, 12) \\ &= \$138\,132.42 \end{aligned}$$

El nuevo monto del pago mensual de intereses y principal es

$$A = 138\,132.42(A/P, 10.25\%/12\,312) = \$1\,269.22$$

El nuevo pago total mensual durante los años 5 a 10 es

$$\text{PAGO}_B = 1\,269.22 + 300 = \$1\,569.22$$

El saldo del préstamo al final de los 10 años es:

$$\begin{aligned} \text{Saldo del préstamo} \\ \text{después de 10 años} &= 138\,132.42(F/P, 10.25\%/12, 72) \\ &\quad - 1\,269.22(F/A, 10.25\%/12, 72) \\ &= \$129\,296.16 \end{aligned}$$

El valor futuro del plan B ahora se determina utilizando los mismos tres valores futuros. El valor futuro del dinero que no se ha gastado en el pago del enganche es el mismo que el del plan A.

$$\begin{aligned} F_{1B} &= (40\,000 - 10\,425)(F/P, 0.25\%, 120) \\ &= \$39\,907.13 \end{aligned}$$

El valor futuro del dinero que no se gastó en pagos mensuales es más complejo que en el caso del plan A.

$$\begin{aligned} F_{2B} &= (1\,600 - 1\,446.58)(F/A, 0.25\%, 36) \\ &\quad \times (F/P, 0.25\%, 84) + (1\,600 - 1\,495.67) \\ &\quad \times (F/A, 0.25\%, 12)(F/P, 0.25\%, 72) \\ &\quad + (1\,600 - 1\,569.22)(F/A, 0.25\%, 72) \\ &= 7\,118.61 + 1\,519.31 + 2\,424.83 \\ &= \$11\,062.75 \end{aligned}$$

El monto total que queda de la venta de la casa es

$$F_{3B} = 170\,000 - 129\,296.16 = \$40\,703.84$$

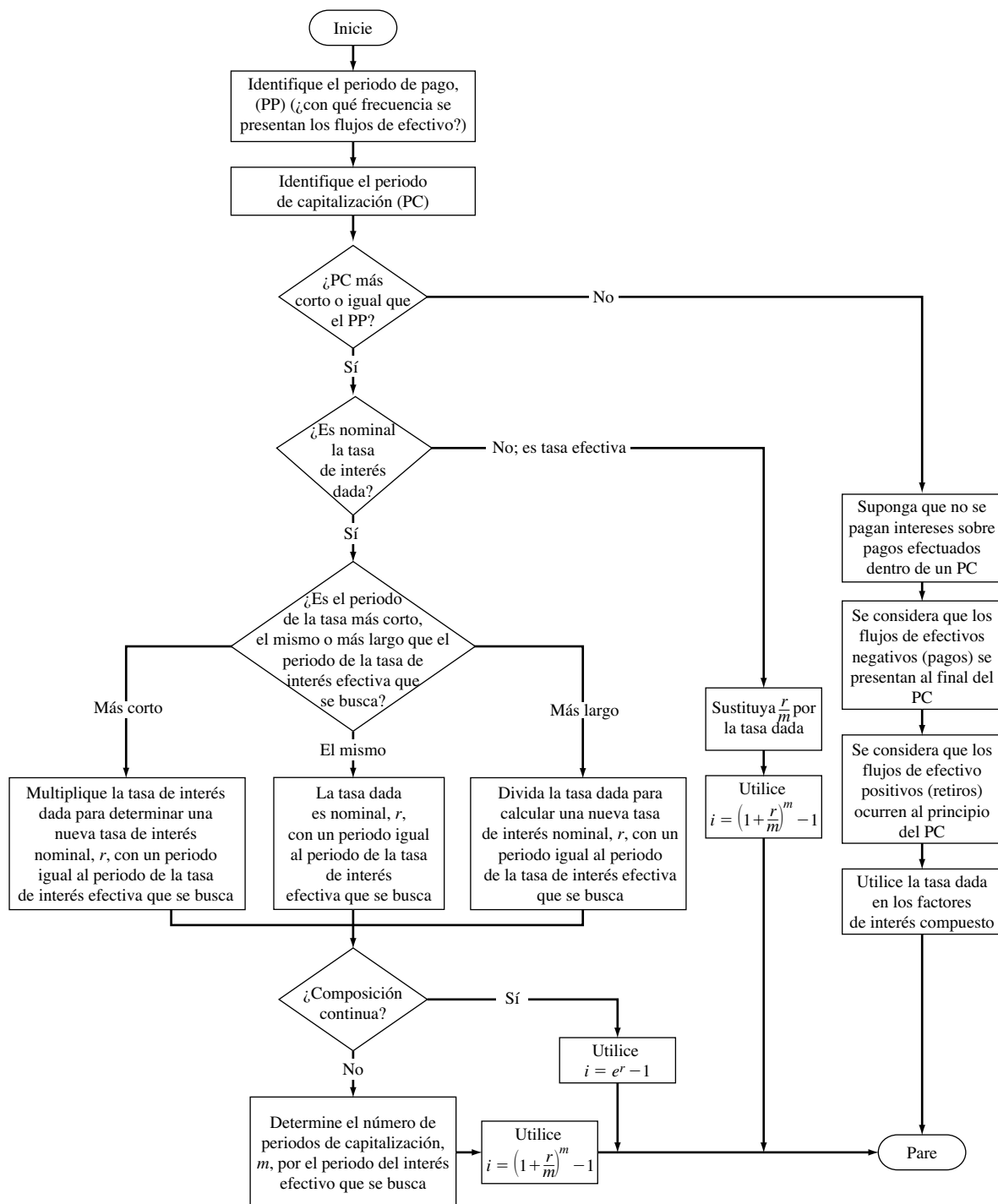
El valor futuro total del plan B es

$$F_B = F_{1B} + F_{2B} + F_{3B} = \$91\,673.72$$

Ejercicios para el estudio de caso

1. Evalúe el plan C y elija el mejor método de financiamiento.
2. ¿Cuál es la cantidad total de intereses pagados en el plan A durante el periodo de 10 años?
3. ¿Cuál es el monto total de intereses pagados en el plan B durante el año 4?
4. ¿Cuál es la cantidad máxima de dinero disponible para efectuar el pago del enganche en el plan A, si \$40 000 es la cantidad total disponible?
5. ¿Cuánto se incrementa el pago en el plan A por cada 1% de incremento en la tasa de interés?
6. Si usted desea *reducir* la tasa de interés de 10% a 9% en el plan A, ¿cuánto más de enganche habría que pagar?

APÉNDICE DEL CAPÍTULO 4: CÁLCULO DE UNA TASA DE INTERÉS EFECTIVA



Aportación del doctor Mathias Sutton de la Universidad de Purdue.

NIVEL DOS

HERRAMIENTAS PARA EVALUACIÓN DE ALTERNATIVAS

NIVEL UNO Así comienza todo	NIVEL DOS Herramientas para evaluación de alternativas	NIVEL TRES Toma de decisiones en proyectos reales	NIVEL CUATRO Redondeo del estudio
Capítulo 1 Fundamentos de ingeniería económica	Capítulo 5 Análisis del valor presente	Capítulo 11 Decisiones de reemplazo y conservación	Capítulo 14 Efectos de la inflación
Capítulo 2 Factores: cómo el tiempo y el interés afectan al dinero	Capítulo 6 Análisis del valor anual	Capítulo 12 Selección de proyectos independientes con limitaciones presupuestales	Capítulo 15 Estimación de costos y asignación de costos indirectos
Capítulo 3 Combinación de factores	Capítulo 7 Análisis de tasa de rendimiento: alternativa única	Capítulo 13 Análisis del punto de equilibrio	Capítulo 16 Métodos de depreciación
Capítulo 4 Tasas de interés nominales y efectivas	Capítulo 8 Análisis de tasa de rendimiento: alternativas múltiples		Capítulo 17 Análisis económico después de impuestos
	Capítulo 9 Análisis beneficio/costo y economía del sector público		Capítulo 18 Análisis de sensibilidad formalizado y decisiones con valor esperado
	Capítulo 10 Toma de decisiones: método, TMAR y atributos múltiples		Capítulo 19 Más sobre variaciones y toma de decisiones bajo riesgo

Se formula una o más alternativas de ingeniería para resolver un problema o proporcionar resultados específicos. En ingeniería económica cada alternativa tiene estimados de flujo de efectivo para la inversión inicial, ingresos y/o costos periódicos (por lo general anuales) y posiblemente un valor al final de su vida estimada. En los capítulos de este nivel se desarrollan cuatro métodos diferentes en los que pueden evaluarse más alternativas desde un enfoque económico, usando factores y fórmulas aprendidas en el nivel uno.

En la práctica profesional, es típico que el método de evaluación y los parámetros necesarios para el estudio de la economía no sean específicos. El último capítulo de este nivel comienza con una selección del mejor método de evaluación para el estudio. Continúa tratando la pregunta fundamental de qué MARR usar y el dilema histórico de cómo considerar factores no económicos al seleccionar una alternativa.

Nota importante: Si se considera el análisis de la depreciación y/o el impuesto junto con los métodos de evaluación de los capítulos 5 al 9, de preferencia deben cubrirse los capítulos 16 y/o 17 después del capítulo 6.

5 CAPÍTULO

Análisis del valor presente

Una cantidad futura de dinero convertida a su valor equivalente ahora tiene un monto de valor presente (VP) siempre menor que el flujo de efectivo real, debido a que para cualquier tasa de interés mayor que cero, todos los factores P/F tienen un valor presente menor que 1.0. Por tal razón, con frecuencia se hace referencia a cálculos de valor presente con la denominación de *flujo de efectivo descontado (FED)*. En forma similar, la tasa de interés utilizada en la elaboración de los cálculos se conoce como *tasa de descuento*. Otros términos utilizados a menudo para hacer referencia a los cálculos de valor presente son valor presente (VP) y valor presente neto (VPN). Hasta este punto, los cálculos de valor presente se han realizado para un proyecto o alternativa únicos. En este capítulo, se consideran las técnicas para comparar dos o más alternativas mutuamente excluyentes, utilizando el método del valor presente.

Se cubren en este capítulo varias extensiones al análisis del valor presente —valor futuro, costo capitalizado, periodo de recuperación, costos del ciclo de vida y análisis de bonos—; todos emplean el valor presente para analizar alternativas.

Para entender cómo organizar un análisis económico, este capítulo empieza con una descripción de proyectos independientes y mutuamente excluyentes, así como de alternativas de ingresos y de servicio.

El estudio de caso examina el periodo de recuperación y la sensibilidad para un proyecto del sector público.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Objetivo general: comparar alternativas mutuamente excluyentes con base en el valor presente y aplicar las extensiones del método del valor presente.

Este capítulo ayudará al lector a:

Formular alternativas

1. Identificar los proyectos mutuamente excluyentes e independientes, y definir las alternativas de servicio y de ingresos.

VP de alternativas con vidas iguales

2. Elegir la mejor de las alternativas con vidas iguales usando el análisis de valor presente.

VP de alternativas vidas diferentes

3. Seleccionar la mejor de las alternativas con vidas diferentes utilizando el análisis de valor presente.

Análisis de VF

4. Escoger la mejor alternativa usando el análisis de valor futuro.

Costo capitalizado (CC)

5. Seleccionar la mejor alternativa utilizando el cálculo de costo capitalizado.

Periodo de recuperación

6. Determinar el periodo de recuperación utilizando $i = 0\%$ e $i > 0\%$ y señalar las deficiencias del análisis del tiempo de recuperación.

Costo de ciclo de vida (CCV)

7. Realizar un análisis del costo de ciclo de vida para las fases de adquisición y de operaciones de una alternativa (sistema).

VP de bonos

8. Calcular el valor presente de un bono de inversión.

Hoja de cálculo

9. Desarrollar hojas de cálculo que utilicen el análisis VP y sus extensiones, incluyendo el periodo de recuperación.

5.1 FORMULACIÓN DE ALTERNATIVAS MUTUAMENTE EXCLUYENTES

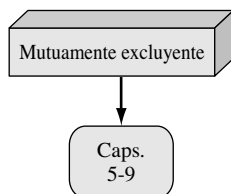
La sección 1.3 explica que la evaluación económica de una alternativa requiere un flujo de efectivo estimado durante un periodo de tiempo específico y un criterio para elegir la mejor alternativa. Las alternativas se desarrollan a partir de propuestas para lograr un propósito establecido. Esta sucesión se describe en la figura 5.1; algunos proyectos son económica y tecnológicamente viables, mientras que otros no. Una vez que se definen los proyectos viables, es posible formular alternativas. Por ejemplo, suponga que la empresa Med-supply.com, una abastecedora de material médico por Internet, quiere desafiar a su competencia mediante la disminución significativa del tiempo entre la orden de pedido y la entrega en el hospital o clínica. Se han propuesto tres proyectos: estrechar la red de trabajo con UPS y FedEx para lograr un tiempo de entrega más corto; asociarse con casas locales de abastecimiento médico en las principales ciudades, para entregar en el mismo día; o desarrollar una especie de máquina semejante a un fax tridimensional para envío de artículos de tamaño físico no mayor al de la máquina. Sin embargo, solamente las dos primeras propuestas de proyecto son tecnológica y económicamente viables y factibles de evaluar al momento.

La descripción anterior trata correctamente las propuestas de proyecto como precursores de alternativas económicas. Para ayudar a formular alternativas, se *categoriza cada proyecto* como uno de los siguientes:

- **Mutuamente excluyente.** *Sólo uno de los proyectos viables puede seleccionarse mediante un análisis económico. Cada proyecto viable es una alternativa.*
- **Independiente.** *Más de un proyecto viable puede seleccionarse a través de un análisis económico. (Pudieran existir proyectos dependientes que requieran un proyecto específico por seleccionar antes que otro, y un proyecto de contingencia donde un proyecto se sustituiría por otro.)*

La opción de *no hacer (NH)* regularmente se entiende como una alternativa cuando se realiza la evaluación; y si se requiere que se elija una de las alternativas definidas, no se considera una opción (esto llega a ocurrir cuando una función obligatoria se instala por seguridad, por ley u otro propósito). La selección de una alternativa de “no hacer” se refiere a que se mantiene el enfoque actual, y no se inicia algo nuevo; ningún costo nuevo, ingreso o ahorro se genera por dicha alternativa NH.

La selección de una alternativa mutuamente excluyente sucede, por ejemplo, cuando un ingeniero debe escoger el mejor motor de diesel de entre varios modelos. Las alternativas mutuamente excluyentes son, por lo tanto, las mismas que los proyectos viables; cada una se evalúa, y se elige la mejor alternativa. Las alternativas mutuamente excluyentes *compiten entre sí* durante la evaluación. Todas las técnicas de análisis del capítulo 9 se desarrollan a partir de su comparación. En este capítulo se analiza el valor presente. Si no se considera económicamente aceptable una alternativa mutuamente excluyente, es posible rechazar todas las alternativas y aceptar (por eliminación) la alternativa de no hacer (esta opción se indica en la figura 5.1).



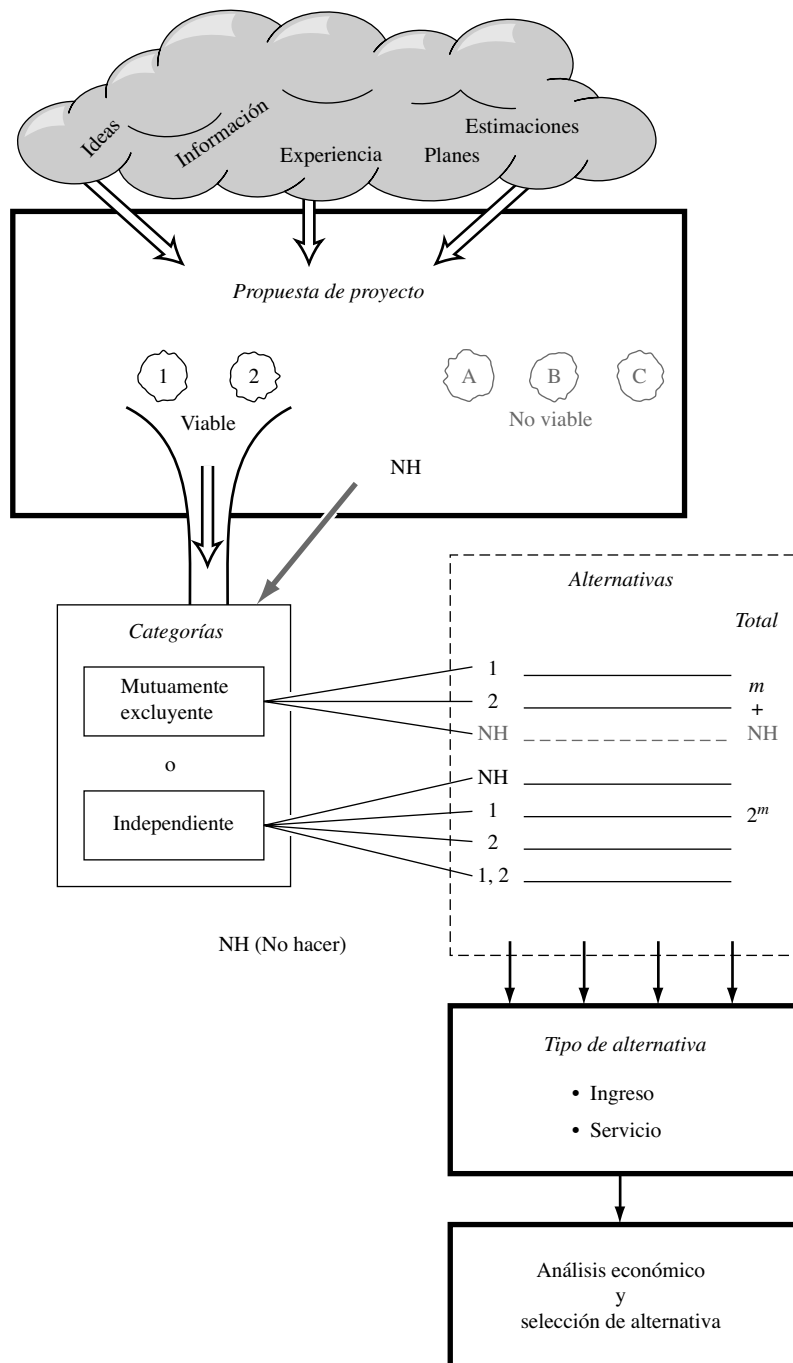
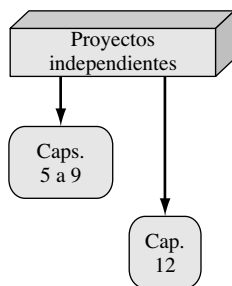


Figura 5.1
Avance de proyectos a alternativas para análisis económico.



Los proyectos independientes no compiten entre sí durante la evaluación, pues cada proyecto se evalúa por separado, y así la *comparación es entre un proyecto a la vez y la alternativa de no hacer*. Si existen m proyectos independientes, se seleccionarán cero, uno, dos o más. Entonces, si cada proyecto se incluye o se omite del grupo seleccionado, existe un total de 2^m alternativas mutuamente excluyentes. Este número incluye la alternativa NH (no hacer) como se indica en la figura 5.1. Por ejemplo, si un ingeniero tiene tres modelos de motor de diesel (A, B y C) puede seleccionar cualquier cantidad de ellos: son $2^3 = 8$ alternativas: NH, A, B, C, AB, AC, BC, ABC. Comúnmente en las aplicaciones de la vida real existen restricciones, como un límite presupuestal que eliminaría muchas de las 2^m alternativas. El análisis de proyectos independientes sin límites presupuestales se examina en este capítulo y hasta el capítulo 9; el capítulo 12 trata los proyectos independientes con límite presupuestal, el cual se conoce como problema de presupuesto de capital.

Por último, es importante reconocer la *naturaleza o tipo de alternativas*, antes de comenzar una evaluación. El flujo de efectivo determina si las alternativas tienen su base en el ingreso o en el servicio. Todas las alternativas evaluadas en un estudio particular de ingeniería económica deberán ser del mismo tipo.

- **De ingreso.** Cada alternativa genera costo (o desembolso) e ingreso (o entrada), estimados en el flujo de efectivo y posibles ahorros. Los ingresos dependen de la alternativa que se seleccionó. Estas alternativas usualmente incluyen nuevos sistemas, productos y aquello que requiera capital de inversión para generar ingresos y/o ahorros. La adquisición de equipo nuevo para incrementar la productividad y las ventas es una alternativa de ingreso.
- **De servicio.** Cada alternativa tiene solamente costos estimados en el flujo de efectivo. Los ingresos o ahorros no son dependientes de la alternativa seleccionada, de manera que estos flujos de efectivo se considerarán iguales, como en el caso de las iniciativas del sector público (gobierno), (examinadas en el capítulo 9), que se administrarán por mandato legal o por mejoras a la seguridad. Con frecuencia se justifica un mejoramiento, aunque los ingresos o ahorros anticipados no sean estimables; en este caso la evaluación se basa sólo en los estimados de costo.

La pauta para la selección de la alternativa desarrollada en la siguiente sección está diseñada para ambos tipos de alternativas.

5.2 ANÁLISIS DE VALOR PRESENTE DE ALTERNATIVAS CON VIDAS IGUALES

El análisis de valor presente, que ahora llamaremos *VP*, se calcula a partir de la tasa mínima atractiva de rendimiento para cada alternativa. El método de valor presente es muy popular debido a que los gastos o los ingresos se transforman en *dólares equivalentes de ahora*. Es decir, todos los flujos de efectivo futuros asociados con una alternativa se convierten en dólares presentes. En esta forma, es muy fácil percibir la ventaja económica de una alternativa sobre otra.

La comparación de alternativas con vidas iguales usando el método de valor presente es bastante directa. Si se utilizan ambas alternativas en capacidades idénticas,

tivas para el mismo periodo de tiempo, éstas reciben el nombre de alternativas de *servicio igual*.

Cuando las alternativas mutuamente excluyentes implican sólo desembolsos (servicio) o ingresos y desembolsos (ganancia), se aplican las siguientes guías para seleccionar una alternativa.

Una alternativa. Calcule el VP a partir de la TMAR. Si $VP \geq 0$, se alcanza o se excede la tasa mínima atractiva de rendimiento y la alternativa es financieramente viable.

Dos o más alternativas. Determine el VP de cada alternativa usando la TMAR. Seleccione aquella con el valor VP que sea mayor en términos numéricos, es decir, menos negativo o más positivo, indicando un VP menor en costos de flujos de efectivo o un VP mayor de flujos de efectivo netos de entradas menos desembolsos.

Observe que la guía para seleccionar una alternativa con el menor costo o el mayor ingreso utiliza el criterio de *mayor en términos numéricos*. Éste *no es el valor absoluto* de la cantidad de VP pues el signo cuenta. La selección mostrada a continuación aplica correctamente la directriz para los valores listados de VP.

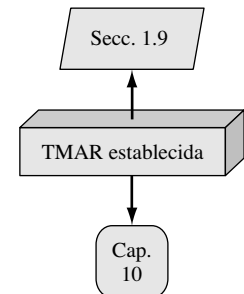
VP ₁	VP ₂	Alternativa seleccionada
\$-1 500	\$-500	2
-500	+1 000	2
+2 500	-500	1
+2 500	+1 500	1

Si los proyectos son *independientes*, la directriz para la selección es la siguiente:

Para uno o más proyectos independientes, elija todos los proyectos con $VP \geq 0$ calculado con la TMAR.

Esto compara cada proyecto con la alternativa de no hacer. Los proyectos deberán tener flujos de efectivo positivos y negativos, para obtener un valor de VP que exceda cero; deben ser proyectos de ingresos.

Un análisis de VP requiere una TMAR para utilizarse como el valor i en todas las relaciones de VP. Las bases determinadas para establecer una TMAR realista se resumieron en el capítulo 1 y se detallan en el capítulo 10.



EJEMPLO 5.1

Realice una comparación del valor presente de las máquinas de igual servicio, para las cuales a continuación se muestran los costos, si la TMAR es de 10% anual. Se espera que los ingresos para las tres alternativas sean iguales.

	Por energía eléctrica	Por gas	Por energía solar
Costo inicial, \$	-2 500	-3 500	-6 000
Costo anual de operación, \$	-900	-700	-50
Valor de salvamento, \$	200	350	100
Vida, años	5	5	5

Solución

Éstas son alternativas de servicio; los valores de salvamento se consideran un costo *negativo*, de manera que les precederá un signo +. (Si el costo de retirar un activo es monetario, el estimado del costo de retiro tendrá un signo -.) El VP para cada máquina se calcula a $i = 10\%$ para $n = 5$ años. Utilice subíndices E , G y S .

$$VP_E = -2\,500 - 900(P/A, 10\%, 5) + 200(P/F, 10\%, 5) = \$-5\,788$$

$$VP_G = -3\,500 - 700(P/A, 10\%, 5) + 350(P/F, 10\%, 5) = \$-5\,936$$

$$VP_S = -6\,000 - 50(P/A, 10\%, 5) + 100(P/F, 10\%, 5) = \$-6\,127$$

Se seleccionará entonces la máquina de energía eléctrica, ya que el VP de sus costos es el más bajo, y posee el VP mayor en términos numéricos.

5.3 ANÁLISIS DE VALOR PRESENTE DE ALTERNATIVAS CON VIDA DIFERENTE



Cuando el método de valor presente se utiliza para comparar las alternativas mutuamente excluyentes que poseen vidas diferentes, se sigue el procedimiento de la sección anterior con una excepción:

El VP de las alternativas deberá compararse sobre el mismo número de años.

Esto es necesario, ya que la comparación del valor presente implica calcular el valor presente equivalente para flujos de efectivo futuros en cada alternativa. Una comparación justa puede realizarse sólo cuando los valores de VP representan costos (e ingresos) asociados con igual servicio. Al no comparar igual servicio siempre favorecerá la alternativa de vida más corta (para costos), aun si no es la más económica, ya que se involucran periodos más breves de costos. El requerimiento de igual servicio puede satisfacerse por cualquiera de los siguientes dos enfoques:

- Compare las alternativas durante un periodo de tiempo igual al *mínimo común múltiplo (MCM)* de sus vidas.
- Compare las alternativas usando un *periodo de estudio de n cantidad de años*, que no necesariamente tome en consideración las vidas útiles de las alternativas; a este método se le conoce como el *enfoque del horizonte de planeación*.

En cualquier caso, el VP de cada alternativa se calcula a partir de la TMAR, y la directriz para realizar la selección será la misma que la de las alternativas con vida igual. El enfoque del MCM automáticamente hace que los flujos de efectivo para todas las alternativas se extiendan para el mismo periodo de tiempo. Por ejemplo, las alternativas con vidas esperadas de dos y tres años se comparan durante un periodo de tiempo de seis años. Tal procedimiento requiere que las suposiciones se realicen respecto de los ciclos de vida subsecuentes de las alternativas.

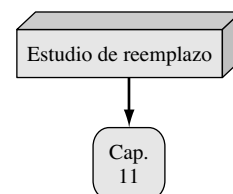
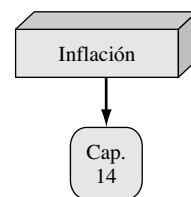
Las suposiciones del análisis de VP con alternativas de vida diferente son las siguientes:

1. El servicio ofrecido por las alternativas será necesario para el MCM de años o más.
2. La alternativa seleccionada se repetirá durante cada ciclo de vida del MCM exactamente en la misma forma.
3. Los estimados del flujo de efectivo serán los mismos en cada ciclo de vida.

Como se demostrará en el capítulo 14, la tercera suposición es válida sólo cuando se espera que los flujos de efectivo varíen exactamente de acuerdo con el índice de inflación (o deflación), el cual se aplica al periodo de tiempo del MCM. Si se espera que los flujos de efectivo varíen por cualquier otro índice, entonces el análisis de VP deberá conducirse utilizando un valor constante en dólares, que considere la inflación (véase el capítulo 14). Un análisis de periodo de estudio es necesario si no es realizable la primera suposición acerca de la cantidad de tiempo de las alternativas. Un análisis de valor presente sobre el MCM requiere que el valor de salvamento estimado se incluya en cada ciclo de vida.

Para la aproximación por periodo de estudio, se elige un horizonte de tiempo, durante el cual se realiza un análisis económico, y sólo aquellos flujos de efectivo que ocurran en ese periodo de tiempo se consideran relevantes al análisis; se ignoran todos los flujos de efectivo ocurridos más allá del periodo de estudio. Deberá considerarse un valor de mercado estimado al final de este periodo. El horizonte de tiempo escogido deberá ser relativamente corto, en especial cuando las metas de negocio a corto plazo son muy importantes. El enfoque del periodo de estudio a menudo se utiliza en el análisis de reemplazo; también es útil cuando el MCM de las alternativas da como resultado un periodo de evaluación irreal, por ejemplo, 5 y 9 años.

El ejemplo 5.2 incluye evaluaciones basadas en el MCM y en las aproximaciones del periodo de estudio; también el ejemplo 5.12 de la sección 5.9 ilustra el uso de la hoja de cálculo en análisis de VP para ambos, de vidas diferentes y de periodo de estudio.



EJEMPLO 5.2

A un ingeniero de proyectos de EnvironCare se le asigna poner en marcha una nueva oficina en una ciudad donde ha sido finiquitado el contrato a seis años para tomar y analizar lecturas de niveles de ozono. Dos opciones de arrendamiento están disponibles, cada una con un costo inicial, costo anual de arrendamiento y un estimado de depósitos de rendimiento mostrados a continuación.

	Ubicación A	Ubicación B
Costo inicial, \$	-15 000	-18 000
Costo anual de arrendamiento, \$ por año	-3 500	-3 100
Rendimiento de depósito, \$	1 000	2 000
Término de arrendamiento, años	6	9

- Determine qué opción de arrendamiento deberá seleccionarse con base en la comparación del valor presente, si la TMAR es de 15% anual.
- EnvironCare tiene una práctica estandarizada de evaluación para todos sus proyectos de un periodo de 5 años. Si se utiliza el periodo de estudio de 5 años y no se espera que varíe el rendimiento de depósito, ¿qué ubicación debería seleccionarse?
- ¿Qué ubicación deberá seleccionarse durante un periodo de estudio de seis años si el rendimiento de depósito en la ubicación B se estima que será de \$6 000 después de 6 años?

Solución

- Puesto que los arrendamientos poseen diferentes términos (vidas), compárelos sobre el MCM de 18 años. Para ciclos de vida posteriores al primero, el costo inicial se repetirá en el año 0 del nuevo ciclo, que es el último año del ciclo anterior. Éstos serán los años 6 y 12 para la ubicación A, y el año 9 para el B. El diagrama de flujo de efectivo se muestra en la figura 5.2; se calculará el VP al 15% sobre 18 años.

$$\begin{aligned}
 VP_A &= -15\,000 - 15\,000(P/F, 15\%, 6) + 1\,000(P/F, 15\%, 6) \\
 &\quad -15\,000(P/F, 15\%, 12) + 1\,000(P/F, 15\%, 12) + 1\,000(P/F, 15\%, 18) \\
 &\quad -3\,500(P/A, 15\%, 18) \\
 &= \$-45\,036
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 VP_B &= -18\,000 - 18\,000(P/F, 15\%, 9) + 2\,000(P/F, 15\%, 9) \\
 &\quad + 2\,000(P/F, 15\%, 18) - 3\,100(P/A, 15\%, 18) \\
 &= \$-41\,384
 \end{aligned}$$

Se elige la ubicación B, ya que el costo es menor en términos de VP; es decir, el VP_B es mayor, en términos numéricos, que el VP_A .

- Para un periodo de estudio de 5 años ningún ciclo repetido será necesario. El análisis de VP es

$$VP_A = -15\,000 - 3\,500(P/A, 15\%, 5) + 1\,000(P/F, 15\%, 5) = \$-26\,236$$

$$VP_B = -18\,000 - 3\,100(P/A, 15\%, 5) + 2\,000(P/F, 15\%, 5) = \$-27,397$$

La ubicación A es ahora la mejor opción.

- Para un periodo de estudio de 6 años, el rendimiento del depósito para B será de \$6 000 en el año 6.

$$VP_A = -15\,000 - 3\,500(P/A, 15\%, 6) + 1\,000(P/F, 15\%, 6) = \$-27\,813$$

$$VP_B = -18\,000 - 3\,100(P/A, 15\%, 6) + 6\,000(P/F, 15\%, 6) = \$-27\,138$$

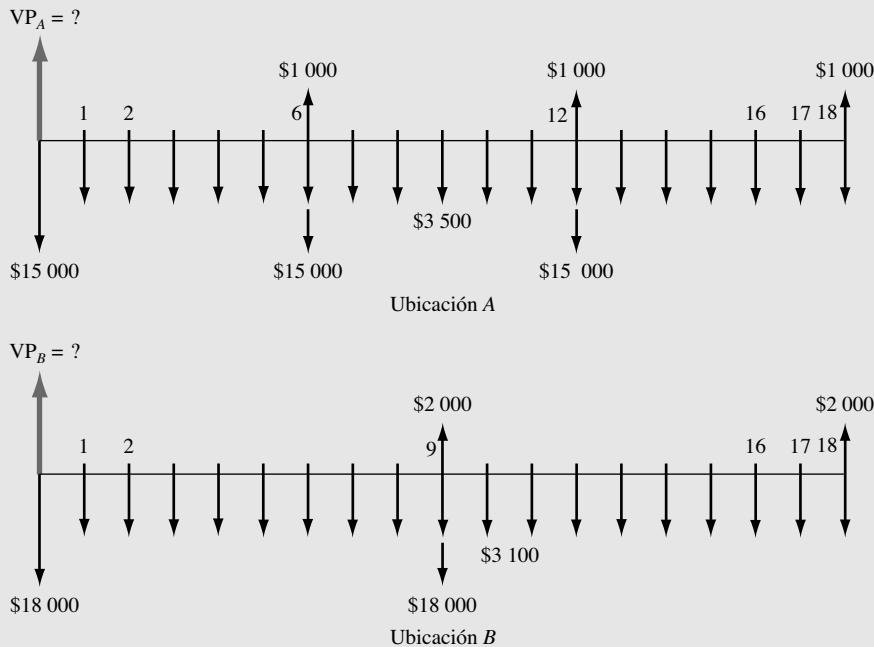


Figura 5.2

Diagrama de flujo de efectivo para alternativas con vidas diferentes, ejemplo 5.2a).

La ubicación B ahora tiene una pequeña ventaja económica, y muy probablemente se considerarán factores no económicos para tomar la decisión.

Comentarios

En el inciso a) y la figura 5.2, el rendimiento de depósito para cada arrendamiento se recupera *después de cada ciclo de vida*, es decir, en los años 6, 12 y 18 para A, y 9 y 18 para B. En el inciso c), el incremento del rendimiento de depósito será de \$2 000 a \$6 000 (un año después), cambiando la ubicación seleccionada de A a B. El ingeniero de proyectos deberá reexaminar dichos estimados antes de tomar una decisión final.

5.4 ANÁLISIS DE VALOR FUTURO

El valor futuro (VF) de una alternativa puede determinarse directamente del flujo de efectivo mediante el establecimiento del valor futuro, o al multiplicar el VP por el factor F/P , a partir de la TMAR establecida. Por lo tanto, es una extensión del análisis del valor presente. El valor n en el factor F/P depende del periodo de tiempo que se utiliza para determinar el VP, el valor del MCM o un periodo de estudio específico. El análisis de una alternativa, o la comparación de dos o más alternativas, usando el valor futuro es especialmente aplicable a decisiones con grandes capitales de inversión, cuando el objetivo principal es maximizar la *futura prosperidad* de los accionistas de una corporación.

El análisis de valor futuro se utiliza frecuentemente si el activo (llámese equipo, corporación, edificio, etcétera) se vende o cambia algún tiempo después de haber sido puestos en marcha o adquiridos, pero antes de que se alcance su vida esperada. Un VF en un año intermedio estimará el valor de la alternativa al momento de venta o desecho. Suponga que un empresario planea comprar una compañía y espera venderla en 3 años. El análisis de VF es el mejor método para ayudar a tomar la decisión de venderla o conservarla, como lo ilustra el ejemplo 5.3. Otra aplicación excelente para el análisis de VF es en proyectos que producirán hasta el final del periodo de inversión. Las alternativas como instalaciones de generación eléctrica, carreteras de peaje, hoteles y otras similares pueden analizarse utilizando el VF de compromisos de inversión hechos durante la construcción.

Una vez que se determina el valor futuro, las directrices para seleccionar son las mismas que con el análisis VP; $VF \geq 0$ significa que se logrará o se excederá la TMAR (una alternativa). Para dos (o más) alternativas mutuamente excluyentes, seleccione aquella con el mayor VF en términos numéricos.

EJEMPLO 5.3

Una corporación británica de distribución de alimentos adquirió una cadena canadiense de negocios de comida por \$75 millones (de dólares) hace tres años. Hubo una pérdida neta de \$10 millones al final del primer año en que fueron propietarios. El flujo de efectivo neto se incrementó con un gradiente aritmético de \$+5 millones por año comenzando el segundo año, y se espera que continúe este patrón en el futuro próximo. Esto significa que se logró equilibrar el flujo de efectivo neto; debido al pesado financiamiento de deuda utilizado para comprar la cadena canadiense, la junta internacional de directores espera una TMAR del 25% anual por cualquier venta.

- Se le han ofrecido a la corporación británica \$159.5 millones de dólares por una compañía francesa que desea adquirir una sucursal en Canadá. Empleando el análisis de VF determine si se alcanzará la TMAR a este precio de venta.
- Si la corporación británica continúa siendo propietaria de la cadena, ¿qué precio de venta deberá obtener al final de los 5 años de tener el título de propiedad para lograr la TMAR?

Solución

- Establezca el valor futuro en el año 3 (VF_3) con una $i = 25\%$ anual y un precio de oferta de \$159.5 millones. La figura 5.3a representa el diagrama de flujo de efectivo en unidades de millones de dólares.

$$\begin{aligned} VF_3 &= -75(F/P, 25\%, 3) - 10(F/P, 25\%, 2) - 5(F/P, 25\%, 1) + 159.5 \\ &= -168.36 + 159.5 = \$-8.86 \text{ millones} \end{aligned}$$

No, la TMAR de 25% no se logrará, si se acepta la oferta de \$159.5 millones.

- Determine el valor futuro dentro de 5 años con un 25% anual. La figura 5.3b representa el diagrama de flujo de efectivo. Los factores A/G y F/A se aplican al gradiente aritmético.

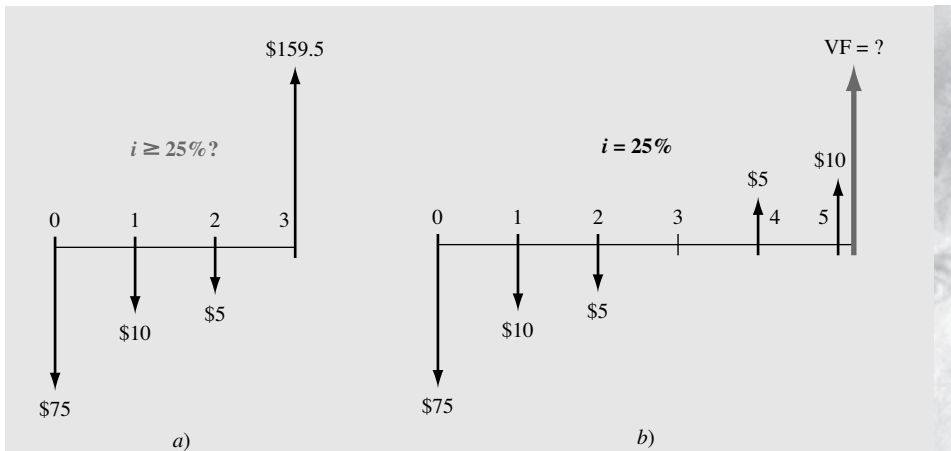


Figura 5.3

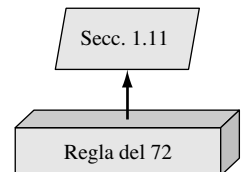
Diagramas de flujo de efectivo para el ejemplo 5.3. a) ¿Se logró la TMAR = 25%? b) ¿Cuál será el VF en el año 5? Las cantidades se encuentran en unidades de millones de dólares.

$$\begin{aligned} VF_5 &= -75(F/P, 25\%, 5) - 10(F/A, 25\%, 5) + 5(A/G, 25\%, 5)(F/A, 25\%, 5) \\ &= \$-246.81 \text{ millones} \end{aligned}$$

La oferta deberá ser de, al menos, \$246.81 millones para lograr la TMAR. Esto es aproximadamente 3.3 veces el precio de compra sólo 5 años antes, en gran parte basado en el requerimiento de la TMAR de 25%.

Comentario

Si la *regla del 72* en la ecuación [1.9] se aplica al 25% anual, el precio de venta deberá duplicarse aproximadamente cada $72/25\% = 2.9$ años, lo cual no toma en consideración ningún flujo de efectivo positivo o negativo anual neto durante los años de propiedad.



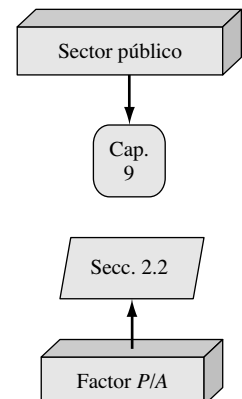
5.5 CÁLCULO Y ANÁLISIS DEL COSTO CAPITALIZADO

El *costo capitalizado* (CC) se refiere al valor presente de una alternativa cuya vida útil se supone durará para siempre. Algunos proyectos de obras públicas tales como puentes, diques, sistemas de irrigación y vías de ferrocarril se encuentran dentro de esta categoría. Además, los fondos permanentes de universidades o de organizaciones filantrópicas se evalúan utilizando métodos de costo capitalizado.

La fórmula para calcular el CC se deriva del factor $P = A(P/A, i, n)$, donde $n = \infty$. La ecuación para P utilizando el factor P/A es:

$$P = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right]$$

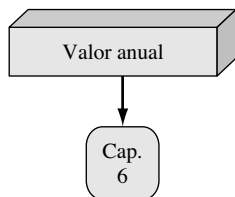
Si el numerador y el denominador se dividen entre $(1+i)^n$.



$$P = A \left[\frac{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}{i} \right]$$

Si n se aproxima a ∞ , el término entre corchetes se convierte en $1/i$, y el símbolo CC reemplaza VP y P .

$$CC = \frac{A}{i} \quad [5.1]$$



Si A es el valor anual (VA) determinado a través de cálculos de equivalencia de flujo de efectivo durante n número de años, el valor del CC es

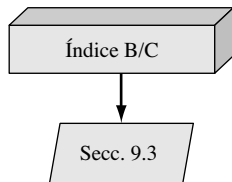
$$CC = \frac{VA}{i} \quad [5.2]$$

La validez de la ecuación [5.1] se ejemplifica al considerar el valor del dinero en el tiempo. Si \$10 000 tienen un rendimiento del 20% anual, con compuesto anualmente, la cantidad máxima de dinero que se puede retirar al final de cada año *por siempre* será de \$2 000 o sea el interés acumulado cada año. Esto permite que los \$10 000 originales ganen interés para que otros \$2 000 se acumulen el próximo año. Matemáticamente, la cantidad A de dinero generado cada periodo de interés consecutivo para un número infinito de periodos es

$$A = Pi = CC(i) \quad [5.3]$$

El cálculo de costo capitalizado en la ecuación [5.1] es la ecuación [5.3] que despeja P y asigna el nuevo nombre de CC.

Para una alternativa del sector público con una vida larga o infinita, el valor A determinado por la ecuación [5.3] se utiliza cuando el índice beneficio/costo (B/C) es la base de comparación para proyectos públicos; este método se examina en el capítulo 9.



El flujo de efectivo (costos o ingresos) en el cálculo de costo capitalizado casi siempre será de dos tipos: *recurrente*, también llamado periódico, y *no recurrente*. El costo anual de operación de \$50 000 y el costo estimado de reprocesamiento de \$40 000 cada 12 años son ejemplos de flujo de efectivo recurrente. Casos de flujo de efectivo no recurrente son la cantidad inicial de inversión en el año 0 y los estimados únicos de flujo de efectivo en el futuro, por ejemplo, \$500 000 en derechos de patente dentro de 2 años. El siguiente procedimiento ayuda a calcular el CC en un número infinito de secuencias de flujo de efectivo.

1. Elabore un diagrama de flujo de efectivo mostrando los flujos no recurrentes (una vez) y, al menos, dos ciclos de todos los flujos de efectivo recurrentes (periódicos).
2. Encuentre el valor presente de todas las cantidades no recurrentes. Éste será su valor de CC.
3. Calcule el valor anual uniforme equivalente (valor A) a través de *un ciclo de vida* de todas las cantidades recurrentes. Éste es el mismo valor en todos los ciclos de

vida subsecuentes, como se explica en el capítulo 6. Hay que agregarlo a todas las cantidades uniformes que tienen lugar del año 1 hasta el infinito, y el resultado es el valor anual uniforme equivalente total (VA).

4. Divida el VA obtenido en el paso 3 entre la tasa de interés i para obtener el valor CC. De esta manera se aplicará la ecuación [5.2].
5. Agregue los valores CC obtenidos en los pasos 2 y 4.

Elaborar el diagrama de flujo de efectivo (paso 1) es más importante en los cálculos de CC que en cualquier otro lugar, puesto que ayuda a separar las cantidades no recurrentes de las recurrentes. En el paso 5 ya se han obtenido los valores presentes de todos los flujos de efectivo componentes; el total del costo capitalizado será simplemente la suma de ellos.

EJEMPLO 5.4

El distrito de avalúo de la propiedad para el condado de Marin acaba de instalar equipo nuevo de cómputo para registrar los valores residenciales de mercado y calcular sus impuestos. El gerente quiere conocer el costo total equivalente de todos los costos futuros cuando los tres jueces de condado adquieran este sistema de *software*. Si el nuevo sistema se utilizara por un tiempo indefinido, encuentre el valor equivalente $a)$ actual y $b)$ por cada año de aquí en adelante.

El sistema tiene un costo de instalación de \$150 000 y un costo adicional de \$50 000 después de 10 años. El costo del contrato de mantenimiento es de \$5 000 por los primeros 4 años, y \$8 000 después de éstos. Además se espera que haya un costo de actualización recurrente de \$15 000 cada 13 años. Suponga que $i = 5\%$ anual para los fondos del condado.

Solución

$a)$ Se aplica el procedimiento anterior de cinco pasos.

1. Elabore un diagrama de flujo de efectivo para dos ciclos (figura 5.4).
2. Encuentre el valor presente de los costos no recurrentes de \$150 000 ahora, y \$50 000 en el año 10, con $i = 5\%$. Designe este costo capitalizado como CC_1 .

$$CC_1 = -150\,000 - 50\,000(P/F, 5\%, 10) = \$-180\,695$$

3. Convierta el costo recurrente de \$15 000 cada 13 años a un valor anual A_1 para los primeros 13 años.

$$A_1 = -15\,000(A/F, 5\%, 13) = \$-847$$

El mismo valor, $A_1 = \$-847$, se aplica también a todos los demás periodos de 13 años.

4. El costo capitalizado para las series de dos mantenimientos anuales se determina en dos formas: **1.** considere una serie de \$-5 000 a partir de ahora y hasta el infinito y calcule el valor presente de $-\$8\,000 - (\$-5\,000) = \$-3\,000$ del año 5 en adelante; o **2.** encuentre el CC de \$-5 000 para 4 años y el valor presente de \$-8 000 del año 5 al infinito. Si utiliza el primer método, el costo anual (A_2) siempre será de \$-5 000. El costo capitalizado CC_2 de \$-3 000 del año 5 al infinito se encuentra usando la ecuación [5.1] por el factor P/F .

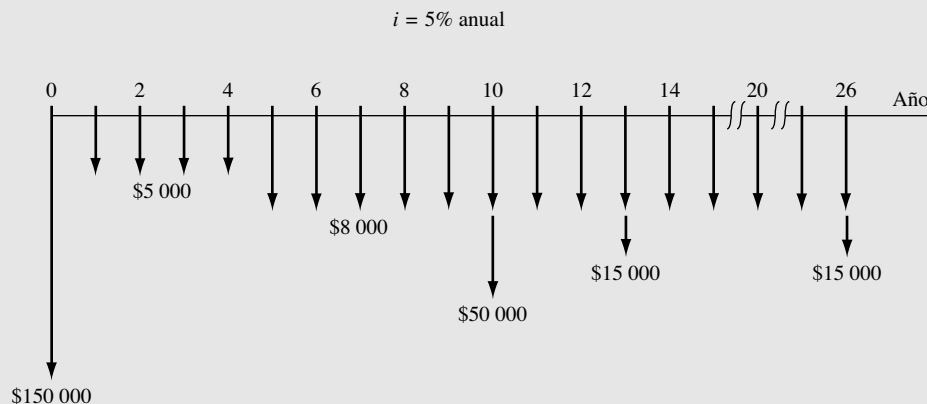


Figura 5.4

Flujo de efectivo para dos ciclos de costos recurrentes y todas las cantidades no recurrentes, ejemplo 5.4.

$$CC_2 = \frac{-3\,000}{0.05} (P/F, 5\%, 4) = \$ -49\,362$$

Las dos series de costo anual se convertirán al costo capitalizado CC_3 .

$$CC_3 = \frac{A_1 + A_2}{i} = \frac{-847 + (-5\,000)}{0.05} = \$ -116\,940$$

5. El costo capitalizado total CC_T se obtiene al sumar los tres valores CC .

$$CC_T = -180\,695 - 49\,362 - 116\,940 = \$ -346\,997$$

b) La ecuación [5.3] determina el valor de A para siempre.

$$A = Pi = CC_T(i) = \$346\,997(0.05) = \$17\,350$$

Por lo tanto, la interpretación correcta es que los oficiales del condado de Marin han comprometido el equivalente de \$17 350 para siempre al operar y dar mantenimiento al *software* de evaluación de propiedades.

Comentario

El valor CC_2 se calcula utilizando $n = 4$ en el factor P/F debido a que el valor presente del costo anual de \$3 000 se calcula en el año 4, siempre que P sea un periodo adelante del primer A . Resuelva de nuevo el problema utilizando el segundo método sugerido para el cálculo de CC_2 .

Para comparar dos o más alternativas con base en el costo capitalizado, utilice el procedimiento anterior para determinar el CC_T para cada alternativa. Ya que el costo capitalizado representa el valor presente total de financiamiento y mantenimiento dada una alternativa de vida infinita, las alternativas se compararán automá-

ticamente para el mismo número de años (es decir, infinito). La alternativa con el menor costo capitalizado representará la más económica. Esta evaluación se ilustra en el ejemplo 5.5.

De la misma manera que en el análisis de valor presente, tan sólo son las diferencias en el flujo de efectivo entre las alternativas las que deberán considerarse para objetivos de comparación. Por lo tanto, cuando sea posible, los cálculos deberán simplificarse eliminando los elementos del flujo de efectivo que sean comunes en ambas alternativas. Por otro lado, si los valores reales del costo capitalizado se necesitan para reflejar las obligaciones financieras reales, deberá utilizarse el flujo de efectivo real.

EJEMPLO 5.5

Se encuentran bajo consideración dos ubicaciones para construir un puente que cruce un río en Nueva York. El sitio norte, que conecta una carretera principal estatal con un circuito interestatal alrededor de la ciudad, y aliviará mucho el tráfico vehicular local; las desventajas de este sitio son que el puente agilizará poco la congestión de tráfico local durante las horas de mayor afluencia, y que éste tendría que extenderse de una colina a otra para abarcar la parte más ancha del río, las vías del tren y las carreteras río abajo. Por lo tanto, tendría que ser un puente suspendido. El sitio sur requerirá un trayecto mucho más corto, permitiendo así la construcción de un puente apuntalado, pero requeriría construcción de nuevos caminos.

El puente suspendido costará 50 millones de dólares con costos de inspección y mantenimiento anuales de \$35 000. Además, la cubierta de concreto tendrá que renovarse cada 10 años con un costo de \$100 000. Se espera que el puente apuntalado y los caminos cercanos tendrán un costo de \$25 millones y un costo de mantenimiento anual de \$20 000. El puente tendrá que pintarse cada 3 años a un costo de \$40 000. También deberá limpiarse con chorro de arena cada 10 años a un costo de \$190 000. El costo de compra del derecho de paso se espera que sea de \$2 millones para el puente suspendido y de \$15 millones para el puente apuntalado. Compare las alternativas con base en el costo capitalizado si la tasa de interés es de 6% anual.

Solución

Elabore los diagramas de flujo de efectivo durante dos ciclos (20 años).

El costo capitalizado del puente suspendido (CC_s) será:

$$\begin{aligned} CC_1 &= \text{costo capitalizado del costo inicial} \\ &= -50.0 - 2.0 = \$-52.0 \text{ millones} \end{aligned}$$

El costo de operación recurrente es $A_1 = \$-35\,000$, y el costo anual equivalente del recubrimiento es

$$\begin{aligned} A_2 &= -100\,000(A/F, 6\%, 10) = \$-7\,587 \\ CC_2 &= \text{costo capitalizado de costos recurrentes} = \frac{A_1 + A_2}{i} \\ &= \frac{-35\,000 + (-7\,587)}{0.06} = \$-709\,783 \end{aligned}$$

El costo capitalizado total es

$$CC_s = CC_1 + CC_2 = \$-52.71 \text{ millones}$$

Costo capitalizado del puente apuntalado (CC_T):

$$CC_1 = -25.0 + (-15.0) = \$-40.0 \text{ millones}$$

$$A_1 = \$-20\,000$$

$$A_2 = \text{costo anual de pintura} = -40\,000(A/F, 6\%, 3) = \$-12\,564$$

$$A_3 = \text{costo anual del chorro de arena} = -190\,000(A/F, 6\%, 10) = \$-14\,415$$

$$CC_2 = \frac{A_1 + A_2 + A_3}{i} = \frac{\$-46\,979}{0.06} = \$-782\,983$$

$$CC_T = CC_1 + CC_2 = \$-40.78 \text{ millones}$$

Conclusión: Se debe construir el puente apuntalado ya que el costo capitalizado es menor.

Si la alternativa de vida finita (por ejemplo, 5 años) se compara con una de vida muy larga o infinita, se pueden utilizar los costos capitalizados en la evaluación. Para determinar dicho costo para la alternativa de vida finita, calcule el valor equivalente A para un ciclo de vida y divida por la tasa de interés (ecuación [5.1]). Este procedimiento se ilustra en el siguiente ejemplo.

EJEMPLO 5.6

APSCO, un subcontratista grande de electrónica de la fuerza aérea, necesita adquirir inmediatamente 10 máquinas de soldar, con un calibre preparado especialmente para ensamblar componentes en circuitos impresos. Se necesitarán más máquinas en el futuro. El ingeniero encargado de la producción señala a continuación dos alternativas simplificadas y viables. La TMAR de la compañía es de 15% anual.

Alternativa LP (a largo plazo). Un contratista proveerá por \$8 millones el número necesario de máquinas (hasta un máximo de 20), ahora y en el futuro, por el tiempo que APSco las necesite. Los derechos anuales del contrato son un total de \$25 000 sin costo anual adicional por máquina. En el contrato no existe tiempo límite ni los costos se incrementarán.

Alternativa CP (a corto plazo). APSco compra sus propias máquinas por \$275 000 cada una y gasta un estimado de \$12 000 por máquina de costo anual de operación (COA). La vida útil de un sistema de soldar es 5 años.

Realice una evaluación de costo capitalizado a mano y por computadora. Una vez que se complete la evaluación utilice una hoja de cálculo para análisis de sensibilidad y determine el número máximo de máquinas de soldar que pueden comprarse ahora y que aún tengan un costo capitalizado menor que la alternativa a largo plazo.

Solución a mano

Para la alternativa LP, determine el CC del COA utilizando la ecuación [5.1], con $CC = A/i$. Sume esta cantidad a los derechos iniciales del contrato, la cual es ya un costo capitalizado, una cantidad en valor presente.

$$\begin{aligned} CC_{LP} &= \text{CC de los derechos del contrato} + \text{CC de COA} \\ &= -8 \text{ millones} - 25\,000/0.15 = \$-8\,166\,667 \end{aligned}$$

Para la alternativa CP, calcule primero la cantidad anual equivalente para el costo de compra durante una vida de 5 años, y sume el valor del COA para las 10 máquinas. Después determine el CC total utilizando la ecuación [5.2].

$$\begin{aligned} VA_{CP} &= VA \text{ por compra} + COA \\ &= -2.75 \text{ millones}(A/P, 15\%, 5) - 120\,000 = \$-940\,380 \\ CC_{CP} &= -940\,380/0.15 = \$-6\,269\,200 \end{aligned}$$

La alternativa CP tiene un menor costo capitalizado de aproximadamente \$1.9 millones de valor presente en dólares.

Solución por computadora

La figura 5.5 muestra la solución para 10 máquinas en la columna B. La celda B8 utiliza la misma relación que la solución a mano. La celda B15 utiliza la función PAGO para



Microsoft Excel - Example 5.6

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2	Tasa de interés	15%	15%	15%			
3							
4	Alternativa LP (largo plazo)						
5	Costo inicial del contrato	\$ (8,000,000)	\$ (8,000,000)	\$ (8,000,000)			
6	Costo anual	\$ (25,000)	\$ (25,000)	\$ (25,000)			
7							
8	Costo capitalizado para LP	\$ (8,166,667)	\$ (8,166,667)	\$ (8,166,667)	=D5+D6/D2		
9							
10	Alternativa CP (corto plazo)						
11	Costo inicial por máquina	\$ (275,000)	\$ (275,000)	\$ (275,000)			
12	Número de máquinas	10	13	14			
13	Vida esperada, años	5	5	5			
14	COA por máquina	\$ (12,000)	\$ (12,000)	\$ (12,000)			
15	Valor anual equivalente (VA)	\$ (940,368)	\$ (1,222,478)	\$ (1,316,515)			
16	Costo capitalizado para CP	\$ (6,269,118)	\$ (8,149,854)	\$ (8,776,766)			
17							
18							
19							
20							
21							

Formulas shown in the image:

- Cell B8: $=D5 + D6/D2$
- Cell B15: $= +B15/B2$
- Cell B16: $=PAGO(B2,B13,-B11*B12)+B14*B12$

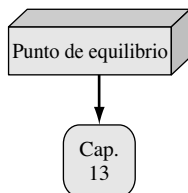
Figura 5.5

Solución de la comparación del costo capitalizado en hoja de cálculo, ejemplo 5.6.

determinar la cantidad anual equivalente A por la compra de 10 máquinas, a la que se agrega el CAO. La celda B16 utiliza la ecuación [5.2] para encontrar el CC total de la alternativa CP. Como se esperaba, se elige la alternativa CP. (Compare CC_{CP} calculado a mano con el calculado por computadora y note que el error por redondeo cuando se usan los factores de interés tabulados se incrementa para valores grandes de P).

El tipo de análisis de sensibilidad solicitado en este caso es fácil de realizar una vez desarrollada la hoja de cálculo. La función PAGO en la celda B15 se expresa generalmente en términos de la ceda B12, el número de máquinas compradas. Las columnas C y D repiten la evaluación para 13 y 14 máquinas. Por lo tanto, 13 es el número máximo de máquinas que pueden comprarse y tener un CC para la alternativa CP que sea menor que la del contrato LP. Esta conclusión se obtiene fácilmente al comparar los valores CC totales en las filas 8 y 16. (Nota: no es necesario duplicar la columna B en C y D para realizar este análisis de sensibilidad. Al cambiar la entrada en la celda B12 hacia arriba de 10 proveerá la misma información. Se muestra aquí la duplicación para visualizar todos los resultados en la hoja de cálculo.)

5.6 ANÁLISIS DEL PERIODO DE RECUPERACIÓN



El *análisis de recuperación* (también llamado análisis de reposición) es otra extensión del método del valor presente. La recuperación puede tomar dos formas: una para $i > 0\%$ (también llamado *análisis de recuperación descontado*) y otra para $i = 0\%$. Existe un vínculo lógico entre el análisis de recuperación y el del punto de equilibrio, el cual se utiliza en varios capítulos y se detalla en el capítulo 13.

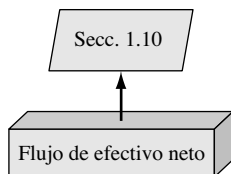
El *periodo de recuperación* n_p es el tiempo estimado, generalmente en años, que tomará para que los ingresos estimados y otros beneficios económicos *recuperen la inversión inicial y una tasa de rendimiento establecida*. El valor n_p generalmente no es un entero; es importante recordar lo siguiente:

El periodo de recuperación n_p nunca debería utilizarse como la medida primaria de valor para seleccionar una alternativa. En su lugar, se determinaría para ofrecer depuración inicial o información complementaria junto con un análisis realizado usando el valor presente u otro método.

El periodo de recuperación deberá calcularse utilizando un rendimiento requerido que sea mayor al 0% . Sin embargo, en la práctica, el periodo de recuperación a menudo se determina con un requerimiento de no rendimiento ($i = 0\%$), para depurar inicialmente el proyecto y determinar si garantiza mayor consideración.

Para encontrar el periodo de recuperación descontado a una tasa establecida de $i > 0\%$, calcule los años n_p que cumplan correctamente la siguiente expresión.

$$0 = -P + \sum_{t=1}^{t=n_p} FEN_t(P/F, i, t) \quad [5.4]$$



La cantidad P es la inversión inicial o primer costo, y FEN es el flujo de efectivo neto estimado por cada año t como se determina por la ecuación [1.8]; FEN = ingre-

sos – desembolsos. Si se espera que los valores FEN sean iguales cada año, se utilizará el factor P/A , en cuyo caso la relación es

$$0 = -P + \text{FEN}(P/A, i, n_p) \quad [5.5]$$

Después de n_p años, el flujo de efectivo habrá recobrado la inversión y un rendimiento de $i\%$. Si, en realidad, el activo o la alternativa se utilizan para más de n_p años, puede darse un mayor rendimiento; pero si la vida útil es menor que n_p años, no habrá tiempo suficiente para recuperar la inversión inicial ni el rendimiento de $i\%$. Es muy importante notar que en el análisis de recuperación *todos los flujos de efectivo neto que ocurran después de n_p años se despreciarán*. Puesto que esto es significativamente diferente del enfoque del VP (o valor anual, o tasa de rendimiento, como se analiza más adelante), donde todos los flujos de efectivo de la vida útil entera se incluyen en el análisis económico, el análisis de recuperación puede inclinarse injustamente a la alternativa seleccionada. Por lo tanto, el análisis de recuperación se deberá utilizar solamente para depuración o como técnica complementaria.

Cuando se utiliza $i > 0\%$, el valor n_p ofrece un sentido de riesgo si la alternativa está comprometida. Por ejemplo, si una compañía planea producir un artículo bajo contrato por sólo 3 años y el periodo de recuperación del equipo se estima que será de 6 años, la compañía no deberá garantizar el contrato; aunque en tal situación, el periodo de recuperación de 3 años es únicamente información complementaria, no un buen sustituto para un análisis económico completo.

El análisis de recuperación sin rendimiento (o recuperación simple) determina n_p a $i = 0\%$. Este valor n_p sirve tan sólo como un indicador inicial de que la proposición es una alternativa viable y que merece una evaluación económica completa. Utilice $i = 0\%$ en la ecuación [5.4] y encuentre n_p .

$$0 = -P + \sum_{t=1}^{t=n_p} \text{FEN}_t \quad [5.6]$$

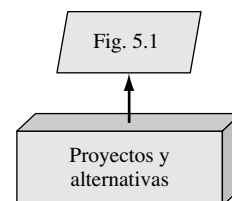
Para una serie de flujo de efectivo neto uniforme, la ecuación [5.6] se resuelve directamente para n_p .

$$n_p = \frac{P}{\text{FEN}} \quad [5.7]$$

Como ejemplo del uso de n_p como una depuración inicial de proyectos propuestos considere el caso de un presidente corporativo quien insiste en que cada proyecto deberá recobrar la inversión en 3 años o menos. Por lo tanto, ningún proyecto propuesto con un $n_p > 3$ representará una alternativa.

Es incorrecto usar un periodo de recuperación sin rendimiento para realizar una selección final de alternativas debido a que:

1. **Ignora cualquier rendimiento requerido, ya que se omite el valor del dinero en el tiempo.**



2. Ignora todos los flujos de efectivo netos posteriores al tiempo n_p , incluyendo el flujo de efectivo positivo que pudiera contribuir al rendimiento de la inversión.

Como resultado, la alternativa seleccionada sería diferente de la elegida mediante un análisis económico con base en los cálculos VP (o VA). Este hecho se demuestra más adelante en el ejemplo 5.8.

EJEMPLO 5.7

La junta de directores de Halliburton International acaba de autorizar 18 millones de dólares para un contrato de diseño de ingeniería para construcción alrededor del mundo. Se espera que los servicios generen un nuevo flujo de efectivo neto anual de \$3 millones. El contrato posee una cláusula de recuperación potencialmente lucrativa para Halliburton de \$3 millones, en cualquier momento que se cancele el contrato por cualquiera de las partes durante el periodo del contrato de 10 años. a) Si $i = 15\%$, calcule el periodo de recuperación. b) Determine el periodo de recuperación sin rendimiento y compárelo con la respuesta para $i = 15\%$. Éste será un registro inicial para determinar si la junta tomó una decisión económicamente acertada.

Solución

- a) El flujo de efectivo neto por cada año es de \$3 millones. El pago único de \$3 millones (llámelo VC por valor de cancelación) podría recibirse en cualquier momento dentro de los 10 años del periodo del contrato. La ecuación [5.5] entonces se ajusta para incluir el VC.

$$0 = -P + FEN(P/A, i, n) + VC(P/F, i, n)$$

En unidades de \$1 000 000,

$$0 = -18 + 3(P/A, 15\%, n) + 3(P/F, 15\%, n)$$

El periodo de recuperación de 15% es $n_p = 15.3$ años. Durante el periodo de 10 años, el contrato no tendrá ningún rendimiento requerido.

- b) Si Halliburton no requiere absolutamente ningún rendimiento en su inversión de \$18 millones, la ecuación [5.6] da como resultado $n_p = 5$ años, como sigue (en millones de dólares):

$$0 = -18 + 5(3) + 3$$

Existe una diferencia significativa en n_p para 15% y 0%. Al 15% este contrato debería estar vigente por 15.3 años, mientras que el periodo de recuperación sin rendimiento requiere sólo de 5 años. Un tiempo más largo se requerirá siempre para $i > 0\%$ por la obvia razón de que se considera el valor del dinero en el tiempo.

Utilice un $NPER(15\%, 3, -18, 3)$ para mostrar un periodo de 15.3 años. Cambie la tasa de 15% a 0% para exponer un periodo de recuperación sin rendimiento de 5 años.

Comentario

El cálculo de la recuperación determina el número de años requerido para recobrar los dólares invertidos. Sin embargo, desde los puntos de vista del análisis de ingeniería económica y del valor del dinero en el tiempo, el análisis de recuperación sin rendimiento no es un método confiable para elegir la alternativa adecuada.



Sol-R

Si se evalúan dos o más alternativas utilizando los periodos de recuperación para indicar que una es mejor que la(s) otra(s), la segunda desventaja del análisis de recuperación (que pasa por alto el flujo de efectivo después de n_p) quizá lleve a una decisión económicamente incorrecta. Cuando se desprecia el flujo de efectivo ocurrido después de n_p , es posible favorecer los activos de vida corta, aun cuando los activos de vida más larga producen un rendimiento mayor. En tales casos, el análisis de VP (o VA) deberá ser siempre el principal método de selección. La comparación entre los activos de vida corta y de vida larga del ejemplo 5.8 ilustra el empleo incorrecto del análisis de recuperación.

EJEMPLO 5.8

Dos piezas equivalentes de un equipo de inspección de calidad se consideran para su compra en Square D Electric. Se espera que la máquina 2 sea versátil y suficientemente avanzada para proveer un ingreso neto mayor que la máquina 1.

	Máquina 1	Máquina 2
Costo inicial, \$	12 000	8 000
FEN anual, \$	3 000	1 000 (años 1 a 5) 3 000 (años 6 a 14)
Vida máxima, años	7	14

El gerente de calidad utilizó un rendimiento de 15% anual y un paquete de análisis económico para computadora personal. El *software* utilizó las ecuaciones [5.4] y [5.5] para recomendar la máquina 1 ya que tiene un periodo de recuperación menor de 6.57 años a una $i = 15\%$. Los cálculos se resumen a continuación.

Máquina 1: $n_p = 6.57$ años, que es menor que una vida de 7 años.

Ecuación utilizada: $0 = -12\,000 + 3\,000(P/A, 15\%, n_p)$

Máquina 2: $n_p = 9.52$ años, que es menor que una vida de 14 años.

Ecuación utilizada: $0 = -8\,000 + 1\,000(P/A, 15\%, 5) + 3\,000(P/A, 15\%, n_p - 5)(P/F, 15\%, 5)$

Recomendación: Seleccione la máquina 1.

Ahora utilice un análisis de VP de 15% para comparar las máquinas y exponga cualquier diferencia en la recomendación.

Solución

Para cada máquina, considere el flujo de efectivo neto para todos los años durante la vida (máxima) estimada. Compárelos con el MCM de 14 años.

$$VP_1 = -12\,000 - 12\,000(P/F, 15\%, 7) + 3\,000(P/A, 15\%, 14) = \$663$$

$$VP_2 = -8\,000 + 1\,000(P/A, 15\%, 5) + 3\,000(P/A, 15\%, 9)(P/F, 15\%, 5) \\ = \$2\,470$$

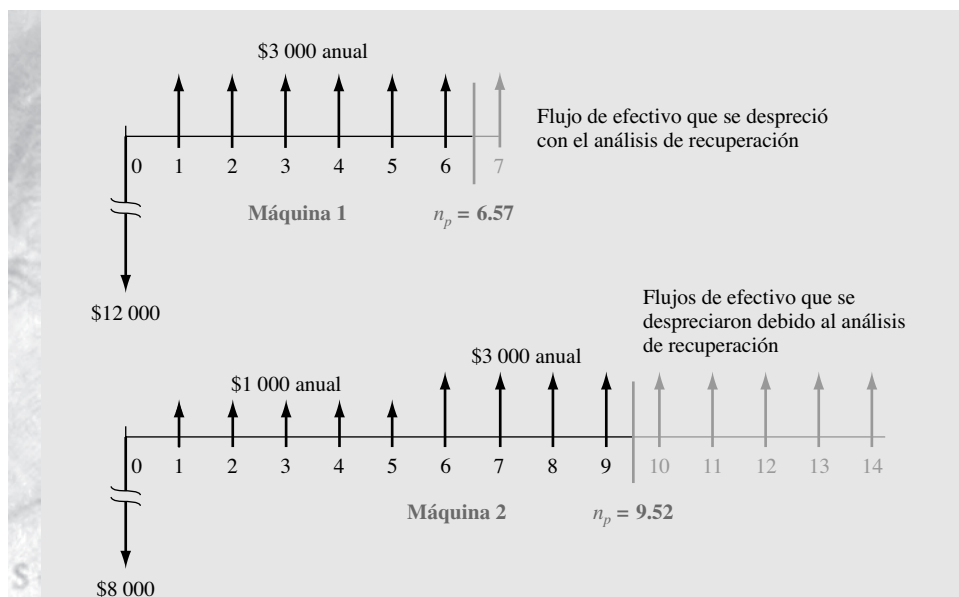
**Figura 5.6**

Ilustración de los periodos de recuperación y los flujos de efectivo neto que se despreciaron, ejemplo 5.8.

Se seleccionó la máquina 2 puesto que su VP es numéricamente mayor que el de la máquina 1 al 15%. Este resultado es opuesto al de la decisión tomada con el periodo de recuperación. El análisis de VP toma en cuenta el incremento del flujo de efectivo para la máquina 2 en los últimos años. Como se observa en la figura 5.6 (para un ciclo de vida de cada máquina), el análisis de recuperación desprecia todas las cantidades del flujo de efectivo que pudieran ocurrir después del tiempo de recuperación que se ha alcanzado.

Comentario

Éste es un buen ejemplo del por qué el análisis de recuperación es mejor para utilizarse en depuración inicial y en evaluación complementaria de riesgo. A menudo, quizás una alternativa de vida más corta evaluada por un análisis de recuperación pareciera más atractiva, cuando una alternativa de mayor vida posee flujos de efectivo estimados más tarde en su vida que la vuelvan más atractiva económicamente.

5.7 COSTO DE CICLO DE VIDA

El costo de ciclo de vida (CCV) es otra extensión del análisis de valor presente. El valor presente a una TMAR establecida se utiliza para evaluar una o varias alternativas. El método CCV, como su nombre indica, comúnmente se aplica a las alternativas con costos estimados durante el periodo completo *de vida del sistema*. Esto quiere decir que se estiman los costos desde la etapa inicial del proyecto (necesita evaluación) hasta la etapa final (etapa de eliminación y desecho). Las aplicaciones

típicas para CCV son edificios (construcciones nuevas o adquisiciones), nuevas líneas de productos, plantas de manufactura, aeronaves comerciales, modelos automovilísticos modernos, sistemas de defensa y otras por el estilo.

Un análisis de VP con todos los costos (y posibles ingresos) definibles estimados se considerarían un análisis CCV. Sin embargo, la amplia definición del término CCV del periodo *de vida del sistema* requiere estimaciones de costo que generalmente se realizan con un análisis regular de VP. También para proyectos grandes de vida larga, los estimados a mayor plazo son menos exactos. Ello implica que el análisis del costo de ciclo de vida no es necesario en la mayoría de los análisis de alternativas. *El CCV efectivamente se aplica más cuando un porcentaje sustancial de los costos totales durante periodo de vida de un sistema, relativo a una inversión inicial, serán los costos de operación y mantenimiento* (aquellos posteriores a la compra, como son trabajo, energía, mantenimiento y materiales). Por ejemplo, si Exxon-Mobil está evaluando la compra de un equipo para una planta grande de procesamiento químico por 150 000 dólares con una vida de 5 años y un costo anual de \$15 000 (o 10% de costo inicial), el uso del análisis CCV probablemente no estaría justificado. Por otro lado, suponga que General Motors considera los costos de diseño, construcción, mercadotecnia y entrega de un modelo nuevo de automóvil. Si se estima que el costo total para poner en marcha este proyecto sea de \$125 millones (sobre 3 años) y se espera que los costos totales anuales sean de 20% de dicha cantidad para construir, hacer el mercadeo y dar el servicio a los automóviles por los próximos 15 años (periodo de vida estimada del modelo), entonces la lógica del análisis CCV ayudará a los ingenieros de GM a entender el perfil de los costos y sus consecuencias económicas en términos de VP. (Por supuesto, también se calcularán los equivalentes de valor futuro y de valor anual.) La mayoría de las instituciones de defensa y aviación requieren del CCV donde al enfoque se le denomina *diseño de costo*. El CCV generalmente no se aplica a proyectos del sector público, debido a que los beneficios y costos para la ciudadanía son difíciles de estimar con mucha exactitud. El análisis beneficio/costo se aplicará mejor en este caso, y se examinará en el capítulo 9.

Para entender cómo funciona el análisis de CCV, primero se deben entender las fases y etapas de la ingeniería o desarrollo del sistema. Están disponibles muchos libros y manuales sobre desarrollo y análisis de sistemas. Con frecuencia, los estimados de CCV se clasifican en un formato simplificado para las principales fases de *adquisición y operación*, y sus respectivas etapas.

Fase de adquisición: Todas las actividades anteriores a la entrega de productos y servicios.

- Etapa de definición de requerimientos: Incluye la determinación de las necesidades del usuario/cliente, su valoración en relación con el sistema anticipado, y la preparación de la documentación de los requerimientos del sistema.
- Etapa del diseño preliminar: Incluye estudio de viabilidad, planes conceptuales y de etapa temprana, y decisiones de continuar o no continuar.
- Etapa de diseño detallado: Incluye planes detallados de recursos como capital, factor humano, instalaciones, sistemas de información, mercadeo, etcétera; habrá adquisición de activos si se justifican económicamente.

Fase de operaciones: Todas las actividades en funcionamiento, los productos y servicios están disponibles.

- Etapa de construcción e implementación: Incluye compras, construcción e implementación de los componentes del sistema; pruebas; preparación, etcétera.
- Etapa de uso: Empleo del sistema para generar productos y servicios.
- Etapa de eliminación y desecho: Cubre el tiempo de transición clara al nuevo sistema; eliminación/reciclaje del viejo sistema.

EJEMPLO 5.9

En la década de 1860 General Mills Inc. y Pillsbury Inc. se iniciaron en el negocio de la harina en las ciudades gemelas de Minneapolis y St. Paul, Minnesota. En el periodo 2000-2001 General Mills adquirió Pillsbury por una cantidad compuesta de efectivo y acciones con valor de más de 10 mil millones de dólares. El compromiso de General Mills fue desarrollar la línea de alimentos saludables de Pillsbury para conocer las necesidades del consumidor, especialmente en los mercados de comida preparada instantánea, buscando satisfacer los cambiantes hábitos alimenticios y las necesidades de nutrición de la gente que trabaja y estudia y no tiene tiempo ni interés en preparar alimentos. Ingenieros en alimentos, preparadores de alimentos y expertos en seguridad de alimentos realizaron muchos estimados de costo conforme determinaron las necesidades de los consumidores y las habilidades combinadas de la compañía para producir de forma segura y con tecnología los nuevos productos alimenticios. En este punto sólo se tomaron en cuenta estimaciones de costo, ningún ingreso o ganancia.

Suponga que el estimado del costo mayor se realizó con base en un estudio de 6 meses acerca de 2 nuevos productos que pueden tener un periodo de vida de 10 años para la compañía. Se omitieron de la estimación algunos elementos de costo (por ejemplo, materia prima, distribución del producto y eliminación). Utilice el análisis CCV con una TMAR de 18% en la industria para determinar el grado de compromiso en dólares del VP. (El tiempo se indica en años-producto. Como los estimados son para costos, no se precederán por un signo menos.)

Estudio de los hábitos del consumidor (año 0)	\$0.5 millón
Elaboración preliminar del producto alimenticio (año 1)	0.9 millón
Diseño preliminar del equipo/planta (año 1)	0.5 millón
Diseños detallados de producto y prueba de mercadeo (años 1, 2)	1.5 millones anuales
Diseño detallado de equipo/planta (año 2)	1.0 millón
Adquisición de equipo (años 1 y 2)	\$2.0 millones anuales
Mejoramiento de equipo actual (año 2)	1.75 millones
Nuevo equipo adquirido (años 4 y 8)	2.0 millones (año 4) + 10% por compra subsiguiente
Costo anual de operación del equipo (COA) (años 3-10)	200 000 (año 3) + 4% anual subsiguiente

Mercadeo, año 2	\$8.0 millones
años 3-10	5.0 millones (año 3) y -0.2 millones
anuales subsiguientes	
año 5 solamente	3.0 millones extras
Recursos humanos, 100 empleados nuevos para 2 000 horas por año (años 3-10)	\$20 por hora (año 3) + 5% anual

Solución

El análisis de CCV se puede complicar rápidamente debido al número de elementos implicados. Calcule el VP por fase y etapa, y después sume todos los valores VP. Los valores están en unidades de millones de dólares.

Fase de adquisición:

Definición de requerimientos: estudio de consumidores

$$VP = \$0.5$$

Diseño preliminar: producto y equipo

$$VP = 1.4(P/F, 18\%, 1) = \$1.187$$

Diseño detallado: producto y prueba de mercadeo y equipo

$$VP = 1.5(P/A, 18\%, 2) + 1.0(P/F, 18\%, 2) = \$3.067$$

Fase de operaciones:

Construcción e implementación: equipo y COA

$$VP = 2.0(P/A, 18\%, 2) + 1.75(P/F, 18\%, 2) + 2.0(P/F, 18\%, 4) + 2.2(P/F, 18\%, 8) + 0.2 \left[\frac{1 - \left(\frac{1.04}{1.18} \right)^8}{0.14} \right] (P/F, 18\%, 2) = \$6.512$$

Uso: mercadeo

$$VP = 8.0(P/F, 18\%, 2) + [5.0(P/A, 18\%, 8) - 0.2(P/G, 18\%, 8)](P/F, 18\%, 2) + 3.0(P/F, 18\%, 5) = \$20.144$$

Uso: recursos humanos: (100 empleados)(2 000 hr/año)(\$20/hr) = \$4.0 millones en el año 3

$$VP = 4.0 \left[\frac{1 - \left(\frac{1.05}{1.18} \right)^8}{0.13} \right] (P/F, 18\%, 2) = \$13.412$$

El CCV del compromiso total en este momento es la suma de todos los VP.

$$VP = \$44.822 \text{ (efectivamente \$45 millones)}$$

Como punto de interés, sobre 10 años a 18% anual, el valor futuro comprometido de General Mills, hasta aquí, es $VF = VP(F/P, 18\%, 10) = \$234.6$ millones.

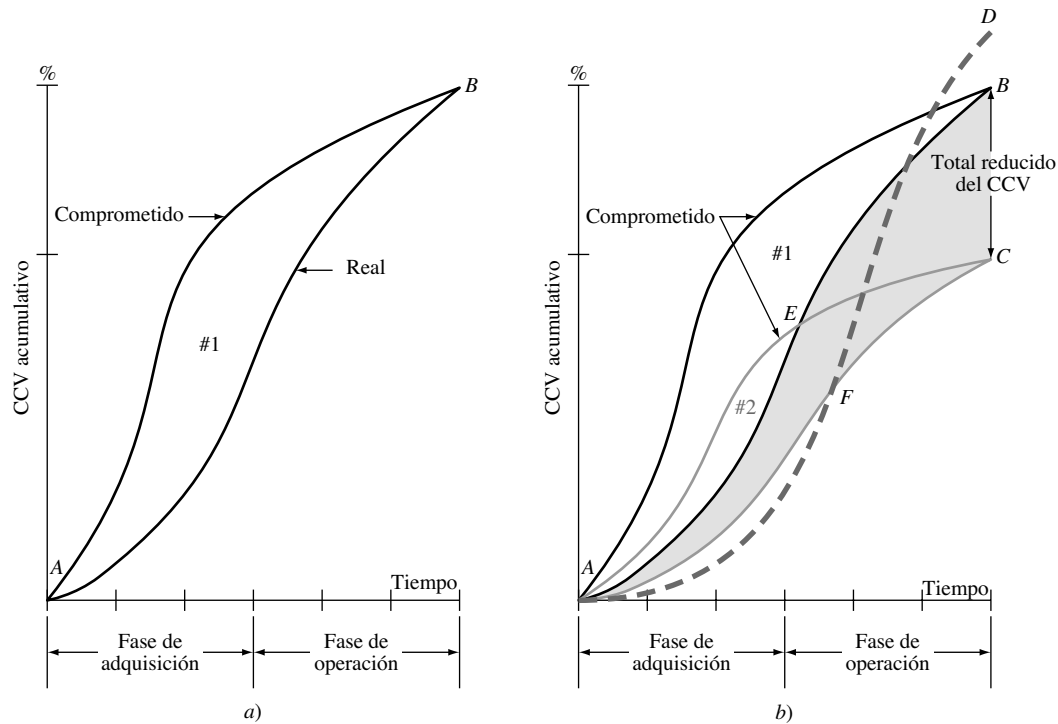


Figura 5.7

Envolturas de CCV para costos comprometidos y reales: a) diseño 1, b) diseño mejorado 2.

El CCV total para un sistema se establece o se asegura en una etapa temprana. No es frecuente tener de 75 a 85% del periodo de vida completo de CCV comprometido durante las etapas de diseño detallado y preliminares. Como se indica en la figura 5.7a, el CCV real u observado (curva inferior AB) rastreará el CCV comprometido a través del periodo de vida (a menos que algún error importante de diseño incremente el CCV total del diseño #1 sobre el punto B). *El potencial para reducir significativamente el CCV total ocurre principalmente durante las primeras etapas.* Un diseño y un equipo más eficientes pueden reponer la envoltura del diseño #2 de la figura 5.7b. Ahora la curva del CCV comprometido AEC se encuentra debajo de AB en todos los puntos, así como la curva CCV real AFC. Ésta será la envoltura inferior #2 que se busca. El área sombreada representa la reducción en el CCV real.

Aunque una envoltura de CCV efectiva pudiera establecerse al inicio de la fase de adquisición, es frecuente que las medidas costo-ahorro que no fueron planeadas se introduzcan durante las fases de adquisición o al principio de la fase de operación. Estos ahorros aparentes pudieran incrementar el CCV total, como se ilustra en la curva AFD. Dicho estilo de costo de ahorros como un propósito determinado, impuesto frecuentemente por un manejo al principio de la etapa de diseño

y/o de construcción, puede incrementar sustancialmente los costos más tarde, en especial en la porción posterior a la venta en la etapa de uso. Por ejemplo, el uso de concreto y acero de menor resistencia muchas veces ha sido la causa de fallas estructurales, incrementando de esta manera el CCV del periodo global.

5.8 VALOR PRESENTE DE BONOS

Un método probado a través del tiempo para incrementar el capital consiste en la emisión de un “pagaré”, que es un financiamiento por medio de deuda, no de capital patrimonial, según se analizó en el capítulo 1. Una forma muy común de “pagaré” es un bono (pagaré a largo plazo emitido por una corporación o una entidad gubernamental, el prestatario, para el financiamiento de proyectos importantes). El prestatario recibe ahora dinero representado por la promesa de pagar el *valor nominal* V del bono en una fecha de vencimiento establecida. Por lo común, los bonos se emiten en la forma de cantidades de valor nominal de \$100, \$1 000, \$5 000 o \$10 000. El *interés del bono* I , también denominado *dividendo de bono*, se paga periódicamente entre el tiempo en que se obtiene el préstamo y el tiempo en que se reembolsa el valor nominal. El interés del bono se paga c veces al año. Los periodos de pago esperados normalmente son trimestrales o semestrales. El monto de los intereses se determina mediante la tasa de interés establecida, llamada *tasa de cupón de bono* b .

$$I = \frac{(\text{valor nominal})(\text{tasa de cupón de bono})}{\text{número de periodos de pago anuales}}$$

$$I = \frac{Vb}{c} \quad [5.8]$$

Existen diversas clasificaciones de bonos. La tabla 5.1 contiene cuatro clasificaciones generales de acuerdo con su entidad emisora, algunas características fundamentales y nombres u objetivo de ejemplo. Por ejemplo, los *bonos del tesoro* se emiten en diferentes cantidades monetarias (desde \$1 000), con diferentes periodos hasta la fecha de vencimiento (letras hasta un año; pagarés de dos a 10 años). En Estados Unidos, los bonos del tesoro se consideran una compra de bonos sumamente segura, puesto que los respalda *la plena confianza y crédito del gobierno de Estados Unidos*. La tasa de inversión segura, indicada en la figura 1.6 como nivel mínimo para establecer una TMAR, es la tasa de cupón sobre un valor o título del tesoro de Estados Unidos. En un segundo ejemplo, las empresas emiten *bonos de deuda* con el propósito de incrementar el capital, aunque éstos no se encuentran respaldados por ninguna forma particular de garantía colateral. La reputación de la empresa atrae a los compradores de bonos, y la empresa puede hacer que la tasa de interés del bono *flote* para atraer a más compradores. A menudo, los bonos de deuda se *convierten* en acciones comunes de la empresa a una tasa fija, antes de la fecha de vencimiento.

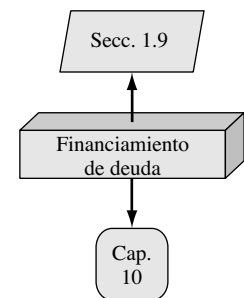


TABLA 5.1 Clasificación y características de los bonos

Clasificación	Emitidos por	Características	Ejemplos
Valores del Tesoro	Gobierno federal	Respaldo del gobierno de Estados Unidos	Letras (≤ 1 año) Pagarés (2-10 años) Bonos (10-30 años)
Municipales	Gobiernos locales	Exención fiscal federal Emitidos frente a impuestos recaudados	Obligación general Ingreso Cupón cero Venta
Hipotecarios	Empresa	Respalados por activos específicos o hipoteca Tasa baja/riesgo bajo en la primera hipoteca Juicio hipotecario, de no pagarse	Primera hipoteca Segunda hipoteca Escritura fiduciaria sobre equipo
De deuda	Empresa	No respaldados por garantías colaterales, sí, en cambio, por la reputación de la empresa La tasa de bono puede flotar Tasas de interés superiores y riesgos mayores	Convertibles Subordinados Rendimiento alto o de desecho

EJEMPLO 5.10

Procter and Gamble Inc. emitió 5 000 000 de dólares en bonos de deuda a 10 años con un valor individual de \$5 000. Cada bono paga intereses trimestrales al 6%. a) Determine la cantidad que un comprador recibirá cada tres meses y después de 10 años. b) Suponga que un bono se compra en el momento en que tiene un descuento de 2%, es decir, un valor de \$4 900. ¿Cuáles son los intereses trimestrales y el monto final pagado a la fecha de vencimiento?

Solución

a) Aplique la ecuación [5.8] para calcular los intereses trimestrales.

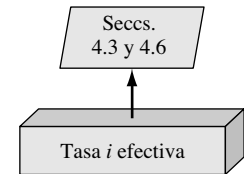
$$I = \frac{(5\,000)(0.06)}{4} = \$75$$

El valor nominal de \$5 000 se reembolsa después de 10 años.

b) La compra del bono con un descuento proveniente del valor nominal no altera el interés ni los reembolsos finales. Por lo tanto, se conservan los \$75 trimestrales y los \$5 000 después de 10 años.

El cálculo de VP de un bono constituye una ampliación del análisis del valor presente. Cuando una empresa o agencia gubernamental ofrece bonos, los compradores potenciales pueden determinar cuánto estarían dispuestos a pagar en términos de VP por un bono a una denominación fija. La cantidad pagada en el momento de la compra establece la tasa de rendimiento para el resto de la vida del bono. Los pasos para el cálculo del VP de un bono son los siguientes:

1. Determine I , el interés por periodo de pago, utilizando la ecuación [5.8].
2. Elabore el diagrama de flujo de efectivo de los pagos de interés y el reembolso del valor nominal.
3. Establezca la TMAR o tasa de rendimiento requerida.
4. Calcule el VP de los pagos de intereses del bono y el valor nominal a $i = \text{TMAR}$. (Si el periodo de pago de intereses del bono no es igual al periodo de capitalización de la TMAR, es decir, $PP \neq PC$, se aplica primero la ecuación [4.8] para determinar la tasa efectiva por periodo de pago. Utilice dicha tasa y los principios de la sección 4.6 para la relación $PP \geq PC$ para completar los cálculos del VP.)



Aplique el siguiente procedimiento:

$VP \geq$ precio de compra del bono; si se alcanza o se supera el valor de la TMAR, se compra el bono.

$VP <$ precio de compra del bono; si no se alcanza el valor de la TMAR, no se compra el bono.

EJEMPLO 5.11

Calcule el precio de compra que usted estaría dispuesto a pagar ahora por un bono a 10 años de \$5 000 al 4.5%, con intereses que se pagan cada 6 meses. Suponga que la TMAR es de 8% anual con capitalización compuesta trimestralmente.

Solución

Primero, determine el interés semestral.

$$I = 5\,000(0.045)/2 = \$112.50 \text{ cada seis meses}$$

El valor presente de todos los pagos del bono que usted recibe (figura 5.8) se determina de dos formas.

1. *Tasa efectiva semestral.* Aplique el enfoque de la sección 4.6. El periodo de flujo de efectivo es $PP = 6$ meses, y el periodo de capitalización es de $PC = 3$ meses; $PP > PC$. Calcule la tasa de efectivo semestral; después aplique los factores P/A y P/F a los pagos de intereses y un ingreso de \$5 000 en el año 10. La TMAR semestral nominal es $r = 8\%/2 = 4\%$. De $m = 2$ trimestres durante 6 meses, la ecuación [4.8] da el siguiente resultado:

$$i \text{ efectiva} = \left(1 + \frac{0.04}{2}\right)^2 - 1 = 4.04\% \text{ durante 6 meses}$$

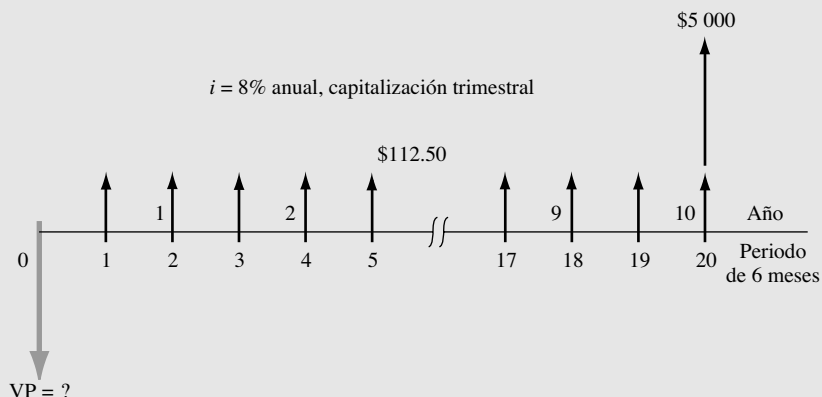


Figura 5.8

Flujo de efectivo para el valor presente de un bono, ejemplo 5.11.

El VP del bono se determina para $n = 2(10) = 20$ periodos semestrales.

$$VP = \$112.50(P/A, 4.04\%, 20) + 5\,000(P/F, 4.04\%, 20) = \$3\,788$$

2. *Tasa nominal trimestral.* Se calcula por separado el VP de cada rendimiento de intereses del bono semestral de \$112.50 el año 0, con un factor P/F , y se suma el VP de los \$5 000 en el año 10. La TMAR nominal trimestral es de $8\%/4 = 2\%$. El número total de periodos es $n = 4(10) = 40$ trimestres, el doble de los que aparecen en la figura 5.8, en virtud de que los pagos son semestrales, mientras que la TMAR se capitaliza cada trimestre.

$$\begin{aligned} VP &= 112.50(P/F, 2\%, 2) + 112.50(P/F, 2\%, 4) + \cdots + 112.50(P/F, 2\%, 40) \\ &\quad + 5\,000(P/F, 2\%, 40) \\ &= \$3\,788 \end{aligned}$$

Si el precio que se solicita es superior a \$3 788 por el bono, que constituye un descuento de más del 24%, usted no adoptará la TMAR.

La función $VP(4.04\%, 20, 112.50, 5\,000)$ de la hoja de cálculo muestra un VP de \$3 788.



5.9 APLICACIONES DE LA HOJA DE CÁLCULO: ANÁLISIS DE VP Y PERIODO DE RECUPERACIÓN

El ejemplo 5.12 muestra cómo elaborar una hoja de cálculo para el análisis VP, en el caso de alternativas de vida diferente y de un periodo de estudio específico. El ejemplo 5.13 demuestra la técnica y las deficiencias del análisis del periodo de recuperación para $i > 0\%$. Para este segundo ejemplo, se muestran las soluciones a mano y por computadora.

Algunas directrices generales resultan de utilidad para la organización de hojas de cálculo en cualquier análisis de VP. El MCM de las alternativas dicta el número

de entradas de renglón para los valores de inversión inicial y de salvamento/mercado, sobre la base del supuesto de recompra que requiere el análisis de VP. Algunas alternativas tendrán como fundamento los servicios (exclusivamente flujos de efectivo de costos); mientras que otras se basarán en los ingresos (flujos de efectivo de costos y entradas). Se colocan los flujos de efectivo anuales en columnas separadas a partir de las cantidades de inversión y salvamento. Esto reduce la carga de cálculos numéricos realizada antes de introducir un valor de flujo de efectivo. Se determinan los valores VP para todas las columnas que sean pertinentes para una alternativa y se suman para obtener el VP final.

Las hojas de cálculo pueden saturarse con mucha rapidez. No obstante, la colocación de funciones VPN en el encabezado de cada columna de flujo de efectivo, y la inserción de una tabla de resumen independiente, permite que sobresalgan los componentes y valores VP totales. Finalmente se coloca el valor de la TMAR en una celda independiente de tal manera que el análisis de sensibilidad sobre el rendimiento requerido pueda llevarse a cabo con facilidad. El ejemplo 5.12 ilustra estas directrices.

EJEMPLO 5.12

Southeastern Cement tiene planes de abrir una nueva mina de roca. La empresa contempla dos planes para la transportación de la materia prima de la cantera a la planta. El plan A requiere la compra de dos máquinas para mover la tierra y la construcción de un área de descarga en la planta. El plan B implica la construcción de un sistema de transporte de la cantera a la planta. La tabla 5.2 contiene los costos detallados de cada plan. *a)* Determine, mediante un análisis de VP basado en la hoja de cálculo, qué plan debería elegirse si el dinero se incrementa 15% anual. *b)* Después de apenas 6 años de operaciones, un problema ambiental de importancia provocó el paro de actividades de Southeastern en la mina de roca. Utilice un periodo de estudio de 6 años para establecer el mejor plan (A o B) desde un punto de vista económico. El valor de mercado de cada máquina para mover la tierra después de 6 años es \$20 000, y el valor comercial del sistema transportador después de 6 años es sólo \$25 000. El área de descarga puede recuperarse con \$2 000.

TABLA 5.2 Cálculos para los planes de transporte de roca de la cantera a la planta cementera

	Plan A		Plan B
	Máquina para mover la tierra	Área de descarga	Sistema transportador
Costo inicial, \$	-45 000	-28 000	-175 000
Costo anual de operación, \$	-6 000	-300	-2 500
Valor de salvamento, \$	5 000	2 000	10 000
Vida, años	8	12	24

Solución

- a) La evaluación debe llevarse a cabo a lo largo del MCM de 24 años. La reinversión en las dos máquinas removedoras de tierras ocurrirá en los años 8 y 16, y el área de descarga deberá reconstruirse el año 12. En el caso del plan B no hay necesidad de ningún tipo de reinversión. Primero construya los diagramas de flujo de efectivo para los planes A y B durante 24 años con la finalidad de comprender mejor el análisis en hoja de cálculo (figura 5.9). Las columnas B, D y F incluyen todas las inversiones, reinversiones y valores de salvamento. *(No olvide introducir ceros en todas las celdas sin flujos de efectivo; de otra manera, la función VPN dará un valor incorrecto de VP.)* Éstas corresponden a alternativas basadas en servicios; de esta manera, las columnas C, E y G muestran las estimaciones de los costos anuales de operación (COA), señalados como FE anual. Las funciones VPN ofrecen los montos del VP en las celdas del renglón 8, las cuales están sumadas por la alternativa en las celdas H19 y H22.

Conclusión: Se elige el plan B como consecuencia de que el VP de los costos es menor.

- b) Ambas alternativas concluyen repentinamente después de 6 años, y se calculan el valor actual de mercado o el valor comercial. Para llevar a cabo el análisis de VP de un periodo de estudio truncado abruptamente, la figura 5.10 incluye el mismo formato que la figura donde aparece el análisis de los 24 años, excepto por dos cambios importantes. Las celdas del renglón 16 ahora incluyen los valores de mercado y comercial, y se eliminaron todos los valores después del 16. En el caso de las nuevas funciones VPN para los 6 años de flujos de efectivo, véase las etiquetas del renglón 9. Las celdas D20 y D21 corresponden a los valores VP determinados sumando los valores VP adecuados en el renglón 9.

Conclusión: Debería haberse elegido el plan A, de saberse que concluiría después de 6 años en la etapa de diseño de la mina de roca.

Comentario

La solución en hoja de cálculo para el inciso b se obtuvo copiando inicialmente toda la hoja de cálculo del inciso a en la hoja 2 del libro de trabajo de Excel. Después los cambios mencionados arriba se llevaron a cabo en la copia. Existe otro método en el que se emplea la misma hoja de cálculo para generar las nuevas funciones VPN, según lo indican las etiquetas de celda de la figura 5.9, y en la hoja de cálculo de la figura 5.9 después de insertar un nuevo renglón 16 para los flujos de efectivo del año 6. Este enfoque es más rápido y menos formal que el método que aquí demostramos. Sólo existe un peligro real al aplicar el enfoque de una sola hoja de cálculo para resolver este problema (o cualquier análisis de sensibilidad). La hoja de cálculo modificada ahora resuelve otro problema; de manera que las funciones muestran otras respuestas. Por ejemplo, cuando los flujos de efectivo se truncan a un periodo de estudio de 6 años, deben cambiarse las antiguas funciones VPN del renglón 8; o las nuevas funciones VPN deben sumarse en el renglón 9. Sin embargo, ahora las funciones VNA del antiguo análisis de VP a 24 años muestran respuestas incorrectas, o tal vez un mensaje de error de Excel. Esto introduce posibilidades de error en la toma de decisiones. Para obtener resultados correctos y exactos es necesario tomarse tiempo para copiar la primera hoja en una nueva hoja de trabajo y efectuar los cambios en la copia. Guarde ambas soluciones después de indicar lo que cada hoja debe analizar según su diseño. Esto proporciona un historial de lo que se cambió durante el análisis de sensibilidad.

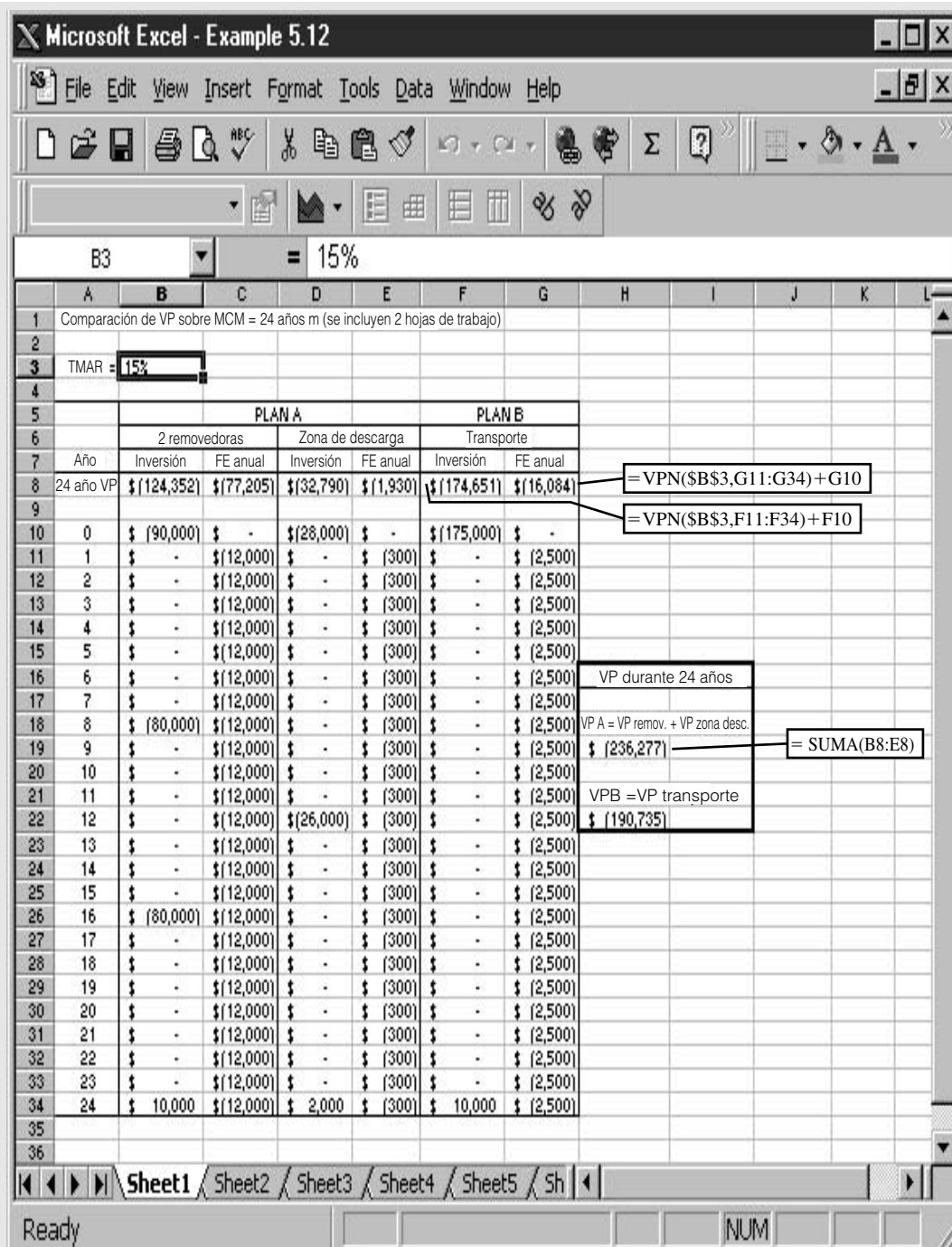


Figura 5.9

Solución en la hoja de cálculo que aplica el análisis de VP, con alternativas de vidas diferentes, ejemplo 5.12a.

Microsoft Excel - Example 5.12

File Edit View Insert Format Tools Data Window Help

B3 = 15%

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Comparación de VP durante un periodo de estudio de 6 años									
2										
3		TMAR = 15%								
4										
5		Plan A				Plan B				
6		2 removedoras		Zona de descarga		Transporte				
7	Año	Inversión	FE anual	Inversión	FE anual	Inversión	FE anual			
8	6 años VP							=VPN(\$B\$3,F11:F16)+F10		
9		\$ (72,707)	\$ (45,414)	\$ (27,135)	\$ (1,135)	\$ (164,192)	\$ (9,461)	=VPN(\$B\$3,G11:G16)+G10		
10	0	\$ (90,000)	\$ -	\$ (28,000)	\$ -	\$ (175,000)	\$ -			
11	1	\$ -	\$ (12,000)	\$ -	\$ (300)	\$ -	\$ (2,500)			
12	2	\$ -	\$ (12,000)	\$ -	\$ (300)	\$ -	\$ (2,500)			
13	3	\$ -	\$ (12,000)	\$ -	\$ (300)	\$ -	\$ (2,500)			
14	4	\$ -	\$ (12,000)	\$ -	\$ (300)	\$ -	\$ (2,500)			
15	5	\$ -	\$ (12,000)	\$ -	\$ (300)	\$ -	\$ (2,500)			
16	6	\$ 40,000	\$ (12,000)	\$ 2,000	\$ (300)	\$ 25,000	\$ (2,500)			
17										
18		VP durante 6 años								
19										
20		VP A = \$ (146,391)				=SUMA(B9:E9)				
21		VP B = \$ (173,653)								
22										

Ready NUM

Figura 5.10

Solución en hoja de cálculo para un periodo de estudio de 6 años, que aplica el análisis de VP, ejemplo 5.12b.

EJEMPLO 5.13

Biothermics ha aceptado firmar un contrato para la adquisición de un *software* desarrollado en Australia para la ingeniería de seguridad, el cual se está introduciendo en Norteamérica. El costo inicial de los derechos de licencia es de \$60 000 con cuotas anuales por derechos de \$1 800 el primer año, los cuales se incrementan \$100 cada año en lo sucesivo y hasta que el acuerdo autorizado se venda a la otra parte interesada o se dé por concluido. Biothermics debe respetar el acuerdo, por lo menos 2 años. Determine mediante un análisis en hoja de cálculo y a mano el periodo de recuperación (en años) con $i = 8\%$ para los dos casos:

- Se venden los derechos de *software* por \$90 000 en algún momento después del año 2.
- Si la licencia no se vende para el tiempo determinado en el inciso a) el precio de venta se incrementará a \$120 000 en el futuro.

Solución a mano

- De acuerdo con la ecuación [5.4], es necesario que $VP = 0$ en el periodo de reposición n_p al 8% . Formule la ecuación de VP para $n \geq 3$ años, y determine el número de años a los que el VP cruza el valor cero.

$$0 = -60\,000 - 1\,800(P/A, 8\%, n) - 100(P/G, 8\%, n) + 90\,000(P/F, 8\%, n)$$

n , años	3	4	5
Valor VP	\$6 562	\$-274	\$-6 672

La recuperación de 8% ocurre entre 3 y 4 años. Por interpolación lineal, $n_p = 3.96$ años.

- b) Si la licencia no se vende antes de 4 años, el precio se eleva a \$120 000. La ecuación del VP para cuatro o más años y el VP de n son

$$0 = -60\,000 - 1\,800(P/A, 8\%, n) - 100(P/G, 8\%, n) + 120\,000(P/F, 8\%, n)$$

n , años	5	6	7
Valor VP	\$13 748	\$6 247	\$-755

La recuperación del 8% ocurre entre los años 6 y 7. Por interpolación, $n_p = 6.90$ años.

Solución por computadora

a) y b) La figura 5.11 muestra una hoja de cálculo que lista los costos por derechos de *software* (columna B), así como el precio de venta esperado (columnas C y E). Las funciones VPN de la columna D (precio de venta de \$90,000) muestran que el periodo de

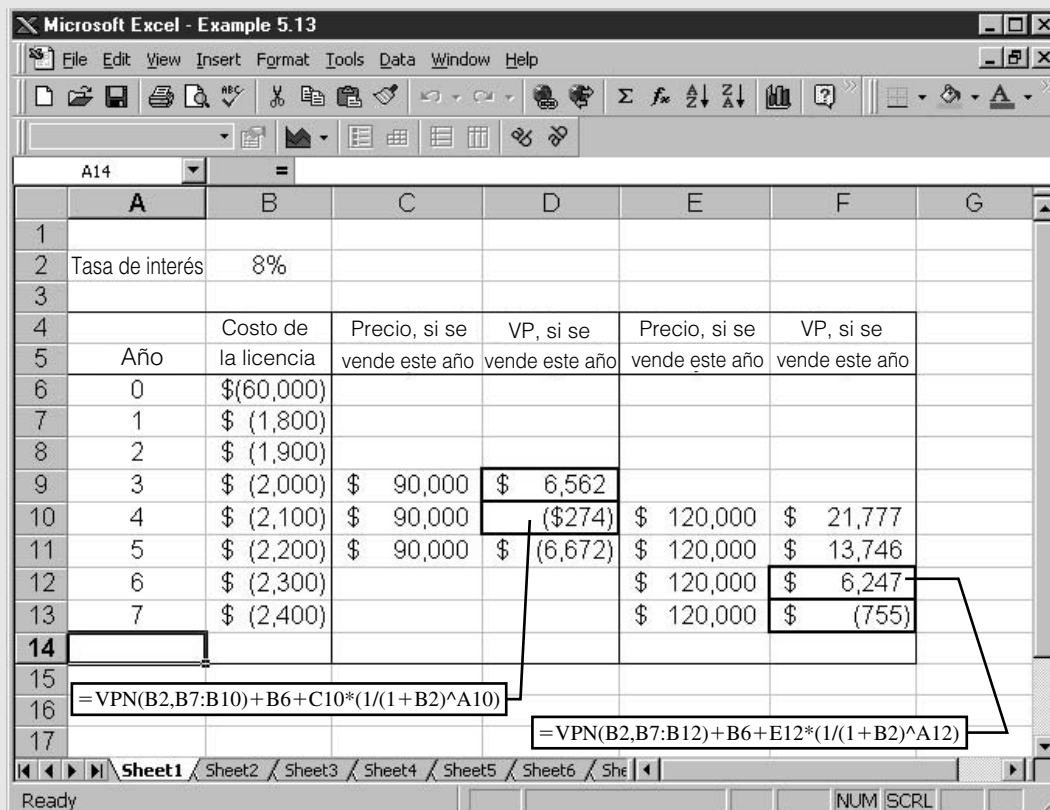


Figura 5.11

Determinación del periodo de recuperación con hoja de cálculo, ejemplos 5.13a y b.

recuperación se encuentra entre 3 y 4 años, mientras que los resultados del VPN de la columna F (precio de venta de \$120,000) indican un cambio de positivo a negativo en VP entre 6 y 7 años. Las funciones VPN reflejan las relaciones que aparecen en la solución a mano, salvo el hecho de que el gradiente del costo de \$100 se ha incorporado a los costos de la columna B.

Si se requieren valores de recuperación más exactos, interpole entre los resultados de VP en la hoja de cálculo. Los valores serán los mismos que los de la solución a mano, a saber, 3.96 y 6.90 años.

RESUMEN DEL CAPÍTULO

El método del valor presente para comparar alternativas implica la conversión de todos los flujos de efectivo a dólares actuales a la TMAR. Se elige la alternativa con el mayor valor VP numérico. Cuando las alternativas poseen vidas diferentes, la comparación debe llevarse a cabo para periodos de servicio iguales. Esto se efectúa mediante la comparación sobre cualquier MCM de las vidas o de un periodo específico de estudio. Los dos enfoques permiten comparar alternativas de acuerdo con el requisito de servicios iguales. Cuando se emplea un periodo de estudio, cualquier valor restante en una alternativa se reconoce a través del valor de mercado futuro esperado.

El análisis del costo de ciclo de vida constituye una extensión del análisis del VP en sistemas con vidas relativamente largas y con un alto porcentaje de sus costos de vida en la forma de gastos de operación. Si la vida de las alternativas se considera infinita, el costo capitalizado es el método de comparación. El valor CC se calcula con la relación A/i , en virtud de que el factor P/A se reduce a $1/i$ en el límite de $n = \infty$.

El análisis de recuperación permite calcular el número de años que se requieren para recuperar la inversión inicial más una tasa de rendimiento (TMAR) establecida. Se trata de una técnica de análisis complementaria aplicada principalmente en la depuración inicial de proyectos propuestos, antes de efectuar una evaluación completa por medio del VP o de algún otro método. La técnica tiene sus desventajas, en especial en el caso del análisis de recuperación sin rendimiento, donde $i = 0\%$ se emplea como la TMAR.

Finalmente aprendimos sobre bonos. El análisis del valor presente permite determinar si la TMAR se obtendrá a lo largo de la vida de un bono, dados valores específicos del valor nominal, el periodo y la tasa de interés del bono.

PROBLEMAS

Tipos de proyectos

5.1 ¿Qué quiere decir *servicio alternativo*?

5.2 Al evaluar proyectos con el método del valor presente, ¿cómo se sabe cuál(es) seleccionar

si son: a) independientes y b) mutuamente excluyentes?

5.3 Lea el enunciado de los problemas siguientes y determine si los flujos de efectivo definen un ingreso o proyecto de servicios:

a) problema 2.12, b) problema 2.31, c) problema 2.51, d) problema 3.6, e) problema 3.10, y f) problema 3.14.

- 5.4** Una ciudad que crece con rapidez se ha consagrado a conservar la integridad del vecindario. Sin embargo, a los residentes les preocupa el tránsito y la velocidad cada vez más intensos en una calle que cruza la ciudad. El administrador de ésta ha propuesto cinco opciones independientes para disminuir el tránsito:

1. Letrero de *Alto* en la esquina A.
2. Letrero de *Alto* en la esquina B.
3. Colocar un tope de baja altura en el punto C.
4. Situar un tope de baja altura en el punto D.
5. Cuesta reductora de velocidad en el punto E.

Entre las alternativas finales no puede haber ninguna de las combinaciones siguientes:

- Cuesta que incluya uno o dos topes.
- Dos topes
- Dos signos de *Alto*

Use las cinco opciones independientes y las restricciones para determinar a) el *número total* de alternativas posibles mutuamente excluyentes, y b) las alternativas *aceptables* que son mutuamente excluyentes.

- 5.5** ¿Qué quiere decir el término *servicio igual*?
- 5.6** ¿Cuáles son los dos enfoques que pueden utilizarse para satisfacer el requerimiento de servicio igual?
- 5.7** Defina el término *costo capitalizado* y dé un ejemplo realista de algo que podría analizarse con el empleo de dicha técnica.

Comparación de alternativas. Vidas iguales

- 5.8** Lemon Hearth Products manufactura pantallas para chimenea con puertas de vidrio que tienen dos tipos de soportes para montar el marco: uno en forma de “L” que se usa para aberturas de chimeneas relativamente pequeñas, y otro en forma de “U” que se emplea para todas las demás. La compañía

incluye ambos tipos de soporte en la caja del producto para que el comprador descarte la que no necesita. El costo de los dos soportes con tornillos y otras refacciones es de \$3.50. Si el marco de la pantalla de la chimenea se rediseñara, podría utilizarse un soporte universal único cuya fabricación costaría \$1.20. Sin embargo, las herramientas nuevas costarían \$6 000. Además, las bajas en el inventario significarían \$8 000 más. Si la empresa vende 1 200 chimeneas por año, ¿debería conservar los soportes anteriores o cambiar a los nuevos, si se supone que emplea una tasa de interés de 15% anual y desea recuperar su inversión en 5 años? Use el método del valor presente.

- 5.9** Pueden emplearse dos métodos para producir anclajes de expansión. El método A cuesta \$80 000 iniciales y tendría un valor de rescate de \$15 000 después de 3 años, mientras que su costo de operación sería de \$30 000 por año. El método B tendría un costo inicial de \$120 000, la operación costaría \$8 000 por año, y el valor de rescate después de sus 3 años de vida sería de \$40 000. Con una tasa de interés de 12% anual, ¿cuál método debe usarse, sobre la base del análisis de su valor presente?

- 5.10** En 2004, las ventas de agua embotellada en los Estados Unidos fueron por 16.3 galones por persona. Una botella de Evian Natural Spring Water cuesta 40¢. Una instalación municipal de agua proporciona agua del grifo con un costo de \$2.10 por cada 1 000 galones. Si en promedio una persona bebe dos botellas de agua al día, o usa 5 galones diarios si obtiene dicha cantidad del grifo, ¿cuáles son los valores presentes de tomar agua embotellada o del grifo por persona durante 1 año? Utilice una tasa de interés de 6% anual, compuesto mensualmente, y 30 días por mes.

- 5.11** Un paquete de software creado por Navarro & Associates puede usarse para analizar y diseñar torres de punta plana con tres lados,

así como torres de cuatro lados que se sostienen solas. Una licencia de usuario único costaría \$4 000 por año, mientras que un sitio con licencia tiene un costo único de \$15 000. Una compañía consultora de ingeniería estructural intenta decidir entre dos alternativas: la primera es comprar *ahora* una licencia de usuario único y posteriormente una para cada año durante los 4 siguientes (lo cual daría 5 años de servicio); la segunda consiste en comprar ahora un sitio con licencia. Determine cuál estrategia debería adoptarse con una tasa de 12% de interés anual, para un periodo de planeación de 5 años, por medio del método del valor presente para evaluarlas.

5.12 Una empresa que manufactura transductores de presión amplificada trata de decidir entre las alternativas de máquina que se muestran a continuación. Compárelas sobre la base de sus valores presentes netos, con el empleo de una tasa de interés de 15% anual.

	Velocidad variable	Velocidad dual
Costo inicial, \$	-250 000	-224 000
Costo de operación anual, \$/año	-231 000	-235 000
Reparación mayor en el año 3, \$	—	-26 000
Reparación mayor en el año 4, \$	-140 000	—
Valor de rescate, \$	50 000	10 000
Vida, años	6	6

Comparación de alternativas durante diferentes periodos

5.13 La NASA estudia dos materiales para usarlos en un vehículo espacial. ¿Cuál de los siguientes costos debería seleccionarse sobre la base de una comparación de su valor presente, con una tasa de interés de 10% anual?

	Material JX	Material KZ
Costo inicial, \$	-205 000	-235 000
Costo de mantenimiento, \$/año	-29 000	-27 000
Valor de rescate, \$	2 000	20 000
Vida, años	2	4

5.14 En la producción de un polímero que reduce las pérdidas por fricción en las máquinas, pueden usarse dos procesos: el proceso K tendría un costo inicial de \$160 000 y su operación costaría \$7 000 por trimestre, mientras su valor de rescate sería de \$40 000 después de 2 años de vida. El proceso L tendría un costo inicial de \$210 000, otro de operación de \$5 000 por trimestre, y un valor de rescate de \$26 000 al terminar su vida de 4 años. ¿Cuál proceso debe elegirse con el criterio del valor presente, con una tasa de interés de 8% anual, compuesto trimestralmente?

5.15 Se estudia entre dos métodos para producir el estuche de un monitor portátil de fotoionización fabricado con material peligroso. Uno de los estuches sería de plástico y requeriría una inversión inicial de \$75 000, y tendría un costo de operación anual de \$27 000, sin valor de rescate después de dos años. Un estuche de aluminio requeriría una inversión de \$125 000, con costos anuales de \$12 000 y parte del equipo puede venderse en \$30 000 después de 3 años de vida. Con una tasa de interés de 10% anual, ¿cuál estuche debe usarse sobre la base del análisis de su valor presente?

5.16 El administrador de ciertas instalaciones de alta tecnología presentó a la GAO tres planes diferentes para operar infraestructura de producción de armas pequeñas. El plan A involucraría contratos de 1 año renovables, con pagos de \$1 000 000 al comienzo de cada año. El plan B sería un contrato de 2 años y requeriría cuatro pagos de \$600 000 cada uno, de los que el primero se efectuaría ahora y los otros tres a intervalos de 6 meses. El plan C consiste en un contrato de 3 años e implica un pago de \$1 500 000 millones ahora y otro de \$500 000 dentro de dos años. Si se supone que GAO podría renovar cualquiera de los planes en las mismas condiciones de quererlo así, ¿cuál de ellos es mejor, según el criterio del análisis del valor

presente, con una tasa de interés de 6% anual, compuesto semestralmente?

Comparación del valor futuro

- 5.17** Una estación de muestreo ubicada en un lugar remoto puede obtener energía ya sea de celdas solares o de una línea eléctrica convencional si es que ésta se lleva al sitio. La instalación de celdas solares costaría \$12 600 y tendrían una vida útil de 4 años sin valor de rescate. Se espera que los costos anuales por inspección, limpieza, etc., sean de \$1 400. La instalación de una línea eléctrica nueva costaría \$11 000 y se espera que los costos de la energía sean de \$800 por año. Como el proyecto de muestreo terminará en 4 años, se considera que el valor de rescate de la línea es de cero. Con una tasa de interés de 10% anual, ¿cuál alternativa debe seleccionarse, con el criterio del análisis del valor futuro?
- 5.18** El Departamento de Energía propone nuevas reglas que ordenan un incremento para 2005 de 20% en la eficiencia de lavadoras de ropa, y de 35% para 2008. Se espera que el aumento de 20% agregue \$100 al precio actual de una lavadora, mientras que el de 35% sumará \$240 al precio. Si el costo de la energía es de \$80 por año con el 20% de incremento en la eficiencia, y de \$65 anuales con 35% de aumento en la misma, ¿cuál de estos dos estándares resulta más económico según el análisis del valor futuro, con una tasa de interés de 10% anual? Suponga una vida de 15 años para todos los modelos de lavadora.
- 5.19** Una compañía minera pequeña explota carbón a cielo abierto y trata de decidir si debería comprar o arrendar una pala mecánica nueva. Si la compra, costaría \$150 000 y se espera que tenga un valor de rescate de \$65 000 dentro de 6 años. Como alternativa, la compañía podría arrendar la pala por \$30 000 por año, pero el pago del arrendamiento tendría que hacerse al *comienzo* de cada año. Si la máquina se adquiriera se ren-
taría a otras empresas mineras siempre que fuera posible, actividad que se espera produzca ingresos de \$12 000 por año. Si la tasa de rendimiento mínima atractiva de la compañía es de 15% anual, ¿debería comprarse o arrendarse la pala mecánica, de acuerdo con el análisis del valor futuro?
- 5.20** En cierta operación de manufactura pueden usarse tres tipos de barrenos para perforar. El más barato es uno de acero inoxidable de alta velocidad (HSS), pero tiene una vida más corta que uno de óxido de oro u otro de nitrito de titanio. La compra de los barrenos HSS costaría \$3 500 y bajo las condiciones en que se usarían durarían tres meses. El costo de operación de dichos aditamentos sería de \$2 000 por mes. Los barrenos de óxido de oro costarían \$6 500 y durarían 6 meses, con un costo de operación de \$1 500 mensuales. Los de nitrito de titanio tendrían un costo de \$7 000 y durarían 6 meses, con un costo por operarlos de \$1 200. Con una tasa de interés de 12% anual, compuesto mensualmente, ¿qué tipo de barreno debiera usarse, según el análisis del valor futuro?
- 5.21** La compañía El Paso Electric estudia dos alternativas para satisfacer las regulaciones estatales relacionadas con el control de la contaminación en una de sus estaciones generadoras. Dicha estación se localiza en los suburbios de la ciudad, a corta distancia de Ciudad Juárez, México. La estación produce actualmente exceso de VOC y óxidos de nitrógeno. Hay dos propuestas para cumplir las regulaciones: el plan A involucra el reemplazo de quemadores y el cambio de gasóleo a gas natural. El costo inicial de dicha opción sería de \$300 000, con \$900 000 adicionales por año en costos de combustible. El plan B implica llevar a México líneas de gas para muchos de los sitios que fabrican ladrillos en los *patios traseros* y que utilizan madera, llantas y otros materiales de desecho como combustible para sus hornos. La idea que sustenta al plan B es que si se reduce la

contaminación por partículas responsable del esmog en El Paso, habría un beneficio más grande para los ciudadanos de los Estados Unidos, que el que se lograría con el plan A. El costo inicial del plan B sería de \$1 200 000 por instalar las líneas. Adicionalmente, la compañía eléctrica subsidiaría el costo del gas para los fabricantes de ladrillos por un total de \$200 000 al año. El monitoreo extra del aire asociado con este plan tendría un costo adicional de \$150 000 por año. Para un periodo de duración del proyecto de 10 años y sin ningún valor de rescate para ambos planes, ¿cuál debería seleccionarse con el criterio del análisis del valor futuro, con una tasa de interés de 12% anual?

Costos capitalizados

- 5.22** Pintar el puente Golden Gate tiene un costo de \$400 000. Si dicha estructura se pintara hoy y cada 2 años de ahí en adelante, ¿cuál sería el costo capitalizado de los trabajos de pintura con una tasa de 6% de interés anual?
- 5.23** El costo de ampliar cierta carretera en el Parque Nacional de Yellowstone es de \$1.7 millones. Se espera que el costo de volverla a pavimentar y ejecutar otros trabajos de mantenimiento sea de \$350 000 cada 3 años. ¿Cuál es el costo capitalizado de la carretera, con una tasa de interés de 6% anual?
- 5.24** Determine el costo capitalizado de un gasto de \$200 000 en el tiempo 0, \$25 000 en los años 2 a 5, y \$400 000 anuales del año 6 en adelante. Use una tasa de interés de 12% anual.
- 5.25** Una ciudad que intenta atraer a un equipo profesional de futbol planea construir un estadio nuevo, lo cual cuesta \$250 millones. Se espera que los gastos de mantenimiento anuales asciendan a \$800 000 por año. El pasto artificial tendría que sustituirse cada 10 años, con un costo de \$950 000. Pintar

el estadio cada 5 años costaría \$75 000. Si la ciudad espera dar mantenimiento a la instalación en forma indefinida, ¿cuál sería su costo capitalizado, con un interés de 8% anual?

- 5.26** Cierta alternativa de manufactura tiene un costo inicial de \$82 000, un costo de mantenimiento de \$9 000 anuales y valor de rescate de \$15 000 al final de su cuarto año de vida. ¿Cuál es su costo capitalizado, con una tasa de interés de 12% anual?
- 5.27** Si una persona quisiera poder retirar \$80 000 por año durante el resto de su vida, empezando dentro de 30 años, ¿cuánto tendría que tener en su cuenta para la jubilación (que percibe un interés de 8% anual) en *a*) el año 29, y *b*) el año 0?
- 5.28** ¿Cuál es el costo capitalizado (valor absoluto) de la *diferencia* entre los dos planes siguientes, con una tasa de interés de 10% anual? El plan A requiere un gasto de \$50 000 cada 5 años para siempre (se comienza en el año 5). El plan B necesita un gasto de \$100 000 cada 10 años para siempre (empieza en el año 10).
- 5.29** ¿Cuál es el costo capitalizado de gastos por \$3 000 000 ahora, \$50 000 en los meses 1 a 12, \$100 000 en los meses 13 a 25, y \$50 000 en los meses 26 al infinito, si la tasa de interés es de 12% por año compuesto mensualmente?
- 5.30** Compare las alternativas siguientes sobre la base de su costo capitalizado, con una tasa de 10% de interés anual.

	Pienso con base en petróleo	Pienso con base inorgánica
Costo inicial, \$	-250 000	-110 000
Costo de operación anual, \$/año	-130 000	-65 000
Ingresos anuales, \$/año	400 000	270 000
Valor de rescate, \$	50 000	20 000
Vida, años	6	4

- 5.31** Una alumna de la Universidad Estatal de Ohio quisiera establecer un fondo de donativos que concediera becas a mujeres estudiantes de ingeniería, por un total de \$100 000 anuales para siempre. Las primeras becas se entregarían *ahora* y continuarían cada año. ¿Cuánto debe donar la alumna ahora, si se espera que el fondo gane un interés de 8% anual?
- 5.32** Un distrito municipal grande en infraestructura (MUD) analiza dos conductos de gran tamaño; el primero involucra la construcción de un ducto de acero que cuesta \$225 millones, el cual cada 40 años necesitaría se le reemplazaran algunas partes, lo que costaría \$50 millones. Se espera que el bombeo y otras operaciones tengan un costo de \$10 millones por año. Una alternativa es construir un canal de flujo por gravedad que cuesta \$350 millones más costos de operación y mantenimiento de \$500 000 por año. Si es de esperar que ambos conductos duren para siempre, ¿cuál debe construirse, con una tasa de interés de 10% anual?
- 5.33** Compare las alternativas que se muestran en la parte inferior, sobre la base de sus costos capitalizados, con el empleo de una tasa de interés de 12% anual, compuesto trimestralmente.

	Alternativa E	Alternativa F	Alternativa G
Costo inicial, \$	-200 000	-300 000	-900 000
Costo semestral, \$/6 meses	30 000	10 000	40 000
Valor de salvamento, \$	50 000	70 000	100 000
Vida, años	2	4	∞

Análisis de recuperación

- 5.34** ¿Qué quiere decir *recuperación sin rendimiento* o *recuperación simple*?
- 5.35** Explique por qué la alternativa que recupera su inversión inicial con cierta tasa de rendi-

miento en el tiempo más corto *no necesariamente* es la de mayor atractivo económico.

- 5.36** Determine el periodo de recuperación de un activo cuyo costo inicial es de \$40 000, con valor de rescate de \$8 000 en cualquier momento de los primeros 10 años después de adquirido, y que genera ingresos de \$6 000 por año. El rendimiento que se requiere es de 8% anual.
- 5.37** Accusoft Systems ofrece a los propietarios de negocios un paquete de software que mantiene los registros de muchas funciones contables a partir de las facturas de las ventas mediante transacciones bancarias. La licencia para el sitio cuesta \$22 000 por concepto de instalación, e involucra una tarifa de \$2 000 por trimestre. Si cierta empresa pequeña podría ahorrar \$3 500 cada trimestre con la seguridad de manejar sus libros en casa, ¿cuánto tiempo tomará para que la empresa recupere su inversión con una tasa de interés de 4% trimestral?
- 5.38** Darnell Enterprises construyó un anexo a su edificio que tuvo un costo de \$70 000. Se espera que otros gastos anuales asciendan a \$1 850, pero los ingresos adicionales serán de \$14 000 por año. ¿Cuánto tiempo pasará antes de que la empresa recupere su inversión, con una tasa de interés de 10% anual?
- 5.39** Un proceso nuevo para manufacturar niveles de láser tendrá un costo inicial de \$35 000, con costos anuales de \$17 000. Se espera que los ingresos adicionales asociados al nuevo proceso sean de \$22 000 por año. ¿Cuál es el periodo de recuperación con a) $i = 0\%$, y b) $i = 10\%$, anuales?
- 5.40** Cierta empresa multinacional de consultoría en ingeniería que desea proporcionar alojamiento en hoteles de lujo a ciertos clientes estudia la compra de un conjunto de tres recámaras en la parte alta del estado de Montana, lo cual costaría \$250 000. Las propiedades en dicha zona están aumentando su valor

con rapidez debido a que la ansiedad de la gente por alejarse de los desarrollos urbanos eleva los precios. Si la empresa gastara en promedio \$500 al mes para las instalaciones y la inversión se incrementara con una tasa de 2% mensual, ¿cuánto tiempo pasará antes de que se pueda vender la propiedad en \$100 000 más lo invertido en ella?

5.41 Un fabricante de marcos para ventana busca maneras de mejorar sus ingresos a partir de ventanas deslizantes con aislamiento triple que se venden sobre todo en la parte norte de los Estados Unidos. La alternativa A es un incremento en el marketing a través de radio y televisión, con la que gastaría un total de \$300 000 ahora, y se espera un incremento en los ingresos de \$60 000 por año. La alternativa B requiere la misma inversión para mejoras en el proceso de manufactura de la planta, lo que mejoraría las propiedades de retención de temperatura de los sellos que rodean cada panel de vidrio. Con esta opción los nuevos ingresos comenzarían a fluir con lentitud, pues se estiman \$110 000 en el primer año, con un crecimiento de \$15 000 por año conforme el producto gana reputación entre los constructores. La TMAR es de 8% anual y el periodo máximo de evaluación es de 10 años para cualquier alternativa. Use tanto el análisis de recuperación como el del valor presente, con el 8% (para 10 años), a fin de seleccionar la alternativa más económica. Mencione la razón o razones de cualquier diferencia entre los dos análisis para la alternativa seleccionada.

Costos del ciclo de vida

5.42 El Pentágono pidió a un contratista de alta tecnología que estime el costo del ciclo de vida (CCV) de un vehículo de apoyo de uso ligero. Su lista de conceptos incluía las siguientes categorías generales de costo: investigación y desarrollo (I&D), inversión no recurrente (INR), inversión recurrente

(IR), mantenimiento preventivo y correctivo (mant.), uso de equipo (eq.) y eliminación (elim.). Los costos (en millones) para el ciclo de vida de 20 años son los que se indican a continuación. Calcule el CCV con una tasa de interés de 7% anual.

Año	I&D	INR	IR	Mant.	Eq.	Elim.
0	5.5	1.1				
1	3.5					
2	2.5					
3	0.5	5.2	1.3	0.6	1.5	
4		10.5	3.1	1.4	3.6	
5		10.5	4.2	1.6	5.3	
6-10			6.5	2.7	7.8	
11 y más			2.2	3.5	8.5	
18-20						2.7

5.43 Un ingeniero que manufactura *software* en una corporación aeroespacial muy grande tiene la responsabilidad sobre un proyecto para diseñar, construir, probar e implantar AREMSS, una nueva generación de un sistema automático para programar mantenimientos rutinarios y expeditos. Los reportes de la terminación de cada servicio serán capturados por el personal de campo para que después el sistema los llene y archive. La aplicación inicial será en las aeronaves de la Fuerza Aérea que abastecen combustible en vuelo. Se espera que el sistema se utilice durante mucho tiempo para la programación de otras labores de mantenimiento de aviones, y una vez que se implante por completo tendrán que hacerse mejoras, pero se espera que funcione para programar en todo el mundo hasta 15 000 naves diferentes. El ingeniero, quien debe hacer la semana próxima una presentación de las mejores estimaciones de los costos durante un periodo de vida de 20 años, ha decidido emplear el enfoque del costo del ciclo de vida para calcularlos. Use la información que sigue para determinar el CCV del sistema de programación AREMSS, con el 6% anual.

Categoría de costo	Costo en el año (\$, millones)									
	1	2	3	4	5	6 y más	10	18		
Estudio de campo	0.5									
Diseño del sistema	2.1	1.2	0.5							
Diseño del <i>software</i>		0.6	0.9							
Compras de <i>hardware</i>			5.1							
Pruebas Beta		0.1	0.2							
Desarrollo del manual										
del usuario		0.1	0.1	0.2	0.2	0.06				
Implantación										
del sistema				1.3	0.7					
<i>Hardware</i> de campo		0.4	6.0	2.9						
Capacitación de instructores		0.3	2.5	2.5		0.7				
Actualizaciones del <i>software</i>						0.6	3.0	3.7		

5.44 El ejército de Estados Unidos recibió dos propuestas para un proyecto de diseño de barracas para los soldados de las unidades de infantería en entrenamiento. La propuesta A involucra un diseño muy básico y la construcción de paredes, ventanas, puertas y otros elementos de tipo estandarizado. Con esta opción, los costos de calefacción, aire acondicionado y mantenimiento serían mayores, y los de reemplazo lo serían más pronto que los de la propuesta B. El costo inicial de la alternativa A sería de \$750 000, el de calefacción y aire acondicionado sería en promedio de \$6 000 mensuales, y los de mantenimiento promediarían \$2 000 al mes. Se requerirían remodelaciones pequeñas en los años 5,10 y 15 con un costo de \$150 000 en cada ocasión, a fin de que las instalaciones permanezcan funcionales durante 20 años. No tendrán valor de rescate.

La propuesta B incluye diseño sobre medida y los costos iniciales de construcción serían de \$1 100 000, los de calefacción y aire acondicionado de \$3 000 por mes, y los de mantenimiento, de \$1 000 mensuales. No habría valor de rescate al final de la vida de 20 años.

¿Cuál propuesta debe aceptarse según el criterio del análisis del costo del ciclo de vida, si la tasa de interés es de 0.5% mensual?

5.45 Un municipio de tamaño mediano planea desarrollar un sistema de software que lo

ayude a seleccionar proyectos durante los próximos 10 años. Se ha utilizado el enfoque del costo del ciclo de vida para clasificar los costos en desarrollo, programación, operación y apoyo para cada alternativa. Hay tres opciones en análisis identificadas como A (sistema sobre medida), B (sistema adaptado) y C (sistema actual). A continuación se presenta el resumen de costos. Use el enfoque del costo del ciclo de vida para identificar la mejor alternativa, con el 8% anual.

Alternativa	Costo	
	Componente	Costo
A	Desarrollo	\$250 000 ahora, \$150 000 en los años 1 a 4
	Programación	\$45 000 ahora, \$35 000 en los años 1 y 2
	Operación	\$50 000 en los años 1 a 10
	Apoyo	\$30 000 en los años 1 a 5
B	Desarrollo	\$10 000 ahora
	Programación	\$45 000 en el año 0, \$30 000 en los años 1 a 3
	Operación	\$80 000 en los años 1 a 10
C	Apoyo	\$40 000 en los años 1 a 10
	Operación	\$175 000 en los años 1 a 10

Bonos

5.46 Un bono hipotecario con valor nominal de \$10 000 tiene una tasa de interés de 6% anual que se paga en forma trimestral. ¿Cuáles son el monto y la frecuencia de los pagos del interés?

5.47 ¿Cuál es el valor nominal de un bono municipal que tiene una tasa de interés de 4% anual, con el pago de intereses por \$800 semestralmente?

- 5.48** ¿Cuál es la tasa de interés de un bono de \$20 000 que tiene pagos de los intereses de \$1 500 semestrales y una fecha de vencimiento de 20 años?
- 5.49** ¿Cuál es el valor presente de un bono de \$50 000 cuyo interés es de 10% anual, pagadero en forma trimestral? El bono vence en 20 años. La tasa de interés en el mercado es de 10% anual, compuesto trimestralmente.
- 5.50** ¿Qué valor presente tiene un bono municipal de \$50 000, con una tasa de interés de 4% anual, con pagos semestrales? El bono vence en 15 años y la tasa de interés en el mercado es de 8% anual, compuesta trimestralmente.
- 5.51** General Electric emitió 100 bonos certificados hace tres años con valor nominal de \$5 000 cada uno e intereses de 8% anual pagaderos en forma semestral. Los bonos tienen una fecha de vencimiento de 20 años *a partir de la fecha en que se emitieron*. Si la tasa de interés en el mercado es de 10% anual, compuesta semestralmente, ¿cuál sería el valor presente de un bono para un inversionista que quisiera comprarlo hoy?
- 5.52** El distrito escolar Charleston Independent necesita recabar \$200 millones para limpiar

las escuelas existentes y construir otras nuevas. Los bonos pagarán intereses semestrales a razón de 7% anual y vencerán en 30 años. Las comisiones bursátiles asociadas con la venta de los bonos serán de \$1 millón. Si la tasa de interés en el mercado se eleva a 8% anual, compuesta semestralmente, antes de que se emitan los bonos, ¿cuál tendría que ser el valor nominal de los bonos para el distrito escolar con el fin de obtener \$200 millones netos?

- 5.53** Un ingeniero que planea su jubilación piensa que las tasas de interés en el mercado disminuirán antes de su retiro, por tanto, planea invertir en bonos corporativos: piensa adquirir uno de \$50 000 que genera intereses a razón de 12% anual, pagaderos trimestralmente y con fecha de vencimiento para dentro de 20 años.
- a) ¿Por cuánto debería estar dispuesto a vender el bono dentro de 5 años, si la tasa de interés en el mercado es de 8% anual compuesto trimestralmente?
- b) Si invirtiera los intereses que recibiera, con una tasa de interés de 12% anual, compuesto trimestralmente, ¿cuánto tendría (en total) inmediatamente después de vender el bono dentro de 5 años?

PROBLEMAS DE REPASO FI

- 5.54** Para las alternativas mutuamente excluyentes que se muestran a continuación, determine cuál(es) deberían seleccionarse.

Alternativa	Valor presente, \$
A	-25 000
B	-12 000
C	10 000
D	15 000

- a) Sólo A
b) Sólo D
c) Sólo A y B
d) Sólo C y D

- 5.55** El valor presente de \$50 000 ahora, \$10 000 por año en los años 1 a 15, y \$20 000 anuales en los años 16 al infinito, con 10% anual, está muy cerca de:

- a) Menos de \$169 000
- b) \$169 580
- c) \$173 940
- d) \$195 730

5.56 Cierta donadora desea comenzar un fondo para su *alma mater* a fin de recabar dinero para becas con un monto de \$40 000 anuales, para comenzar en el año 5 y continuar en forma indefinida. Si la universidad gana 10% anual sobre el fondo, la cantidad que ella debe donar es muy cercana a:

- a) \$225 470
- b) \$248 360
- c) \$273 200
- d) \$293 820

5.57 Con una tasa de interés de 10% anual, la cantidad que debe depositar en su cuenta para el retiro en los años 0 a 9 (es decir, 10 depósitos) para que usted pueda retirar \$50 000 por año para siempre, y comenzara a hacerlo dentro de 30 años, está muy cerca de:

- a) \$4 239
- b) \$4 662
- c) \$4 974
- d) \$5 471

Los problemas 5.58 a 5.60 se basan en las estimaciones siguientes. El costo del dinero es de 10% anual.

	Máquina X	Máquina Y
Costo inicial, \$	-66 000	-46 000
Costo anual, \$/año	-10 000	-15 000
Valor de rescate, \$	10 000	24 000
Vida, años	6	3

5.58 El valor presente de la máquina X es muy cercano a:

- a) \$-65 270
- b) \$-87 840
- c) \$-103 910
- d) \$-114 310

5.59 Si se comparan las máquinas con base en su valor presente, el de la máquina Y es el más parecido a:

- a) \$-65 270
- b) \$-97 840
- c) \$-103 910
- d) \$-114 310

5.60 El costo capitalizado de la máquina X está muy cerca de:

- a) \$-103 910
- b) \$-114 310
- c) \$-235 990
- d) \$-238 580

5.61 El costo para dar mantenimiento a un monumento en Washington, D.C. se expresa en desembolsos periódicos de \$10 000 cada 5 años. Si el primero de ellos ocurre ahora, el costo capitalizado del mantenimiento con una tasa de interés de 10% anual, es de:

- a) \$-16 380
- b) \$-26 380
- c) \$-29 360
- d) \$-41 050

5.62 Las alternativas que se muestran abajo se compararán de acuerdo con el criterio de sus costos capitalizados. Con un interés del 10% anual compuesto continuamente, la ecuación que representa el costo capitalizado de la alternativa A es:

	Alternativa A	Alternativa B
Costo inicial, \$	-50 000	-90 000
Costo anual, \$/año	-10 000	-4 000
Valor de rescate, \$	13 000	15 000
Vida, años	3	6

- a) $PW_A = -50\,000 - 10\,000(P/A, 10.52\%, 6) - 37\,000(P/F, 10.52\%, 3)$
- b) $PW_A = -50\,000 - 10\,000(P/A, 10.52\%, 3) + 13\,000(P/F, 10.52\%, 3)$
- c) $PW_A = [-50\,000(A/P, 10.52\%, 3) - 10\,000 + 13\,000(A/F, 10.52\%, 3)]/0.1052$
- d) $PW_A = [-50\,000(A/P, 10\%, 3) - 10\,000 + 13\,000(A/F, 10\%, 3)]/0.10$

5.63 Un bono corporativo tiene un valor nominal de \$10 000, una tasa de interés de 6% anual pagadero semestralmente, y una fecha de

vencimiento de 20 años a partir de hoy. Si una persona compra el bono en \$9 000 cuando la tasa de interés en el mercado es de 8% anual, compuesta semestralmente, el monto y frecuencia de los pagos de los intereses que recibiría la persona está muy cerca de:

- a) \$270 cada 6 meses
- b) \$300 cada 6 meses
- c) \$360 cada 6 meses
- d) \$400 cada 6 meses

5.64 Un bono municipal que se emitió hace 3 años tiene un valor nominal de \$5 000 y una tasa de interés de 4% anual pagaderos semestralmente. El bono tiene una fecha de vencimiento de 20 años *a partir de la fecha en que se emitió*. Si la tasa de interés en el mercado es de 8% anual, compuesta semestralmente, el valor de n que debe usarse en la ecuación P/A para calcular el valor presente del bono es de:

- a) 34
- b) 40
- c) 68
- d) 80

5.65 Un bono de \$10 000 tiene una tasa de interés de 6% anual, pagadera trimestralmente. El bono vence dentro de 15 años. Con una tasa de interés de 8% anual compuesto trimestralmente, ¿por cuál ecuación de las siguientes está representado el valor presente del documento?

- a) $PW = 150(P/A, 1.5\%, 60) + 10\,000$
($P/F, 1.5\%, 60$)
- b) $PW = 150(P/A, 2\%, 60) + 10\,000$
($P/F, 2\%, 60$)
- c) $PW = 600(P/A, 8\%, 15) + 10\,000$
($P/F, 8\%, 15$)
- d) $PW = 600(P/A, 2\%, 60) + 10\,000$
($P/F, 2\%, 60$)

EJERCICIO AMPLIADO

EVALUACIÓN DE LAS ESTIMACIONES DE RETIRO DEL SEGURO SOCIAL

Charles, un ingeniero en jefe que ha laborado 18 años desde su graduación de la universidad, recibió ayer por correo un informe de la administración del Seguro Social, que establecía que si él continúa percibiendo intereses con la misma tasa, el Seguro Social le proporcionará los siguientes beneficios de retiro mensuales:

- Retiro normal a la edad de 66 con beneficio completo de \$1 500 mensuales comenzando a la edad indicada.
- Retiro anticipado a la edad de 62 con beneficio reducido en 25% comenzando a los 62 años de edad.
- Retiro prolongado a los 70 con incremento del beneficio de un 30% comenzando a los 70 años.

Charles nunca pensó mucho en la seguridad social; generalmente creía en ésta como una deducción mensual de su salario, la cual le ayudaría a pagar los beneficios del Seguro Social en el retiro de sus padres. Sin embargo, ahora ha optado por llevar a cabo un análisis. Charles decidió ignorar las siguientes consecuencias con el tiempo: impuestos sobre la renta, incrementos en el costo de la vida e inflación. También supuso que los beneficios de retiro se recibirían en su totalidad al final de cada

año; es decir, que no hay capitalización durante el año. Utilice una tasa de rendimiento esperada sobre la inversión de 8% anual y considere una muerte estimada justo después de cumplir 85 años. Emplee una hoja de cálculo para llevar a cabo el siguiente procedimiento para Charles:

1. Calcule el valor futuro total de cada escenario de beneficios hasta la edad de 85 años.
2. Elabore una gráfica de valor futuro acumulado anual de cada escenario de beneficios hasta la edad de 85 años.

El informe también mencionó que si Charles moría este año, su esposa recibiría totalmente el beneficio del retiro con \$1 600 mensuales durante el resto de su vida. Si Charles y su esposa tienen 40 años ahora, determine lo siguiente respecto de los beneficios de la esposa si ella comienza a recibirlos a la edad de 66 y vive hasta los 85:

3. Valor presente ahora.
 4. Valor futuro para su esposa después de los 85 años.
-

ESTUDIO DE CASO

PROGRAMA DE EVALUACIÓN DE RECUPERACIÓN DE UN PROGRAMA DE EXCUSADOS (RETRETES) DE MUY BAJA DESCARGA

Introducción

En muchas ciudades del suroeste de Estados Unidos, se ha extraído el agua de los mantos acuíferos subterráneos con mayor rapidez de lo que se recupera. El agotamiento concomitante de los suministros de agua subterránea ha forzado a algunas de estas ciudades a tomar acciones que van desde políticas de precios restrictivas hasta medidas de conservación obligatorias en establecimientos residenciales, comerciales e industriales. A mediados de la década de 1990, la ciudad emprendió un proyecto para motivar la instalación de excusados con muy baja descarga de agua en las casas existentes. Para evaluar la efectividad del costo de este programa, se llevó a cabo un análisis económico.

Antecedentes

La esencia del programa de reemplazo de excusados incluye un descuento del 75% en el costo de los accesorios (hasta \$100 dólares por unidad), a condición de

que el excusado no utilice más de 1.6 galones por descarga. No hay límite para la cantidad de excusados reemplazados por individuos o por establecimientos comerciales.

Procedimiento

Para evaluar el ahorro de agua logrado, si hubiera alguno, durante el programa, los registros mensuales de uso de agua se monitorearán en 325 participantes, los cuales representan una muestra de un tamaño aproximado de 13%. Los datos de consumo de agua obtenidos abarcan 12 meses antes y 12 meses después de la instalación de los excusados con muy baja descarga. Si la casa cambió de propietario durante el periodo de evaluación, no se incluirá en los registros de la muestra. Puesto que el consumo de agua se incrementa dramáticamente durante los meses calurosos del verano debido al riego del césped, el uso del agua como refrescante, el lavado de autos, etcétera, sólo los meses de

invierno de diciembre, enero y febrero se incluirán en la evaluación del consumo de agua, antes y después de la instalación de los excusados. Antes de llevar a cabo cualquier cálculo, todos los registros de usuarios que gastan un volumen de agua elevado (generalmente en negocios), cuyo consumo mensual promedio exceda los 50 CCF (1 CCF = 100 pies cúbicos = 748 galones) se eliminarán. Además, también se eliminarán aquellos cuyo promedio mensual sea de 2 CCF o menos (antes o después de la instalación), ya que se cree que ese bajo gasto de agua es una condición anormal, como en el caso de una casa en venta que estuvo desocupada durante una parte del periodo de estudio. Los 268 registros que quedaron después del procedimiento de depuración se utilizarán para cuantificar la efectividad del programa.

Resultados

Consumo de agua

Se encontró que el consumo mensual antes y después de la instalación de los excusados de muy baja descarga fue de 11.2 y 9.1 CCF, respectivamente, para un promedio de reducción de 18.8%. Cuando sólo se incluyeron los meses de enero y febrero, antes y después de los cálculos, los valores respectivos fueron de 11.0 y 8.7 CCF, lo cual dio como resultado un ahorro de agua de 20.9%.

Análisis económico

La tabla que se muestra a continuación ilustra algunos de los totales durante los primeros 21 meses del programa.

Resumen del programa

Número de participantes	2 466
Número de excusados reemplazados	4 096
Número de personas	7 981
Costo promedio del excusado	\$115.83
Descuento promedio	\$76.12

Los resultados de la sección anterior indican un ahorro mensual de agua de 2.1 CCF. En el caso del participante promedio del programa, el periodo de recuperación n_p , en años, sin considerar el interés se calcula con la ecuación [5.7].

$$n_p = \frac{(\text{costo neto de los excusados} + \text{costo de instalación})}{\text{ahorros anuales netos por cargos de agua y drenaje}}$$

El bloque de tarifa mínima por cargo de agua es de \$0.76 por CCF. La sobretasa por desagüe es de \$0.62 por CCF. Aplique estos valores y un costo de \$50 por instalación y el periodo de recuperación será:

$$\begin{aligned} n_p &= \frac{(115.83 - 76.12) + 50}{(2.1 \text{ CCF/mes} \times 12 \text{ meses})} \\ &\quad \times (0.76 + 0.62)/\text{CCF} \\ &= 2.6 \text{ años} \end{aligned}$$

Excusados más económicos o costos de instalación más bajos reducirán el periodo de recuperación, mientras que al considerar el valor del dinero en el tiempo se alargará el periodo de recuperación.

Desde el punto de vista de la utilidad que genera el suministro de agua, el costo del programa deberá compararse con el costo marginal de la entrega de agua y el tratamiento de aguas residuales. El costo marginal c se representará como:

$$c = \frac{\text{costo del descuento}}{\text{volumen de agua no entregada} + \text{volumen de agua residual no tratada}}$$

En teoría, la reducción en el consumo de agua ocurrirá durante un periodo indefinido, puesto que el reemplazo nunca se llevará a cabo con un modelo de menor eficacia. Sin embargo, en el peor de los casos, se supone que el excusado tendrá una vida productiva de sólo 5 años, después de los cuales se presentarían fugas de agua que no se repararían. El costo para la ciudad por el agua no entregada o el agua residual no tratada sería:

$$\begin{aligned} c &= \frac{\$76.12}{(2.1 + 2.1 \text{ CCF/mes})(12 \text{ meses})(5 \text{ años})} \\ &= \frac{\$0.302}{\text{CCF}} \quad \text{o} \quad \frac{\$0.40}{1\,000 \text{ galones}} \end{aligned}$$

Por lo tanto, sólo si la unidad puede hacer entrega de agua y dar tratamiento al agua desechada por menos de \$0.40 cada 1 000 galones, el programa de reemplazo de excusados se consideraría económicamente atractivo. Para la ciudad, tan sólo los costos de operación, es decir, sin tomar en cuenta el gasto del capital, por el agua y los

servicios de aguas residuales que no se gastaron fueron de alrededor de \$1.10 por cada 1 000 galones, que superan considerablemente los \$0.40 por cada 1 000 galones. Así, el programa de reemplazo de excusados claramente resultó muy efectivo en lo que se refiere a los costos.

Ejercicios para el estudio de caso

1. Para una tasa de interés de 8% y una vida para los excusados de 5 años, ¿cuál sería el periodo de recuperación de los participantes?
2. ¿Es el periodo de recuperación de los participantes más sensible a la tasa de interés que se utiliza o a la vida del excusado?
3. ¿Cuál sería el costo para la ciudad si se aplicara una tasa de interés de 6% anual con una vida útil de 5 años de los excusados? Compare el costo en \$/CCF y \$/1 000 galones con los costos determinados a una tasa de 0%.
4. Desde el punto de vista de la ciudad, ¿el éxito del programa es sensible: a) al porcentaje del descuento en el costo del excusado?; b) a la tasas de interés, si se aplican tasas del 4 al 15%; c) a la vida del excusado, si se consideran vidas de 2 a 20 años?
5. Qué otros factores podrían ser importantes para: a) los participantes y b) la ciudad al evaluar si el programa constituye un éxito.

Análisis del valor anual

Con este capítulo ampliamos nuestro repertorio de herramientas para la comparación de alternativas. En el capítulo anterior estudiamos el método del VP. Aquí analizaremos el método del valor anual equivalente o VA. Por lo común, el análisis del VA se considera el más recomendable en virtud de que el valor VA es fácil de calcular; la mayoría de la gente comprende el concepto de medida del valor —VA en unidades monetarias anuales— y los supuestos de este método son esencialmente los mismos que los del método del VP.

Al valor anual también se le asignan otros nombres. Algunos de ellos son valor anual equivalente (VAE), costo anual equivalente (CAE), equivalente anual (EA) y valor anual uniforme equivalente (VAUE). La cantidad del valor anual equivalente resultante es la misma, independientemente del nombre que se le dé. La alternativa que se elija con el método del VA siempre será la misma que la alternativa elegida con el método del VP y con cualquier otro método para la evaluación de alternativas, siempre y cuando los métodos se apliquen correctamente.

En el estudio de caso, se observa que las estimaciones hechas al llevarse a cabo el análisis del VA son sustancialmente distintas después de la instalación del equipo. Las hojas de cálculo, el análisis de sensibilidad y el análisis de valor anual se combinan para evaluar la situación.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Objetivo general: Llevar a cabo cálculos del valor anual y comparar alternativas mediante el método del valor anual.

Un ciclo de vida

Cálculo del VA

**Elección de alternativas
mediante el VA**

**VA de una inversión
permanente**

Este capítulo ayudará al lector a:

1. Demostrar que el VA necesita calcularse exclusivamente durante un ciclo de vida.
2. Calcular la recuperación de capital (RC) y el VA aplicando dos métodos.
3. Elegir la mejor alternativa sobre la base de un análisis del VA.
4. Determinar el VA de una inversión permanente.

6.1 VENTAJAS Y APLICACIONES DEL ANÁLISIS DEL VALOR ANUAL

En muchos estudios de ingeniería económica, el método del VA es el más recomendable cuando se le compara con el VP, el VF y la tasa de rendimiento (siguientes dos capítulos). Ya que el VA es el valor anual uniforme equivalente de todos los ingresos y desembolsos, estimados durante el ciclo de vida del proyecto o alternativa, cualquier persona familiarizada con pagos anuales, es decir, unidades monetarias anuales, puede entender con facilidad el concepto de VA. El VA, que posee la misma interpretación económica que el valor A utilizado hasta ahora, es el equivalente de los valores VP y VF en la TMAR para n años. Los tres valores se pueden calcular fácilmente, uno a partir del otro, por medio de la fórmula:

$$VA = VP(A/P, i, n) = VF(A/F, i, n) \quad [6.1]$$

El valor n en los factores representa el número de años para la comparación de alternativas de servicio igual. Éste es el MCM del periodo de estudio establecido del análisis del VP o VF.

Cuando todas las estimaciones del flujo de efectivo se convierten a un VA, este valor se aplica a cada año del ciclo de vida y para *cada ciclo de vida adicional*. De hecho, una ventaja de interpretación y de cálculo radica en que

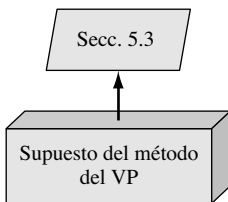
El VA debe calcularse *exclusivamente* para un ciclo de vida. Por lo tanto, no es necesario emplear el MCM de las vidas, como en el caso de los análisis del VP y del VF.

Por lo tanto, el cálculo del VA durante el ciclo de vida de una alternativa determina el VA para todos los ciclos de vida futuros. Como en el caso del método del VP, existen tres supuestos fundamentales del método del VA que deben entenderse.

Cuando las alternativas que se comparan tienen vidas diferentes, se establecen los siguientes supuestos en el método del VA:

1. Los servicios proporcionados son necesarios al menos durante el MCM de las alternativas de vida.
2. La alternativa elegida se repetirá para los ciclos de vida subsiguientes exactamente de la misma forma que para el primer ciclo de vida.
3. Todos los flujos de efectivo tendrán los mismos valores calculados en cada ciclo de vida.

En la práctica, ningún supuesto es necesariamente correcto. Si en una evaluación particular los primeros dos supuestos no son razonables, se debe establecer un periodo de estudio para el análisis. Obsérvese que para la suposición 1, el periodo de tiempo puede ser el futuro indefinido (para siempre). En la tercera suposición, se espera que todos los flujos de efectivo cambien exactamente con la tasa de inflación (o deflación). Si ésta no fuera una suposición razonable, deben hacerse estimaciones nuevas de los flujos de efectivo para cada ciclo de vida y nuevamente usarse un periodo de estudio. En la sección 6.3 se discute un análisis del VA para un periodo de estudio específico.



EJEMPLO 6.1

En el ejemplo 5.2, relativo a las diferentes opciones de arrendamiento de una oficina, se llevó a cabo un análisis de VP durante 18 años, el MCM de 6 y 9 años. Consideremos sólo la localidad A, cuyo ciclo de vida es de 6 años. El diagrama de la figura 6.1 muestra los flujos de efectivo de los tres ciclos de vida (costo inicial, \$15 000; costos anuales, \$3 500; devolución del depósito, \$1 000). Demuestre la equivalencia al $i = 15\%$ del VP durante tres ciclos de vida y del VA durante un ciclo. En el ejemplo anterior, el valor presente calculado para la localidad A fue de $VP = \$45\,036$.

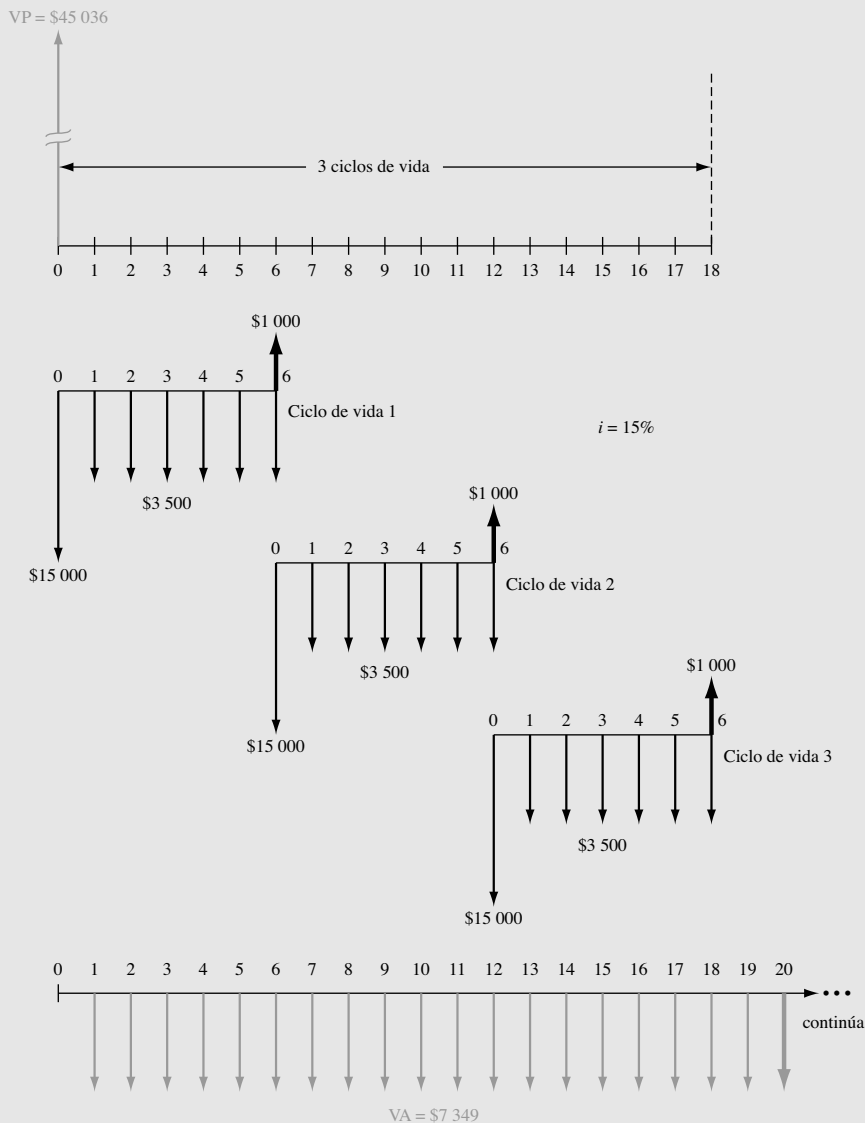
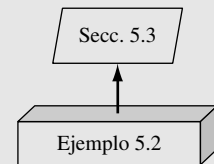


Figura 6.1

Valores VP y VA para tres ciclos de vida (ejemplo 6.1).

Solución

Se calcula el valor anual uniforme equivalente para todos los flujos de efectivo en el primer ciclo de vida.

$$VA = -15\,000(A/P, 15\%, 6) + 1\,000(A/F, 15\%, 6) - 3\,500 = \$-7\,349$$

Cuando se lleva a cabo el mismo cálculo sobre cada ciclo de vida, el VA es de \$-7 349. Después se aplica la ecuación [6.1] al VP para 18 años:

$$VA = -45\,036(A/P, 15\%, 18) = \$-7\,349$$

El VA de un ciclo de vida y el VP basado en 18 años son iguales.

Comentario

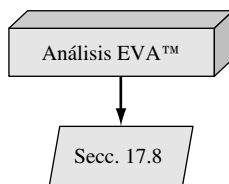
Si se aplica la relación de equivalencia entre el VF y el VA, primero se determina el VF a partir del VP durante el MCM; luego se calcula el VA (hay pequeños errores de redondeo).

$$VF = VP(F/P, 15\%, 18) = -45\,036(12.3755) = \$-557\,343$$

$$VA = VF(A/F, 15\%, 18) = -557\,343(0.01319) = \$-7\,351$$

El valor anual no sólo constituye un excelente método para llevar a cabo estudios de ingeniería económica, sino que también se utiliza en cualquier caso donde sea factible aplicar un análisis de VP (de VF y de beneficio/costo). El método del VA es particularmente útil en cierta clase de estudios: estudios de reemplazo de activos y de tiempos de retención para minimizar costos anuales globales (ambos examinados en el capítulo 11), estudios de punto de equilibrio y decisiones de fabricar o comprar (capítulo 13), así como en todos los estudios relacionados con costos de fabricación o producción, en los que la medida costo/unidad o rendimiento/unidad constituye el foco de atención.

Si se toman en cuenta los impuestos sobre la renta, algunas grandes empresas e instituciones financieras utilizan un enfoque ligeramente distinto del método del VA, conocido con el término *valor económico agregado*, o EVATM. (El símbolo EVA constituye una marca registrada vigente de Stern Stewart y Compañía.) Esta técnica se centra en el potencial de crecimiento de capital que una alternativa ofrece a una corporación. Los valores resultantes del EVA son el equivalente de un análisis del VA de flujos de efectivo después de impuestos.



6.2 CÁLCULO DE LA RECUPERACIÓN DE CAPITAL Y DE VALORES DEL VA

Una alternativa debería tener las siguientes estimaciones de flujos de efectivo:

Inversión inicial P. Representa el costo inicial total de todos los activos y servicios necesarios para empezar la alternativa. Cuando partes de estas inversiones se llevan a cabo durante varios años, su valor presente constituye una inversión inicial equivalente. Esta cantidad se denota con P .

Valor de salvamento S. Es el valor terminal estimado de los activos al final de su vida útil. S tiene un valor de cero si no se anticipa ningún valor de salvamento; S es negativo si la disposición de los activos tendrá un costo monetario. En periodos de estudio más cortos que la vida útil, S es el valor comercial estimado o valor comercial al final del periodo de estudio.

Cantidad anual A. Es la cantidad anual equivalente (costos exclusivos para alternativas de servicio; costos y entradas para alternativas de ingresos). A menudo se trata de un costo de operación anual (COA); así que la estimación es, de hecho, un valor equivalente A .

El valor anual (VA) para una alternativa está conformado por dos elementos: la recuperación del capital para la inversión inicial P a una tasa de interés establecida (por lo general la TMAR) y la cantidad anual equivalente A . Las siglas RC se emplean para indicar el elemento relativo a la recuperación del capital. En forma de ecuación, se tiene que

$$VA = -RC - A \quad [6.2]$$

Tanto RC como A son negativos en virtud de que representan costos. La cantidad anual total A se determina a partir de los costos periódicos uniformes (y posiblemente ingresos) y cantidades no periódicas. Los factores P/A y P/F pueden ser necesarios para obtener, primero, una cantidad presente y, después, el factor A/P convierte esta cantidad en el valor A de la ecuación [6.2]. (Si la alternativa tiene que ver con un proyecto de ingresos, habrá estimaciones positivas de flujos de efectivo en los cálculos del valor de A .)

La recuperación de una cantidad de capital P comprometida para un activo, más el valor del capital en el tiempo a una tasa de interés particular, constituye un principio fundamental del análisis económico. *La recuperación de capital es el costo anual equivalente de la posesión del activo más el rendimiento sobre la inversión inicial.* El factor A/P se utiliza para convertir P a un costo anual equivalente. Si hay un valor de salvamento positivo anticipado S al final de la vida útil del activo, su valor anual equivalente se elimina mediante el factor A/F . Esto reduce el costo anual equivalente de posesión del activo. Así, la RC es igual a:

$$RC = -[P(A/P, i, n) - S(A/F, i, n)] \quad [6.3]$$

El cálculo de RC y VA se ilustra en el ejemplo 6.2.

EJEMPLO 6.2

Lockheed Martin está incrementando la fuerza de empuje adicional del motor principal de sus cohetes, con la finalidad de obtener más contratos de lanzamiento de satélites con empresas europeas interesadas en inaugurar nuevos mercados globales de comunicaciones. Se espera que un equipo de rastreo colocado en tierra requiera una inversión de \$13 millones, de los cuales \$8 millones se comprometen ahora, y los restantes \$5 millones se gastan al final del año 1 del proyecto. Se espera que los gastos de operación anuales para

el sistema comiencen a efectuarse el primer año y continúen a \$0.9 millones anuales. La vida útil del rastreador es de 8 años, con un valor de salvamento de \$0.5 millones. Calcule el VA para el sistema, si la TMAR actual de la corporación es de 12% anual.

Solución

Los flujos de efectivo (figura 6.2a) para el sistema de rastreo deben convertirse en una serie de flujos de efectivo de VA equivalente durante 8 años (figura 6.2b). (Las cantidades se expresan en unidades de \$1 millón.) Los COA son de $A = -0.9$ anuales, y la recuperación del capital se calcula mediante la ecuación [6.3]. El valor presente P el año 0 de las dos inversiones separadas de \$8 y \$5 se determina *antes* de multiplicar por el factor A/P .

$$\begin{aligned} RC &= -\{[8.0 + 5.0(P/F, 12\%, 1)](A/P, 12\%, 8) - 0.5(A/F, 12\%, 8)\} \\ &= -\{[12.46](0.2013) - 0.040\} \\ &= \$-2.47 \end{aligned}$$

La interpretación correcta de este resultado es de gran importancia para Lockheed Martin, lo cual significa que en cada uno de los 8 años, el rendimiento total equivalente del rastreador debe ser de, por lo menos, \$2 470 000 *para recuperar justo la inversión del valor presente inicial más el rendimiento requerido del 12% anual*. Esto no incluye el COA de \$0.9 millones cada año.

Como esta cantidad, $RC = \$-2.47$ millones, es un *costo anual equivalente*, según lo indica el signo menos, el VA total se determina con la ecuación [6.2].

$$VA = -2.47 - 0.9 = \$-3.37 \text{ millones anuales}$$

Éste es el VA para todos los ciclos de vida futuros de 8 años, siempre y cuando los costos se eleven a la misma tasa de interés que la inflación; asimismo, se espera que los mismos costos y servicios se apliquen en cada uno de los ciclos de vida subsiguientes.

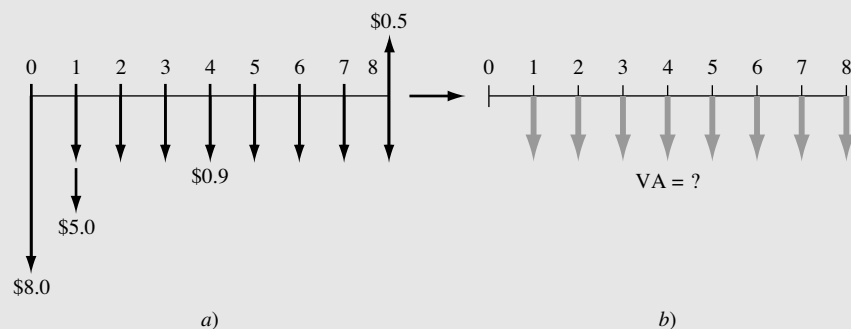


Figura 6.2

a) Diagrama de flujo de efectivo de los costos del rastreador de satélite; b) conversión a un VA equivalente (en unidades de \$1 millón; ejemplo 6.2).

Existe una segunda forma, también correcta, para determinar la RC. Cualquiera de los métodos ofrece el mismo resultado. En la sección 2.3 se estableció la relación entre los factores A/P y A/F de la siguiente manera:

$$(A/F, i, n) = (A/P, i, n) - i$$

Ambos factores se encuentran presentes en la ecuación [6.3] de RC. Si se sustituye el factor A/F , se obtiene:

$$\begin{aligned} RC &= -\{P(A/P, i, n) - S[(A/P, i, n) - i]\} \\ &= -(P - S)(A/P, i, n) + S(i) \end{aligned} \quad [6.4]$$

Hay una lógica fundamental detrás de esta fórmula. Restar S de la inversión inicial P antes de aplicar el factor A/P , implica que se recuperará el valor de salvamento. Esto reduce la RC, el costo anual de propiedad del activo. Sin embargo, el hecho de que S no se recupere hasta el año n de la posesión queda compensado cargando el interés anual $S(i)$ a la RC.

En el ejemplo 6.2, la aplicación de esta segunda técnica para calcular la RC da como resultado el mismo valor.

$$\begin{aligned} RC &= -\{[8.0 + 5.0(P/F, 12\%, 1) - 0.5](A/P, 12\%, 8) + 0.5(0.12)\} \\ &= -\{[12.46 - 0.5](0.2013) + 0.06\} = \$-2.47 \end{aligned}$$

A pesar de que cualquier fórmula de RC da como resultado la misma cantidad, es mejor aplicar consistentemente el mismo método. En esta obra emplearemos el primer método (ecuación [6.3]).

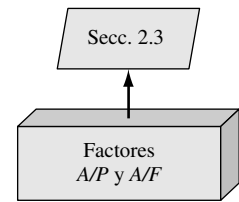
Para obtener la solución por computadora, se emplea la función PAGO para determinar exclusivamente la RC en una sola celda de la hoja de cálculo. La función general $\text{PAGO}(i\%, n, P, F)$ se vuelve a escribir usando la inversión inicial, como P y $-S$, para el valor de salvamento. El formato es el siguiente:

$$\text{PAGO}(i\%, n, P, -S)$$

Como ejemplo, determine el valor de la RC en el caso del ejemplo 6.2 exclusivamente. Como la inversión inicial se distribuye a lo largo de 2 años (\$8 millones el año 0 y \$5 millones el año 1), la función VP se inserta en PAGO para determinar el *costo* equivalente P para el año 0. La función completa para la cantidad RC exclusivamente (en unidades de \$1 millón) es $\text{PAGO}(12\%, 8, 8 + \text{VP}(12\%, 1, -5), -0.5)$, donde se ha insertado la función VP indicada con *itálicas*. La respuesta, \$-2.47 millones, aparecerá en la celda de la hoja de cálculo.

6.3 ALTERNATIVAS DE EVALUACIÓN MEDIANTE EL ANÁLISIS DEL VALOR ANUAL

El método del valor anual por lo común es la técnica de evaluación más sencilla de llevar a cabo cuando se especifica la TMAR. La alternativa elegida posee el menor costo anual equivalente (alternativas de servicio) o el mayor ingreso equivalente



(alternativas de ingresos). Esto implica que las directrices de elección son las mismas que en el caso del método del VP, salvo que se emplea el VA.

Para alternativas mutuamente exclusivas, calcule el VA usando la TMAR.

Una alternativa: $VA \geq 0$, la TMAR se alcanza o se rebasa.

Dos o más alternativas: se elige el costo mínimo o el ingreso máximo reflejados en el valor VA (numéricamente más grande).

Si en la sección 6.1 un supuesto no resulta aceptable para una alternativa, se debe aplicar un análisis de periodo de estudio. Después las estimaciones de flujos de efectivo a lo largo del periodo de estudio se convierten en cantidades de VA. Este hecho se ilustrará más tarde en el ejemplo 6.4.

EJEMPLO 6.3

A PizzaRush, que se encuentra ubicada en el área general de Los Ángeles, le va bastante bien en la competencia que tiene que ver con ofrecer un servicio de entrega rápida. Muchos estudiantes de las universidades del área trabajan de tiempo parcial entregando órdenes solicitadas por la red en PizzaRush.com. El dueño, un ingeniero graduado en sistemas y programas de computación en la Universidad del Sur de California, tiene planes de comprar e instalar cinco sistemas portátiles para automóvil con el objetivo de incrementar la velocidad y la precisión de entrega. Los sistemas ofrecen un vínculo entre el programa de colocación de la orden en la red y el sistema On-Star® (para las direcciones generadas por satélite para cualquier domicilio en el área de Los Ángeles). El resultado que se espera consiste en lograr un servicio más rápido y amable para el cliente, además de mayores rendimientos para PizzaRush.

Cada sistema tiene un costo de 4 600 dólares, con una vida útil de 5 años y se estima un valor de salvamento de \$300. El costo total de operación de todos los sistemas es de \$650 para el primer año, los cuales se incrementan en \$50 anuales en lo sucesivo. La TMAR es de 10%. Lleve a cabo una evaluación del valor anual para responder las siguientes preguntas del dueño. Obtenga la solución a mano y por computadora, como se indica.

- ¿De cuánto es el ingreso nuevo anual necesario para recuperar la inversión, con una TMAR de 10% anual? Obtenga dicho valor tanto a mano como con computadora.
- El propietario estima conservadoramente un incremento en los ingresos de \$1 200 anuales para los cinco sistemas. ¿Es viable financieramente el proyecto desde el punto de vista de la TMAR? Resuelva el problema a mano y por computadora.
- Con base en la respuesta del inciso b), use la computadora para determinar cuál es el ingreso nuevo que debe tener Pizza Rush para que el proyecto se justifique en el aspecto económico. Los costos de operación continúan tal como se estimaron.

Solución a mano

a) y b) Los valores de RC y VA responderán estas dos preguntas. La figura 6.3 muestra el flujo de efectivo para los cinco sistemas. Aplique la ecuación [6.3] para calcular la recuperación de capital al 10%.

$$\begin{aligned} RC &= 5(4\,600)(A/P, 10\%, 5) - 5(300)(A/F, 10\%, 5) \\ &= \$5\,822 \end{aligned}$$

La viabilidad financiera puede determinarse sin calcular el VA. Los \$1 200 de nuevos ingresos son sustancialmente inferiores a la RC de \$5 822, que aún no incluye los costos

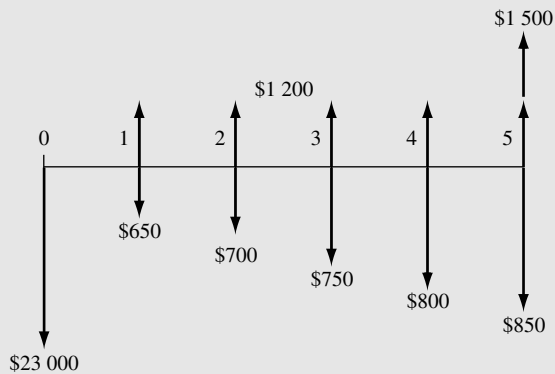


Figura 6.3
Diagrama de flujo de
efectivo para calcular VA
(ejemplo 6.3).

anuales. En efecto, la compra no está justificada económicamente. No obstante, para completar el análisis, hay que determinar el VA. Los costos anuales de operación e ingresos forman una serie con gradiente aritmético con una base de \$550 el año 1, y una reducción de \$50 anuales durante 5 años. La fórmula del VA es:

$$\begin{aligned}\text{VA} &= -\text{recuperación del capital} + \text{ingreso neto equivalente} \\ &= -5\,822 + 550 - 50(A/G, 10\%, 5) \\ &= \$-5\,362\end{aligned}$$

Éste es el monto neto equivalente del año 5 para recuperar la inversión y los costos de operación estimados al 10% anual de rendimientos. Así se demuestra, de nuevo, que definitivamente la alternativa no es viable desde un punto de vista financiero a la TMAR = 10%. Observe que los \$1 200 anuales adicionales de ingresos estimados, compensados por los costos de operación, redujeron el monto anual requerido de \$5 822 a \$5 362.

Solución por computadora

La hoja de cálculo (figura 6.4) muestra los flujos de efectivo para la inversión, los costos de operación y el ingreso anual en columnas diferentes. Las funciones tienen un formato variable global para que el análisis de sensibilidad se lleve a cabo con mayor rapidez.



- a) y b) El valor de la recuperación del capital de \$5,822 aparece en la celda B7, que se determina por medio de una función PAGO con una función incorporada VPN. Las celdas C7 y D7 también utilizan la función PAGO para determinar el equivalente anual de los costos e ingresos, de nuevo con una función VPN incorporada.

La celda F11 presenta la respuesta final de VA = \$-5,362, que es la suma de los tres componentes de VA en la fila 7.

- c) Para calcular el ingreso (columna D) necesario para justificar el proyecto, debe aparecer el valor de VA = \$0 en la celda F11. Otras estimaciones conservan el mismo valor. Como todos los ingresos anuales de la columna D reciben su valor de la celda B4, hay que cambiar la entrada en B4 hasta que en F11 aparezca '\$0' lo cual ocurre en \$6,562. (Estas cantidades no aparecen en las celdas B4 y F11 de la figura 6.4.) El dueño de PizzaRush tendría que incrementar el valor estimado del ingreso adicional, para el nuevo sistema, de \$1,200 a \$6,562 anuales para obtener rendimientos de 10%. Se trata de un incremento sustancial.

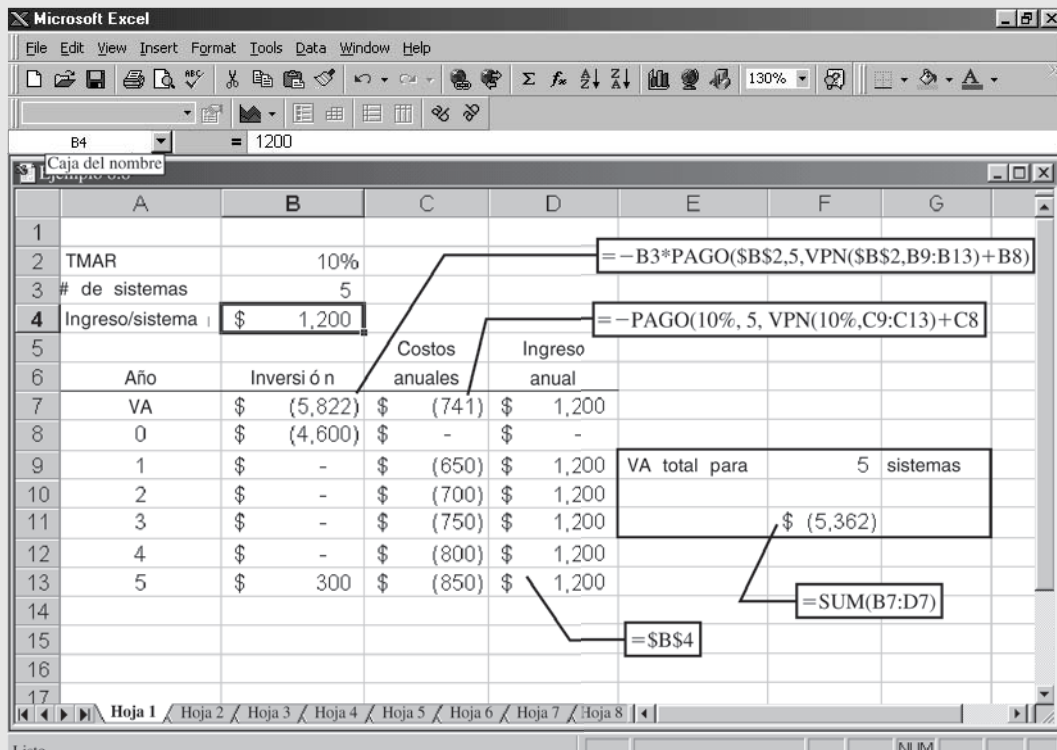
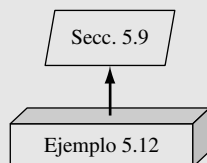


Figura 6.4

Solución en hoja de cálculo [ejemplo 6.3 a) y b)].

EJEMPLO 6.4



En el ejemplo 5.12, el análisis del VP se llevó a cabo a) sobre el MCM de 24 años y b) sobre un periodo de estudio de 6 años. Compare los dos planes para Southeastern Cement, bajo las mismas condiciones aplicando el método de VA. La TMAR es de 15%. Resuelva a mano y por computadora.

Solución a mano

a) Aun cuando los dos elementos que componen el plan A, las máquinas para movimiento de tierras y los adaptadores de descarga, tienen diferentes vidas, el análisis de VA se lleva a cabo para un solo ciclo de vida de cada componente. Cada VA se encuentra formado por la RC más el costo de operación anual. Apliquemos la ecuación [6.3] para determinar el monto de RC.

$$\begin{aligned}
 VA_A &= RC_{\text{máquinas}} + RC_{\text{adaptador}} + COA_{\text{máquinas}} + COA_{\text{adaptador}} \\
 RC_{\text{máquinas}} &= -90\,000(A/P, 15\%, 8) + 10\,000(A/F, 15\%, 8) = \$-19\,328 \\
 RC_{\text{adaptador}} &= -28\,000(A/P, 15\%, 12) + 2\,000(A/F, 15\%, 12) = \$-5\,096 \\
 COA_A \text{ total} &= \$-12\,000 - 300 = \$-12\,300
 \end{aligned}$$

El VA total para cada plan es:

$$VA_A = -19\,328 - 5\,096 - 12\,300 = \$-36\,724$$

$$\begin{aligned} VA_B &= RC_{\text{transportador}} + COA_{\text{transportador}} \\ &= -175\,000(A/P, 15\%, 24) + 10\,000(A/F, 15\%, 24) - 2\,500 = \$-29\,646 \end{aligned}$$

Elija el plan B, la misma decisión que la del análisis VP.

- b) En el caso del periodo de estudio, efectúe el mismo análisis con $n = 6$ en todos los factores, después de actualizar los valores de salvamento con los valores residuales.

$$\begin{aligned} RC_{\text{máquinas}} &= -90\,000(A/P, 15\%, 6) + 40\,000(A/F, 15\%, 6) = \$-19\,212 \\ RC_{\text{transportador}} &= -28\,000(A/P, 15\%, 6) + 2\,000(A/F, 15\%, 6) = \$-7\,170 \\ VA_A &= -19\,212 - 7\,170 - 12\,300 = \$-38\,682 \\ VA_B &= RC_{\text{transportador}} + COA_{\text{transportador}} \\ &= -175\,000(A/P, 15\%, 6) + 25\,000(A/F, 15\%, 6) - 2\,500 \\ &= \$-45\,886 \end{aligned}$$

Ahora, elija el plan A porque su VA de costos es menor.

Comentario

Existe una relación fundamental entre los valores VP y VA del inciso a). Como lo indica la ecuación [6.1], si se tiene el VP de cierto plan, el VA se determina calculando $VA = VP(A/P, i, n)$; o si se tiene VA, entonces $VP = VA(P/A, i, n)$. Para obtener el valor correcto, debe utilizarse el MCM en todos los valores de n , en virtud de que el método de evaluación VP debe aplicarse durante un periodo igual en cada alternativa, para asegurar una comparación de servicio igual. Los valores VP, tomando en cuenta el redondeo, son los mismos que los determinados en el ejemplo 5.12, figura 5.9.

$$VP_A = VA_A(P/A, 15\%, 24) = \$-236\,275$$

$$VP_B = VA_B(P/A, 15\%, 24) = \$-190\,736$$

Solución por computadora

- a) Véase la figura 6.5a. Ésta cuenta exactamente con el mismo formato que el que se empleó en el caso de la evaluación de VP sobre el MCM de 24 años (figura 5.9), salvo que aquí aparecen los *flujos de efectivo para un ciclo de vida*, y que las funciones VPN localizadas en los encabezados de cada columna ahora son *funciones "PAGO" con la función VPN incorporada*. Las etiquetas de las celdas indican dos de las funciones PAGO, donde el signo menos al principio garantiza que el resultado es un costo en el VA (valor anual) total de cada plan (celdas H19 y H22). (La parte inferior de la hoja de cálculo no aparece. El plan B continúa toda su vida con el valor de salvamento \$10,000 en el año 24, y el costo anual de \$2,500 continúa hasta el año 24.)

Los valores RC y VA (valor anual) obtenidos aquí son los mismos que los que arrojó la solución a mano. Se elige el plan B.

$$\text{Plan A:} \quad RC_{\text{máquinas}} = \$-19,328 \quad (\text{en B8}) \quad RC_{\text{adaptador}} = \$-5,097 (\text{en D8})$$

$$VA_A = \$-36,725 \quad (\text{en H19})$$

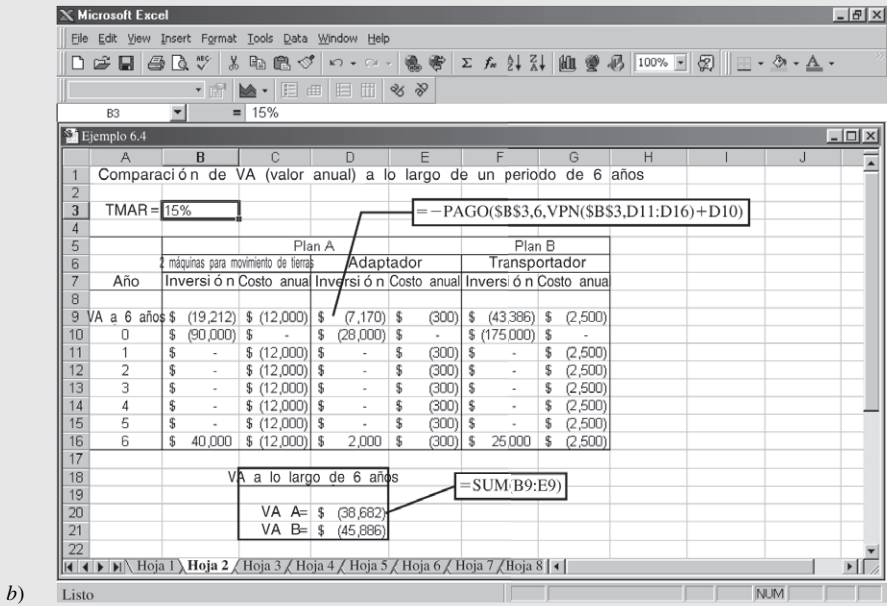
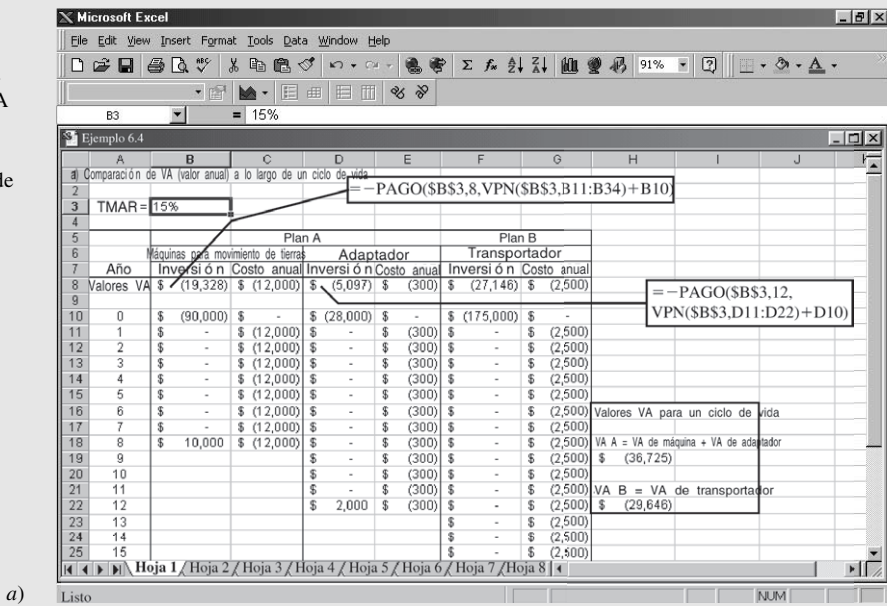
$$\text{Plan B:} \quad RC_{\text{transportador}} = \$-27,146 \quad (\text{en F8}) \quad VA_B = \$-29,646 (\text{en H22})$$

- b) En la figura 6.5b, las vidas se reducen para el periodo de estudio de 6 años. Los valores residuales estimados el año 6 se introducen (16 celdas del renglón) y se eli-



Figura 6.5

Solución en hoja de cálculo donde se utiliza una comparación del VA (valor anual) de dos alternativas: a) un ciclo de vida; b) un periodo de estudio de 6 años (ejemplo 6.4).



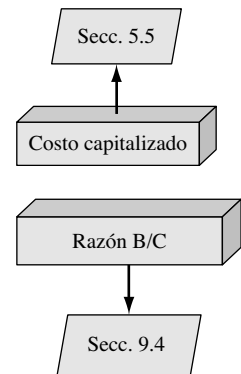
minan todas las cantidades COA más allá de 6 años. Cuando el valor n en cada función PAGO se ajusta de 8, 12 o 24 años a 6 en cada caso, aparecen nuevos valores RC, y las celdas D20 y D21 exhiben los nuevos valores VA. Ahora se elige el plan A, ya que éste incluye un VA de costos menor. Este resultado es el mismo que el que se obtiene en el análisis VP de la figura 5.10 para el ejemplo 5.12b.

Si los proyectos son *independientes*, se calcula el valor de VA (valor anual) usando la TMAR. Todos los proyectos que satisfacen la relación $VA \geq 0$ son aceptables.

6.4 VA (VALOR ANUAL) DE UNA INVERSIÓN PERMANENTE

En esta sección se estudia el valor anual equivalente del costo capitalizado. La evaluación de proyectos del sector público, como control de inundaciones, canales de riego, puentes y otros proyectos a gran escala, exigen la comparación de alternativas con vidas de tal duración que podrían considerarse infinitas en términos del análisis económico. En este tipo de análisis, el valor anual de la inversión inicial constituye el interés anual perpetuo ganado sobre la inversión inicial, es decir, $A = Pi$, la ecuación 5.3; sin embargo, el valor A también es el monto de la recuperación de capital. (Esta misma fórmula se utilizará nuevamente cuando se estudien las razones beneficio/costo.)

Los flujos de efectivo periódicos a intervalos regulares o irregulares se manejan exactamente como en los cálculos convencionales del VA; se convierten a cantidades anuales uniformes equivalentes A para un ciclo. Esta operación los anualiza automáticamente para cada ciclo de vida subsiguiente, según se estudió en la sección 6.1. Se suman los valores de A a la cantidad RC para determinar el VA total, como en la ecuación [6.2].



EJEMPLO 6.5

La Oficina de Reciclaje de Estados Unidos considera tres propuestas para incrementar la capacidad del canal de desagüe principal, en una región agrícola de Nebraska. La propuesta A requiere el dragado del canal, con el propósito de remover el sedimento y la maleza acumulada durante los años anteriores de la operación. La capacidad del canal tendrá que mantenerse en el futuro cerca del flujo máximo para el que fue diseñado, como consecuencia del incremento de la demanda de agua. La Oficina tiene planes de comprar equipo de dragado y accesorios con un valor de \$650 000. Se espera que el equipo tenga una vida de 10 años con un valor de salvamento de \$17 000. Se estima que los costos anuales de operación serán de un total de \$50 000. Para controlar la maleza en el canal y las orillas, se rociarán herbicidas que no dañan el medio durante la temporada de riego. Se espera que el programa de control de maleza tenga un costo anual de \$120 000.

La propuesta B consiste en recubrir el canal con concreto, lo cual tendrá un costo inicial de \$4 millones. Se supone que el recubrimiento será permanente, aunque habrá necesidad de un mantenimiento mínimo cada año a un costo de \$5 000. Además, se harán reparaciones del recubrimiento cada 5 años a un costo de \$30 000.

La propuesta C consiste en instalar una nueva tubería por una ruta distinta. Los cálculos son los siguientes: un costo inicial de \$6 millones; \$3 000 de mantenimiento anual para el derecho de paso y una vida de 50 años.

Compare las alternativas sobre la base del valor anual, utilizando una tasa de interés de 5% anual.

Solución

Ya que se trata de una inversión para un proyecto permanente, se calcula el VA para un ciclo de todos los costos recurrentes. Para las propuestas A y C, los valores de RC se

determinan con la ecuación [6.3], con $n_A = 10$ y $n_C = 50$, respectivamente. Para la propuesta B, RC es sencillamente igual a $P(i)$.

Propuesta A

RC del equipo de dragado:	
$-650\,000(A/P, 5\%, 10) + 17\,000(A/F, 5\%, 10)$	\$ -82 824
Costo anual del dragado	-50 000
Costo anual del control de maleza	-120 000
	<u>\$ -252 824</u>

Propuesta B

RC de la inversión inicial: $-4\,000\,000(0.05)$	\$ -200 000
Costo de mantenimiento anual	-5 000
Costo de reparación del recubrimiento: $-30\,000(A/F, 5\%, 5)$	-5 429
	<u>-210 429</u>

Propuesta C

RC de la tubería: $-6\,000\,000(A/P, 5\%, 50)$	\$ -328 680
Costo de mantenimiento anual:	-3 000
	<u>\$ -331 680</u>

Se elige la propuesta B como resultado de que su VA de costos es el menor.

Comentario

Observe el uso del factor A/P para el costo de reparación del recubrimiento en la propuesta B. Se aplica el factor A/F en lugar del factor A/P , en vista de que el costo de reparación del recubrimiento empieza el año 5, no el año 0, y continúa indefinidamente a intervalos de 5 años.

Si la vida de 50 años de la propuesta C se considera infinita, $RC = P(i) = \$-300\,000$, en lugar de $\$-328\,680$ para $n = 50$. Ésta es una diferencia económica pequeña. La forma en que se consideren desde el punto de vista económico las vidas prolongadas de 40 años o más constituye una cuestión de práctica *local*.

EJEMPLO 6.6

Una ingeniera de Becker Consulting recibe un bono de \$10 000. Si hace un depósito ahora a una tasa de interés de 8% anual, ¿cuántos años debe acumularse el dinero antes de que ella pueda retirar \$2 000 anuales por siempre? Utilice una computadora para determinar la respuesta.

Solución por computadora

La figura 6.6 muestra el diagrama de flujo de efectivo. El primer paso consiste en calcular el monto total, P_n , que debe acumularse hasta el año n , exactamente un año antes del primer retiro de la serie perpetua anual $A = \$2\,000$. Es decir,

$$P_n = \frac{A}{i} = \frac{2\,000}{0.08} = \$25\,000$$

Utilícese la función NPER en una celda para determinar cuándo el depósito inicial de \$10,000 se convertirá en \$25,000 (figura 6.7, celda B4). La respuesta es 11.91 años. Si la



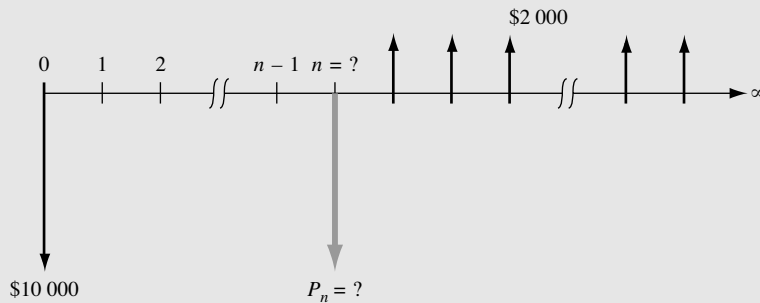


Figura 6.6

Diagrama para determinar n para un retiro perpetuo (ejemplo 6.6).

ingeniera deja el dinero en la cuenta 12 años y si cada año gana un 8% de intereses, asegura por siempre los \$2,000 anuales.

La figura 6.7 también muestra una solución más general en hoja de cálculo en las celdas B7 a B11. La celda B10 determina la suma acumulada con el propósito de recibir cualquier cantidad (celda B9) siempre al 8% (celda B7), y B11 incluye la función NPER formulada en formato de referencia a celdas, para cualquier tasa de interés, depósito y cantidad acumulada.

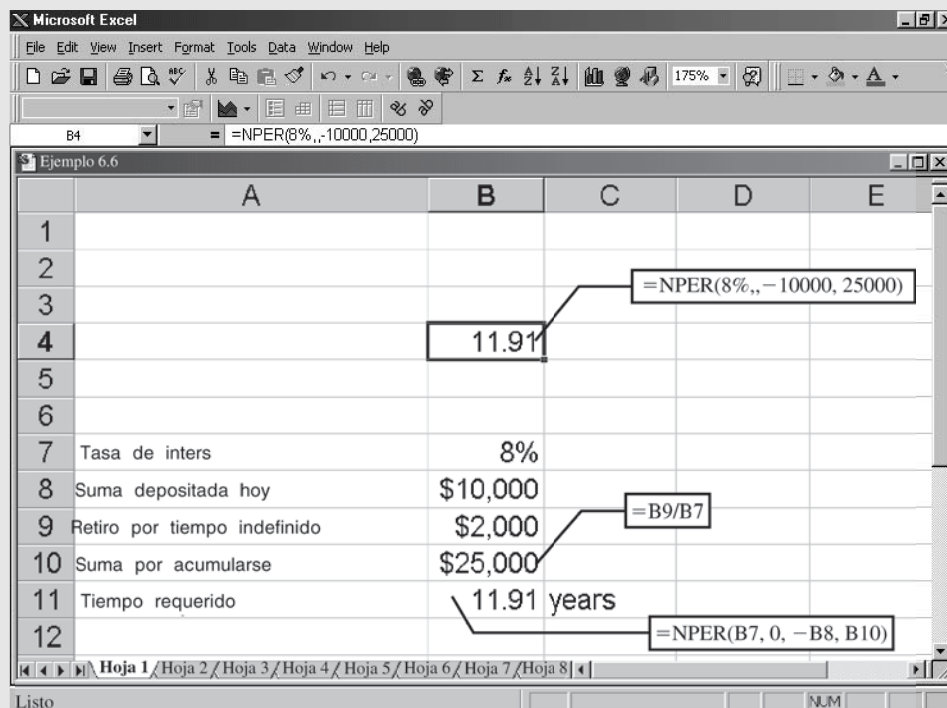


Figura 6.7

Dos soluciones en hoja de cálculo para determinar el valor de n aplicando la función NPER (ejemplo 6.6).

RESUMEN DEL CAPÍTULO

El método del valor anual para comparar alternativas a menudo se prefiere sobre el método del valor presente, ya que la comparación del VA tiene que ver con un solo ciclo de vida. Ésta es una ventaja diferente cuando se comparan alternativas de vida distintas. El VA para el primer ciclo de vida es el VA para el segundo, tercero y todos los ciclos de vida sucesivos, bajo ciertos supuestos. Cuando se especifica un periodo de estudio, el cálculo del VA se relaciona con dicho periodo, independientemente de las vidas de las alternativas. Como en el caso del método del valor presente, el valor que queda de una alternativa al final del periodo de estudio se reconoce calculando un valor comercial.

En el caso de las alternativas de vida a perpetuidad, el costo inicial se anualiza multiplicando sencillamente P por i . Si se trata de alternativas de vida finita, el VA a través de un ciclo de vida es igual al valor anual equivalente perpetuo.

PROBLEMAS

- 6.1 Suponga que una alternativa tiene 3 años de vida y que usted calculó su valor anual durante este ciclo de vida. Si se le pidiera que proporcionara el valor anual de la misma alternativa para un periodo de estudio de 4 años, la estimación del valor anual calculado para la alternativa con vida de 3 años, ¿sería válida para el periodo de estudio de 4 años? ¿Sí o no? ¿Por qué?
- 6.2 La máquina A tiene una vida de 3 años sin valor de rescate y suponga que el servicio que proporciona sería de solo 5 años. La alternativa A implica volver a comprar la máquina y conservarla durante 2 años únicamente. ¿Cuál tendría que ser su valor de rescate después de 2 años para que su valor anual fuera el mismo con el ciclo de vida de 3 años y una tasa de interés de 10% anual?

Año	Alternativa A, \$	Alternativa B, \$
0	-10 000	-20 000
1	-7 000	-5 000
2	-7 000	-5 000
3	-7 000	-5 000
4		-5 000
5		-5 000

Comparación de alternativas

- 6.3 Una empresa de consultoría en ingeniería estudia dos modelos de SUV para sus directivos. El de la marca General Motors tendrá un costo inicial de \$26 000, uno de operación de \$2 000, y un valor de rescate de \$12 000 después de 3 años. Por otra parte, el fabricado por Ford tendría un costo inicial de \$29 000, uno de operación de \$1 200, y un valor de reventa de \$15 000 una vez transcurridos 3 años. Con una tasa de interés de 15% anual, ¿cuál modelo debe comprar la compañía? Haga un análisis del valor anual.
- 6.4 Para desalojar los sedimentos del agua, una compañía textil grande trata de decidir cuál proceso debe usar después de la operación de secado. A continuación se muestra el costo asociado con los sistemas de centrifugación y banda compresora. Compárelas sobre la base de sus valores anuales con el empleo de una tasa de 10% por año.

	Centrífuga	Banda compresora
Costo inicial, \$	-250 000	-170 000
Costo de operación anual, \$/año	-31 000	-35 000
Reparación mayor en el año 2, \$	—	-26 000
Valor de rescate, \$	40 000	10 000
Vida, años	6	4

- 6.5** Un ingeniero químico estudia dos calibres de tubería para transportar productos destilados de una refinería al tanque de una granja. La compra de un tubo delgado costaría menos (incluyendo las válvulas y otros accesorios) pero tendría una elevada pérdida por fricción y, por lo tanto, un mayor costo de bombeo. Una tubería con estas características costaría \$1.7 millones una vez instalada y tendría un costo de operación de \$12 000 por mes. Otra de mayor diámetro costaría \$2.1 millones ya instalada, pero su costo de operación sería únicamente de \$8 000 por mes. ¿Qué calibre de tubo es más económico, con una tasa de interés de 1% mensual, según el análisis del valor anual? Suponga que el valor de rescate es el 10% del costo inicial para cada tubo al final del periodo de 10 años del proyecto.
- 6.6** Polymer Molding, Inc. estudia dos procesos para manufacturar drenes de tormentas. El plan A involucra el moldeo por inyección convencional, lo cual costaría \$2 millones porque requiere elaborar un molde de acero. Se espera que el costo de la inspección, mantenimiento y limpieza del molde sea de \$5 000 por mes. Como se espera que el costo de los materiales para el plan A sea el mismo que para el B, este costo no se incluirá en la comparación. El valor de rescate para el plan A se estima que será de 10% del costo inicial. El plan B involucra el uso de un proceso innovador que se conoce como compuestos virtuales de ingeniería en el que se usa un molde flotante, el cual utiliza un sistema de operación que ajusta constantemente la presión del agua alrededor del molde y de los productos químicos involucrados en el proceso. El costo inicial de la maquinaria para el molde flotante sólo es de \$25 000, pero debido a la novedad del proceso, se pronostica que los costos de personal y rechazo del producto sean mayores que los del proceso convencional. La compañía supone que los costos de operación serán de \$45 000 mensuales durante los primeros 8 meses, y que después disminuirán en \$10 000 por mes de entonces en adelante. Con este plan no habría valor de rescate. Con una tasa de interés del 12% anual, con capitalización mensual, ¿cuál proceso debe seleccionar la empresa de acuerdo con el análisis del valor anual, para un periodo de estudio de 3 años?
- 6.7** Un ingeniero industrial analiza la compra de dos robots para una compañía que manufactura fibra óptica. El robot X tendría un costo inicial de \$85 000, otro anual de mantenimiento y operación (M&O) de \$30 000, y un valor de rescate de \$40 000. El robot Y tendría un costo inicial de \$97 000, costos de M&O de \$27 000 por año, y un valor de rescate de \$48 000. ¿Cuál debiera seleccionar sobre la base de comparar su valor anual con una tasa de interés de 12% anual? Use un periodo de estudio de 3 años.
- 6.8** La medición precisa del flujo de aire requiere tubos rectos sin obstrucciones para un mínimo de 10 diámetros flujo arriba y 5 diámetros flujo abajo del dispositivo de medición. Para una aplicación en particular, las restricciones físicas comprometen la distribución de los tubos, por lo que el ingeniero planea instalar los aparatos medidores en un codo, aunque sabe que las mediciones serán menos precisas, pero suficientemente buenas para el control del proceso. El anterior es el plan A, que resulta aceptable sólo por 2 años, después de lo cual estará disponible otro sistema de medición de flujo más exacto y con los mismos costos que el plan A,

cuyo costo inicial es de \$25 000, con un importe por mantenimiento anual estimado en \$4 000. El plan B involucra la instalación de una sonda sumergible de flujo de aire hecha de acero inoxidable y que puede instalarse dentro de un tubo con un transmisor localizado en un compartimiento a prueba de agua en la barandilla. El costo de este sistema es de \$88 000, pero gracias a su exactitud no tendrá que reemplazarse en al menos 6 años. Se estima que su costo de mantenimiento sea de \$1 400 anual. Ninguno de los sistemas tendrá valor de rescate. Con una tasa de interés de 12% anual, ¿cuál debe seleccionarse, con el criterio de comparar su valor anual?

6.9 Un ingeniero mecánico analiza dos tipos de sensores de presión para una línea de vapor de baja presión. ¿Cuál debe seleccionarse, con base en la comparación del valor anual, con una tasa de interés de 12% por año? Los costos se muestran a continuación.

	Tipo X	Tipo Y
Costo inicial, \$	-7 650	-12 900
Costo de mantenimiento, \$/año	-1 200	-900
Valor de rescate, \$	0	2 000
Vida, años	2	4

6.10 Las máquinas cuyos datos se muestran en la parte inferior se analizan para mejorar un proceso automático de envoltura de caramelos. Determine cuál debe seleccionarse, según el criterio del valor anual, con el empleo de una tasa de interés de 15% por año.

	Máquina C	Máquina D
Costo inicial, \$	-40 000	-65 000
Costo anual, \$/año	-10 000	-12 000
Valor de rescate, \$	12 000	25 000
Vida, años	3	6

6.11 Para producir un polímero pueden usarse dos procesos que reducen las pérdidas por fricción en las máquinas. El proceso K

tendría un costo inicial de \$160 000, otro de operación de \$7 000 mensuales, y un valor de rescate de \$40 000 después de 2 años de vida. El proceso L tendría un costo inicial de \$210 000, otro de operación de \$5 000 por mes, y un valor de rescate de \$26 000 después de 4 años de vida. ¿Cuál proceso debe seleccionarse, de acuerdo con el análisis de valor anual, con un interés de 12% por año, compuesto mensualmente?

6.12 Dos proyectos mutuamente excluyentes tienen los flujos de efectivo estimados que se indica a continuación. Utilice un análisis de valor anual para determinar cuál debe seleccionarse, con una tasa de interés de 10% anual.

	Proyecto Q	Proyecto R
Costo inicial, \$	-42 000	-80 000
Costo anual, \$/año	-6 000	-7 000 en el año 1, con incremento de \$1 000 por año
Valor de rescate, \$	0	4 000
Vida, años	2	4

6.13 Un ingeniero ambiental estudia tres métodos para eliminar un sedimento químico que no es peligroso: aplicación de tierra, incineración por capas fluidas, y un contrato para que la eliminación sea llevada a cabo por un particular. Determine cuál tiene el menor costo según el criterio de comparar su valor anual, con el 12% por año. Los detalles de cada método se muestran a continuación.

	Aplicación de tierra	Incineración	Contrato
Costo inicial, \$	-110 000	-800 000	0
Costo anual, \$/año	-95 000	-60 000	-190 000
Valor de rescate, \$	15 000	250 000	0
Vida, años	3	6	2

6.14 El departamento de carreteras estatales trata de decidir si debe colocar baches en una sección pequeña de un camino local o repavimentarlo. Si se usa el método del

bacheo, se requerirían aproximadamente 300 metros cúbicos de material, con un costo de \$700 por metro cúbico (en el sitio). Además, al mismo tiempo tendrían que mejorarse las cunetas a un costo de \$24 000. Estas mejoras durarían al menos 2 años y después tendrían que volverse a hacer. El costo anual del mantenimiento preventivo en la carretera bacheada sería de \$5 000. La alternativa es que el Estado repavimente el camino, con un costo de \$850 000. Esta superficie duraría al menos 10 años si se le da mantenimiento, lo que costaría \$2 000 por año, y comienza dentro de 3 años. Cualquiera que sea la alternativa seleccionada, el camino se reconstruiría por completo dentro de 10 años. Con una tasa de interés de 8% anual, ¿cuál alternativa debe seleccionar el Estado, según el análisis del valor anual?

Inversiones permanentes y proyectos

- 6.15** ¿Cuánto debe depositar usted en su cuenta de ahorros para el retiro si comienza *hoy* y continúa haciéndolo anualmente hasta el noveno año (es decir, 10 depósitos), si desea tener la capacidad de retirar \$80 000 por año para siempre, y empieza a hacerlo dentro de 30 años? Suponga que la cuenta gana un interés de 10% anual.
- 6.16** ¿Cuál es la *diferencia* en el valor anual entre una inversión de \$100 000 anuales durante 100 años, y una inversión de \$100 000 anuales para siempre, con una tasa de interés de 10% por año?
- 6.17** Una agente de bolsa afirma que puede ganar 15% de manera consistente con el dinero de un inversionista. Si ella invierte \$20 000 ahora, \$40 000 dentro de dos años y \$10 000 anuales hasta el año 11, y comienza a hacer esto cuatro años después de hoy, ¿cuánto dinero podría retirar el cliente cada año y para siempre, si se inicia dentro de 12 años, la agente de bolsa logra lo que dijo y la cuenta gana 6% anual del año 12 en adelante? Ignore los impuestos.
- 6.18** Determine el valor anual equivalente perpetuo (en los años 1 al infinito) de una inversión de \$50 000 en el tiempo 0 y \$50 000 anuales de entonces en adelante (para siempre), con una tasa de interés de 10% por año.
- 6.19** El flujo de efectivo asociado con el arreglo y mantenimiento de un monumento ubicado en Washington, D.C., es de \$100 000 ahora y \$50 000 cada 5 años para siempre. Determine su valor anual equivalente perpetuo (en los años 1 al infinito) con una tasa de interés de 8% anual.
- 6.20** El costo asociado con el mantenimiento de caminos rurales sigue un patrón predecible: por lo general no existen costos durante los tres primeros años, pero de ahí en adelante se requiere un mantenimiento que incluye pintar, control de malezas, sustituciones pequeñas, reparación de cunetas, etc. Para cierta sección de una autopista se proyecta que estos costos sean de \$6 000 en el año 3, \$7 000 en el 4, y cantidades que se incrementan \$1 000 por año durante la vida esperada de 30 años de dicha vía. Suponga que es reemplazada con una carretera similar, ¿cuál es su valor anual equivalente perpetuo (en los años 1 al infinito) con una tasa de interés de 8% por año?
- 6.21** Un filántropo que trabaja para establecer un fondo permanente quiere depositar dinero cada año, comenzando *ahora* y haciendo 10 depósitos más (es decir, 11 depósitos), de modo que haya dinero disponible para investigaciones relacionadas con la colonización planetaria. Si el monto del primer depósito es de \$1 000 000, y cada uno de los sucesivos es mayor en \$100 000 al anterior, ¿cuánto habría disponible para siempre a partir del año 11, si el fondo percibe una tasa de interés de 10% anual?
- 6.22** Para la secuencia de flujo de efectivo que se muestra a continuación (en miles de dólares), determine la cantidad de dinero que puede retirarse cada año durante un

periodo infinito de tiempo, si el primer retiro se hará en el año 10 y la tasa de interés es de 12% anual.

Año	0	1	2	3	4	5	6
Monto del depósito, \$	100	90	80	70	60	50	40

6.23 Una compañía que manufactura interruptores magnéticos de membrana investiga tres opciones de producción, las cuales tienen los flujos de efectivo que se muestran más abajo. a) Determine cuál opción es preferible con una tasa de interés de 15%

anual. b) Si las opciones son independientes, determine cuáles son económicamente aceptables (todos los valores de dinero están en millones).

	En la empresa	Licencia	Contrato
Costo inicial, \$	-30	-2	0
Costo anual, \$/año	-5	-0.2	-2
Ingreso anual, \$/año	14	1.5	2.5
Valor de rescate, \$	7	—	—
Vida, años	10	∞	5

PROBLEMAS DE REPASO FI

Nota: La convención de signos que se emplea en el examen de FI puede ser contraria a la que aquí se utiliza. Es decir, que en el examen de FI, los costos pueden ser positivos y los ingresos negativos.

6.24 Para las alternativas mutuamente excluyentes que se muestran a continuación, determine cuál o cuáles deben seleccionarse.

Alternativa	Valor anual, \$/año
A	-25 000
B	-12 000
C	10 000
D	15 000

- a) Sólo A
- b) Sólo D
- c) Sólo A y B
- d) Sólo C y D

6.25 El valor anual (en los años 1 al infinito) de \$50 000 de hoy, \$10 000 anuales en los años 1 al 15, y \$20 000 anuales en los años 16 al infinito, al 10% anual, está muy cerca de:

- a) Menos de \$16 900
- b) \$16 958
- c) \$17 394
- d) \$19 573

6.26 Un alumno de West Virginia University desea comenzar un fondo que proporcione dinero para becas de \$40 000 anuales, para comenzar en el año 5 y continuar en forma indefi-

nida. El donador planea dar dinero *ahora* y para cada uno de los 2 años siguientes. Si el monto de cada donación es exactamente la misma, la cantidad que debe donarse cada año con $i = 8\%$ anual, es muy cercana a:

- a) \$190 820
- b) \$122 280
- c) \$127 460
- d) \$132 040

6.27 ¿Cuánto debe depositar cada año una persona en su cuenta de ahorros para el retiro, durante 10 años e iniciando *ahora* (es decir, años 0 a 9), si desea poder retirar \$50 000 anuales para siempre, y empieza a hacer esto dentro de 30 años? Suponga que la cuenta gana un interés de 10% anual.

- a) \$4 239
- b) \$4 662
- c) \$4 974
- d) \$5 471

6.28 Suponga que un graduado de ingeniería económica está agradecido y comienza un fondo en UTEP con la donación hoy de \$100 000. Las condiciones del donativo son que se darán becas por un total de \$10 000 anuales a estudiantes de ingeniería económica, a partir de *ahora* para continuar hasta el año 5. Después de eso (es decir, año 6), las becas se darán por una cantidad igual al interés que se genere sobre la inversión. Si la inversión

percibe una tasa efectiva de 10% anual, compuesto continuamente, ¿cuánto dinero para becas estará disponible del año 6 en adelante?

- a) \$7 380
- b) \$8 389
- c) \$10 000
- d) \$11 611

Los problemas 6.29 a 6.31 se basan en los flujos de efectivo siguientes, con una tasa de interés de 10% anual, compuesto semestralmente.

	Alternativa X	Alternativa Y
Costo inicial, \$	-200 000	-800 000
Costo anual, \$/año	-60 000	-10 000
Valor de rescate, \$	20 000	150 000
Vida, años	5	∞

6.29 Al comparar las alternativas por medio del *método del valor anual*, el de la alternativa X está representado por:

- a) $-200\,000(0.1025) - 60\,000 + 20\,000(0.1025)$

$$b) -200\,000(A/P, 10\%, 5) - 60\,000 + 20\,000(A/F, 10\%, 5)$$

$$c) -200\,000(A/P, 5\%, 10) - 60\,000 + 20\,000(A/F, 5\%, 10)$$

$$d) -200\,000(A/P, 10.25\%, 5) - 60\,000 + 20\,000(A/F, 10.25\%, 5)$$

6.30 El valor anual de *servicio perpetuo* para la alternativa X se denota con:

$$a) -200\,000(0.1025) - 60\,000 + 20\,000(0.1025)$$

$$b) -200\,000(A/P, 10\%, 5) - 60\,000 + 20\,000(A/F, 10\%, 5)$$

$$c) -200\,000(0.10) - 60\,000 + 20\,000(0.10)$$

$$d) -200\,000(A/P, 10.25\%, 5) - 60\,000 + 20\,000(A/F, 10.25\%, 5)$$

6.31 El valor anual de la alternativa Y es el más cercano a:

$$a) \$-50\,000$$

$$b) \$-76\,625$$

$$c) \$-90\,000$$

$$d) \$-92\,000$$

ESTUDIO DE CASO

AMBIENTE CAMBIANTE DE UN ANÁLISIS DE VALOR ANUAL

Harry, el propietario de una distribuidora de baterías para automóvil en Atlanta, Georgia, llevó a cabo un análisis económico hace 3 años, cuando decidió colocar protectores contra sobrevoltajes a sus principales equipos de pruebas. En seguida se resumen los cálculos empleados y el análisis de valor anual a una TMAR = 15%. Se compararon los protectores de dos diferentes fabricantes.

	PowrUp	Lloyd's
Costo de instalación	\$-26 000	\$-36 000
Costo anual de mantenimiento	-800	-300
Valor de salvamento	2 000	3 000
Ahorros en reparación de equipo	25 000	35 000
Vida útil, años	6	10

La hoja de cálculo de la figura 6.8 es la que Harry empleó para tomar su decisión. La elección clara fue Lloyd's como consecuencia de que su VA fue considerablemente más grande. Se instalaron los protectores de Lloyd's.

Durante una revisión rápida el año pasado (año 3 de la operación), se hizo evidente que los costos de mantenimiento y los ahorros en reparaciones no siguieron (ni seguirán) las estimaciones de hace 3 años. De hecho, el costo del contrato de mantenimiento (que incluye una inspección trimestral) se elevará de \$300 a \$1 200 anuales el próximo año y, después, se incrementará 10% anual los siguientes 10 años. Asimismo, los ahorros por reparaciones de los últimos 3 años fueron de \$35 000, \$32 000 y \$28 000, según los mejores cálculos que Harry pudo hacer. Él cree que los ahorros

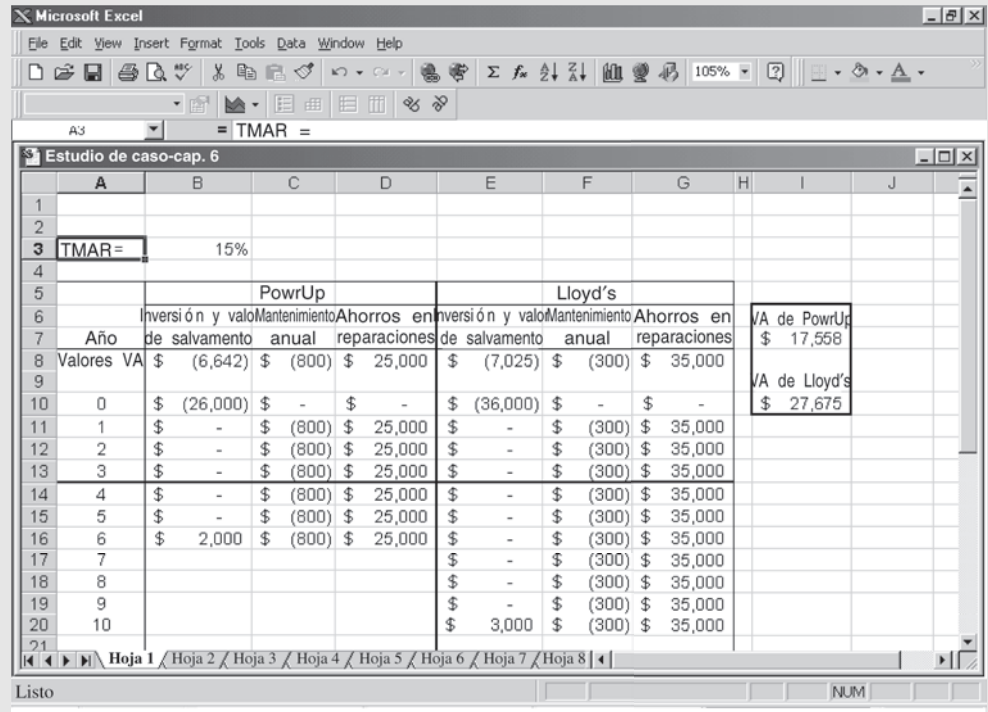


Figura 6.8
Análisis de VA de dos propuestas de protectores contra sobrevoltaje (estudio de caso del capítulo 6).

disminuirán \$2 000 anuales de ahora en adelante. Por último, estos protectores de 3 años de antigüedad no valen nada en el mercado en este momento, así que el valor de salvamento en 7 años es cero, no \$3 000.

Ejercicios para el estudio de caso

1. Trace una gráfica de los costos de mantenimiento recién calculados y las proyecciones de los ahorros en reparaciones, suponiendo que los protectores durarán otros 7 años.
2. Con estos nuevos cálculos, ¿cuál es el nuevo valor del VA para los protectores Lloyd's? Utilice los cálculos del costo inicial anterior y de los costos de mantenimiento para los primeros 3 años. Si estos cálculos se hubieran efectuado hace 3 años, ¿aún sería Lloyd's la elección más económica?
3. ¿Cómo ha cambiado el monto de la recuperación del capital para los protectores de Lloyd's de acuerdo con estos nuevos cálculos?

CAPÍTULO 7

Análisis de tasa de rendimiento: alternativa única

Aunque la medida de valor económico citada más frecuentemente para un proyecto o alternativa es la tasa de rendimiento (TR), su significado se malinterpreta con facilidad, y los métodos para determinarla muchas veces se aplican de forma incorrecta. En este capítulo, los procedimientos se interpretan correctamente y se explica el cálculo de la TR de una serie de flujo de efectivo con base en las ecuaciones de VP y VA. La TR se conoce con muchos otros nombres: tasa interna de rendimiento (TIR), retorno sobre la inversión (RSI) e índice de rentabilidad (IR), sólo por mencionar algunos. La determinación de la TR se consigue utilizando un proceso de ensayo y error o, de forma más rápida, mediante funciones en una hoja de cálculo.

En algunos casos, más de un valor de TR puede satisfacer la ecuación de VP o VA. En el presente capítulo se describe cómo reconocer esta posibilidad, así como un enfoque para encontrar los valores múltiples. De manera alternativa, es posible obtener un solo valor de TR empleando una tasa de reinversión que se establezca de manera independiente a los flujos de efectivo del proyecto.

Aquí sólo se considera una alternativa. En el siguiente capítulo se aplican los mismos principios en el caso de alternativas múltiples. Por último, aquí se analiza la tasa de rendimiento para una inversión en bonos.

El estudio de caso se enfoca sobre series de flujo de efectivo que tienen múltiples tasas de rendimiento.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Objetivo general: entender el significado de la tasa de rendimiento (TR) y realizar los cálculos de TR para una alternativa.

Este capítulo ayudará al lector a:

Definición de TR

1. Establecer el significado de la tasa de rendimiento.

TR utilizando VP y VA

2. Calcular la tasa de retorno mediante una ecuación de valor presente o valor anual.

Precauciones acerca de la TR

3. Comprender las dificultades de usar el método de TR, en relación con los métodos de VP y VA.

TR múltiples

4. Determinar el máximo número posible de valores de TR para una serie de flujos de efectivo específica.

TR compuesta

5. Calcular la tasa de rendimiento compuesta utilizando una tasa de reinversión determinada.

TR de bonos

6. Calcular las tasas de interés nominal y efectiva para una inversión de bonos.

7.1 INTERPRETACIÓN DEL VALOR DE UNA TASA DE RENDIMIENTO

Desde la perspectiva de una persona que ha recibido un dinero en préstamo, la tasa de interés se aplica al *saldo no pagado*, de manera que la cantidad prestada y el interés total se pagan en su totalidad con el último pago del préstamo. Desde la perspectiva de quien otorga el préstamo, existe un *saldo no recuperado* en cada periodo de tiempo. La tasa de interés es el rendimiento sobre este saldo no recuperado, de manera que la cantidad total prestada y el interés se recuperan en forma exacta con el último pago. La *tasa de rendimiento* define ambas situaciones.

Tasa de rendimiento (TR) es la tasa pagada sobre el saldo no pagado del dinero obtenido en préstamo, o la tasa ganada sobre el saldo no recuperado de una inversión, de forma que el pago o entrada final iguala el saldo exactamente a cero con el interés considerado.

La tasa de rendimiento está expresada como un porcentaje por periodo, por ejemplo, $i = 10\%$ anual. Ésta se expresa como un porcentaje positivo; no se considera el hecho de que el interés pagado sobre un préstamo sea en realidad una tasa de rendimiento negativa desde la perspectiva del prestatario. El valor numérico de i puede oscilar en un rango entre -100% hasta el infinito, es decir, $-100\% < i < \infty$. En términos de una inversión, un rendimiento de $i = -100\%$ significa que se ha perdido la cantidad completa.

La definición anterior no establece que la tasa de rendimiento sea sobre la cantidad inicial de la inversión, sino más bien sobre el *saldo no recuperado*, el cual varía con cada periodo de tiempo. El siguiente ejemplo ilustra tal diferencia.

EJEMPLO 7.1

El banco Wells Fargo prestó a un ingeniero recién graduado \$1 000 a $i = 10\%$ anual durante 4 años para comprar equipo de oficina. Desde la perspectiva del banco (el prestamista), se espera que la inversión en este joven ingeniero produzca un flujo de efectivo neto equivalente de \$315.47 por cada uno de los 4 años.

$$A = \$1\,000(A/P, 10\%, 4) = \$315.47$$

Esto representa una tasa de rendimiento de 10% anual sobre el saldo no recuperado por el banco. Determine la cantidad de la inversión no recuperada por cada uno de los cuatro años utilizando a) la tasa de rendimiento sobre el saldo no recuperado (la base correcta) y b) la tasa de rendimiento sobre la inversión inicial de \$1 000. c) Explique por qué toda la inversión inicial de \$1 000 no se recupera con el pago final del inciso b).

Solución

- a) La tabla 7.1 presenta el saldo no recuperado al final de cada año en la columna 6, utilizando la tasa de 10% sobre el *saldo no recuperado a principios del año*. Después de 4 años, se recupera la inversión total de \$1 000 y el saldo en la columna 6 es exactamente cero.

- b) La tabla 7.2 muestra el saldo no recuperado si el rendimiento de 10% se calcula siempre sobre la inversión inicial de \$1 000. la columna 6 en el año 4 muestra la cantidad no recuperada restante de \$138.12, porque en los 4 años solamente se recuperan \$861.88 (columna 5).

TABLA 7.1 Saldos no recuperados utilizando una tasa de rendimiento de 10% sobre el saldo no recuperado

(1)	(2)	(3) = $0.10 \times (2)$	(4)	(5) = (4) - (3)	(6) = (2) + (5)
Año	Saldo inicial no recuperado	Interés sobre saldo no recuperado	Flujo de efectivo	Cantidad recuperada	Saldo final no recuperado
0	—	—	\$-1 000.00	—	\$-1 000.00
1	\$-1 000.00	\$100.00	+315.47	\$215.47	-784.53
2	-784.53	78.45	+315.47	237.02	-547.51
3	-547.51	54.75	+315.47	260.72	-286.79
4	-286.79	28.68	+315.47	286.79	0
		\$261.88		\$1 000.00	

TABLA 7.2 Saldos no recuperados utilizando un rendimiento de 10% sobre la cantidad inicial

(1)	(2)	(3) = $0.10 \times (2)$	(4)	(5) = (4) - (3)	(6) = (2) + (5)
Año	Saldo inicial no recuperado	Interés sobre cantidad inicial	Flujo de efectivo	Cantidad recuperada	Saldo final no recuperado
0	—	—	\$-1 000.00	—	\$-1 000.00
1	\$-1 000.00	\$100	+315.47	\$215.47	-784.53
2	-784.53	100	+315.47	215.47	-569.06
3	-569.06	100	+315.47	215.47	-353.59
4	-353.59	100	+315.47	215.47	-138.12
		\$400		\$861.88	

- c) Si se calcula un rendimiento de 10% cada año sobre la cantidad inicial de \$1 000, debe obtenerse un total de \$400 de interés. No obstante, si se utiliza un rendimiento de 10% sobre el saldo no recuperado sólo se obtienen \$261.88 de interés. Hay más flujo de efectivo anual disponible para reducir el préstamo restante cuando la tasa se aplica al saldo no recuperado, como en el inciso a) y en la tabla 7.1. Por su parte, la figura 7.1 ilustra la interpretación correcta de la tasa de rendimiento de la tabla 7.1. Cada año el pago de \$315.47 representa 10% de interés sobre el saldo no recuperado en la columna 2 más la cantidad recuperada en la columna 5.



Figura 7.1

Gráfica de saldos no recuperados y tasa de rendimiento de 10% anual sobre una cantidad de \$1 000, tabla 7.1.

A causa de que la tasa de rendimiento es la tasa de interés sobre el saldo no recuperado, los cálculos en la tabla 7.1 para el inciso a) presentan una interpretación correcta de una tasa de rendimiento de 10%. Claramente, una tasa de interés aplicada sólo al principal representa una tasa mayor que la establecida. En la práctica, la llamada sobretasa de interés, a menudo se basa sólo en el principal, como en el inciso b). A esto en ocasiones se le refiere como el problema del *financiamiento a plazos*.

El *financiamiento a plazos* se percibe en diversas formas en las finanzas cotidianas. Un ejemplo popular es un “programa sin intereses” ofrecido por las tiendas departamentales sobre las ventas de aparatos electrodomésticos, equipo de audio y video, muebles y otros bienes de consumo. Son posibles muchas variaciones, pero, en la mayoría de los casos, si la compra no se paga por completo en el momento en que termina la promoción, usualmente 6 meses o un año después, *los cargos financieros se calculan desde la fecha original de compra*. Más aún, la letra pequeña del contrato puede estipular que el comprador utilice una tarjeta de crédito expedida por la tienda departamental, la cual con frecuencia tiene una tasa de interés mayor que la de una tarjeta de crédito regular; por ejemplo, 24% anual en comparación con un 18% anual. En todos estos tipos de programas, el tema común es un mayor interés pagado por el consumidor a lo largo del tiempo. Por lo general, la definición correcta de i como interés sobre el saldo no pagado no se aplica directamente; i se ha manipulado con frecuencia en desventaja financiera del comprador.

7.2 CÁLCULOS DE LA TASA DE RENDIMIENTO UTILIZANDO UNA ECUACIÓN DE VP O VA

Para determinar la tasa de rendimiento en una serie de flujo de efectivo se utiliza la ecuación TR con relaciones de VP o VA. El valor presente de los costos o desembolsos VP_D se iguala al valor presente de los ingresos o recaudación VP_R . En forma equivalente, ambos pueden restarse e igualarse a cero. Es decir, se resuelve para i usando

$$\begin{aligned} VP_D &= VP_R \\ 0 &= -VP_D + VP_R \end{aligned} \quad [7.1]$$

El enfoque de valor anual utiliza los valores VA en la misma forma para resolver i .

$$\begin{aligned} VA_D &= VA_R \\ 0 &= -VP_D + VA_R \end{aligned} \quad [7.2]$$

El valor de i que hace que estas ecuaciones numéricas sean correctas se llama i^* . Es la raíz de la relación TR. Para determinar si la serie de flujo de efectivo de la alternativa es viable, compare i^* con la TMAR establecida.

Si $i^* \geq \text{TMAR}$, acepte la alternativa como económicamente viable.
Si $i^* < \text{TMAR}$, la alternativa no es económicamente viable.

En el capítulo 2 el método para calcular la tasa de rendimiento sobre una inversión se ilustró cuando sólo se consideraba un factor de ingeniería económica. En esta sección, una ecuación de valor presente constituye la base para calcular la tasa de rendimiento cuando hay diversos factores implicados. Recuerde que la base para los cálculos de la ingeniería económica es la *equivalencia*, en los términos VP, VF o VA para una $i \geq 0\%$ establecida. En los cálculos de la tasa de rendimiento, el objetivo consiste en encontrar la *tasa de interés* i^* a la cual los flujos de efectivo son equivalentes. Los cálculos realizados aquí son contrarios a los cálculos realizados en capítulos anteriores, donde se conocía la tasa de interés. Por ejemplo, si usted deposita \$1 000 ahora y le prometen un pago de \$500 dentro de tres años y otro de \$1 500 dentro de cinco años, la relación de la tasa de rendimiento utilizando el factor VP es:

$$1\,000 = 500(P/F, i^*, 3) + 1\,500(P/F, i^*, 5) \quad [7.3]$$

Debe calcularse el valor de i^* para lograr que la igualdad esté correcta (véase figura 7.2). Si se trasladan \$1 000 al lado derecho de la ecuación [7.3], se tiene

$$0 = -1\,000 + 500(P/F, i^*, 3) + 1\,500(P/F, i^*, 5) \quad [7.4]$$

que es la forma general de la ecuación [7.1]. La ecuación se resuelve para i y se obtiene $i^* = 16.9\%$ a mano, usando ensayo y error o empleando la computadora con las funciones de la hoja de cálculo. La tasa de rendimiento siempre será mayor que cero si la cantidad total de los ingresos es mayor que la cantidad total de los desem-

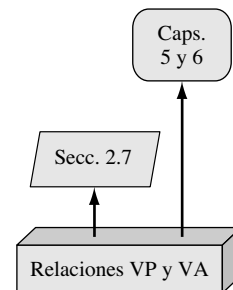
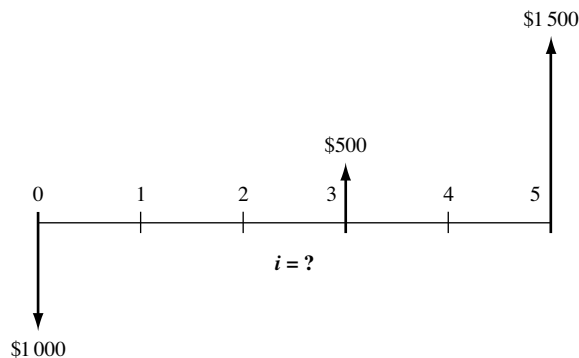


Figura 7.2

Flujo de efectivo para el cual debe calcularse un valor de i .



bolsos, cuando se considera el valor del dinero en el tiempo. Utilizando $i^* = 16.9\%$, se construye una gráfica similar a la figura 7.1. Se mostrará que los saldos no recuperados cada año, empezando con \$-1 000 en el año 1, se recuperan exactamente por los ingresos de \$500 y \$1 500 en los años 3 y 5.

Debería ser evidente que las relaciones de la tasa de rendimiento son tan sólo una reordenación de una ecuación de valor presente. Es decir, si se supiera que la tasa de interés anterior era de 16.9%, y se utiliza para encontrar el valor presente de \$500 dentro de tres años y de \$1 500 dentro de cinco años, la relación VP sería:

$$VP = 500(P/F, 16.9\%, 3) + 1\,500(P/F, 16.9\%, 5) = \$1\,000$$

Esto ilustra que las ecuaciones del valor presente y de la tasa de rendimiento se plantean exactamente de la misma forma. Las únicas diferencias son lo que está dado y lo que se busca.

Hay dos formas para determinar i^* una vez que se ha establecido la relación VP: la solución manual a través del método de ensayo y error, y la solución por computadora usando la hoja de cálculo. La segunda es más rápida aunque la primera ayuda a entender la manera en que funcionan los cálculos TR. Ambos métodos aquí y en el ejemplo 7.2 se resumen.

i^* utilizando ensayo y error manual El procedimiento general de emplear una ecuación basada en VP es el siguiente:

1. Trace un diagrama de flujo de efectivo.
2. Formule la ecuación de la tasa de rendimiento en la forma de la ecuación [7.1].
3. Seleccione valores de i mediante ensayo y error hasta que esté equilibrada la ecuación.

Al utilizar el método de ensayo y error para determinar i^* , es conveniente que en el paso 3 se acerque bastante a la respuesta correcta en el primer ensayo. Si se combinan los flujos de efectivo, de tal manera que el ingreso y los desembolsos pueden representarse por un *solo factor* como P/F o P/A , es posible buscar la tasa de interés (en las tablas) correspondiente al valor de ese factor para n años. El problema, entonces, es combinar los flujos de efectivo en el formato de uno solo de los factores, lo cual se realiza con el siguiente procedimiento:

1. Convierta todos los *desembolsos* en cantidades ya sea únicas (P o F) o cantidades uniformes (A), al ignorarse el valor del dinero en el tiempo. Por ejemplo, si se desea convertir un valor A en un valor F , simplemente multiplique por A el número de años n . El esquema elegido para el movimiento de los flujos de efectivo debería ser aquel que minimiza el error causado por ignorar el valor del dinero en el tiempo. Es decir, si la mayoría de los flujos de efectivo son una A y sólo una pequeña cantidad es F , la F se debe convertir en una A en lugar de hacerlo al revés.
2. Convierta todos los ingresos en valores únicos o uniformes.
3. Después de haber combinado los desembolsos y los ingresos, de manera que se aplique el formato P/F , P/A o A/F , se deben utilizar las tablas de interés para encontrar la tasa de interés aproximada a la cual se satisface el valor P/F , P/A o A/F . La tasa obtenida es una buena cifra aproximada para el primer ensayo.

Es importante reconocer que la tasa de rendimiento obtenida en esta forma es tan sólo una *estimación* de la tasa de rendimiento real, ya que ignora el valor del dinero en el tiempo. El procedimiento se ilustra en el ejemplo 7.2.

i^* por computadora El camino más rápido para determinar un valor de i^* por computadora, cuando existe una serie de flujos de efectivo iguales (serie A), es aplicar la función TASA. Se trata de una poderosa función de una celda, donde es aceptable tener un valor P separado en el año 0 y un valor F en el año n . El formato es

TASA(n,A,P,F)



El valor F no incluye la cantidad de la serie A .

Cuando los flujos de efectivo varían de un año a otro (de un periodo a otro), la mejor forma de encontrar i^* es ingresar los flujos de efectivo netos en celdas contiguas (incluyendo cualesquiera cantidades \$0) y aplicar la función TIR en cualquier celda. El formato es

TIR(primer_celda:última_celda,estimado)

donde “estimado” es el valor i en que la computadora inicia la búsqueda de i^* .

El procedimiento con base en VP para el análisis de sensibilidad y una estimación gráfica del valor i^* (o múltiples valores de i^* , como se discute más adelante) es como se indica a continuación:

1. Elabore un diagrama de flujo de efectivo.
2. Formule la relación TR en la forma de la ecuación [7.1].
3. Ingrese a la hoja de cálculo los valores del flujo de efectivo en celdas contiguas.
4. Desarrolle la función TIR para desplegar i^* .
5. Use la función VNA para desarrollar una gráfica de VP contra valores de i . De este modo, se aprecia gráficamente el valor de i^* para el cual VP = 0.



EJEMPLO 7.2

El ingeniero en sistemas de calefacción, ventilación y aire acondicionado de una compañía que construye uno de los edificios más altos del mundo (el Centro Financiero de Shanghai, en la República Popular China) ha solicitado que se gasten ahora \$500 000 durante la construcción en software y hardware para mejorar la eficiencia de los sistemas de control ambiental. Con esto se espera ahorrar \$10 000 anuales durante 10 años en costos de energía y \$700 000 al final de 10 años en costos de renovación de equipo. Encuentre la tasa de rendimiento a mano y por computadora.

Solución a mano

Use el procedimiento de ensayo y error con base en una ecuación VP.

1. La figura 7.3 muestra el diagrama de flujo de efectivo.
2. Utilice el formato de la ecuación [7.1] para la ecuación TR.

$$0 = -500\,000 + 10\,000(P/A, i^*, 10) + 700\,000(P/F, i^*, 10) \quad [7.5]$$

3. Utilice el procedimiento de estimación con la finalidad de determinar la i para el primer ensayo. Todo el ingreso se considerará como una sola F en el año, de manera que pueda utilizarse el factor P/F . Se eligió el factor P/F porque la mayoría del flujo de efectivo (\$700 000) ya se ajusta a este factor y se minimizan los errores creados por ignorar el valor del dinero restante en el tiempo. Tan sólo para la primera estimación de i , defina $P = \$500\,000$, $n = 10$ y $F = 10(10\,000) + 700\,000 = 800\,000$. Ahora se establece que

$$\begin{aligned} 500\,000 &= 800\,000(P/F, i, 10) \\ (P/F, i, 10) &= 0.625 \end{aligned}$$

La i aproximada está entre 4% y 5%. Utilice 5% como el primer ensayo pues esta tasa aproximada para el factor P/F es menor que el valor verdadero cuando se considera el valor del dinero en el tiempo. En $i = 5\%$, la ecuación TR es

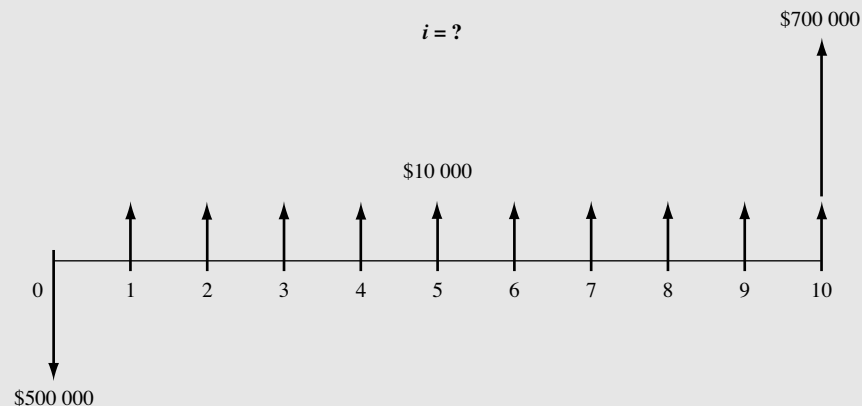


Figura 7.3

Diagrama de flujo de efectivo, ejemplo 7.2.

$$0 = -500\,000 + 10\,000(P/A, 5\%, 10) + 700\,000(P/F, 5\%, 10)$$

$$0 < \$6\,946$$

El resultado es positivo, lo cual indica que el rendimiento es mayor que 5%. Ensaye $i = 6\%$.

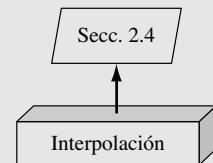
$$0 = -500\,000 + 10\,000(P/A, 6\%, 10) + 700\,000(P/F, 6\%, 10)$$

$$0 > \$-35\,519$$

Puesto que la tasa de interés de 6% es muy alta, interpole linealmente entre 5% y 6%.

$$i^* = 5.00 + \frac{6\,946 - 0}{6\,946 - (-35\,519)} (1.0)$$

$$= 5.00 + 0.16 = 5.16\%$$



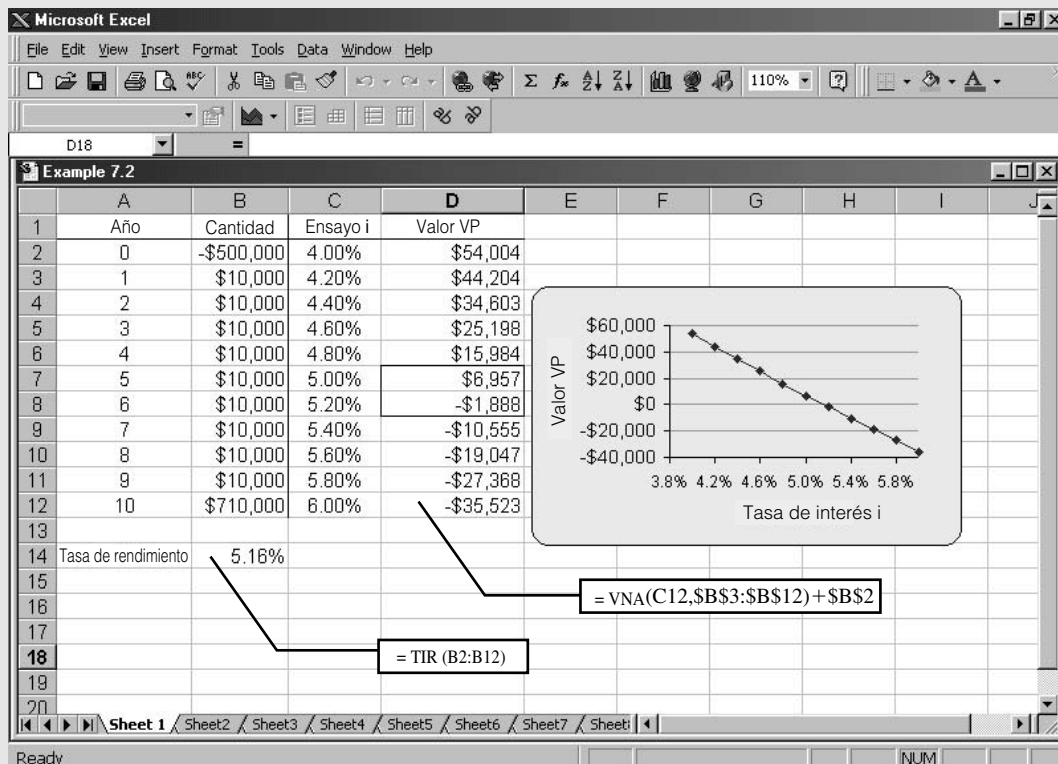
Sol-R

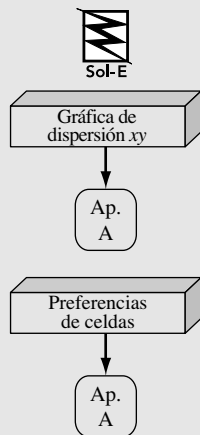
Solución por computadora

Ingrese los flujos de efectivo de la figura 7.3 en la función TASA. La entrada TASA(10, 10,000, -500,000, 700,000) despliega $i^* = 5.16\%$. Es igualmente correcto emplear la función TIR. La figura 7.4, columna B, muestra los flujos de efectivo y la función TIR(B2:B12) para obtener i^* .

Figura 7-4

Solución en hoja de cálculo para i^* y gráfica de valores VP contra i , ejemplo 7.2.

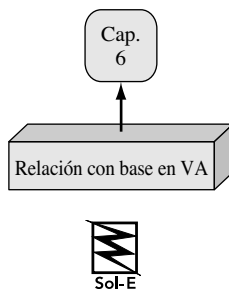




Para un análisis más profundo, use la i^* del anterior procedimiento por computadora.

- 1, 2. El diagrama de flujo de efectivo y la relación TR son las mismas que las de la solución a mano.
3. La figura 7.4 muestra los flujos de efectivo netos en la columna B.
4. La función TIR en la celda B14 despliega $i^* = 5.16\%$.
5. Con el propósito de observar gráficamente i^* , la columna D despliega VP para diferentes valores de i (columna C). La función VNA se usa repetidamente para calcular VP para la gráfica de dispersión xy en Excel de VP contra i . La i^* es ligeramente menor que 5.2% .

Como se indica en la etiqueta de la celda D12, los signos \$ se insertan en las funciones VNA. Esto proporciona *referencias absolutas de celdas*, lo cual permite que la función VNA sea correctamente “corrida” de una celda a otra (arrastrada con el ratón).



De la misma manera que i^* se calcula utilizando una ecuación VP, también puede determinarse de manera equivalente empleando una relación VA. Este método se prefiere cuando hay flujos de efectivo anuales uniformes implicados. La solución a mano es la misma que la del procedimiento para una relación con base en VP, excepto que se utiliza la ecuación [7.2].

El procedimiento para la solución por computadora es exactamente el mismo que el bosquejado líneas antes utilizando la función TIR. De manera interna, TIR calcula la función VNA para diferentes valores de i hasta que se obtiene $VNA = 0$. (No existe forma equivalente para utilizar la función PAGO, ya que ésta requiere un valor fijo de i para calcular un valor A .)

EJEMPLO 7.3

Utilice cálculos de VA con el propósito de encontrar la tasa de rendimiento para los flujos de efectivo del ejemplo 7.2.

Solución

1. La figura 7.3 muestra el diagrama de flujo de efectivo.
2. Las relaciones VA para desembolsos e ingresos se formulan con la ecuación [7.2].

$$VA_D = -500\,000(A/P, i, 10)$$

$$VA_R = 10\,000 + 700\,000(A/F, i, 10)$$

$$0 = -500\,000(A/P, i^*, 10) + 10\,000 + 700\,000(A/F, i^*, 10)$$

3. La solución de ensayo y error genera los siguientes resultados:

$$\text{En } i = 5\%, 0 < \$900$$

$$\text{En } i = 6\%, 0 > \$-4\,826$$

Por interpolación, $i^* = 5.16\%$, igual que antes.

En conclusión, para determinar i^* a mano, elija VP, VA, o cualquier otra ecuación de equivalencia. En general, es mejor acostumbrarse a utilizar uno solo de los métodos con la finalidad de evitar errores.

7.3 PRECAUCIONES CUANDO SE USA EL MÉTODO TR

El método de tasa de rendimiento, por lo general, se utiliza en contextos de ingeniería y negocios para evaluar un proyecto, como se analiza en este capítulo, y para seleccionar una alternativa entre dos o más, como se explica en el siguiente capítulo.

Cuando se aplica correctamente, la técnica de la TR siempre resultará en una buena decisión, de hecho, la misma que con un análisis VP o VA (o VF).

Sin embargo, existen algunas suposiciones y dificultades con el análisis de TR que deben considerarse cuando se calcula i^* y al interpretar su significado en el mundo real para un proyecto específico. El resumen que se ofrece a continuación se aplica para soluciones a mano y por computadora.

- *Múltiples valores de i^* .* Dependiendo de la secuencia del flujo de efectivo neto de desembolsos e ingresos, pueden existir más de una raíz real para la ecuación TR, lo cual resulta en más de un valor i^* . Tal dificultad se examina en la siguiente sección.
- *Reinversión a la tasa i^* .* Los métodos VP y VA suponen que cualquier inversión positiva neta (es decir, flujos de efectivo positivos netos una vez que se considera el valor del dinero en el tiempo) se reinvierte a la TMAR. Pero el método TR supone reinversión a la tasa i^* . Cuando i^* no está cerca de la TMAR (por ejemplo, cuando i^* es sustancialmente mayor que la TMAR), se trata de una suposición irreal. En tales casos, el valor i^* no es una buena base para la toma de decisiones. Aunque con mayor contenido computacional que VP o VA a la TMAR, existe un procedimiento para emplear el método TR y obtener aun un valor único de i^* . El concepto de inversión neta positiva y este método se analizan en la sección 7.5.
- *Dificultad computacional contra comprensión.* En especial cuando se obtiene una solución por ensayo y error a mano, para uno o múltiples valores de i^* , los cálculos rápidamente se vuelven muy complicados. La solución con hoja de cálculo es más sencilla; sin embargo, no existen funciones en las hojas de cálculo que ofrezcan el mismo nivel de comprensión para el aprendizaje como el que proporcionan las soluciones a mano de las relaciones VP y VA.
- *Procedimiento especial para múltiples alternativas.* Utilizar correctamente el método TR, para elegir entre dos o más alternativas mutuamente excluyentes, requiere un procedimiento de análisis significativamente diferente del que se usó en VP y VA. En el capítulo 8 se explica tal procedimiento.

En conclusión, desde una perspectiva de estudio de ingeniería económica, los métodos de valor anual o valor presente a una TMAR establecida deberían usarse

en vez del método TR. Sin embargo, existe cierta ventaja con el método TR, pues los valores de tasa de rendimiento se citan muy frecuentemente. Y es fácil comparar el rendimiento de un proyecto propuesto con el de un proyecto en marcha.

Cuando se trabaja con dos o más opciones, y cuando es importante conocer el valor exacto de i^* , un buen enfoque es determinar VP o VA a la TMAR, y luego realizar un seguimiento con la i^* específica para la alternativa elegida.

Como ilustración, si un proyecto se evalúa a la TMAR = 15% y tiene VP < 0, no hay necesidad de calcular i^* ya que $i^* < 15\%$. No obstante, si VP > 0, calcule la i^* exacta y repórtela junto con la conclusión de que el proyecto está financieramente justificado.

7.4 VALORES MÚLTIPLES DE LA TASA DE RENDIMIENTO

En la sección 7.2 se determinó una tasa de rendimiento i^* única. En las series de flujo de efectivo presentadas hasta ahora, los signos algebraicos en los *flujos de efectivo netos* sólo cambian una vez, generalmente de menos en el año 0 a más en algún momento durante la serie, lo cual se conoce como *serie de flujo efectivo convencional (o simple)*. Sin embargo, para muchas series, los flujos de efectivo netos cambian entre positivo y negativo de un año al siguiente, de manera que existe más de un cambio de signo. A tal serie se le llama *no convencional (no simple)*. Como se muestra en los ejemplos de la tabla 7.3, cada serie de signos positivos o negativos puede tener una longitud de uno o más. Cuando hay más de un cambio del signo en el flujo de efectivo neto, es posible que haya valores múltiples de i^* en el rango de menos 100% a más infinito. Existen dos pruebas que se realizan en secuencia sobre las series no convencionales, para determinar si existen sólo uno o múltiples valores de i^* que sean números reales. La primera prueba es la *regla de los signos (de Descartes)*, la cual establece que el número total de raíces reales siempre es menor o igual al número de cambios de signos en la serie. Dicha regla se deriva del hecho

TABLA 7.3 Ejemplos de flujos de efectivo netos convencionales y no convencionales para un proyecto de 6 años

Tipo de serie	Signos del flujo de efectivo neto							Número de cambios de signo
	0	1	2	3	4	5	6	
Convencional	–	+	+	+	+	+	+	1
Convencional	–	–	–	+	+	+	+	1
Convencional	+	+	+	+	+	–	–	1
No convencional	–	+	+	+	–	–	–	2
No convencional	+	+	–	–	–	+	+	2
No convencional	–	+	–	–	+	+	+	3

de que la relación definida por las ecuaciones [7.1] o [7.2] para encontrar i^* es un polinomio de grado n . (Es posible que valores imaginarios o el infinito también satisfagan la ecuación.)

La segunda y más discriminante prueba determina si existe un valor real positivo de i^* . Ésta es la *prueba del signo del flujo de efectivo acumulado*, también conocida como *criterio de Norstrom*. En ella se establece que sólo un cambio de signo en la serie de flujos de efectivo acumulados que *comienzan negativamente*, indica que existe una raíz positiva para la relación polinomial. Para efectuar esta prueba, determine la serie

$$S_t = \text{flujos de efectivo acumulados hasta el periodo } t$$

Observe el signo de S_0 y cuente los cambios de signo en la serie $S_0, S_1, \dots, S_n$. Sólo si $S_0 < 0$ y el signo cambia una vez en la serie, existe un único número real positivo i^* .

Con los resultados de estas dos pruebas, la relación TR se resuelve o para un valor único i^* o para múltiples valores de i^* , usando ensayo y error a mano, o por computadora con la función TIR que incorpora la opción “estimado”. Se recomienda el desarrollo de la gráfica VP contra i , en especial cuando se utiliza una hoja de cálculo. El ejemplo 7.4 ilustra las pruebas y la solución para i^* , tanto a mano como por computadora.

EJEMPLO 7.4

El grupo de ingeniería de diseño y prueba de Honda Motor Corp. realiza trabajos bajo contrato para fabricantes de automóviles a lo largo del mundo. Durante los últimos tres años, los flujos de efectivo neto por pagos de contrato han variado ampliamente, como se muestra abajo, principalmente debido a la incapacidad de los grandes fabricantes para pagar las tarifas de los contratos.

Año	0	1	2	3
Flujo de efectivo (\$1 000)	+2 000	-500	-8 100	+6 800

- Determine el número máximo de valores i^* que pueda satisfacer la relación TR.
- Escriba la relación TR con base en VP y aproxime el (los) valor(es) i^* graficando VP contra i , a mano y por computadora.
- Calcule los valores i^* con más exactitud usando la función TIR de la hoja de cálculo.

Solución a mano

- La tabla 7.4 muestra los flujos de efectivo anuales y acumulados. Puesto que existen dos cambios de signo en la secuencia del flujo de efectivo, la regla de los signos indica un máximo de dos valores reales i^* . La secuencia del flujo de efectivo acumulado empieza con un número positivo $S_0 = +2\,000$, lo cual indica que no sólo existe una raíz positiva. La conclusión es que se pueden encontrar hasta dos valores i^* .

TABLA 7-4 Secuencias del flujo de efectivo y del flujo de efectivo acumulado, ejemplo 7.4

Año	Flujo de efectivo (\$1 000)	Número de secuencia	Flujo de efectivo acumulado (\$1 000)
0	+2 000	S_0	+2 000
1	-500	S_1	+1 500
2	-8 100	S_2	-6 600
3	+6 800	S_3	+200

b) La relación VP es:

$$VP = 2\,000 - 500(P/F,i,1) - 8\,100(P/F,i,2) + 6\,800(P/F,i,3)$$

Elija valores de i para encontrar los dos valores i^* , y grafique VP contra i . Los valores VP se muestran a continuación y se grafican en la figura 7.5 para valores i de 0, 5, 10, 20, 30, 40 y 50%. Se obtiene la característica forma parabólica para un polinomio de segundo grado, con VP cruzando el eje i en aproximadamente $i_1^* = 8$ e $i_2^* = 41\%$.

$i\%$	0	5	10	20	30	40	50
VP(\$1 000)	+200	+51.44	-39.55	-106.13	-82.01	-11.85	+81.85

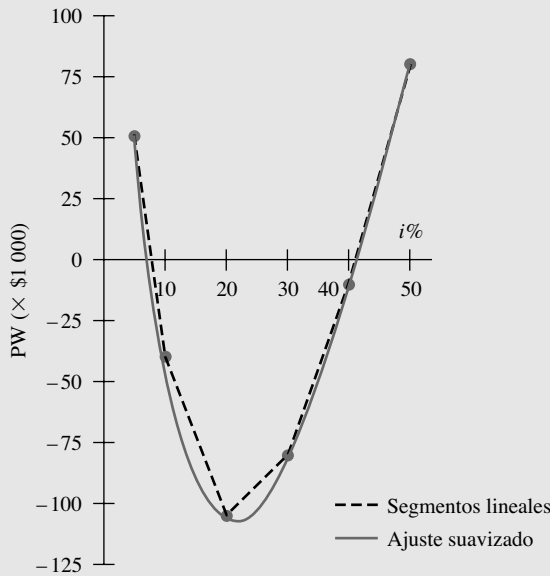


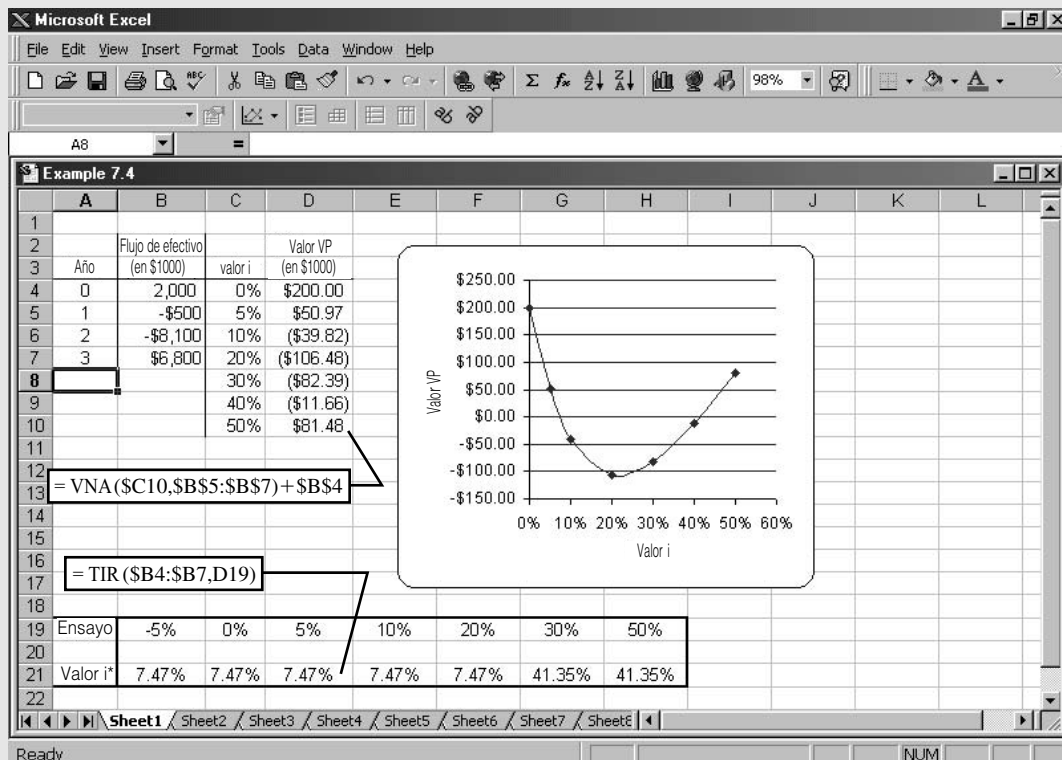
Figura 7.5
Valor presente de los flujos de efectivo a diversas tasas de interés, ejemplo 7.4.

Solución por computadora

- a) Observe la figura 7.6. La función VNA se utiliza en la columna D para determinar el valor VP a distintos valores i (columna C), como se indica con la etiqueta de la celda. La gráfica de dispersión xy de Excel presenta VP contra i . Los valores i^* cruzan la línea VP = 0 aproximadamente en 8% y 40%.
- b) La fila 19 en la figura 7.6 contiene los valores TR (incluso un valor negativo) ingresados como “estimado” dentro de la función TIR, para encontrar la raíz i^* del polinomio que es más cercano al valor “estimado”. La fila 21 incluye los dos valores resultantes i^* : $i_1^* = 7.47\%$ e $i_2^* = 41.35\%$.



Si “estimado” se omite de la función TIR, la entrada TIR(B4:B7) determinará sólo el primer valor, 7.47%. Como verificación sobre los dos valores i^* , se puede establecer la función VNA para encontrar VP a los dos valores i^* . Tanto VNA(7.47%,B5:B7)+B4 como VNA(41.35%,B5:B7)+B4 desplegarán aproximadamente \$0.00.

**Figura 7.6**

Hoja de cálculo que muestra la gráfica de VP contra i y múltiples valores de i^* , ejemplo 7.4.

EJEMPLO 7.5

Dos estudiantes de ingeniería iniciaron un negocio de desarrollo de software durante su último año en la universidad. Ahora han podido obtener la licencia, para los siguientes 10 años, de un paquete de modelado en tercera dimensión, a través del programa Small Business Partners de IBM. La tabla 7.5 muestra los flujos de efectivo netos estimados desarrollados por IBM desde la perspectiva del pequeño negocio. Los valores negativos en los años 1, 2 y 4 reflejan grandes costos de mercadeo. Determine el número de valores i^* ; estímelos gráficamente y por medio de la función TIR de una hoja de cálculo.

TABLA 7.5 Serie de flujo de efectivo neto y de flujo de efectivo acumulado, ejemplo 7.5.

Flujo de efectivo, \$100			Flujo de efectivo, \$100		
Año	Neto	Acumulado	Año	Neto	Acumulado
1	-2 000	-2 000	6	+500	-900
2	-2 000	-4 000	7	+400	-500
3	+2 500	-1 500	8	+300	-200
4	-500	-2 000	9	+200	0
5	+600	-1 400	10	+100	+100

Solución por computadora

La regla de los signos indica una serie de flujo de efectivo neto no convencional hasta con tres raíces. La serie de flujo de efectivo neto acumulado inicia negativamente y tiene sólo un cambio de signo en el año 10, lo cual señala que es posible encontrar sólo una raíz positiva. (Los valores cero en la serie de flujo de efectivo acumulado se ignoran cuando se aplica el criterio de Norstrom.) Se emplea una relación TR con base en VP para calcular i^* .

$$0 = -2\,000(P/F, i, 1) - 2\,000(P/F, i, 2) + \dots + 100(P/F, i, 10)$$

El VP del lado derecho se calcula para diferentes valores de i y se grafica sobre la hoja de cálculo (figura 7.7). El único valor $i^* = 0.77\%$ se obtiene usando la función TIR con los mismos valores “estimado” para i utilizados en la gráfica de VP contra i .

Comentario

Una vez que la hoja de cálculo queda establecida como en la figura 7.7, los flujos de efectivo pueden “modificarse ligeramente” para realizar análisis de sensibilidad sobre el (los) valore(s) i^* . Por ejemplo, si el flujo de efectivo en el año 10 se cambia sólo ligeramente desde \$+100 a \$-100, los resultados desplegados cambian a través de la hoja de cálculo a $i^* = -0.84\%$. Además, este simple cambio en el flujo de efectivo altera sustancialmente la secuencia de flujo de efectivo acumulado. Ahora $S_{10} = \$-100$, como se confirma observando la tabla 7.5. Ahora no existe cambio de signo en la secuencia de flujo de efectivo acumulado, de modo que no se puede encontrar una *única raíz positiva*. Esto se verifica con el valor $i^* = -0.84\%$. Si se alteran otros flujos de efectivo, las dos pruebas que hemos aprendido deberían aplicarse para determinar si ahora existen raíces múltiples. Esto significa que los análisis de sensibilidad basados en las hojas de cálculo deben realizarse cuidadosamente cuando se aplica el método TR, ya que no todos los valores i^* pueden determinarse mediante ligeras modificaciones a los flujos de efectivo en la pantalla.

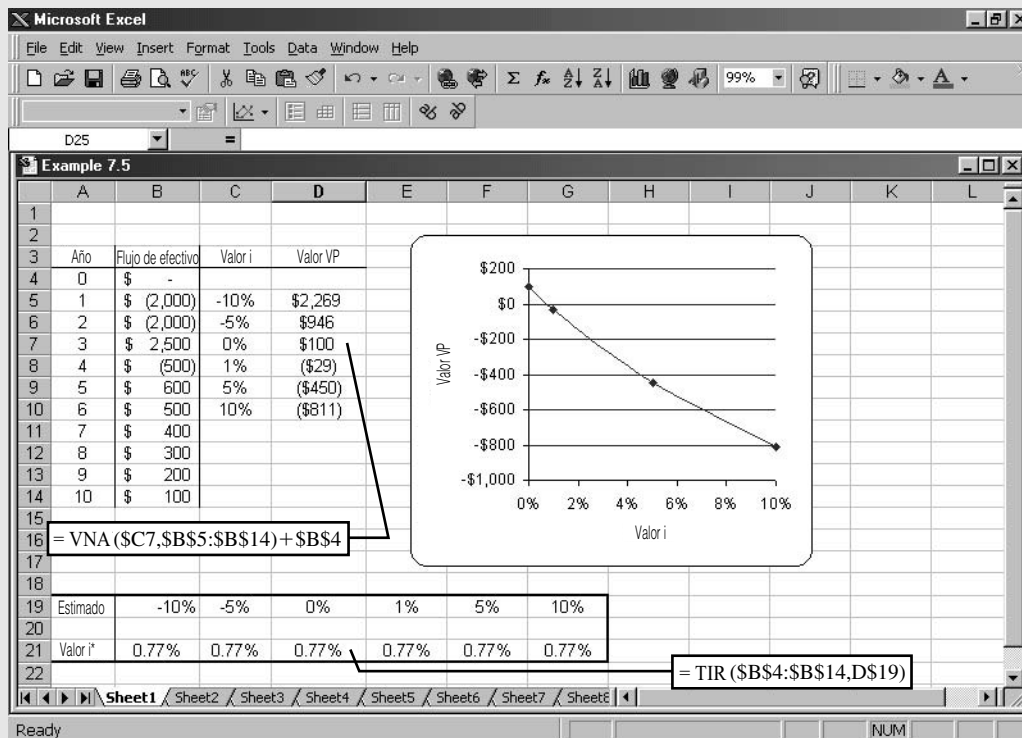


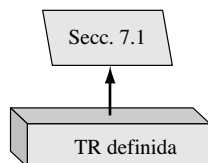
Figura 7.7

Solución en hoja de cálculo para calcular i^* , ejemplo 7.5.

En muchos casos algunos de los valores múltiples de i^* parecerán ridículos porque son o muy grandes o muy pequeños (negativos). Por ejemplo, para una secuencia con tres cambios de signo, los valores de 10, 150 y 750 son difíciles de utilizar en el momento de tomar decisiones prácticas. (En efecto, una ventaja de los métodos VP y VA para el análisis de alternativas estriba en que las tasas irreales no entran en el análisis.) Al determinar qué valor de i^* elegir como *el* valor de la TR, es común despreciar los valores negativos y grandes, o simplemente no calcularlos. En realidad, *el enfoque correcto es determinar la tasa de rendimiento compuesta única*, como se describe en la siguiente sección.

Si se utiliza un sistema de hoja de cálculo estándar, tal como Excel, éste determinará normalmente una raíz de número real, a menos que se hayan ingresado en secuencia diferentes cantidades de TR “estimado”. Este valor i^* determinado de Excel es, en general, una raíz valuada en forma realista, porque la i^* que resuelve la relación VP está determinada por el método de ensayo y error incorporado a la hoja de cálculo. Este método empieza con un valor predefinido, de ordinario 10%, o con el valor “estimado” suministrado por el usuario, como se ilustra en el ejemplo anterior.

7.5 TASA DE RENDIMIENTO COMPUESTA: ELIMINACIÓN DE VALORES i^* MÚLTIPLES



Las tasas de rendimiento calculadas hasta ahora son tasas que equilibran exactamente los flujos de efectivo positivos y negativos, considerando el valor del dinero en el tiempo. Cualquier método que tome en consideración el valor del dinero en el tiempo es útil para calcular dicha tasa de equilibrio, como VP, VA o VF. La tasa de interés obtenida a partir de tales cálculos se conoce como tasa interna de rendimiento (TIR). Expresada en forma simple, la tasa interna de rendimiento es la tasa de rendimiento del saldo no recuperado de una inversión, como antes se definió. Los fondos que permanecen sin recuperar están aún dentro de la inversión, de ahí el nombre de *tasa interna de rendimiento*. Los términos generales, tasa de rendimiento y tasa de interés, implican en general la tasa interna de rendimiento. Las tasas de interés citadas o calculadas en capítulos previos eran todas tasas internas.

El concepto de saldo no recuperado adquiere importancia cuando se generan (se arrojan) flujos de efectivo netos positivos antes del final de un proyecto. Un flujo de efectivo neto positivo, una vez generado, se *libera como fondo externo al proyecto*, y no se considera más en el cálculo de la tasa interna de rendimiento. Tales flujos de efectivo netos positivos pueden ocasionar una secuencia de flujo de efectivo no convencional y valores múltiples de i^* . Sin embargo, existe un método para considerar explícitamente estos fondos, como se plantea más adelante. Adicionalmente, se elimina el dilema de raíces múltiples de i^* .

Es importante comprender que el procedimiento detallado más adelante se usa para

Determinar la tasa de rendimiento para el flujo de efectivo estimado cuando existen múltiples valores i^* indicados por las reglas de los signos tanto del flujo de efectivo como del flujo de efectivo acumulado, y que los flujos de efectivo positivos netos del proyecto ganarán a una tasa establecida que es diferente de cualquier valor i^* múltiple.

Por ejemplo, suponga que una serie de flujo de efectivo tiene dos valores i^* que equilibran la ecuación de TR (10% y 60% anual) y cualquier efectivo liberado por el proyecto es invertido por la compañía a una tasa de rendimiento de 25% anual. El procedimiento siguiente encontrará una sola tasa de rendimiento para la serie de flujo de efectivo. No obstante, si se sabe que el efectivo liberado ganará exactamente 10%, la única tasa es 10%. Se formula el mismo enunciado usando la tasa de 60%.

Como antes, si no es necesaria la tasa de rendimiento exacta para el flujo de efectivo estimado de un proyecto, resulta mucho más simple, e igualmente correcto, utilizar un análisis VP o VA a la TMAR para determinar si el proyecto es financieramente viable. Ésta es la manera normal de operación en un estudio de ingeniería económica.

Considere los cálculos de tasa interna de rendimiento para los siguientes flujos de efectivo: se invierten \$10 000 en $t = 0$, se reciben \$8 000 en el año 2, y se reciben \$9 000 en el año 5. La ecuación VP que determina i^* es:

$$0 = -10\,000 + 8\,000(P/F, i, 2) + 9\,000(P/F, i, 5)$$

$$i^* = 16.815\%$$

Si se utiliza esta tasa para los saldos no recuperados, la inversión se recuperará exactamente al final del año 5. El procedimiento para verificar esto es idéntico al utilizado en la tabla 7.1, que describe cómo funciona TR para eliminar con exactitud el saldo no recuperado con el flujo de efectivo final.

Saldo no recuperado al final del año 2 inmediatamente antes de recibir \$8 000:

$$-10\,000(F/P, 16.815\%, 2) = -10\,000(1 + 0.16815)^2 = \$-13\,646$$

Saldo no recuperado al final del año 2 inmediatamente después de recibir \$8 000:

$$-13\,646 + 8\,000 = \$-5\,646$$

Saldo no recuperado al final del año 5 inmediatamente antes de recibir \$9 000:

$$-5\,646(F/P, 16.815\%, 3) = \$-9\,000$$

Saldo no recuperado al final del año 5 inmediatamente después de recibir \$9 000:

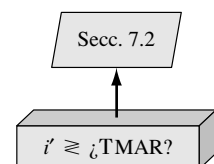
$$\$-9\,000 + 9\,000 = \$0$$

En este cálculo no se consideran los \$8 000 disponibles después del año 2. ¿Qué sucede si se consideran los fondos liberados de un proyecto al calcular la tasa de rendimiento global de éste? Después de todo, algo debe hacerse con los fondos liberados. Una posibilidad es suponer que el dinero se reinvierte a alguna tasa establecida. El método TR supone que los fondos excedentes de un proyecto ganan a la tasa i^* , pero ésta quizá no sea una tasa realista en la práctica cotidiana. Otro enfoque consiste en suponer tan sólo que las reinversiones ocurren a la TMAR. Además de dar cuenta de todo el dinero liberado durante el periodo del proyecto y reinvertido a una tasa realista, el enfoque analizado a continuación tiene la ventaja de convertir una serie de flujo de efectivo no convencional (con valores múltiples de i^*) en una serie convencional con una raíz, que puede considerarse como la tasa de rendimiento para tomar una decisión sobre un proyecto.

La tasa de ganancias utilizada para los fondos liberados se llama la *tasa de reinversión*, o *tasa externa de rendimiento* y se simboliza por c . Dicha tasa, establecida por fuera del flujo de efectivo estimado (externa al proyecto) que se está evaluando, depende de la tasa disponible en el mercado para inversiones. Si una compañía está obteniendo, por ejemplo, 8% en sus inversiones diarias, entonces $c = 8\%$. Es práctica común fijar c igual a la TMAR. Ahora, la única tasa de interés que satisface la ecuación de la tasa de rendimiento se llama la tasa de rendimiento compuesta (TRC) y se simboliza por i' . Por definición:

La tasa de rendimiento compuesta i' es la tasa de rendimiento única para un proyecto que supone que los flujos de efectivo netos positivos, que representan dinero no requerido inmediatamente por el proyecto, se reinvierten a la tasa de reinversión c .

El término *compuesto* se utiliza aquí para describir dicha tasa de rendimiento porque ésta se obtiene utilizando otra tasa de interés, a saber, la tasa c de reinversión. Si c resulta ser igual a cualquier otro de los valores i^* , entonces la tasa compuesta i'



será igual a ese valor de i^* . La TRC se conoce también como *rendimiento sobre el capital invertido* (RCI). Una vez que se determina la i' única, se compara con la TMAR para decidir sobre la viabilidad financiera del proyecto, como se explicó en la sección 7.2.

El procedimiento correcto para determinar i' se denomina *procedimiento de inversión neta*. La técnica permite encontrar el valor futuro de la cantidad de inversión neta en un año al futuro. Calcule el valor F_+ de la inversión neta del proyecto en el año t a partir de F_{t-1} , utilizando el factor F/P para un año a la tasa de reinversión c , si la inversión neta anterior F_{t-1} es positiva (dinero extra generado por el proyecto), o a la tasa TRC i' si F_{t-1} es negativa (el proyecto utilizó todos los fondos disponibles). Matemáticamente, para cada año t establezca la relación

$$F_t = F_{t-1}(1 + i) + C_t \quad [7.6]$$

donde $t = 1, 2, \dots, n$

n = total de años en el proyecto

C_t = flujo de efectivo neto en el año t

$$i = \begin{cases} c & \text{si } F_{t-1} > 0 \text{ (inversión positiva neta)} \\ i' & \text{si } F_{t-1} < 0 \text{ (inversión negativa neta)} \end{cases}$$

Defina la relación de inversión neta para el año n igual a cero ($F_n = 0$) y resuelva para i' . El valor i' obtenido es único para una tasa de reinversión establecida c .

El desarrollo desde F_1 hasta F_3 para la serie de flujo de efectivo siguiente, que se grafica en la figura 7.8a, se ilustra para una tasa de reinversión de $c = \text{TMAR} = 15\%$.

Año	Flujo de efectivo, \$
0	50
1	-200
2	50
3	100

La inversión neta para el año $t = 0$ es:

$$F_0 = \$50$$

que es positiva, de manera que rinde $c = 15\%$ durante el primer año. Mediante la ecuación [7.6], F_1 es

$$F_1 = 50(1 + 0.15) - 200 = \$-142.50$$

Este resultado se muestra en la figura 7.8b. Puesto que la inversión neta del proyecto ahora es negativa, el valor F_1 obtiene un interés a la tasa compuesta i' durante el año 2. Por consiguiente, para el año 2,

$$F_2 = F_1 (1 + i') + C_2 = -142.50(1 + i') + 50$$

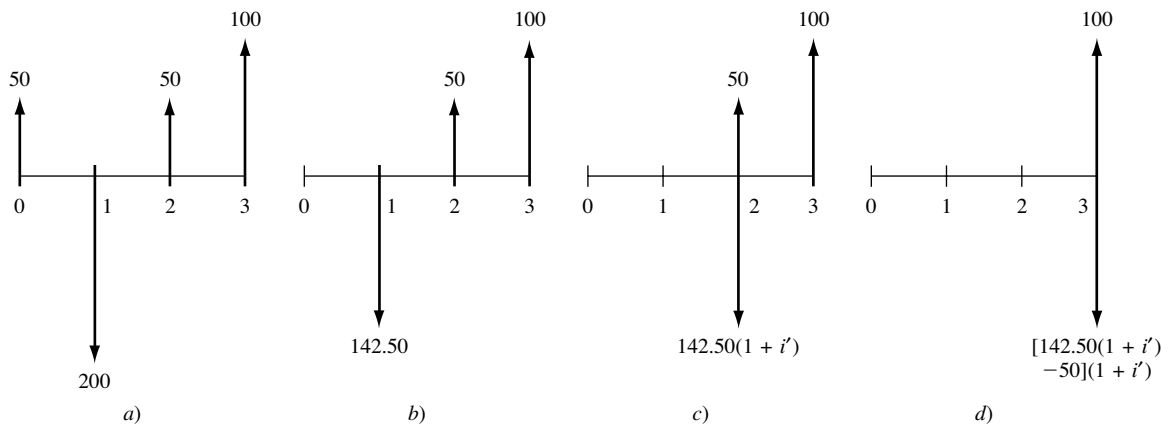


Figura 7.8

Serie de flujo de efectivo para la cual se calcula la tasa de rendimiento i' compuesta: a) forma original; forma equivalente en b) el año 1, c) el año 2 y d) el año 3.

El valor i' debe determinarse (figura 7.8c). Puesto que F_2 será negativo para todos los $i' > 0$, utilice i' para establecer F_3 como se muestra en la figura 7.8d.

$$F_3 = F_2(1 + i') + C_3 = [-142.50(1 + i') + 50](1 + i') + 100 \quad [7.7]$$

Al definir la ecuación [7.7] igual a cero y resolviendo para i' , resultará la única tasa de rendimiento compuesta i' . Los valores resultantes son 3.13% y -168%, ya que la ecuación [7.7] es una relación cuadrática (potencia 2 para i'). El valor de $i' = 3.13\%$ es la i^* correcta en el rango de -100% a ∞ . El procedimiento para encontrar i' se resume de la siguiente manera:

1. Elabore un diagrama de flujo de efectivo de la serie de flujo de efectivo neto original.
2. Desarrolle la serie de inversiones netas utilizando la ecuación [7.6] y el valor c . El resultado es la expresión F_n en términos de i' .
3. Defina $F_n = 0$ y encuentre el valor i' que satisface la ecuación.

Vienen a colación diversos comentarios. Si la tasa de reinversión c es igual al valor de la tasa interna de rendimiento i^* (o sólo a uno de los valores de i^* cuando hay múltiples), la i' que se calcula será exactamente la misma que i^* , es decir, $c = i^* = i'$. Cuanto más cercano el valor de c esté de i^* , menor será la diferencia entre las tasas compuesta e interna. Como se mencionó anteriormente, es razonable suponer que $c = \text{TMAR}$, si todos los fondos provisto por el proyecto pueden obtenerlos de manera realista el rendimiento de la TMAR.

A continuación se resumen las relaciones entre c , i' e i^* ; asimismo, en el ejemplo 7.6 se demuestran las relaciones.

Relación entre tasa de reinversión c e i^*	Relación entre TCR i' e i^*
$c = i^*$	$i' = i^*$
$c < i^*$	$i' < i^*$
$c > i^*$	$i' > i^*$

Recuerde: El procedimiento completo de inversión neta se utiliza cuando se indican valores múltiples de i^* , los cuales se presentan cuando una serie no convencional de flujo de efectivo no tiene una raíz positiva, como lo determina el criterio de Norstrom. Además, ninguno de los pasos en este procedimiento se aplica si el método de valor presente o de valor anual se utiliza para evaluar un proyecto a la TMAR.

El procedimiento de inversión neta también se aplica cuando está presente una tasa interna de rendimiento (i^*); pero la tasa de reinversión establecida (c) es significativamente diferente de i^* . Para esta situación continúan siendo correctas las mismas relaciones entre c , i^* e i' establecidas líneas arriba.

EJEMPLO 7.6

Calcule la tasa de rendimiento compuesta para el grupo de ingeniería de Honda Motor Corp. del ejemplo 7.4, si la tasa de reinversión es a) 7.47% y b) la TMAR corporativa de 20%. Los múltiples valores de i^* están determinados en la figura 7.6.

Solución

- a) Utilice el procedimiento de inversión neta para determinar i' para $c = 7.47\%$.
1. La figura 7.9 muestra el flujo de efectivo original.
 2. La primera expresión del proyecto de inversión neta es $F_0 = \$+2\,000$. Como $F_0 > 0$, utilice $c = 7.47\%$ para escribir F_1 por la ecuación [7.6].

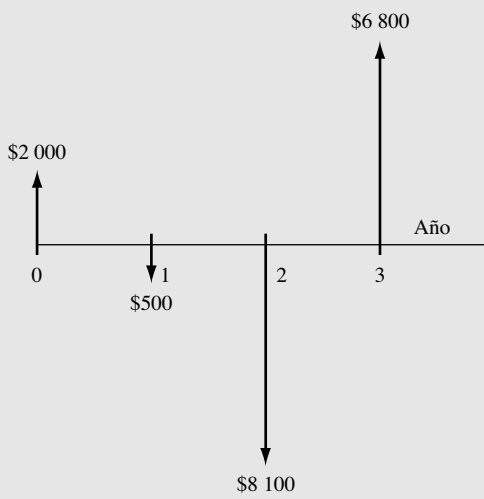


Figura 7.9
Flujo de efectivo original
(en miles), ejemplo 7.6.

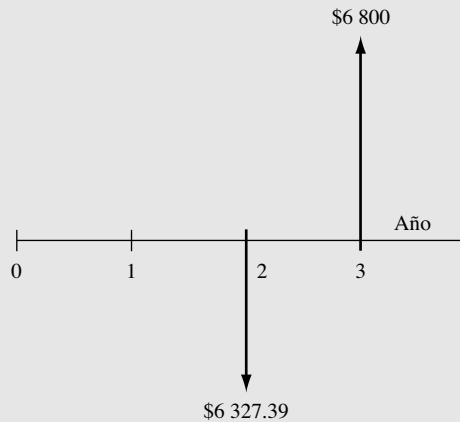


Figura 7.10
Flujo de efectivo
equivalente (en
miles) de la figura
7.9 con reinversión
en $c = 7.47\%$.

$$F_1 = 2\,000(1.0747) - 500 = \$1\,649.40$$

Puesto que $F_1 > 0$, use $c = 7.47\%$ para calcular F_2 .

$$F_2 = 1\,649.40(1.0747) - 8100 = \$-6\,327.39$$

La figura 7.10 muestra el flujo de efectivo equivalente en este momento. Puesto que $F_2 < 0$, utilice i' para expresar F_3 .

$$F_3 = -6\,327.39(1 + i') + 6\,800$$

3. Defina $F_3 = 0$ y resuelva para i' directamente.

$$\begin{aligned} -6\,327.39(1 + i') + 6\,800 &= 0 \\ 1 + i' &= \frac{6\,800}{6\,327.39} = 1.0747 \\ i' &= 7.47\% \end{aligned}$$

La TRC es 7.47%, que es lo mismo que c , la tasa de reinversión y el valor i^* determinado en el ejemplo 7.4, figura 7.6. Observe que 41.35%, que es el segundo valor i^* , ya no equilibra la ecuación de la tasa de rendimiento. El resultado del valor futuro equivalente para el flujo de efectivo en la figura 7.10, si i' fuera 41.35%, es:

$$6\,327.39(F/P, 41.35\%, 1) = \$8\,943.77 \neq \$6\,800$$

b) Para $\text{TMAR} = c = 20\%$, la serie de inversión neta es:

$$\begin{aligned} F_0 &= +2\,000 & (F_0 > 0, \text{ use } c) \\ F_1 &= 2\,000(1.20) - 500 = \$1\,900 & (F_1 > 0, \text{ use } c) \\ F_2 &= 1\,900(1.20) - 8\,100 = \$-5\,820 & (F_2 < 0, \text{ use } i') \\ F_3 &= -5\,820(1 + i') + 6\,800 \end{aligned}$$

Defina $F_3 = 0$ y resuelva para i' directamente:

$$1 + i' = \frac{6\,800}{5\,820} = 1.1684$$
$$i' = 16.84\%$$

La TRC es $i' = 16.84\%$ a una tasa de reinversión de 20%, que representa un incremento marcado de $i' = 7.47\%$ con $c = 7.47\%$.

Advierta que como $i\phi < \text{TMAR} = 20\%$, el proyecto no está justificado financieramente. Esto se verifica mediante el cálculo de $\text{VP} = \$-106$ al 20% para los flujos de efectivo originales.

EJEMPLO 7.7

Determine la tasa de rendimiento compuesta para el flujo de efectivo de la tabla 7.6 si la tasa de reinversión es la TMAR de 15% anual. ¿Se justifica el proyecto?

Solución

Una revisión de la tabla 7.6 indica que los flujos de efectivo no convencionales tienen dos cambios de signo y que la secuencia de flujo de efectivo acumulado no comienza con un valor negativo. Existe un máximo de dos valores i^* . Para encontrar el único valor de i' , desarrolle la serie de inversión neta desde F_0 hasta F_{10} usando la ecuación [7.6] y $c = 15\%$.

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 200 \qquad (F_1 > 0, \text{ use } c)$$
$$F_2 = 200(1.15) + 100 = \$330 \qquad (F_2 > 0, \text{ use } c)$$
$$F_3 = 330(1.15) + 50 = \$429.50 \qquad (F_3 > 0, \text{ use } c)$$
$$F_4 = 429.50(1.15) - 1\,800 = \$-1\,306.08 \qquad (F_4 < 0, \text{ usar } i')$$
$$F_5 = -1\,306.08(1 + i') + 600$$

TABLA 7.6 Secuencias de flujo de efectivo y de flujo de efectivo acumulado, ejemplo 7.7

Año	Flujo de efectivo, \$		Año	Flujo de efectivo, \$	
	Neto	Acumulado		Neto	Acumulado
0	0	0	6	500	-350
1	200	+200	7	400	+50
2	100	+300	8	300	+350
3	50	+350	9	200	+550
4	-1 800	-1 450	10	100	+650
5	600	-850			

Puesto que no se sabe si F_5 es mayor o menor que cero, en todas las expresiones restantes use i' .

$$F_6 = F_5(1 + i') + 500 = [-1\,306.08(1 + i') + 600](1 + i') + 500$$

$$F_7 = F_6(1 + i') + 400$$

$$F_8 = F_7(1 + i') + 300$$

$$F_9 = F_8(1 + i') + 200$$

$$F_{10} = F_9(1 + i') + 100$$

Para calcular i' , la expresión $F_{10} = 0$ se resuelve por ensayo y error. La solución determina que $i' = 21.24\%$. Como $i' > \text{TMAR}$, el proyecto está justificado. Para trabajar más con este ejercicio y con el procedimiento de inversión neta, revise el estudio de caso en este capítulo.

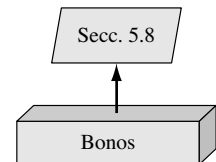
Comentario

Las dos tasas que satisfacen la ecuación TR son $i^*_1 = 28.71\%$ e $i^*_2 = 48.25\%$. Si se vuelve a trabajar este problema a cualquier tasa de reinversión, el valor i' será el mismo que estas tasas de reinversión; es decir, si $c = 28.71\%$, entonces $i' = 28.71\%$.

Existe una función de hoja de cálculo llamada TIRM (TIR modificada), la cual determina una tasa de interés única, cuando se ingresa una tasa de reinversión c para flujos de efectivo positivos. Sin embargo, la función no realiza el procedimiento de inversión neta para la serie de flujo de efectivo no convencional que se analiza aquí, más bien requiere que se proporcione una tasa financiera para los fondos utilizados como inversión inicial. Entonces, las fórmulas para los cálculos de TIRM y TRC no son las mismas. La TIRM no producirá exactamente la misma respuesta que la ecuación [7.6], a menos que todas las tasas resulten ser las mismas y este valor sea una de las raíces de la relación de TR.

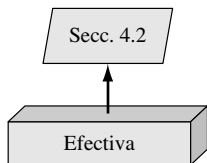
7.6 TASA DE RENDIMIENTO DE UNA INVERSIÓN EN BONOS

En el capítulo 5 el lector aprendió la terminología de los bonos y cómo calcular el VP de una inversión en bonos. La serie de flujo de efectivo para una inversión en bonos es convencional y tiene una única i^* , la cual se determina mejor al resolver una ecuación de tasa de rendimiento basada en VP de la forma de la ecuación [7.1]. Los ejemplos 7.8 y 7.9 ilustran el procedimiento.



EJEMPLO 7.8

Allied Materials necesita \$3 millones en capital de deuda para materiales compuestos expandidos. Está ofreciendo bonos de baja denominación a un precio de descuento de \$800 para un bono de \$1 000 al 4% que madura en 20 años, con interés pagadero semestralmente. ¿Qué tasas de interés nominal y efectiva anuales, compuestas semestralmente, pagará Allied Materials a un inversionista?

**Solución**

El ingreso que un comprador recibirá de la compra de bonos es el interés de bono $I = \$20$ cada 6 meses más el valor nominal en 20 años. La ecuación con base en VP para calcular la tasa de retorno es

$$0 = -800 + 20(P/A, i^*, 40) + 1\,000(P/F, i^*, 40)$$

Resuelva por computadora (función TIR) o a mano para obtener $i^* = 2.87\%$ semestralmente. La tasa de interés nominal anual se calcula al multiplicar i^* por 2.

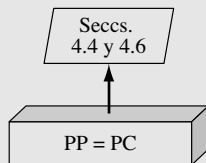
$$i \text{ nominal} = 2.87\%(2) = 5.74\% \text{ anual, compuesta semestralmente}$$

Usando la ecuación [4.5], la tasa anual efectiva es

$$i_a = (1.0287)^2 - 1 = 5.82\%$$

EJEMPLO 7.9

Gerry es un recién incorporado a Boeing Aerospace en California. Él tomó un riesgo financiero al comprar un bono de una corporación diferente que ha incumplido su pago de intereses. Él pagó \$4 240 por un bono de \$10 000 al 8% con interés pagadero trimestralmente. El bono no ha pagado intereses durante los primeros 3 años después de que Gerry lo compró. Si el interés se hubiese pagado durante los siguientes 7 años, y luego Gerry fuese capaz de revender el bono por \$11 000, ¿qué tasa de rendimiento habría obtenido sobre la inversión? Suponga que el bono está previsto madurar 18 años después de su compra. Realice análisis a mano y por computadora.

**Solución a mano**

El interés de bono recibido en los años del 4 a 10 fue

$$I = \frac{(10\,000)(0.08)}{4} = \$200 \text{ por trimestre}$$

La tasa de rendimiento efectiva *por trimestre* puede determinarse al resolver la ecuación VP desarrollada sobre una base por trimestre, puesto que esta base hace PP = PC.

$$0 = -4240 + 200(P/A, i^* \text{ por trimestre}, 28)(P/F, i^* \text{ por trimestre}, 12) + 11\,000(P/F, i^* \text{ por trimestre}, 40)$$

La ecuación es correcta para $i^* = 4.1\%$ por trimestre, que es una tasa nominal de 16.4% anual, compuesta trimestralmente.

Solución por computadora

La solución se muestra en la figura 7.11. La hoja de cálculo está diseñada para calcular directamente una tasa de interés anual de 16.41% en la celda E1. Los ingresos de \$200 trimestralmente por interés del bono se convierten a pagos anuales equivalentes de \$724.24



usando la función VA en la celda E6. Podría determinarse inicialmente en la hoja de cálculo una tasa trimestral, pero este enfoque requeriría cuatro veces el número de entradas de \$200, en comparación con las seis veces que \$724.24 se ingresa aquí. (Una referencia circular puede indicarse por Excel entre las celdas E1, E6 y B6. Sin embargo, al pulsar OK se continúa y se desplegaría la solución $i^* = 16.41\%$. La referencia circular se evita si se ingresan los 40 trimestres de \$0 y \$200 en la columna B, con los cambios necesarios en las relaciones de la columna E, para encontrar la tasa trimestral.)

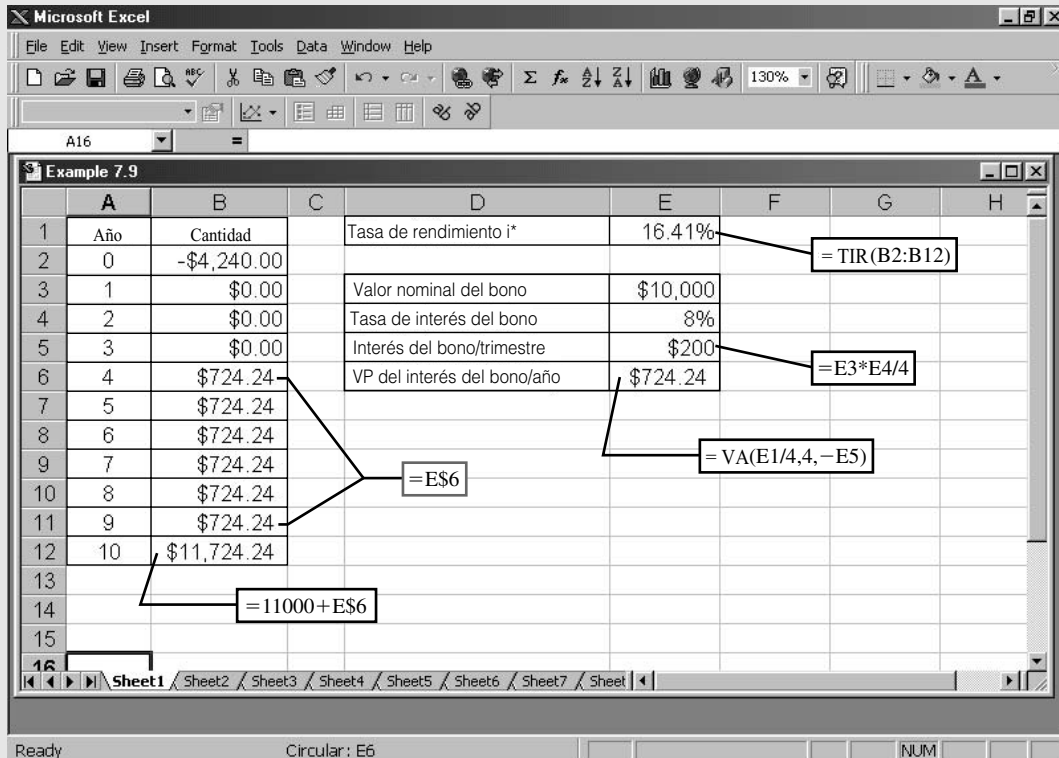


Figura 7.11

Solución en hoja de cálculo de i^* para una inversión en bonos, ejemplo 7.9.

RESUMEN DEL CAPÍTULO

La tasa de rendimiento, o tasa de interés, es un término de uso muy común entendido casi por todos. Sin embargo, la mayoría de la gente puede tener gran dificultad para calcular correctamente una tasa de rendimiento i^* para todas las secuencias de un flujo de efectivo. Para algunos tipos de series, es posible más de una posibilidad

de TR. El número máximo de valores i^* es igual al número de cambios en los signos de la serie de flujo de efectivo neto (regla de Descartes de los signos). Además, puede encontrarse una tasa positiva única si la serie del flujo de efectivo neto acumulado empieza negativamente y tiene sólo un cambio de signo (criterio de Norstrom).

Para todas las series de flujo de efectivo con una indicación de raíces múltiples, tiene que tomarse una decisión sobre si se deben calcular las múltiples tasas internas i^* o la tasa de rendimiento compuesta, usando una tasa de reinversión externamente determinada. Dicha tasa, por lo general, se define igual a la TMAR. Aunque la tasa interna casi siempre es más fácil de calcular, la tasa compuesta es el enfoque correcto, ya que implica dos ventajas: se eliminan las tasas múltiples de rendimiento y se consideran los flujos de efectivo neto liberados por el proyecto, utilizando una tasa de reinversión realista. Sin embargo, el cálculo de múltiples tasas i^* , o la tasa de rendimiento compuesta, con frecuencia incluye herramientas computacionales.

Si no es necesaria una TR exacta, se recomienda ampliamente que se usen los métodos VP o VA con la TMAR para evaluar la justificación económica.

PROBLEMAS

Comprensión de la TR

- 7.1 ¿Qué significa una tasa de rendimiento de 100%?
- 7.2 Un préstamo de \$10 000, amortizado durante 5 años con una tasa de interés de 10% anual, requeriría abonos de \$2 638 para terminar de pagarlo cuando el interés se carga al saldo insoluto. Si el interés se carga al capital principal en lugar de al saldo insoluto, ¿cuál sería el balance después de 5 años, si los mismos pagos de \$2 638 se hicieran cada año?
- 7.3 A-1 Loans hace préstamos con el interés pagado sobre el capital principal en lugar de sobre el saldo insoluto. Para un préstamo de \$10 000 pagadero a 4 años, al 10% anual, ¿qué pago por año se requeriría para reembolsarlo en 4 años si el interés se cargara al a) capital principal y b) saldo insoluto?
- 7.4 Un pequeño contratista industrial compró un edificio de bodegas para almacenar equipos y materiales que no necesita de inme-

diato en los sitios de construcción. El costo del edificio fue de \$100 000 y el contratista acordó con el vendedor financiar la compra durante un periodo de 5 años. En el acuerdo se estableció que los pagos mensuales debían hacerse sobre una amortización a 30 años, pero el saldo adeudado al final del año 5 debería pagarse en una sola exhibición. ¿Cuál fue el monto de esta suma global, si la tasa de interés sobre el préstamo fue de 6% anual, compuesto mensualmente?

Determinación de TR

- 7.5 ¿Qué tasa de rendimiento por mes obtendrá un emprendedor durante el periodo de proyecto de $2\frac{1}{2}$ años, si invirtió \$150 000 en la producción de compresores portátiles de aire de 12 voltios? Sus costos estimados mensuales son de \$27 000, con ingresos de \$33 000 por mes.
- 7.6 Se pidió a la empresa Camino Real Landfill que instalara una membrana de plástico para

impedir que las lechadas se trasminaran hacia el agua subterránea. El área por cubrir era de 50 000 metros cuadrados y el costo de la membrana instalada fue de \$8 por metro cuadrado. Para recuperar la inversión, el propietario del relleno sanitario cargó \$10 por cada carga de camioneta, \$25 por la de camión de cascajo, y \$70 por la de vehículo compactador. Si la distribución mensual fue de 200 camionetas, 50 camiones y 100 vehículos compactadores, ¿cuál será la tasa de rendimiento que el dueño del relleno obtendrá sobre la inversión, si el área por llenar se adecua para 4 años?

- 7.7** Swagelok Enterprises fabrica accesorios y válvulas en miniatura. Durante un periodo de 5 años, los costos asociados con una línea de producto fueron los siguientes: costo inicial de \$30 000 y costos anuales de \$18 000. El ingreso anual fue de \$27 000, y el equipo usado se vendió en \$4 000. ¿Qué tasa de rendimiento obtuvo la compañía por este producto?
- 7.8** Barron Chemical usa un polímero termoplástico para mejorar la apariencia de ciertos paneles RV. El costo inicial de un proceso fue de \$130 000, con costos anuales de \$49 000 e ingresos de \$78 000 en el año 1, con incrementos anuales de \$1 000. Se obtuvo un valor de rescate de \$23 000 cuando el proceso se descontinuó después de 8 años. ¿Qué tasa de rendimiento tuvo la empresa por este proceso?
- 7.9** Una egresada de la Universidad de Nuevo México posee un negocio exitoso y quisiera iniciar un fondo por su cuenta para otorgar becas a estudiantes de ingeniería económica. Ella desea que las becas sean de \$10 000 por año, y que la primera se otorgara el día de la donación (es decir, en el momento 0). Si planea donar \$100 000, ¿qué tasa de rendimiento tendría que alcanzar la universidad a fin de poder entregar las becas de \$10 000 anuales para siempre?

- 7.10** La compañía PPG manufactura una amina epóxica que se usa para evitar que el contenido de envases con tereftalato de polietileno (TP) reaccionen con el oxígeno. A continuación se muestra el flujo de efectivo (en millones) asociado con el proceso. Determine la tasa de rendimiento.

Año	Costo, \$	Ingreso, \$
0	-10	—
1	-4	2
2	-4	3
3	-4	9
4	-3	9
5	-3	9
6	-3	9

- 7.11** Una ingeniera mecánica emprendedora comenzó un negocio para cortar llantas en tiras, a fin de aprovechar las ventajas que otorga una ley del Estado de Texas que prohíbe descharlas completas en los rellenos sanitarios. El costo de la cortadora fue de \$220 000 y se gastó \$15 000 para conseguir energía de 460 voltios, además de otros \$76 000 en la preparación del sitio para ubicar la cortadora. Por medio de contratos celebrados con distribuidores de llantas, recibía un pago de \$2 por llanta y manejaba un promedio de 12 000 de éstas al mes, durante 3 años. Los costos anuales de operación por mano de obra, energía, reparaciones, etc., sumaban un total de \$1.05 por llanta. También vendió algunos trozos de llanta a instaladores de fosas sépticas quienes las usan en los campos por drenar. La empresa generó \$2 000 netos por mes y después de 3 años, la ingeniera vendió el equipo en \$100 000. ¿Qué tasa de rendimiento obtuvo a) por mes y b) por año (nominal y efectiva)?
- 7.12** Una compañía de Internet N a C proyectó los flujos de efectivo (en millones, vea la siguiente página). ¿Cuál es la tasa de rendimiento que obtendría si los flujos ocurrieran de acuerdo a lo planeado?

Año	Gasto, \$	Ingreso, \$
0	-40	—
1	-40	12
2	-43	15
3	-45	17
4	-46	51
5	-48	63
6-10	-50	80

- 7.13** La Universidad de California en San Diego, estudia un plan para construir una planta de 8 megawatts de cogeneración para satisfacer parte de sus necesidades de energía. Se espera que el costo de la planta sea de \$41 millones. Con un costo de \$120 por cada megawatt-hora, la universidad consume al año 55 000 de éstos. *a)* Si la universidad fuera capaz de producir energía a la mitad del costo que paga ahora, ¿qué tasa de rendimiento lograría por su inversión, si la planta de energía durara 30 años? *b)* Si la universidad vendiera un promedio de 12 000 megawatt-hora por año en \$90 cada uno, ¿qué tasa de rendimiento obtendría?
- 7.14** Una nueva máquina de afeitar de Gillette llamada M3Power emite pulsos que hacen que la piel levante el pelo de modo que puede cortarse con más facilidad. Esto tal vez haga que las navajas duren más debido que habría menos necesidad de rasurar repetidas veces la misma superficie. El sistema M3Power (que incluye las baterías) se vende en \$14.99 en ciertas tiendas y un paquete de cuatro navajas cuesta \$10.99, mientras que las navajas M3Turbo, más convencionales, cuestan \$7.99 en un paquete de cuatro. Si las navajas para el sistema M3Power duran 2 meses, en tanto que las M3Turbo duran sólo 1 mes, ¿qué tasa de rendimiento (nominal y efectiva) se obtendría si una persona comprara el sistema M3Power, *a)* por mes y *b)* por año? Suponga que la persona ya tiene una rasuradora M3Turbo pero necesita comprar navajas en el momento 0. Use un periodo de proyecto de un año.

- 7.15** Techstreet.com es un negocio pequeño de diseño de páginas web que proporciona servicios para dos tipos principales de sitios web: los de tipo folleto y los de comercio electrónico. Un paquete involucra un pago inicial de \$90 000, y pagos mensuales de 1.4¢ por visita. Una compañía de *software* para dibujo por computadora está analizando el paquete y calcula que va a tener al menos 6 000 visitas por mes, de las cuales espera que 1.5% terminen en una venta. Si el ingreso promedio por ventas (después de pagar tarifas y otros gastos) es de \$150, ¿qué tasa de rendimiento mensual obtendría la compañía de *software* para dibujo si usara el sitio web durante 2 años?
- 7.16** Una persona entabló una demanda, ganó el juicio y obtuvo una compensación de \$4 800 por mes durante 5 años. El demandante necesita ahora una suma bastante grande de dinero para hacer una inversión y ofreció al defensor de su oponente la oportunidad de pagar \$110 000 en una sola exhibición. Si el defensor acepta la oferta y pagaran \$110 000 ahora, ¿cuál sería la tasa de rendimiento que obtendría el defensor por la *inversión* realizada? Suponga que el pago próximo de \$4 800 debe hacerse dentro de un mes.
- 7.17** En el Army Research Laboratory, los científicos desarrollaron un mejor proceso de adhesión por difusión que se espera aumente en forma significativa el rendimiento de compuestos híbridos multifuncionales. Los ingenieros de la NASA estiman que los compuestos que se fabrican por medio del nuevo proceso procurarán ahorros en muchos proyectos de exploración espacial. A continuación se muestran los flujos de efectivo para un proyecto. Determine la tasa de rendimiento anual.

Año <i>t</i>	Costo (\$1 000)	Ahorro (\$1 000)
0	-210	—
1	-150	—
2-5	—	100 + 60(<i>t</i> - 2)

- 7.18** Una compañía acerera australiana, ASM International, afirma que puede lograrse un ahorro de 40% del costo de una barra de acero inoxidable para alambre si se reemplazan los hilos fabricados por deposiciones precisas de soldadura. Un fabricante estadounidense de remaches y accesorios para rellenar planea adquirir el equipo, por lo que un ingeniero mecánico de esta empresa preparó las estimaciones de flujo de efectivo siguientes. Determine la tasa de rendimiento (nominal) esperada por trimestre y por año.

Trimestre	Costo, \$	Ahorro, \$
0	-450 000	—
1	-50 000	10 000
2	-40 000	20 000
3	-30 000	30 000
4	-20 000	40 000
5	-10 000	50 000
6-12	—	80 000

- 7.19** Se piensa que una aleación de indio-galio-arsénico-nitrógeno, desarrollada en Sandia National Laboratory, tiene usos potenciales en la generación de electricidad por medio de celdas solares. Se espera que el material nuevo tenga una vida más larga, y se cree que tendrá una tasa de eficiencia de 40%, lo que representa casi el doble del de las celdas solares convencionales. De usarse las celdas nuevas, la vida útil de un satélite de comunicaciones podría ampliarse de 10 a 15 años. ¿Qué tasa de rendimiento podría obtenerse si una inversión adicional de \$950 000 generara ingresos extra de \$450 000 en el año 11, \$500 000 en el 12, y cantidades que crezcan \$50 000 por año hasta el año 15?
- 7.20** Un donativo permanente a la Universidad de Alabama se destinará para premiar con becas a los estudiantes de ingeniería. Los premios se entregarán 5 años después de que se haga la donación global de \$10 millones. Si el interés que genere el donativo

servirá para financiar a 100 estudiantes con \$10 000 para cada uno por año, ¿qué tasa de rendimiento debe lograr el donativo?

- 7.21** Una fundación filantrópica recibió un donativo de \$5 millones por parte de un próspero contratista de la construcción. Se especificó que como premio se entregarían \$200 000 durante cada uno de los 5 años a partir de *hoy* (es decir, 6 premios) a una universidad involucrada en la investigación acerca del desarrollo de materiales compuestos en capas. De ahí en adelante, se harían entregas iguales al monto de los intereses generados cada año. Si se espera que el importe de los fondos del año 6 hasta el futuro indefinido sea de \$1 000 000 anuales, ¿cuál es la tasa de rendimiento que obtendría la fundación?

Valores TR múltiples

- 7.22** ¿Cuál es la diferencia entre una serie de flujo de efectivo convencional y no convencional?
- 7.23** ¿Cuáles flujos de efectivo se asocian con la regla de los signos de Descartes y el criterio de Norstrom?
- 7.24** De acuerdo con la regla de los signos de Descartes, ¿cuántos valores posibles de i^* existen para los flujos de efectivo que tienen los signos indicados a continuación?
- a) ---++--+
 b) -----+++++
 c) ++++-----+-+---
- 7.25** En la página siguiente se muestra el flujo de efectivo (en miles) asociado con un método nuevo para fabricar cortadores de cartón, para un periodo de 2 años. a) Use la regla de los signos de Descartes para determinar el número máximo de valores posibles de la tasa de rendimiento. b) Use el criterio de Norstrom para determinar si sólo existe un valor positivo de la tasa de rendimiento..

Trimestre	Egreso, \$	Ingreso, \$
0	-20	0
1	-20	5
2	-10	10
3	-10	25
4	-10	26
5	-10	20
6	-15	17
7	-12	15
8	-15	2

7.26 RKI Instruments manufactura un controlador de ventilación diseñado para vigilar y controlar el monóxido de carbono en estacionamientos cerrados, salas de calderas, túneles, etc. A continuación se presenta el flujo de efectivo neto asociado con una fase de la operación. *a)* ¿Cuántos valores posibles de tasas de rendimiento hay para esta serie de flujo de efectivo? *b)* Encuentre todos los valores de la tasa de rendimiento entre 0% y 100%.

Año	Flujo neto de efectivo, \$
0	-30 000
1	20 000
2	15 000
3	-2 000

7.27 Un fabricante de fibras de carbono para espuma densa (que se usa en artículos deportivos, compuestos termoplásticos, aspas de molinos de viento, etc.) reportó los flujos de efectivo que se presentan en seguida. *a)* Determine el número de valores posibles de la tasa de rendimiento, y *b)* encuentre todos los valores de la tasa de rendimiento entre -50% y 120%.

Año	Flujo neto de efectivo, \$
0	-17 000
1	20 000
2	-5 000
3	8 000

7.28 Arc-bot Technologies, fabricante de robots con servomecanismos eléctricos de seis ejes, obtuvo para un departamento de envíos los

flujos de efectivo que se aprecian a continuación. *a)* Determine el número posible de los valores de la tasa de rendimiento, *b)* encuentre todos los valores de i^* entre 0% y 100%.

Año	Egreso, \$	Ahorro, \$
0	-33 000	0
1	-15 000	18 000
2	-40 000	38 000
3	-20 000	55 000
4	-13 000	12 000

7.29 Hace cinco años, una compañía hizo una inversión de \$5 millones en un material nuevo de alta temperatura. El producto no fue bien recibido después de su primer año en el mercado. Sin embargo, cuando se reintrodujo 4 años después, se vendió bien durante un año. El financiamiento para efectuar investigación profunda a fin de diversificar sus aplicaciones costó \$15 millones en el año 5. Determine la tasa de rendimiento de estos flujos de efectivo (se muestran en seguida con cifras en miles).

Año	Flujo neto de efectivo, \$
0	-5 000
1	4 000
2	0
3	0
4	20 000
5	-15 000

Tasa de rendimiento compuesta

7.30 ¿Qué significa el concepto *tasa de reinversión*?

7.31 Un ingeniero que trabaja para General Electric invirtió su bono anual en acciones de la compañía. Su bono fue de \$5 000 durante cada uno de los 6 años pasados (es decir, al final de los años 1 a 6). Al final del año 7, él *vendió* acciones por \$9 000 que usó para remodelar su cocina (ese año no compró acciones). En los años 8 a 10, de nuevo invirtió su bono de \$5 000. El ingeniero vendió todas sus acciones remanentes en

\$50 000, inmediatamente después de que hizo la última inversión al final del año 10.

a) Determine el número de valores posibles de la tasa de rendimiento de la serie de flujo de efectivo. b) Calcule la tasa de rendimiento compuesta. Use una tasa de reinversión de 20% anual.

- 7.32** Una compañía que fabrica discos para embragues de carros de carreras, tuvo en uno de sus departamentos los flujos de efectivo que se presentan a continuación. Calcule a) la tasa interna de rendimiento, y b) la tasa de rendimiento compuesta, con el uso de una tasa de reinversión de 15% anual.

Año	Flujo de efectivo, \$1 000
0	-65
1	30
2	84
3	-10
4	-12

- 7.33** Para la serie de flujo de efectivo que se muestra, calcule la tasa de rendimiento compuesta con el empleo de una tasa de reinversión de 14% anual.

Año	Flujo de efectivo, \$
0	3 000
1	-2 000
2	1 000
3	-6 000
4	3 800

- 7.34** Para el proyecto del material de alta temperatura que se describe en el problema 7.29, determine la tasa de rendimiento compuesta si la tasa de reinversión es de 15% anual. Los flujos de efectivo (que se repiten a continuación), están expresados en unidades de \$1 000.

Año	Flujo de efectivo, \$
0	-5 000
1	4 000
2	0
3	0
4	20 000
5	-15 000

Bonos

- 7.35** Un bono municipal que emitió hace tres años la ciudad de Phoenix tiene un valor nominal de \$25 000 y una tasa de interés de 6% que se paga semestralmente. Si hay que pagar el bono 25 años después de que se emitió, a) ¿cuáles son la cantidad y frecuencia de los pagos por intereses del bono, y b) ¿qué valor de n debe usarse en la fórmula P/A para encontrar el valor presente de los pagos restantes por intereses del bono? Suponga que la tasa de interés en el mercado es de 8% anual, compuesto semestralmente.

- 7.36** Un bono hipotecario de \$10 000 con tasa de interés de 8% anual que se paga en forma trimestral se compró en \$9 200. El bono se guardó hasta que debió pagarse, es decir, 7 años en total. ¿Qué tasa de rendimiento (nominal) obtuvo el comprador por 3 meses y por año?

- 7.37** Un plan para remodelar el centro de Steubenville, Ohio, requirió que la ciudad emitiera bonos de obligaciones generales con valor de 5 millones para reemplazar la infraestructura. La tasa de interés del bono se fijó en 6% anual, pagaderos en forma trimestral, con fecha de repago futuro del capital principal para 30 años después. Las tarifas bursátiles por la transacción fueron por un total de \$100 000. Si la ciudad recibió \$4.6 millones (*antes* de pagar las comisiones mencionadas) generados por la emisión del bono, a) ¿qué tasa de interés (trimestral) necesitan los inversionistas para comprar los bonos?, b) ¿cuáles son para los inversionistas las tasas de rendimiento nominal y efectiva por año?

- 7.38** Un bono colateral con valor nominal de \$5 000 fue comprado por un inversionista en \$4 100. Hay que pagar el bono dentro de 11 años con una tasa de interés de 4% anual, que se paga de modo semestral. Si el inversionista guardó el bono hasta su vencimiento,

to, ¿qué tasa de rendimiento obtuvo por periodo semestral?

- 7.39** Un ingeniero que planeaba la educación universitaria de su hijo compró un cupón cero corporativo (es decir, que no tiene pagos por intereses) por \$9 250. El bono tiene un valor nominal de \$50 000 y debe pagarse en 18 años. Si el bono se conserva hasta su vencimiento, ¿cuál es la tasa de rendimiento que obtendrá el ingeniero por su inversión?
- 7.40** Hace cuatro años, Texaco hizo una emisión de \$5 millones de bonos certificados con una tasa de interés de 10% anual, que se paga en forma semestral. Las tasas de interés en el mercado disminuyeron y la compañía recuperó los bonos (es decir, los pagó en forma anticipada) con un 10% de premio sobre su valor nominal (pagó \$5.5 millones por retirarlos). ¿Cuál fue la tasa de rendi-

miento semestral que logró un inversionista que compró uno con valor nominal de \$5 000 hace 4 años y lo conservó hasta que se lo solicitaron 4 años más tarde?

- 7.41** Hace cinco años, GSI, una compañía petrolera de servicios, emitió bonos a 30 años con valor de \$10 millones al 12%. La tasa de interés en el mercado disminuyó lo suficiente para que la compañía considerara recuperar los bonos. Si la empresa los comprara de nuevo en \$11 millones, a) ¿qué tasa de rendimiento trimestral obtendría sobre el desembolso de \$11 millones, y b) ¿qué tasa nominal de rendimiento anual lograría sobre la inversión de \$11 millones? *Recomendación:* si gasta \$11 millones ahora, la compañía no tendría que pagar los intereses semestrales del bono o pagar el valor nominal de éstos cuando venzan dentro de 25 años.

PROBLEMAS DE REPASO FI

- 7.42** Cuando el flujo de efectivo neto de una alternativa cambia de signo más de una vez, se dice que el flujo de efectivo es:
- Convencional
 - Simple
 - Extraordinario
 - No convencional
- 7.43** De acuerdo con la regla de los signos de Descartes, ¿cuántos valores posibles de la tasa de rendimiento existen para el flujo de efectivo que tienen los siguientes signos?:
++++-----+-+-----++
- 3
 - 5
 - 6
 - Menos de 3
- 7.44** Una compañía manufacturera pequeña obtuvo un préstamo de \$1 millón, lo reembolsó

por medio de pagos mensuales de \$20 000 durante 2 años más un pago global único de \$1 millón al final de 2 años. La tasa de interés sobre el préstamo fue la más cercana a:

- 0.5% mensual
 - 2% mensual
 - 2% anual
 - 8% anual
- 7.45** De acuerdo con el criterio de Norstrom, sólo hay un valor positivo de la tasa de rendimiento en una serie de flujo de efectivo cuando éste:
- Comienza como positivo y cambia de signo sólo una vez
 - Empieza como negativo y cambia de signo sólo una vez
 - Su total acumulado es mayor que cero
 - Su total acumulado es menor que cero

- 7.46** Una inversión de \$60 000 dio origen a un ingreso uniforme de \$10 000 anuales durante 10 años. La tasa de rendimiento sobre la inversión fue la más cercana a:

a) 10.6% anual
b) 14.2% anual
c) 16.4% anual
d) 18.6% anual

- 7.47** Para los flujos netos de efectivo que se muestran a continuación, el número máximo de soluciones posibles para la tasa de rendimiento es:

a) 0
b) 1
c) 2
d) 3

Año	Flujo neto de efectivo, \$
0	-60 000
1	20 000
2	22 000
3	15 000
4	35 000
5	13 000
6	-2 000

- 7.48** Un transportista de grandes cantidades de material compró un camión usado en \$50 000, cuyo costo de operación fue de \$5 000 por mes, con ingresos promedio de \$7 500 mensuales. Después de 2 años, lo vendió en \$11 000. La tasa de rendimiento fue la más cercana a:

a) 2.6% mensual
b) 2.6% anual
c) 3.6% mensual
d) 3.6% anual

- 7.49** Suponga que a usted le proponen invertir hoy \$100 000 para recibir \$10 000 anuales a partir del año 5 y que eso continuará siempre. Si aceptara la oferta, la tasa de rendimiento sobre la inversión sería de:

a) Menos de 10% anual
b) 0% anual
c) 10% anual
d) Más de 10% anual

- 7.50** Hace cinco años un alumno de una universidad pequeña donó \$50 000 para establecer un fondo permanente para becas, de las cuales las primeras se entregaron 1 año después de que se donó el dinero. Si la cantidad entregada cada año (es decir, el interés) es de \$4 500, la tasa de rendimiento que gana el fondo es lo más cerca a:

a) 7.5% anual
b) 8.5% anual
c) 9% anual
d) 10% anual

- 7.51** Cuando los flujos netos de efectivo son positivos y se generan antes del final de un proyecto y cuando estos flujos de efectivo se reinvierten con una tasa de interés mayor a la tasa interna de retorno,

a) la tasa de retorno resultante es igual a la tasa interna de retorno
b) la tasa de retorno resultante es menor a la tasa interna de retorno
c) la tasa de retorno resultante es igual a la tasa de reinversión de retorno
d) la tasa de retorno resultante es mayor a la tasa interna de retorno

- 7.52** Un bono hipotecario de \$10 000 que se devuelve en 20 años paga intereses de \$250 cada seis meses. La tasa de interés del bono está muy cerca de:

a) 2.5% anual, con pagos trimestrales
b) 5.0 % anual, con pagos trimestrales
c) 5% anual, con pagos semestrales
d) 10% anual, con pagos trimestrales

- 7.53** Un bono de \$10 000 que vence en 20 años con interés de 8% anual pagadero trimestralmente, se emitió hace 4 años. Si el bono se comprara ahora en \$10 000 y se conservara hasta su vencimiento, ¿cuál sería para el comprador la *tasa efectiva de rendimiento por trimestre*?

a) 2%
b) 2.03%
c) 4%
d) 8%

7.54 Una persona compra en \$4 000 un bono de \$5 000 con 5% anual, con intereses que se pagan semestralmente. El bono tiene una fecha de vencimiento de 14 años a partir de hoy. La ecuación para calcular en cuánto debe vender el bono la persona para dentro de 6 años, a fin de obtener una tasa de rendimiento de 12% anual, compuesto semestralmente, es:

- a) $0 = -4\,000 + 125(P/A, 6\%, 12) + x(P/F, 6\%, 12)$
- b) $0 = -4\,000 + 100(P/A, 6\%, 12) + x(P/F, 6\%, 12)$
- c) $0 = -5\,000 + 125(P/A, 6\%, 12) + x(P/F, 6\%, 12)$

$$d) \quad 0 = -4\,000 + 125(P/A, 12\%, 6) + x(P/F, 12\%, 6)$$

7.55 Se encuentra a la venta un bono corporativo de \$50 000 a pagarse en 20 años, con una tasa de interés de 10% anual que se paga en forma trimestral. Si un inversionista lo compra y lo conserva hasta su vencimiento, la tasa de rendimiento será la más cercana a:

- a) 10% nominal anual, compuesto trimestralmente
- b) 2.5% por trimestre
- c) Ambos incisos, a) y b), son correctos
- d) 10% efectivo por año

EJERCICIOS AMPLIADOS

EJERCICIO AMPLIADO 1: EL COSTO DE UNA POBRE CLASIFICACIÓN CREDITICIA

Dos personas han solicitado préstamos de \$5 000, cada una, a una tasa de interés del 10% anual durante 3 años. Una parte del acuerdo de préstamo de Charles establece que el interés “...se paga a la tasa de 10% compuesto cada año sobre el saldo decreciente”. A Charles se le indica que su pago anual será de \$2 010.57, con vencimiento al final de cada año del préstamo.

Actualmente, Jeremy tiene una clasificación crediticia ligeramente degradada, la cual fue descubierta por el ejecutivo de préstamos del banco. Jeremy tiene el hábito de pagar tarde sus facturas. El banco aprobó el préstamo, pero una parte de su acuerdo establece que el interés “...se paga a una tasa del 10% compuesta cada año sobre la cantidad original del préstamo”. A Jeremy se le dice que su pago anual será de \$2 166.67 con vencimiento al final de cada año.

Preguntas

Responda lo siguiente a mano, por computadora o ambos.

1. Desarrolle un cuadro y una gráfica para Charles y para Jeremy de los saldos no recuperados (cantidad total que se debe) justo antes de que venza cada pago.
2. ¿Cuánto dinero en intereses totales pagará Jeremy más que Charles durante los 3 años?

EJERCICIO AMPLIADO 2: ¿CUÁNDO ES MEJOR VENDER UN NEGOCIO?

Luego de que Jeff terminó sus estudios en la escuela de medicina e Imelda completó su carrera en ingeniería, la pareja decidió poner una parte sustancial de sus ahorros

en propiedades para rentarse. Con un fuerte préstamo bancario y un pago de \$120 000 de sus propios fondos, fueron capaces de comprar seis casas a una persona que salía del negocio de renta residencial. El flujo de efectivo neto sobre el ingreso por rentas después de todos los gastos e impuestos para los primeros 4 años fue bueno: \$25 000 al final del primer año, y aumentando en \$5 000 cada año desde entonces. Un amigo de Jeff lo presentó con un potencial comprador de todas las propiedades con un estimado de \$225 000 de efectivo neto después de los 4 años de propiedad. Pero ellos no venden, pues quieren permanecer en el negocio un poco más, dado el creciente flujo de efectivo neto que han experimentado hasta el momento.

Durante el año 5, una crisis económica redujo el flujo de efectivo neto a \$35 000. En respuesta, se gastaron \$20 000 adicionales en mejoras y publicidad en cada uno de los años 6 y 7, pero el flujo de efectivo neto continuó disminuyendo en \$10 000 por año hasta el año 7. Jeff tuvo otra oferta para vender en el año 7 por sólo \$60 000. Esto fue considerado demasiada pérdida, así que ellos no aprovecharon la oportunidad.

En los últimos 3 años, ellos han gastado \$20 000, \$20 000 y \$30 000 cada año en mejoras y costos de publicidad, aunque el flujo de efectivo neto del negocio ha sido de sólo \$15 000, \$10 000 y \$10 000 cada año.

Imelda y Jeff quieren salir del negocio, pero no tienen ofertas para comprar a cualquier precio y tienen la mayor parte de sus ahorros comprometidos en la renta de propiedades.

Preguntas

Determine la tasa de rendimiento para lo siguiente:

1. Al final del año 4, primero, si la oferta de compra de \$225 000 se hubiese aceptado; segundo, sin la venta.
2. Después de 7 años, primero, si la oferta de “sacrificio” de \$60 000 se hubiese aceptado; y, segundo, sin vender.
3. Ahora, después de 10 años, sin perspectiva de venta.
4. Si las casas se vendieran y diesen como caridad, suponga una infusión de efectivo neto de \$25 000 para Jeff e Imelda, después de impuestos, al final de este año. ¿Cuál es la tasa de rendimiento durante los 10 años de propiedad?

ESTUDIO DE CASO

BOB APRENDE ACERCA DE TASAS DE RENDIMIENTO MÚLTIPLES

Antecedentes

Cuando Bob comenzó un internado de verano con VAC, una compañía distribuidora de electricidad en una ciudad de la costa atlántica con aproximadamente 275 000

habitantes, su jefe, Kathy, le dio un proyecto en su primer día. Homeworth, uno de los principales clientes corporativos, acababa de solicitar una tasa más baja por kwh, una vez que su consumo mínimo requerido se exceda cada mes. Kathy tiene un reporte interno del De-

partamento de Relaciones con Clientes que especifica los flujos de efectivo netos para la cuenta Homeworth durante los últimos 10 años.

Año	Flujo de efectivo (\$1 000)
1993	\$200
1994	100
1995	50
1996	-1 800
1997	600
1998	500
1999	400
2000	300
2001	200
2002	100

El reporte también establece que la tasa de rendimiento anual está entre 25 y 50%, pero no se proporciona mayor información. Esta información no está lo suficientemente detallada para que Kathy evalúe la solvencia de la compañía.

Durante las siguientes horas, Bob y Kathy tienen una serie de discusiones, cuanto Bob trabajaba para responder las cada vez más específicas preguntas de Kathy. Lo siguiente es una versión abreviada de tales conversaciones. Por fortuna, tanto Bob como Kathy tomaron un curso de ingeniería económica durante sus estudios universitarios, y sus profesores cubrieron el método para encontrar una tasa de rendimiento única para cualquier serie de flujo de efectivo.

Desarrollo de la situación

1. Kathy le pidió a Bob realizar un estudio preliminar para encontrar la tasa de rendimiento correcta. Ella sólo quería un número, no un rango, y no dos o tres posibles valores. Sin embargo, ella tenía un interés pasajero en conocer inicialmente los valores de las múltiples tasas, si es que existen, para determinar si el reporte de las relaciones con clientes era correcto o sólo un “disparo en la oscuridad”.

Kathy le dijo a Bob que la TMAR para la compañía es de 15% anual para los grandes clientes. Ella también le explicó que el flujo de efectivo negativo de 1996 fue provocado por una actualización del

equipo *in situ*, cuando Homeworth expandió su capacidad manufacturera y aproximadamente quintuplicó el uso de la energía.

2. Una vez que Bob finalizó su análisis inicial, Kathy le dijo que ella había olvidado decirle que la tasa de rendimiento ganada externamente, sobre los flujos de efectivo positivos de estos grandes clientes, está colocada en un consorcio de capital de riesgo establecido en Chicago. Ha estado produciendo 35% anual durante la última década. Ella quería saber si todavía existía tal rendimiento y si la cuenta Homeworth era financieramente viable a una TMAR de 35%.

En respuesta a esta pregunta, Bob desarrolló el procedimiento de cuatro pasos esbozado líneas abajo, para estimar con mayor cercanía la tasa de rendimiento compuesta i' para cualquier tasa de reinversión c y dos tasas múltiples i_1^* e i_2^* . Él planea aplicar este procedimiento para responder esta última pregunta y mostrar los resultados a Kathy.

Paso 1. Determine las raíces i^* de la relación VP para la serie de flujo de efectivo.

Paso 2. Para una tasa de reinversión c dada y los dos valores i^* del paso 1, determine cuál de las siguientes condiciones se aplica:

- a) Si $c < i_1^*$, entonces $i' < i_1^*$.
- b) Si $c > i_2^*$, entonces $i' > i_2^*$.
- c) Si $i_1^* < c < i_2^*$, entonces i' puede ser menor que c o mayor que c , e $i_1^* < i' < i_2^*$.

Paso 3. Suponga un valor inicial para i' de acuerdo con el resultado del paso 2. Aplique el método de inversión neta para los periodos 1 a n . Repita este paso hasta que F_n esté cerca de 0. Si esta F_n es un pequeño valor positivo, suponga otra i' que resultará en un pequeño valor negativo F_n , y viceversa.

Paso 4. Usando los dos resultados F_n del paso 3, interpole linealmente i' , de tal modo que la F_n correspondiente sea cercana a cero. Desde luego, el valor i' final también puede obtenerse directamente en el paso 3, sin interpolación.

3. Finalmente, Kathy le pidió a Bob evaluar nuevamente los flujos de efectivo de Homeworth a la TMAR de 35%, pero usando una tasa de reinversión de 45% para determinar si la serie todavía está justificada.

Ejercicios del estudio de caso

- 1, 2 y 3. Responda las preguntas para Bob empleando una hoja de cálculo.
4. Si el procedimiento de aproximación de i' que desarrolló Bob no está disponible, utilice los datos del flujo de efectivo original para aplicar el procedimiento básico de inversión neta, y responda los ejercicios 2 y 3, donde c es 35 y 45%, respectivamente.
5. A partir de este ejercicio Kathy concluyó que cualquier serie de flujo de efectivo está económicamente justificada para cualquier tasa de reinversión que sea mayor que la TMAR. ¿Se trata una conclusión correcta? Explique por qué sí o por qué no.

CAPÍTULO 8

Análisis de tasa de rendimiento: alternativas múltiples

Este capítulo presenta los métodos que se utilizan para evaluar dos o más alternativas mediante una comparación de tasa de rendimiento (TR) con base en los métodos de los capítulos anteriores. La evaluación mediante la TR, desarrollada correctamente, resultará en la misma selección que la efectuada con los análisis del VP, VA y VF, aunque el procedimiento computacional es considerablemente diferente para las evaluaciones mediante la TR.

El primer estudio de caso involucra opciones múltiples para un negocio propiedad de una persona durante varios años. El segundo caso explora series de flujo de efectivo no convencionales con múltiples tasas de rendimiento y el uso del método VP en esta situación.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Objetivo general: seleccionar la mejor de las alternativas mutuamente excluyentes con base en el análisis de tasa de rendimiento sobre flujos de efectivo incrementales.

Este capítulo ayudará al lector a:

¿Por qué análisis incremental?

Flujos de efectivo incrementales

Interpretación

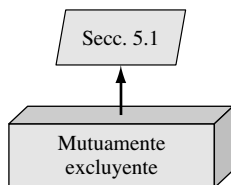
TR incrementales mediante VP

TR incremental mediante VA

Múltiples alternativas

Hojas de cálculo

1. Establecer por qué es necesario un análisis incremental para comparar alternativas con el método TR.
2. Preparar una tabulación del flujo de efectivo incremental para dos alternativas.
3. Interpretar el significado de la TR sobre la inversión inicial incremental.
4. Seleccionar la mejor entre dos alternativas utilizando análisis de la TR de equilibrio o incrementales con base en el valor presente.
5. Seleccionar la mejor entre dos alternativas utilizando un análisis de la TR con base en el valor anual
6. Seleccionar la mejor entre múltiples alternativas utilizando un análisis incremental de la TR.
7. Desarrollar hojas de cálculo que incluyan evaluación de VP, VA y TR para múltiples alternativas de vida diferente.



8.1 ¿POR QUÉ ES NECESARIO EL ANÁLISIS INCREMENTAL?

Cuando se consideran dos o más alternativas mutuamente excluyentes, la ingeniería económica es capaz de identificar la alternativa que se considera mejor económicamente. Como se demostró, para hacerlo se utilizan las técnicas VP y VA. Ahora se examina el procedimiento para emplear las técnicas de tasa de rendimiento con la finalidad de identificar la mejor.

Suponga que una compañía utiliza una TMAR de 16% anual, y que la compañía tiene \$90 000 disponibles para inversión y que se están evaluando dos alternativas (A y B). La alternativa A requiere una inversión de \$50 000 y tiene una tasa interna de rendimiento i_A^* de 35% anual. La alternativa B requiere \$85 000 y tiene una i_B^* de 29% anual. Por intuición se concluye que la mejor alternativa es aquella que produce la tasa de rendimiento más alta, A en este caso. Sin embargo, no necesariamente debe ser así. Aunque A tiene el rendimiento proyectado más alto, requiere también una inversión inicial que es mucho menor que el dinero total disponible (\$90 000). ¿Qué sucede con el capital de inversión restante? Por lo general, se supone que los fondos sobrante se invertirán en la TMAR de la compañía, como se planteó en el capítulo anterior. Utilizando dichos supuesto, es posible determinar las consecuencias de las inversiones alternativas. Si se selecciona la alternativa A, se invertirán \$50 000 a una tasa de 35% anual. Los \$40 000 restantes se invertirán a la TMAR de 16% anual. La tasa de rendimiento sobre el capital total disponible, entonces, será el promedio ponderado de estos valores. Por lo tanto, si se selecciona la alternativa A,

$$TR_A \text{ global} = \frac{50\,000(0.35) + 40\,000(0.16)}{90\,000} = 26.6\%$$

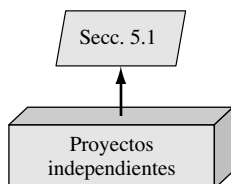
Si se elige la alternativa B, se invertirán \$85 000 que producen 29% anual y los \$5 000 restantes generarán 16% anual. Ahora, el promedio ponderado es

$$TR_B \text{ global} = \frac{85\,000(0.29) + 5\,000(0.16)}{90\,000} = 28.3\%$$

Estos cálculos muestran que, aunque la i^* para la alternativa A es mayor, la alternativa B presenta la mejor TR global para la inversión total de \$90 000. Si se realizara una comparación VP o VA utilizando la TMAR $i = 16\%$ anual, se debería elegir la alternativa B.

Este simple ejemplo ilustra un hecho importante sobre el método de la tasa de rendimiento para comparar alternativas:

Bajo algunas circunstancias, los valores de las TR de los proyectos no proporcionan el mismo ordenamiento de alternativas que los análisis de VP o de VA. Esta situación no ocurre si se realiza un análisis de la TR del flujo de efectivo incremental (descrito en la siguiente sección).



Cuando se evalúan proyectos independientes, no es necesario el análisis incremental entre los proyectos. Cada proyecto se evalúa por separado, y puede seleccionarse más de uno. En consecuencia, la única comparación para cada pro-

yecto es con la alternativa de no hacer nada. La TR se utiliza para aceptar o rechazar cada proyecto independiente.

8.2 CÁLCULO DEL FLUJO DE EFECTIVO INCREMENTAL PARA ANÁLISIS CON TR

Es necesario preparar una *tabulación del flujo de efectivo incremental* entre dos alternativas para preparar un análisis TR incremental. Un formato estandarizado para la tabulación simplificará este proceso. En la tabla 8.1 se muestran los encabezados de columna. Si las alternativas tienen *vidas iguales*, la columna de año irá de 0 hasta n. Si las alternativas tienen *vidas desiguales*, la columna del año irá de 0 al MCM (mínimo común múltiplo) de las dos vidas. El uso del MCM es necesario porque el análisis TR incremental requiere la comparación de servicio igual entre alternativas. Por lo tanto, todas las suposiciones y requerimientos desarrollados con antelación se aplican para cada evaluación de TR incremental. Cuando se usa el MCM de las vidas, el valor de salvamento y la reinversión en cada alternativa se muestran en los tiempos apropiados.



Sólo con propósitos de simplificación, tome la convención de que entre dos alternativas, la alternativa con la *mayor inversión inicial* se considerará como *alternativa B*. Entonces, para cada año en el cuadro 8.1,

Flujo de efectivo incremental = Flujo de efectivo_B - Flujo de efectivo_A [8.1]

La inversión inicial y los flujos de efectivo anuales para cada alternativa (con exclusión del valor de salvamento) ocurren en uno de los dos patrones identificados en el capítulo 5:

- Alternativa de ingreso, donde existen flujos de efectivo tanto negativos como positivos.
- Alternativa de servicio, donde todos los flujos de efectivo estimados son negativos.

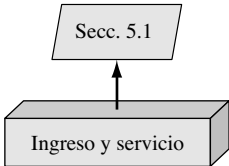


TABLA 8.1 Formato para tabulación de un flujo de efectivo incremental			
Año	Flujo de efectivo		Flujo de efectivo incremental (3) = (2) - (1)
	Alternativa A (1)	Alternativa B (2)	
0			
1			
.			
.			
.			

En cualquier caso, la ecuación [8.1] se usa para determinar la serie de flujos de efectivo incrementales con el signo de cada flujo de efectivo determinado cuidadosamente. Los dos ejemplos siguientes demuestran la tabulación del flujo de efectivo incremental para alternativas de servicio con vidas iguales y con vidas diferentes. Los siguientes ejemplos analizan alternativas de ingreso.

EJEMPLO 8.1

Una compañía de herramientas y troqueles en Pittsburg esta considerando la compra de una prensa de perforación con un software de lógica difusa para mejorar la precisión y reducir el desgaste de herramientas. La compañía tiene la oportunidad de comprar una máquina poco usada por \$15 000 o una nueva por \$21 000. Puesto a que la nueva máquina es de un modelo más moderno, se espera que su costo de operación sea de \$7 000 anuales, mientras que el de la máquina usada sería de \$8 200 anuales. Se estima que cada máquina tendrá una vida de 25 años con un valor de salvamento de 5%. Tabule el flujo de efectivo incremental de las dos alternativas.

Solución

El flujo de efectivo incremental se presenta tabulado en el cuadro 8.2. Usando la ecuación [8.1], la resta realizada es (nueva – usada), ya que la máquina nueva inicialmente costará más. Los valores de salvamento en el año 25 se han separado del flujo de efectivo ordinario para lograr mayor claridad. Cuando los desembolsos son los mismos para un número de años consecutivos, sólo para soluciones a mano, se ahorra tiempo haciendo un solo listado de flujo de efectivo, como se ha hecho para los años 1 a 25. Sin embargo, recuerde que se combinaron diversos años cuando se realizó el análisis. Este enfoque no se puede utilizar en las hojas de cálculo.

TABLA 8.2 Tabulación del flujo de efectivo para el ejemplo 8.1

Año	Flujo de efectivo		Flujo de efectivo (nueva – usada)
	Prensa usada	Prensa nueva	
0	\$-15 000	\$-21 000	\$-6 000
1-25	-8 200	-7 000	+1 200
25	+750	+1 050	+300
Total	\$-219 250	\$-194,950	\$+24 300

Comentario

Cuando se restan las columnas del flujo de efectivo, la diferencia entre los totales de las dos series de flujo de efectivo deben ser iguales al total de la columna de flujo de efectivo incremental, lo cual sólo servirá para verificar las operaciones de suma y resta al preparar la tabulación. No es una base para elegir una alternativa.

EJEMPLO 8.2

Sandersen Meat Processors ha solicitado a sus principales ingenieros de proceso que evalúen dos tipos diferentes de convertidores para la línea de curación de tocino. El de tipo A tiene un costo inicial de \$70 000 y una vida de 8 años. El de tipo B tiene un costo inicial de \$95 000 y una esperanza de vida de 12 años. Se espera que el costo anual de operación para el de tipo A sea \$9 000; mientras que para el de tipo B, \$7 000. Si los valores de salvamento son \$5 000 y \$10 000 para los tipos A y B, respectivamente, tabule el flujo de efectivo incremental utilizando su MCM.

Solución

El MCM entre 8 y 12 es 24 años. En la tabulación del flujo de efectivo incremental para 24 años (tabla 8.3), observe que los valores de reinversión y de salvamento se muestran en los años 8 y 16 para el de tipo A, y en el año 12 para el de tipo B.

TABLA 8.3 Tabulación del flujo de efectivo incremental, ejemplo 8.2

Año	Flujo de efectivo		Flujo de efectivo incremental (B – A)
	Tipo A	Tipo B	
0	\$ -70 000	\$ -95 000	\$ -25 000
1-7	-9 000	-7 000	+2 000
8	{ -70 000 -9 000 +5 000	-7 000	+67 000
9-11	-9 000	-7 000	+2 000
12	-9 000	{ -95 000 -7 000 +10 000	-83 000
13-15	-9 000	-7 000	+2 000
16	{ -70 000 -9 000 +5 000	-7 000	+67 000
17-23	-9 000	-7 000	+2 000
24	{ -9 000 +5 000	{ -7 000 +10 000	+7 000
	<u>\$ -411 000</u>	<u>\$ -338 000</u>	<u>\$ +73 000</u>

El empleo de una hoja de cálculo para obtener flujos de efectivo incrementales requiere una entrada para cada año hasta el MCM de cada alternativa. Por consiguiente, quizá sean necesarias algunas combinaciones de flujos de efectivo antes de que se realice la entrada para cada alternativa. La columna de flujo de efectivo incremental resulta de una aplicación de la ecuación [8.1]. Como ilustración, los primeros 8 de los 24 años en la tabla 8.3 deberían aparecer como se presenta a continuación, cuando se ingresan en una hoja de cálculo. Los valores incrementales



en la columna D se obtienen usando una relación de sustracción, por ejemplo, $C4 - B4$.

Columna A	Columna B	Columna C	Columna D
Año	Tipo A	Tipo B	Incremental
0	\$ -70 000	\$-95 000	\$ -25 000
1	-9 000	-7 000	+2 000
2	-9 000	-7 000	+2 000
3	-9 000	-7 000	+2 000
4	-9 000	-7 000	+2 000
5	-9 000	-7 000	+2 000
6	-9 000	-7 000	+2 000
7	-9 000	-7 000	+2 000
8	-74 000	-7 000	+67 000
Etc.			

8.3 INTERPRETACIÓN DE LA TASA DE RENDIMIENTO SOBRE LA INVERSIÓN ADICIONAL

Los flujos de efectivo incrementales en el año 0 de las tablas 8.2 y 8.3 reflejan la *inversión* o *costo adicional* requerido si se elige la alternativa con el mayor costo inicial. Esto es importante en un análisis de TR incremental con el propósito de determinar la TR ganada sobre los fondos adicionales gastados por la alternativa de la inversión más alta. Si los flujos de efectivo incrementales de la inversión más alta no la justifican, se debe seleccionar la más barata. En el ejemplo 8.1, la nueva prensa de perforación requiere una inversión adicional de \$6 000 (tabla 8.2). Si se compra la máquina nueva, habrá “ahorros” anuales de \$1 200 durante 25 años, más \$300 adicionales en el año 25. La decisión de comprar la máquina usada o la nueva puede tomarse con base en la rentabilidad de invertir los \$6 000 adicionales en la nueva máquina. Si el valor equivalente del ahorro es mayor que el valor equivalente de la inversión adicional utilizando la TMAR, dicha inversión debe hacerse (es decir, debe aceptarse la propuesta del costo inicial más alto). Por otra parte, si la inversión adicional no está justificada por el ahorro, debe aceptarse la propuesta con la menor inversión.

Es importante reconocer que el razonamiento para tomar la decisión sobre la selección es el mismo que si sólo hubiera *una alternativa* bajo consideración, siendo esa alternativa la representada por la serie de flujo de efectivo incremental. Cuando se considera de tal forma, es evidente que a menos que dicha inversión produzca una tasa de rendimiento igual o mayor que la TMAR, no debe hacerse la inversión adicional. Como aclaración complementaria de este razonamiento de inversión adicional, considere lo siguiente: la tasa de rendimiento que puede obtenerse a través del flujo de efectivo incremental es una alternativa respecto de invertir a la TMAR. En la sección 8.1 se estableció que se supone que cualquier sobrante de fondos no invertido en la alternativa se ha invertido a la TMAR. La conclusión es clara:

Si la tasa de rendimiento disponible a través de los flujos de efectivo incrementales iguala o excede la TMAR, debe elegirse la alternativa asociada con la inversión adicional.

No sólo el rendimiento sobre la inversión adicional debe alcanzar o exceder la TMAR, sino también el rendimiento sobre la inversión, que es común a ambas alternativas, debe alcanzar o exceder la TMAR. En concordancia, antes de iniciar un análisis de TR incremental, se aconseja determinar la tasa interna de rendimiento i^* para cada alternativa. (Desde luego, es mucho más sencillo en una evaluación por computadora que en una realizada a mano.) Esto puede realizarse sólo para alternativas de ingreso, puesto que las alternativas de servicio sólo tienen flujos de efectivo de costo (negativos) y no puede determinarse ninguna i^* . La directriz es como se presenta a continuación:

Para múltiples alternativas de ingreso, calcule la tasa interna de rendimiento i^* para cada alternativa, y elimine todas las alternativas que tengan $i^* < \text{TMAR}$. Compare las alternativas restantes de manera incremental.

Como ilustración, si la $\text{TMAR} = 15\%$ y dos alternativas tienen valores i^* de 12 y 21%, la alternativa de 12% puede eliminarse de consideración posterior. Con sólo dos alternativas, es obvio que se elige la segunda. Si ambas alternativas tienen $i^* < \text{TMAR}$, ninguna alternativa se justifica y la alternativa de no hacer nada es económicamente la mejor. Cuando son evaluadas tres o más alternativas, usualmente vale la pena, aunque no se requiera, calcular i^* para cada alternativa para lograr una apreciación preliminar. Usando esta opción, las alternativas que no alcanzan la TMAR pueden eliminarse de una evaluación posterior. Se trata de una opción especialmente útil cuando se realiza el análisis por computadora. La función TIR aplicada a los flujos de efectivo estimados de cada alternativa llega a indicar con rapidez las alternativas inaceptables, como se demostrará más tarde en la sección 8.6.

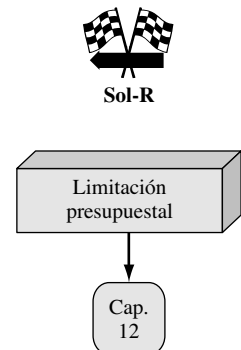
Cuando se evalúan *proyectos independientes*, no hay comparación sobre la inversión adicional. El valor TR se utiliza para aceptar todos aquellos proyectos con $i^* \geq \text{TMAR}$, suponiendo que no existe limitación presupuestal. Por ejemplo, suponga que $\text{TMAR} = 10\%$, y que tres proyectos independientes están disponibles con valores de TR de:

$$i_A^* = 12\% \quad i_B^* = 9\% \quad i_C^* = 23\%$$

Se eligen los proyectos A y C, pero no el B porque $i_B^* < \text{TMAR}$. El ejemplo 8.8 en la sección 8.7, acerca de las aplicaciones de hoja de cálculo, ilustra la selección de los proyectos independientes usando valores TR.

8.4 EVALUACIÓN DE LA TASA DE RENDIMIENTO UTILIZANDO VP: INCREMENTAL Y DE PUNTO DE EQUILIBRIO

En esta sección se analiza el enfoque principal para seleccionar alternativas mutuamente excluyentes empleando el método TR incremental. Una relación basada en VP como la ecuación [7.1] se desarrolla para los flujos de efectivo incrementales.



Utilice recursos manuales o por computadora para encontrar Δi_{B-A}^* , la TR interna para las series. La colocación de Δ (delta) antes de i_{B-A}^* la distingue de los valores de TR para i_A^* e i_B^* .

Puesto que la TR incremental requiere comparación entre servicios iguales, en la formulación de la ecuación VP debe utilizarse el MCM de las vidas. A causa del requisito de reinversión para el análisis VP relacionado con activos de vida diferente, la serie incremental del flujo de efectivo puede implicar diversos cambios de signo, indicando valores múltiples de Δi^* . Aunque es incorrecto, tal indicación puede ignorarse en la práctica real. El enfoque correcto es establecer la tasa de reinversión c y seguir el enfoque de la sección 7.5, lo cual significa que se determina la tasa de rendimiento compuesta única $\Delta i'$ para la serie incremental del flujo de efectivo. Estos tres elementos requeridos (serie incremental del flujo de efectivo, MCM y raíces múltiples) son las principales razones para que con frecuencia el método de TR se aplique incorrectamente en los análisis de ingeniería económica de alternativas múltiples. Como se expresó antes, siempre es posible y, por lo general, aconsejable, cuando se indican múltiples tasas, utilizar un análisis VP o VA para una TMAR establecida, en lugar del método TR.

El procedimiento completo (manual o en hoja de cálculo) para análisis de TR incremental de dos alternativas es el siguiente:

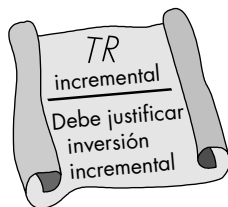
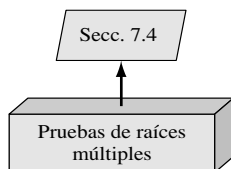
1. Ordene las alternativas por monto de la inversión o costo inicial, empezando con la más baja, llamada A. La alternativa con la inversión inicial más alta está en la columna rotulada B en la tabla 8.1.
2. Desarrolle las series de el flujo de efectivo y las de flujo de efectivo incrementales utilizando el MCM de los años, suponiendo la reinversión en las alternativas.
3. Dibuje un diagrama de flujo de efectivo incremental, si es necesario.
4. Cuente el número de cambios de signo en la serie del flujo de efectivo incremental para determinar si hay presentes tasas de rendimiento múltiples. De ser necesario, utilice el criterio de Norstrom sobre series de flujo de efectivo acumulativas incrementales para determinar si existe una sola raíz positiva.
5. Formule la ecuación de VP para los flujos de efectivo incrementales en la forma de la ecuación [7.1] y determine Δi_{B-A}^* utilizando ensayo y error, manual o mediante funciones de hoja de cálculo.
6. Elija la mejor alternativa, desde el punto de vista económico, del modo siguiente:

Si $\Delta i_{B-A}^* < \text{TMAR}$, seleccione la alternativa A.

Si $\Delta i_{B-A}^* \geq \text{TMAR}$, la inversión adicional está justificada; seleccione la alternativa B.

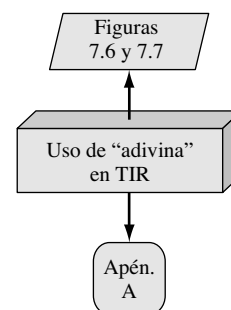
Si la i^* incremental es exactamente igual o muy cercana a la TMAR, muy probablemente se usarán consideraciones no económicas para hacer la selección de la “mejor” alternativa.

En el paso 5, si se utiliza ensayo y error para calcular la tasa de rendimiento, puede ahorrarse tiempo si se deja el valor de Δi_{B-A}^* en forma de rango, en lugar de aproximarlos a un valor puntual utilizando la interpolación lineal, siempre y cuando



no se necesite un valor individual de TR. Por ejemplo, si TMAR es 15% anual y se ha establecido que Δi_{B-A}^* está en el rango 15 a 20%, no es necesario un valor exacto para aceptar B , puesto que ya se sabe que $\Delta i_{B-A}^* \geq \text{TMAR}$.

Normalmente la función TIR en una hoja de cálculo determinará un valor Δi^* . Se pueden ingresar múltiples valores de ensayo, con el propósito de encontrar las raíces múltiples en el rango -100% a ∞ para una serie no convencional, como se ilustró en los ejemplos 7.4 y 7.5. Si éste no es el caso, para ser correcto, la indicación de las raíces múltiples en el paso 4 requiere que el procedimiento de inversión neta, ecuación [7.6], se aplique en el paso 5 para hacer $\Delta i' = \Delta i^*$. Si una de tales raíces múltiples es la misma que la tasa de reinversión esperada c , esta raíz puede utilizarse como el valor de TR y el procedimiento de inversión neta no es necesario. En este caso sólo $\Delta i' = \Delta i^*$, como se concluyó al final de la sección 7.5.



EJEMPLO 8.3

En 2000, Bell Atlantic y GTE se fusionaron para formar una gigantesca corporación de telecomunicaciones denominada Verizon Communications. Como se esperaba, algunas incompatibilidades de equipo tuvieron que rectificarse, especialmente para los servicios de larga distancia e internacional inalámbrica y de video. Un equipo tiene dos proveedores: una firma (A) estadounidense y una firma (B) asiática. Se necesitaron aproximadamente 3 000 unidades de este equipo. Se proporcionaron estimaciones para los vendedores A y B por cada unidad.

	A	B
Costo inicial, \$	-8 000	-13 000
Desembolsos anuales, \$	-3 500	-1 600
Valor de salvamento, \$	0	2 000
Vida, años	10	5

TABLA 8.4 Tabulación del flujo de efectivo incremental para el ejemplo 8.3

Año	Flujo de efectivo A (1)	Flujo de efectivo B (2)	Flujo de efectivo incremental (3) = (2) - (1)
0	\$-8 000	\$-13 000	\$-5 000
1-5	-3 500	-1 600	+1 900
5	—	+2 000	
6-10	-3 500	-13 000	-11 000
10	—	-1 600	+1 900
	—	+2 000	+2 000
	<u>\$-43 000</u>	<u>\$-38 000</u>	<u>\$+5 000</u>

Determine qué vendedor debe seleccionarse si la TMAR es 15% anual. Muestre las soluciones obtenidas a mano y por computadora.

Solución a mano

Éstas son alternativas de servicio, puesto que todos los flujos de efectivo son costos. Utilice el procedimiento antes descrito para estimar Δi_{B-A}^* .

1. Las alternativas A y B están correctamente ordenadas con la alternativa del costo inicial más alto en la columna (2).
2. Los flujos de efectivo para el MCM de 10 años se tabularon en la tabla 8.4.
3. El diagrama de flujo de efectivo incremental se muestra en la figura 8.1.
4. En la serie del flujo de efectivo incremental hay tres cambios de signo que indican hasta tres raíces. En la serie incremental acumulada, que empieza negativamente en $S_0 = \$-5\,000$ y continúa hasta $S_{10} = \$+5\,000$, también hay tres cambios de signo, que indican que no existe una raíz positiva.
5. La ecuación de tasa de rendimiento basada en el VP de los flujos de efectivo incrementales es:

$$0 = -5\,000 + 1\,900(P/A, \Delta i, 10) - 11\,000(P/F, \Delta i, 5) + 2\,000(P/F, \Delta i, 10) \quad [8.2]$$

Suponga que la tasa de reinversión es igual al Δi_{B-A}^* resultante (o Δi^* para usar un símbolo abreviado). La solución de la ecuación [8.2] para la primera raíz descubierta resulta una i^* entre 12 y 15%. Mediante interpolación $\Delta i^* = 12.65\%$.

6. Puesto que la tasa de rendimiento de 12.65% sobre la inversión adicional es menor que la TMAR de 15%, debe seleccionarse el vendedor A de menor costo. La inversión adicional de \$5000 no está económicamente justificada por los estimados del costo anual más bajo y de salvamento más alto.

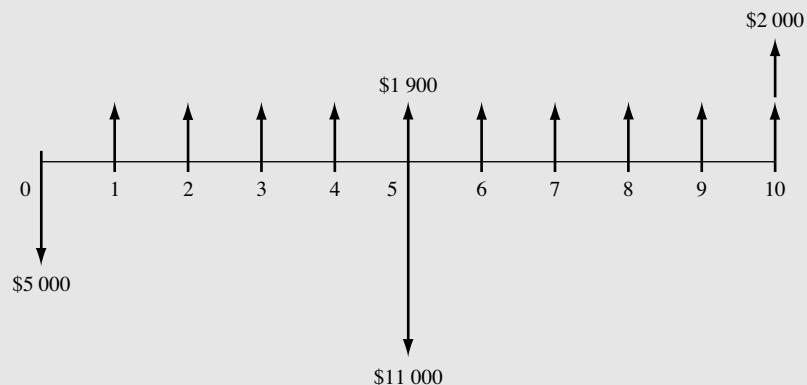
Comentario

En el paso 4, se indica la presencia hasta de tres valores i^* . El análisis anterior encuentra una de las raíces en 12.65%. Cuando se establece que la TR es 12.65%, se supone que cualquier inversión neta positiva se reinvierte a $c = 12.65\%$. Si esta suposición no fuera razonable, debe aplicarse el procedimiento de la inversión neta y usarse una estimación de la tasa de reinversión c para encontrar un valor diferente $\Delta i'$ para compararlo con la $TMAR = 15\%$.

Las otras dos raíces son números positivos y negativos muy grandes, como las que la función TIR de Excel indica. De modo que éstas no son útiles para el análisis.

Figura 8.1

Diagrama de flujos de efectivo incrementales, ejemplo 8.3.



Microsoft Excel - Example 8.3

File Edit View Insert Format Tools Data Window Help

126%

D15 = TIR (D4:D14)

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	TMAR =	15%						
2				Flujo de efectivo				
3	Año	Vendedor A	Vendedor B	incremental				
4	0	\$ (8,000)	\$ (13,000)	\$ (5,000)				
5	1	\$ (3,500)	\$ (1,600)	\$ 1,900				
6	2	\$ (3,500)	\$ (1,600)	\$ 1,900				
7	3	\$ (3,500)	\$ (1,600)	\$ 1,900				
8	4	\$ (3,500)	\$ (1,600)	\$ 1,900				
9	5	\$ (3,500)	\$ (12,600)	\$ (9,100)				
10	6	\$ (3,500)	\$ (1,600)	\$ 1,900				
11	7	\$ (3,500)	\$ (1,600)	\$ 1,900				
12	8	\$ (3,500)	\$ (1,600)	\$ 1,900				
13	9	\$ (3,500)	\$ (1,600)	\$ 1,900				
14	10	\$ (3,500)	\$ 400	\$ 3,900				
15	i* incremental			12.65%				
16								
17	VP @ inc i*			\$0.00				
18	VP @ TMAR			(\$438.91)				
19								

Ready

NUM

Formulas shown in callouts:

- =C10-B10
- =TIR(D4:D14)
- =VPN(\$D\$15,D5:D14)+D4
- =VPN(\$B\$1,D5:D14)+D4

Figura 8.2

Solución en hoja de cálculo para encontrar la tasa de rendimiento incremental, ejemplo 8.3.

Solución por computadora

Los pasos 1 a 4 son los mismos que en el proceso anterior.

- La figura 8.2 incluye el flujo de efectivo neto incremental de la tabla 8.4 calculado en la columna D. La celda D15 despliega el valor Δi^* de 12.65% utilizando la función TIR.
- Puesto que la tasa de rendimiento sobre la inversión adicional es menor que la TMAR de 15%, debe seleccionarse al vendedor A con menor costo.



Comentario

Una vez que se ha optado por la hoja de cálculo, pueden realizarse una gran variedad de análisis. Por ejemplo, la celda D17 utiliza la función VPN para verificar que el valor presente sea cero con la Δi^* calculada. La celda D18 es el VP a la TMAR = 15%, el cual es negativo, indicando así, aun en otra forma, que la inversión adicional no rinde la TMAR. Desde luego, cualquier flujo de efectivo estimado y la TMAR pueden cambiarse para determinar lo que ocurre a Δi^* . Una gráfica de VP contra Δi^* puede ser fácilmente agregada, si se insertan dos columnas más, similares a aquellas de las figuras 7.6 y 7.7.

La tasa de rendimiento determinada para la serie de flujo de efectivo incremental puede interpretarse como la *tasa de rendimiento de equilibrio*. Si el flujo de efectivo incremental TR (Δi^*) es mayor que la $TMAR$, se elige la alternativa de mayor inversión. Por ejemplo, si la gráfica de VP contra i^* para los flujos de efectivo incrementales en la tabla 8.4 (y la hoja de cálculo de la figura 8.2) se bosqueja para diversas tasas de interés, se obtiene la gráfica mostrada en la figura 8.3. En ella se muestra la Δi^* de equilibrio en 12.65%. Las conclusiones son que

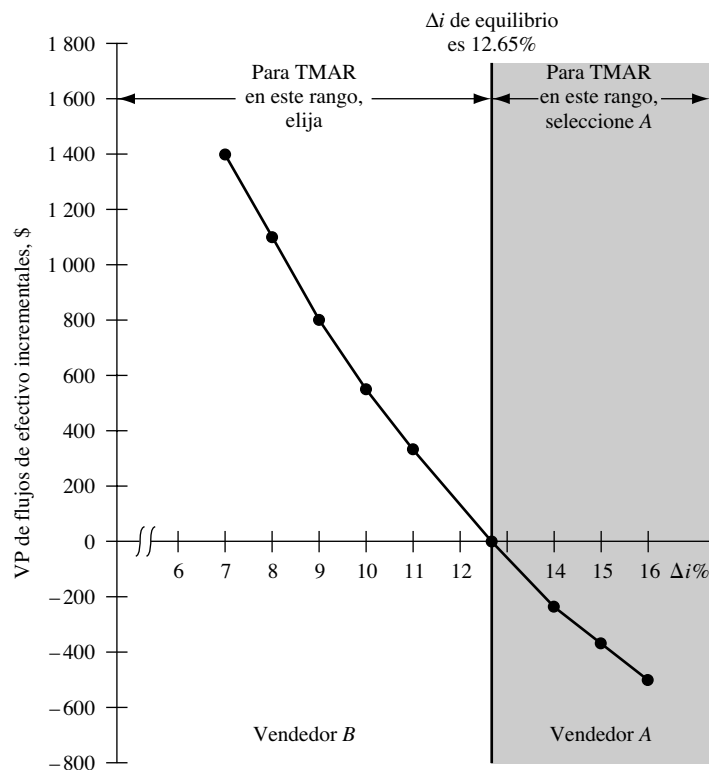
- Para $TMAR < 12.65\%$, está justificada la inversión adicional para B.
- Para $TMAR > 12.65\%$, lo opuesto es cierto; la inversión adicional en B no debe efectuarse, y se elige al vendedor A.
- Si $TMAR$ es exactamente 12.65%, las alternativas son igualmente atractivas.

La figura 8.4, que es una gráfica de equilibrio de VP contra i para los flujos de efectivo (no incrementales) de cada alternativa en el ejemplo 8.3, proporciona los mismos resultados. Como todos los flujos de efectivo netos son negativos (alternativas de servicio), los valores de VP son negativos. Ahora, se llega a las mismas conclusiones usando la siguiente lógica:

- Si $TMAR < 12.65\%$, seleccione B pues el VP de los flujos de efectivo de costo es menor (numéricamente mayor).
- Si $TMAR > 12.65\%$, seleccione A pues ahora su VP de costo es menor.

Figura 8.3

Gráfica del valor presente de flujos de efectivo incrementales para el ejemplo 8.3 a diversos valores Δi .



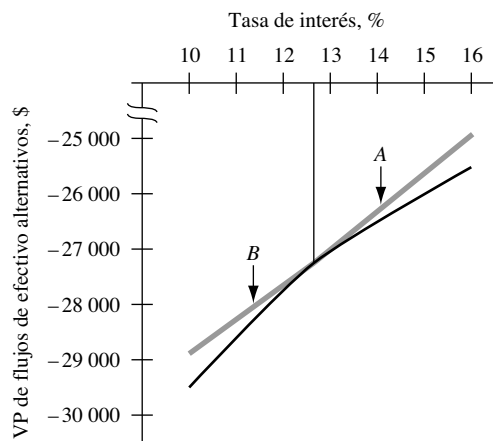
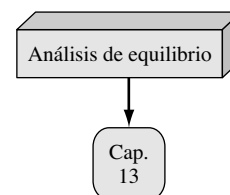


Figura 8.4
Gráfica de equilibrio de los flujos de efectivo (no incrementales) del ejemplo 8.3.

- Si TMAR es exactamente 12.65%, cualquier alternativa es igualmente atractiva.

El siguiente ejemplo ilustra la evaluación de TR incremental y la tasa de rendimiento de equilibrio en gráficas para alternativas de ingreso. En el capítulo 13 se examina más a fondo el análisis de punto de equilibrio.



EJEMPLO 8.4

El Bank of America emplea una TMAR de 30% sobre alternativas para sus propios negocios que se consideran riesgosos, es decir, la respuesta del público al servicio que no se ha establecido bien por pruebas de mercadeo. Dos sistemas de software alternativos y los planes de mercadeo/entrega han sido desarrollados conjuntamente por ingenieros de *software* y el departamento de mercadeo. Éstos se utilizarán en un nuevo banco en línea y en servicios de préstamo a pasajeros en cruceros y en barcos militares en aguas internacionales. Para cada sistema, las estimaciones de inicio, ingreso neto anual y valor de salvamento (es decir, valor de venta a otra corporación financiera) se suman líneas abajo.



- Realice el análisis de TR incremental por computadora.
- Desarrolle la gráfica VP contra i para cada alternativa y la incremental. ¿Cuál alternativa, si existe alguna, debe seleccionarse?

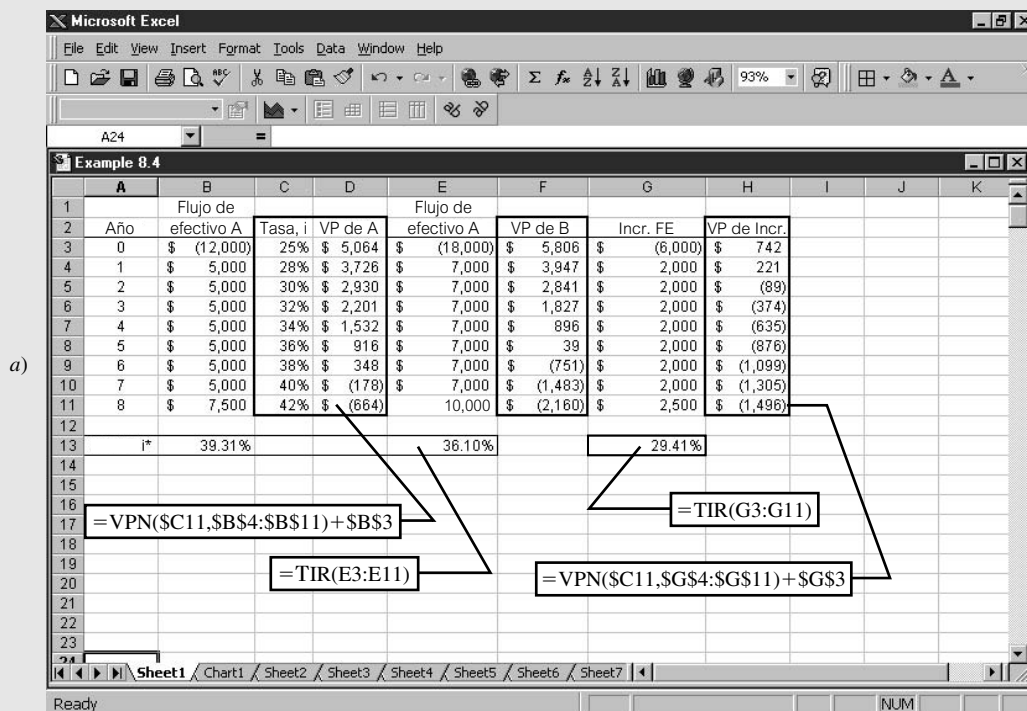
	Sistema A	Sistema B
Inversión inicial, \$1 000	-12 000	-18 000
Ingreso anual neto estimado, \$1 000	5 000	7 000
Valor de salvamento, \$1000	2 500	3 000
Vida competitiva estimada, años	8	8

Solución por computadora

- a) Remítase a la figura 8.5a. La función TIR se usa en las celdas B13 y E13 para desplegar i^* para cada alternativa. Se usan los valores i^* como una herramienta de investigación preliminar, sólo para determinar qué alternativas exceden la TMAR. Si ninguna lo hace, la alternativa NH se indica automáticamente. En ambos casos, $i^* > 30\%$; se retienen ambas. Se calculan los flujos de efectivo incrementales (columna G = columna E – columna B), y la función TIR resulta en $D_i^* = 29.41\%$. Este valor es ligeramente inferior a la TMAR; se elige la alternativa A como la mejor elección económica.
- b) La figura 8.5b contiene gráficas de VP contra i para las tres series de flujo de efectivo entre las tasas de interés de 25 y 42%. La curva inferior (análisis incremental) indica la TR de equilibrio en 29.41%, que es donde se cruzan las curvas VP de las dos alternativas. La conclusión, nuevamente, es la misma; con TMAR = 30%, seleccione la alternativa A pues su valor VP (\$2,930 en la celda D5 de la figura 8.5a) es ligeramente mayor que la de B (\$2,841 en F5).

Comentario

Con este formato de hoja de cálculo, ambos análisis, tanto el de VP como el de TR incremental, se han mejorado con respaldo gráfico para demostrar la conclusión del análisis de ingeniería económica.

**Figura 8.5**

Solución en hoja de cálculo para comparar dos alternativas: a) análisis de TR incremental, b) gráficas de VP contra i , ejemplo 8.4.

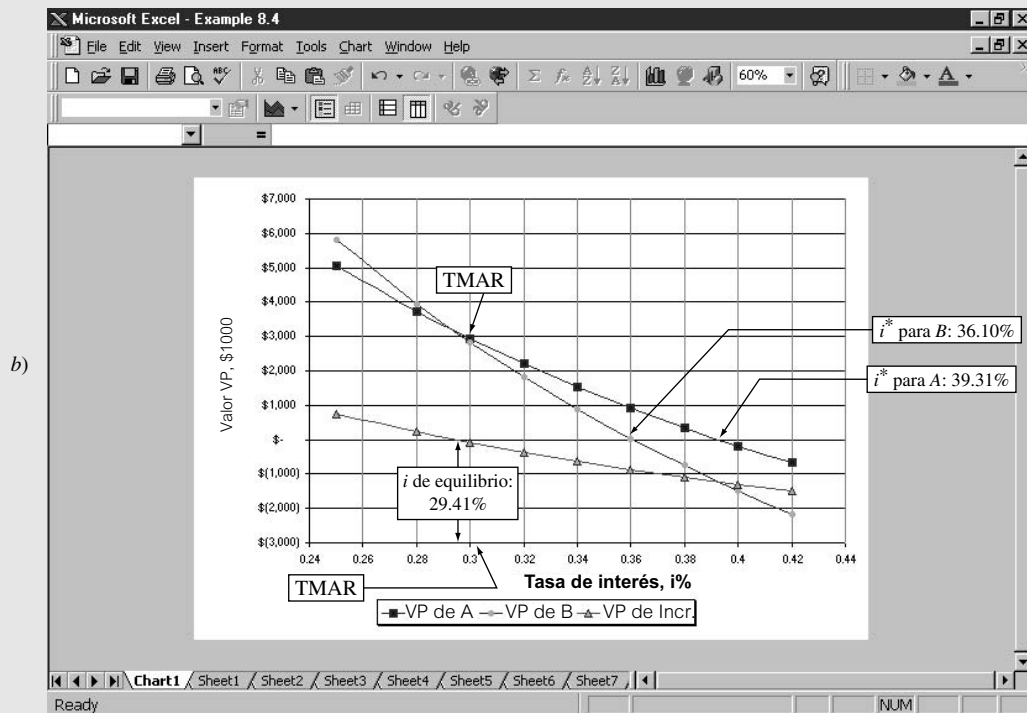


Figura 8.5
(Continuación.)

La figura 8.5b ofrece una excelente oportunidad para saber por qué el método de TR puede resultar en la selección de la alternativa errónea, cuando sólo se usan valores i^* para elegir entre dos alternativas. A esto se le llama a veces el *problema de inconsistencia de ordenación* del método TR. La inconsistencia ocurre cuando la TMAR se establece menor que la tasa de equilibrio entre las dos alternativas de ingreso. Ya que la TMAR se establece con base en condiciones de la economía y el mercado, la TMAR se establece de manera externa a cualquier evaluación particular de alternativas. En la figura 8.5b, la tasa de equilibrio es 29.41%, y la TMAR es 30%. Si la TMAR se estableciera más abajo que la de equilibrio, digamos a 26%, el análisis de TR incremental resulta en seleccionar correctamente B, puesto que $\Delta i^* = 29.41\%$, la cual excede a 26%. Pero si sólo se utilizaran valores i^* , el sistema A sería erróneamente elegido, ya que su $i^* = 39.31\%$. Este error ocurre porque el método de tasa de rendimiento supone reinversión al valor TR de la alternativa (39.31%), mientras que los análisis VP y VA usan la TMAR como la tasa de reinversión. La conclusión es simple:

Si se emplea el método TR para evaluar dos o más alternativas, use los flujos de efectivo incremental y Δi^* para tomar la decisión entre alternativas.

8.5 EVALUACIÓN DE LA TASA DE RENDIMIENTO UTILIZANDO VA

La comparación de alternativas con el método TR, realizado de manera correcta, siempre conduce a la misma decisión que un análisis VP o VA, independientemente de si TR se determina con una ecuación basada en VP o en VA. Sin embargo, para la técnica basada en VA, existen dos formas equivalentes para realizar la evaluación: usando los *flujos de efectivo incrementales* sobre el MCM de vidas alternativas, tal como se hace para la relación con base en VP (sección anterior), o encontrando el VA para los *flujos de efectivo reales* de cada alternativa, y estableciendo la diferencia de los dos igual a cero para hallar el valor Δi^* . Desde luego, no existe diferencia entre los dos enfoques si las vidas alternativas son iguales. Ambos métodos se resumen aquí.



Como el método de TR requiere la comparación de servicio igual, *los flujos de efectivo incrementales deben evaluarse sobre el MCM de las vidas*. Cuando se resuelve a mano para Δi^* , quizá no haya ventaja computacional real para usar VA, como se descubrió en el capítulo 6. Se usa el mismo procedimiento de seis pasos de la sección previa (para cálculos con base en VP), excepto que en el paso 5 se desarrolla la relación con base en VA.

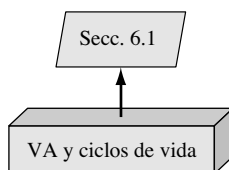
Para la comparación por computadora, con vidas iguales o diferentes, los flujos de efectivo incrementales deben calcularse sobre el MCM de las dos vidas alternativas. Luego se aplica la función TIR para encontrar Δi^* , que es la misma técnica desarrollada en la sección anterior y usada en la hoja de cálculo de la figura 8.2. *Usar la función TIR de esta forma es la manera correcta de emplear las funciones de hoja de cálculo de Excel para comparar alternativas con el método TR.*

El segundo método, basado en VA, toma ventaja de la suposición de la técnica VA de que el valor VA equivalente es el mismo para cada año del primero y todos los ciclos de vida sucesivos. Ya sea que las vidas sean iguales o diferentes, establezca la *relación VA para los flujos de efectivo para cada alternativa*, conforme la relación siguiente y resuelva para i^* .

$$0 = VA_B - VA_A \quad [8.3]$$

La ecuación [8.3] se aplica solamente a soluciones obtenidas a mano, no en soluciones por computadora.

Para ambos métodos, todos los valores equivalentes están sobre la base de VA, de manera que la i^* que resulta de la ecuación [8.3] es la misma que la Δi^* encontrada usando el primer enfoque. El ejemplo 8.5 ilustra el análisis TR usando relaciones con base en VA, para vidas diferentes.



EJEMPLO 8.5

Compare las alternativas de los vendedores A y B para Verizon Communications en el ejemplo 8.3, empleando un método TR incremental basado en VA y la misma TMAR de 15% anual.

Solución

Por referencia, la relación TR basada en VP, ecuación [8.2], para el flujo de efectivo incremental del ejemplo 8.3 muestra que el vendedor A deberá elegirse pues $\Delta i^* = 12.65\%$.

Para la relación VA, existen dos enfoques de solución equivalente. Escriba un relación basada en VA sobre la serie de flujo de efectivo *incremental* sobre el *MCM de 10 años*, o escriba la ecuación [8.3] para las *dos* series de flujo de efectivo *real* durante un *ciclo de vida* de cada alternativa.

Para el método incremental, la ecuación VA es

$$0 = -5\,000(A/P, \Delta i, 10) - 11\,000(P/F, \Delta i, 5)(A/P, \Delta i, 10) + 2\,000(A/F, \Delta i, 10) + 1\,900$$

Es fácil ingresar los flujos de efectivo incrementales en una hoja de cálculo, como en la figura 8.2, columna D, y usar la función TIR(D4:D14) para desplegar $\Delta i^* = 12.65\%$.

Para el segundo método, la TR se encuentra con la ecuación [8.3] utilizando las vidas respectivas de 10 años para A y 5 años para B.

$$VA_A = -8\,000(A/P, i, 10) - 3\,500$$

$$VA_B = -13\,000(A/P, i, 5) + 2\,000(A/F, i, 5) - 1\,600$$

Ahora desarrolle $0 = VA_B - VA_A$.

$$0 = -13\,000(A/P, i, 5) + 2\,000(A/F, i, 5) + 8\,000(A/P, i, 10) + 1\,900$$

La solución nuevamente produce un valor interpolado de $i^* = 12.65\%$.

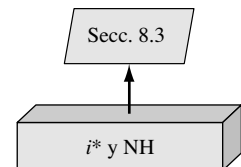
Comentario

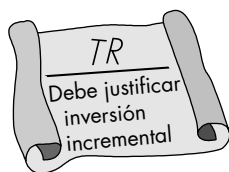
Es muy importante recordar que se debe usar el mínimo común múltiplo de las vidas cuando sobre los *flujos de efectivo incrementales* se realiza un análisis TR incremental usando una ecuación basada en VA.

8.6 ANÁLISIS TR DE MÚLTIPLES ALTERNATIVAS MUTUAMENTE EXCLUYENTES

Esta sección considera la elección entre alternativas múltiples que son mutuamente excluyentes, utilizando el método TR incremental. La aceptación de una alternativa automáticamente excluye la aceptación de cualquier otra. El análisis está basado sobre relaciones VP (o VA) para flujos de efectivo incrementales entre dos alternativas a la vez.

Cuando se aplica el método de la TR incremental, toda la inversión debe rendir al menos a la TMAR. Cuando los valores i^* de varias alternativas exceden la TMAR, se requiere la evaluación de la TR incremental. (Para alternativas de ingreso, si ni siquiera una $i^* \geq \text{TMAR}$, se selecciona la alternativa de no hacer nada.) Para todas las alternativas (ingreso o servicio), la inversión incremental debe justificarse por separado. Si el rendimiento sobre la inversión adicional iguala o excede la TMAR, entonces debe hacerse la inversión adicional con el propósito de maximizar el rendimiento total del dinero disponible, como se analiza en la sección 8.1.





Por lo tanto, para el análisis de TR de alternativas múltiples mutuamente excluyentes, se utilizan los siguientes criterios. Seleccione aquella alternativa que:

1. **Exija la mayor inversión, y**
2. **Indique que se justifica la inversión adicional frente a otra alternativa aceptable.**

Una regla importante para aplicar cuando se evalúan alternativas múltiples con el método de TR incremental es que *una alternativa nunca debe compararse con aquella para la cual no se justifica la inversión incremental*.

El procedimiento de evaluación de la TR incremental para múltiples alternativas de vidas iguales se resume más adelante. El paso 2 se aplica sólo a alternativas de ingreso, puesto que la primera alternativa se compara con NH (no hacer) cuando se estiman los flujos de efectivo del ingreso. Los términos *defensor* y *retador* son dinámicos en cuanto a que se refieren, respectivamente, a la alternativa que actualmente se selecciona (el defensor) y a aquella que está retándola para la aceptación con base en Δi^* . En la evaluación de cada pareja, existe una de cada una. Los pasos para la solución a mano o por computadora son como sigue:

1. Ordene las alternativas desde *la inversión inicial menor hasta la mayor*. Registre la estimación de flujos de efectivo anual para cada alternativa de vida igual.
2. *Sólo para alternativa de ingreso*: Calcule i^* para la primera alternativa. De hecho, esto hace a NH el defensor, y a la primera alternativa, el retador. Si $i^* < \text{TMAR}$, elimine la alternativa y vaya a la siguiente. Repita esto hasta que $i^* \geq \text{TMAR}$ por primera vez, y defina dicha alternativa como el defensor. La siguiente alternativa es ahora el retador. Vaya al paso 3. (Nota: Aquí es donde la solución por hoja de cálculo por computadora puede ser un rápido asistente. Primero calcule la i^* para todas las alternativas, usando la función TIR, y seleccione como el defensor la primera para la cual $i \geq \text{TMAR}$. Denómínela como el defensor y vaya al paso 3.)
3. Determine el flujo de efectivo incremental entre el retador y el defensor utilizando la relación:

$$\text{Flujo de efectivo incremental} = \text{flujo de efectivo retador} - \text{flujo de efectivo defensor}$$

Establezca la relación TR.

4. Calcule Δi^* para la serie de flujos de efectivo incremental utilizando una ecuación basada en VP o en VA. (VP se utiliza con mayor frecuencia.)
5. Si $\Delta i^* \geq \text{TMAR}$, el retador se convierte en el defensor y se elimina el defensor anterior. Por el contrario, si $\Delta i^* < \text{TMAR}$, se descarta el retador y el defensor permanece contra el próximo retador.
6. Repita los pasos 3 a 5 hasta que solamente quede una alternativa. Ésta es la seleccionada.

Observe que sólo se comparan dos alternativas a la vez. Es muy importante que se comparen las alternativas correctas, de lo contrario es probable que se seleccione la alternativa equivocada.



EJEMPLO 8.6

Caterpillar Corporation quiere construir una instalación para almacenaje de piezas de repuesto cerca de Phoenix, Arizona. Un ingeniero de planta ha identificado cuatro diferentes opciones de ubicación. En la tabla 8.5 se detallan el costo inicial de edificación de cimientos y prefabricación, así como las estimaciones de flujo de efectivo neto anual. La serie de flujo de efectivo neto anual varía debido a diferencias en mantenimiento, costos de mano de obra, cargos de transporte, etcétera. Si la TMAR es de 10%, utilice el análisis de TR incremental para seleccionar la mejor ubicación desde el punto de vista económico.

TABLA 8.5 Estimaciones para cuatro ubicaciones posibles de construcción, ejemplo 8.6

	A	B	C	D
Costo inicial, \$	−200 000	−275 000	−190 000	−350 000
Flujo de efectivo anual, \$	+22 000	+35 000	+19 500	+42 000
Vida, años	30	30	30	30

Solución

Todos los sitios tienen una vida de 30 años y todos son alternativas de ingreso. Se aplica el procedimiento bosquejado líneas arriba.

1. En la tabla 8.6 se ordenan las alternativas por costo inicial creciente.
2. Compare la ubicación C con la alternativa de no hacer nada. La relación TR incluye sólo el factor P/A .

$$0 = -190\,000 + 19\,500(P/A, i^*, 30)$$

La columna 1 de la tabla 8.6 presenta el valor del factor calculado $(P/A, \Delta i^*, 30)$ de 9.7436 y de $\Delta i^* = 9.63\%$. Puesto que $9.63\% < 10\%$, se elimina la ubicación C. Ahora la comparación es A contra no hacer nada, y la columna 2 muestra que $\Delta i_A^* = 10.49\%$, lo cual elimina la alternativa de no hacer nada; el defensor es ahora A y el retador es B.

3. La serie del flujo de efectivo incremental, la columna 3, y Δi^* para una comparación B a A se determina a partir de:

$$\begin{aligned} 0 &= -275\,000 - (-200\,000) + (35\,000 - 22\,000)(P/A, \Delta i^*, 30) \\ &= -75\,000 + 13\,000(P/A, \Delta i^*, 30) \end{aligned}$$

4. De acuerdo con las tablas de interés, se debe buscar el factor P/A en la TMAR, que es $(P/A, 10\%, 30) = 9.4269$. Ahora, cualquier valor P/A mayor que 9.4269 indica que Δi^* será inferior al 10% y es inaceptable. El factor P/A es 5.7692, de modo que B es aceptable. Para fines de referencia, $\Delta i^* = 17.28\%$.
5. La alternativa B se justifica incrementalmente (nuevo defensor), eliminando así la alternativa A.

TABLA 8.6 Cálculo de la tasa de rendimiento incremental para cuatro alternativas, ejemplo 8.6

	C (1)	A (2)	B (3)	D (4)
Costo inicial, \$	-190 000	-200 000	-275 000	-350 000
Flujo de efectivo, \$	+19 500	+22 000	+35 000	+42 000
Alternativas comparadas	C a NH	A a NH	B a A	D a B
Costo incremental, \$	-190 000	-200 000	-75 000	-75 000
Flujo de efectivo incremental, \$	+19 500	+22 000	+13 000	+7 000
($P/A, \Delta i^*, 30$)	9.7436	9.0909	5.7692	10.7143
$\Delta i^*(\%)$	9.63	10.49	17.28	8.55
¿Se justifica el incremento?	No	Sí	Sí	No
Alternativa seleccionada	NH	A	B	B

6. Al comparar D con B (pasos 3 y 4) se genera la relación VP; $0 = -75\,000 + 7\,000(P/A, \Delta i^*, 30)$ y un valor P/A de 10.7143 ($\Delta i^* = 8.55\%$). Se elimina la ubicación D y sólo permanece la alternativa B, que se elige.

Comentario

Una alternativa *siempre* debe compararse incrementalmente con una alternativa aceptable y la alternativa de no hacer nada puede resultar la única aceptable. Como C no estuvo justificada en este ejemplo, la ubicación A no fue comparada con C. Por lo tanto, si la comparación de B con A no hubiera indicado que B se justificara incrementalmente, entonces la comparación de D con A habría sido la correcta, en lugar de la de D con B.

Para demostrar qué tan importante es aplicar apropiadamente el método de TR, considere lo siguiente. Si inicialmente se calcula la i^* de cada alternativa, los resultados por alternativas ordenadas son los siguientes:

Ubicación	C	A	B	D
$i^*, \%$	9.63	10.49	12.35	11.56

Ahora aplique *sólo* el primer criterio establecido; es decir, se realiza la inversión más grande cuya TMAR es de 10% o más. Se selecciona la ubicación D. Pero, como se demostró antes, ésta es la selección equivocada, ya que la inversión adicional de \$75 000 por encima de la ubicación B no obtendrá la TMAR. De hecho, ésta obtendrá solamente 8.55%.

Para alternativas de servicio (sólo de costos), el flujo de efectivo incremental es la diferencia de costos entre las dos alternativas. No existe la alternativa de no hacer nada ni tampoco el paso 2 en el procedimiento de solución. Por consiguiente, la alternativa de mayor inversión es el defensor inicial contra la siguiente inversión más baja (el retador). Este procedimiento se ilustra en el ejemplo 8.7, usando una solución de hoja de cálculo para las alternativas de servicio de vidas iguales.

EJEMPLO 8.7

Conforme la capa de un derrame de petróleo de un tanque marino se mueve hacia la costa, ocurren grandes pérdidas tanto para la vida acuática como para las especies que se alimentan de la línea de playa y los habitantes de tal sitio, como las aves. Los ingenieros ambientalistas y los abogados de varias corporaciones petroleras internacionales (Exxon-Mobil, BP, Shell y algunos transportistas para productores de la OPEP) han desarrollado un plan para ubicar, estratégicamente a lo largo del mundo, equipo recién desarrollado que es bastante más efectivo que los procedimientos manuales para limpiar los residuos de petróleo crudo del plumaje de las aves. El Club Sierra, Greenpeace y otros grupos ecologistas están a favor de la iniciativa. Las máquinas alternativas de fabricantes en Asia, América, Europa y África están disponibles con los costos estimados en la tabla 8.7. Se espera que los costos anuales estimados sean elevados para asegurar prontitud en cualquier momento. Los representantes de la compañía han acordado usar el promedio de los valores TMAR corporativos, que resulta en $\text{TMAR} = 13.5\%$. Utilice computadora y análisis TR incremental para determinar cuál fabricante ofrece la elección económica mejor.

Solución por computadora

Siga el procedimiento para el análisis TR incremental bosquejado en el ejemplo 8.6. La hoja de cálculo de la figura 8.6 contiene la solución completa.



1. Las alternativas ya están ordenadas en orden creciente de los costos iniciales.
2. Éstas son alternativas de servicio, de modo que no hay comparación de 1 a NH. Los valores i^* no pueden calcularse.
3. La máquina 2 es el primer retador de la máquina 1; los flujos de efectivo incrementales para la comparación 2 a 1 están en la columna D.
4. La comparación 2 a 1 resulta en $\Delta i^* = 14.57\%$ en la celda D17, al aplicar la función TIR.
5. Este rendimiento excede $\text{TMAR} = 13.5\%$, de modo que la máquina 2 es el nuevo defensor (celda D19).

La comparación continúa para 3 a 2 en la celda E17, donde el rendimiento es muy negativo a $\Delta i^* = -18.77\%$; la máquina 2 se mantiene como el defensor. Finalmente, la comparación 4 a 2 tiene una TR incremental de 13.60% , lo cual es ligeramente mayor que la $\text{TMAR} = 13.5\%$. La conclusión es comprar la máquina 4, pues la inversión adicional está (marginalmente) justificada.

TABLA 8.7 Costos para cuatro alternativas de máquinas, ejemplo 8.7

	Máquina 1	Máquina 2	Máquina 3	Máquina 4
Costo inicial, \$	-5 000	-6 500	-10 000	-15 000
Costo anual de operación, \$	-3 500	-3 200	-3 000	-1 400
Valor de salvamento, \$	+500	+900	+700	+1 000
Vida, años	8	8	8	8

Example 8.7

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	TMAR = 13.50%								
2		Año	Máquina 1	Máquina 2	Máquina 3	Máquina 4			
3									
4	Inversión inicial		-\$5,000	-\$6,500	-\$10,000	-\$15,000			
5	Costo anual		-\$3,500	-\$3,200	-\$3,000	-\$1,400			
6	Valor de salvamento		\$500	\$900	\$700	\$1,000			
7	Comparación de TR			2 to 1	3 to 2	4 to 2			
8	Inversión incremental	0		-\$1,500	-\$3,500	-\$8,500			=F4 - D4
9	Flujo de efectivo incremental	1		\$300	\$200	\$1,800			=F\$5 - D\$5
10		2		\$300	\$200	\$1,800			
11		3		\$300	\$200	\$1,800			
12		4		\$300	\$200	\$1,800			
13		5		\$300	\$200	\$1,800			
14		6		\$300	\$200	\$1,800			
15		7		\$300	\$200	\$1,800			
16		8		\$700	\$0	\$1,900			
17	i* incremental			14.57%	-18.77%	13.60%			=TIR(F8:F16)
18	¿Incremento justificado?			Yes	No	Yes, barely			
19	Alternativa seleccionada			2	2	4			
20									

Figura 8.6

Solución en hoja de cálculo para elegir entre cuatro alternativas de servicio, ejemplo 8.7.

Comentario

Como se mencionó antes, no es posible generar una gráfica de VP contra i para cada alternativa de servicio, ya que todos los flujos de efectivo son negativos. Sin embargo, es posible generar gráficas de VP contra i para las series incrementales en la misma forma que se ha realizado previamente. Las curvas cruzarán la línea VP = 0, en los valores Δi^* determinados mediante las funciones TIR.

La hoja de cálculo no incluye lógica para seleccionar la mejor alternativa en cada etapa de la solución. Esta característica podría añadirse en cada comparación usando el operador SI de Excel, y las operaciones aritméticas correctas para cada flujo de efectivo incremental y valores Δi^* . Esto consume demasiado tiempo; es más rápido para el analista tomar la decisión y luego desarrollar las funciones requeridas para cada comparación.

La selección de alternativas múltiples mutuamente excluyentes, con *vidas desiguales*, utilizando valores de Δi^* exige que se evalúen los flujos de efectivo incrementales sobre el MCM de las dos alternativas que se comparan. Ésta es otra aplicación del principio de comparación de igual servicio. La aplicación de hoja de cálculo en la siguiente sección ilustra los cálculos.

Para hacer la selección siempre es posible depender del análisis VP o VA de los flujos de efectivo incrementales en la TMAR. En otras palabras, no encuentre Δi^* para cada comparación pareada; en vez de ello, encuentre VP o VA a la TMAR. Sin embargo, todavía es necesario realizar la comparación sobre el número de años MCM para que un análisis incremental esté correctamente elaborado.

8.7 APLICACIÓN DE HOJA DE CÁLCULO: ANÁLISIS VP, VA Y TR, TODOS EN UNO

El siguiente ejemplo de hoja de cálculo combina muchas de las técnicas del análisis económico que se han aprendido hasta ahora: análisis de TR (interna), análisis de TR incremental, análisis de VP y análisis de VA. Ahora que se dominan las funciones TIR, VPN y VP, es posible realizar una amplia variedad de evaluaciones para alternativas múltiples sobre una sola hoja de cálculo. Para entender mejor cómo se forman y usan las funciones, sus formatos deben ser desarrollos por el lector, ya que no hay etiquetas de celdas en este ejemplo. Aquí se incluye una serie de flujo de efectivo no convencional, para la cual es posible encontrar valores múltiples de TR, y seleccionar tanto de alternativas mutuamente excluyentes como de proyectos independientes.

EJEMPLO 8.8

Los teléfonos de vuelo instalados en los asientos de los pasajeros de las líneas aéreas son un servicio esperado por muchos clientes. Delta Airlines sabe que tendrá que reemplazar de 15 000 a 24 000 unidades en pocos años en sus aeronaves Boeing 737, 757 y algunos 777. Cuatro características opcionales de manejo de datos, que se construyen una sobre otra, están disponibles por el fabricante, pero a un costo agregado por unidad. Además de costar más, se estima que las opciones de finalidad superior (por ejemplo, servicio de conexión de video con base en satélite) tendrán vidas más largas, antes de que se requiera el siguiente reemplazo por las nuevas características avanzadas esperadas por los consumidores. Se espera que las cuatro opciones aumenten las ventas anuales en cantidades variables. Las filas 2 a 6 de la hoja de cálculo en la figura 8.7 incluyen todos los estimados para las cuatro opciones.

- Usando TMAR = 15%, realice evaluaciones TR, VP y VA para seleccionar el nivel de opciones que resulta económicamente más prometedor.
- Si puede elegirse más de un nivel de opciones, considere los cuatro que se consideraran como proyectos independientes. Si en este momento no se consideran limitaciones presupuestarias, ¿cuáles son las opciones aceptables si la TMAR se incrementa a 20% cuando puede elegirse más de una opción?

Solución por computadora

- La hoja de cálculo (figura 8.7) se divide en seis secciones:

Sección 1 (filas 1, 2): valor TMAR y nombres de alternativas (A hasta D) en orden creciente de costo inicial.



Microsoft Excel

File Edit View Insert Format Tools Data Window Help

B30

Example 8.8

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	TMAR = 15%													
2	Alternativa		A	B	C		D							
3	Costo inicial		-\$6,000	-\$7,000	-\$9,000		-\$17,000							
4	Flujo de efectivo anual		\$2,000	\$3,000	\$3,000		\$3,500							
5	Valor de salvamento		\$0	\$200	\$300		\$1,000							
6	Vida	Año	3	4	6		12							
7	Comparación TR incr.		FE real	FE real	FE real	C a B	FE real	D a C						
8	Inversión incremental	0	-6000	-7000	-9000	-\$2,000	-17,000	-\$8,000						
9	Flujo de efectivo incremental	1	2000	3000	3000	\$0	3500	\$500						
10	sobre el MCM	2	2000	3000	3000	\$0	3500	\$500						
11		3	2000	3000	3000	\$0	3500	\$500						
12		4		3200	3000	\$6,800	3500	\$500						
13		5			3000	\$0	3500	\$500						
14		6			3300	-\$8,700	3500	\$9,200						
15		7				\$0	3500	\$500						
16		8				\$6,800	3500	\$500						
17		9				\$0	3500	\$500						
18		10				\$0	3500	\$500						
19		11				\$0	3500	\$500						
20		12				\$100	4500	\$1,200						
21	i^*		0.00%	26.32%	24.68%		17.87%							
22	¿Se mantiene o se elimina?		Elimina	Mantiene	Mantiene		Mantiene							
23	i^* incremental					19.42%		11.23%						
24	Incremento justificado?					Si		No						
25	Alternativa seleccionada					C		C						
26	VA con TMAR		(\$628)	\$588	\$656		\$398							
27	VP con TMAR		(\$3,403)	\$3,188	\$3,557		\$2,159							
28	Alternativa seleccionada		No	No	Si		No							
29	Alternativa		A	B	C		D							
30														
31														

Ready

Figura 8.7

Análisis en hoja de cálculo usando los métodos TR, VP y VA para alternativas de ingreso con vidas diferentes, ejemplo 8.8.

Sección 2 (filas 3 a 6): estimados de flujo de efectivo neto por unidad para cada alternativa. Éstas son alternativas de ingreso con vidas diferentes.

Sección 3 (filas 7 a 20): aquí se despliegan flujos de efectivo real e incremental.

Sección 4 (filas 21, 22): puesto que todas éstas son alternativas de ingreso, los valores i^* se determinan mediante la función TIR. Si una alternativa pasa la prueba TMAR ($i^* > 15\%$) se retiene y se agrega una columna a la derecha de su flujo de efectivo real, para que se determine el flujo de efectivo incremental. Se insertaron las columnas F y H para hacer espacio para las evaluaciones incrementales. La alternativa A no pasa la prueba i^* .

Sección 5 (filas 23 a 25): las funciones TIR despliegan los valores Δi^* en las columnas F y H. la comparación de C a B toma lugar sobre el MCM de 12 años. Puesto que $\Delta i^*_{C-B} = 19.42\% > 15\%$, elimine B; la alternativa C es el nuevo defensor, y D es el siguiente retador. La comparación final de D a C sobre 12 años resulta en $\Delta i^*_{D-C} = 11.23\% < 15\%$, de modo que se descarta D. La alternativa C es la elegida.

Sección 6 (filas 26 a 29): éstas incluyen los análisis VA y VP. El valor VA sobre la vida de cada alternativa se calcula usando la función PAGO, la TMAR, con una

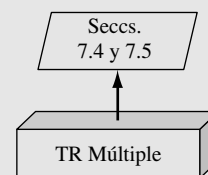
función VNA insertado. Además, el valor VP se determina a partir del valor VA para 12 años, usando la función VP. Para ambas medidas, la alternativa C tiene el mayor valor numérico, como se esperaba.

Conclusión: todos los métodos tienen el mismo resultado, la elección correcta de la alternativa C.

- b) Puesto que cada opción es independiente de las otras, y que no hay limitación presupuestal en este momento, cada valor i^* en la fila 21 de la figura 8.7 se compara con $\text{TMAR} = 20\%$. Es una comparación de cada opción con la alternativa de no hacer nada. De las cuatro, las opciones B y C tienen $i^* > 20\%$. Éstas son aceptables; las otras dos no lo son.

Comentario

En el inciso a) se han aplicado las dos pruebas de signos para raíces múltiples a la serie de flujo de efectivo incremental, para la comparación de C a B. La serie en sí misma tiene tres cambios de signo, y la serie de flujo de efectivo acumulado comienza negativamente y también implica tres cambios de signo. Por lo tanto, pueden existir hasta tres raíces reales. La función TIR se aplica en la celda F23 para obtener $\Delta i_{C-B}^* = 19.42\%$ sin usar el procedimiento de inversión neta. Dicha acción supone que es razonable la presunción de reinversión al 19.42% para flujos de efectivo de inversión neta positiva. Si la $\text{TMAR} = 15\%$, o alguna otra tasa de ganancia, fuese más apropiada, tendría que haberse aplicado el procedimiento de inversión neta para determinar la tasa compuesta, que sería diferente de 19.42%. Dependiendo de la tasa de reinversión elegida, la alternativa C puede o no estar incrementalmente justificada contra B. Aquí, la suposición que se hace es que el valor de Δi^* es razonable, de modo que C está justificada.



RESUMEN DEL CAPÍTULO

Así como los métodos de los valores presente, anual y futuro permiten encontrar la mejor alternativa entre varias, los cálculos de la tasa de rendimiento incremental pueden usarse para el mismo propósito. Al emplear la técnica de la TR es necesario tomar en cuenta los flujos de efectivo incrementales si se trata de seleccionar entre alternativas mutuamente excluyentes. Esto no fue necesario para los métodos del VP, VA o VF. La evaluación de la inversión incremental se realiza sólo entre dos alternativas a la vez, empezando con la alternativa de menor inversión inicial. Una vez eliminada una alternativa, ésta no se considera más.

Si no existen limitaciones presupuestarias cuando se evalúan proyectos independientes aplicando el método de TR, el valor TR de cada proyecto se compara con la TMAR. Puede aceptarse cualquier número, o ninguno, de los proyectos.

Los valores de la tasa de rendimiento tienen un atractivo natural para la gerencia pero, con frecuencia, el análisis de TR es más difícil de establecer y completar, que el análisis VP o VA utilizando una TMAR establecida. Al realizar un análisis TR debe tenerse cuidado con los flujos de efectivo incrementales; de otra forma éste puede dar resultados incorrectos.

PROBLEMAS

Comprensión de la TR incremental

- 8.1** Si la alternativa A tiene una tasa de rendimiento de 10% y la alternativa B otra de 18%, ¿qué nos dice eso acerca de la tasa de rendimiento sobre el incremento entre A y B, si la inversión que se requiere para B es, a) mayor que la requerida para A, y b) más pequeña que la que se pide para A?
- 8.2** ¿Cuál es la tasa de rendimiento conjunta sobre una inversión de \$100 000, que rinde 20% sobre los primeros \$30 000 y 14% sobre los \$70 000 restantes?
- 8.3** ¿Por qué es necesario hacer un análisis incremental cuando se realiza el estudio de la tasa de rendimiento para alternativas de servicio?
- 8.4** Si todos los flujos de efectivo incrementales son negativos, ¿qué es lo que se sabe sobre la tasa de rendimiento sobre la inversión incremental?
- 8.5** El flujo de efectivo incremental se calcula como la diferencia: flujo de efectivo_B – flujo de efectivo_A, donde B representa la alternativa con la inversión inicial más grande. Si los dos flujos de efectivo se intercambiaran de modo que B representara aquel con la inversión inicial *más pequeña*, ¿qué alternativa debería seleccionarse si la tasa de rendimiento incremental es de 20% anual, y la TMAR de la compañía es de 15% por año? Explique su respuesta.
- 8.6** Una empresa procesadora de alimentos estudia dos tipos de analizadores de humedad. La compañía espera que un modelo infrarrojo produzca una tasa de rendimiento de 18% anual. Un modelo más caro basado en microondas arrojaría una tasa de rendimiento de 23% anual. Si la TMAR de la empresa es de 18% anual, ¿podría el lector determinar cuál o cuáles modelo(s) debe(n) comprarse, únicamente con base en la información que se da sobre la tasa de rendimiento, si a) cualquiera o ambos analizadores pueden seleccionarse, y b) sólo uno puede seleccionarse? ¿Por qué sí o no?
- 8.7** Para cada uno de los escenarios siguientes mencione si para seleccionar una alternativa se requiere el análisis de la inversión incremental, y diga por qué sí o no. Suponga que la alternativa Y requiere una inversión inicial más elevada que la alternativa X, y que la TMAR es de 20% anual.
- X tiene una tasa de rendimiento de 28% anual y Y tiene otra de 20% anual
 - La tasa de rendimiento de X es de 18% anual y la de Y es de 23% anual
 - X tiene una tasa de rendimiento de 16% anual y la de Y es de 19% anual
 - X tiene una tasa de rendimiento de 30% anual y Y otra de 26% anual
 - La tasa de rendimiento de X es de 21% anual y la de Y de 22% anual
- 8.8** Una compañía de construcción pequeña ha reservado \$100 000 en un fondo hundido para adquirir equipo nuevo. Si se invierten \$30 000 a 30%, \$20 000 a 25% y los \$50 000 restantes a 20% anuales, ¿cuál es la tasa de rendimiento conjunta de los \$100 000?
- 8.9** Se dispone de un total de \$50 000 para invertir en un proyecto para reducir los robos internos en un almacén de aparatos. Se estudian dos alternativas identificadas como Y y Z. Se determinó que la tasa de rendimiento conjunta de los \$50 000 es de 40%, con 15% como tasa de rendimiento sobre el incremento de \$20 000 entre Y y Z. Si Z es la alternativa de costo inicial más elevado, a) ¿cuál es el monto de la inversión requerida para Y, y b) ¿cuál es la tasa de rendimiento sobre Y?
- 8.10** Prepare una tabulación de flujo de efectivo para las alternativas que se muestran a continuación.

	Máquina A	Máquina B
Costo inicial, \$	-15 000	-25 000
Costo de operación anual, \$	-1 600	-400
Valor de rescate, \$	3 000	6 000
Vida, años	3	6

8.11 Una compañía química analiza dos procesos para fabricar un polímero catiónico. El proceso A tendría un costo inicial de \$100 000 y un costo de operación anual de \$60 000. El proceso B tendría un costo inicial de \$165 000. Si ambos procesos serían adecuados durante 4 años y la tasa de rendimiento sobre el incremento entre las alternativas es de 25%, ¿cuál es el monto del costo de operación para el proceso B?

Comparación de la TR incremental (dos alternativas)

8.12 Cuando la tasa de rendimiento sobre el flujo de efectivo incremental entre dos alternativas es exactamente igual que la TMAR, ¿cuál alternativa debería elegirse, aquella con la inversión inicial más alta o más baja? ¿Por qué?

8.13 Una firma de consultoría en ingeniería pretende decidir si debería comprar Ford Explorers o Toyota 4Runners para los directivos de la compañía. Los modelos en consideración costarían 29 000 dólares para el Ford y \$32 000 para el Toyota. Se espera que el costo de operación anual del Explorer sea \$200 anuales mayor que el del 4Runner. Los valores de comercialización después de 3 años se estiman en 50% del costo inicial para el Explorer y 60% para el Toyota. a) ¿Cuál es la tasa de rendimiento relativa a la del Ford, si se selecciona Toyota? b) Si la TMAR de la firma es de 18% anual, ¿qué marca de vehículo deberá comprar?

8.14 Una compañía de plásticos analiza dos procesos de moldeo por inyección. El proceso X tendría un costo inicial de \$600 000, costos anuales de \$200 000, y valor de res-

cate de \$100 000 después de cinco años. El costo inicial del proceso Y sería de \$800 000, sus costos anuales de \$150 000, y después de cinco años su valor de rescate sería de \$230 000. a) ¿Cuál es la tasa de rendimiento sobre el incremento de la inversión entre las dos? b) ¿Cuál proceso debería seleccionar la compañía sobre la base de un análisis de la tasa de rendimiento, si la TMAR es de 20% anual?

8.15 Una empresa que manufactura transductores de presión amplificados trata de decidir entre las máquinas cuyas características se muestran a continuación. Compárelas sobre la base de la tasa de rendimiento y determine cuál debe elegirse si la TMAR de la empresa es de 15% anual.

	Velocidad variable	Velocidad dual
Costo inicial, \$	-250 000	-225 000
Costo de operación anual, \$/año	-231 000	-235 000
Reparación mayor en el año 3, \$	—	-26 000
Reparación mayor en el año 4, \$	-39 000	—
Valor de rescate, \$	50 000	10 000
Vida, años	6	6

8.16 El administrador de una planta procesadora de alimentos enlatados intenta decidir entre dos máquinas para etiquetar. Determine cuál debería elegir con el criterio de la tasa de rendimiento con una TMAR de 20% anual.

	Máquina A	Máquina B
Costo inicial, \$	-15 000	-25 000
Costo de operación anual, \$/año	-1 600	-400
Valor de rescate, \$	3 000	4 000
Vida, años	2	4

8.17 Una planta que recicla desechos sólidos considera dos tipos de tambos de almacenamiento (vea tabla de la página siguiente). Determine cuál debe elegirse según el criterio de la tasa de rendimiento. Suponga que la TMAR es de 20% anual.

	Alternativa P	Alternativa Q
Costo inicial, \$	-18 000	-35 000
Costo de operación anual, \$/año	-4 000	-3 600
Valor de rescate, \$	1 000	2 700
Vida, años	3	6

8.18 A continuación se presenta el flujo de efectivo incremental estimado entre las alternativas J y K. Si la TMAR es de 20% anual, ¿cuál de ellas debe elegirse con base en la tasa de rendimiento? Suponga que K requiere \$90 000 adicionales como inversión inicial.

Año	Flujo de efectivo incremental, \$(K - J)
0	-90 000
1-3	+10 000
4-9	+20 000
10	+5 000

8.19 Una compañía química estudia dos procesos para aislar DNA. En seguida se presenta el flujo de efectivo incremental entre dos alternativas, J y S. La compañía utiliza una TMAR de 50% por año. La tasa de rendimiento sobre el flujo de efectivo incremental que se muestra es menos del 50%, pero la directora de la empresa prefiere el proceso más caro. La directora cree que puede negociar el costo inicial del proceso más caro para reducirlo. ¿En cuánto tendría que disminuir el costo inicial de la alternativa S, la de mayor costo inicial, para que se tuviera una tasa de rendimiento incremental de 50% exacto?

Año	Flujo de efectivo incremental, \$(S - J)
0	-900 000
1	400 000
2	600 000
3	850 000

8.20 La alternativa R tiene un costo inicial de \$100 000, costos anuales de mantenimiento y operación de \$50 000, y un valor de rescate de \$20 000 después de 5 años. La alternativa S tiene un costo inicial de \$175 000 y un

valor de rescate de \$40 000 una vez transcurridos 5 años, pero se desconocen los costos de operación y mantenimiento. Determine el monto de éstos para la alternativa S, de modo que se obtenga una tasa de rendimiento incremental de 20% anual.

8.21 Los flujos de efectivo incrementales para las alternativas M y N se presentan a continuación. Determine cuál debería elegirse, por medio del análisis de la tasa de rendimiento con base en el VA. La TMAR es de 12% anual y la alternativa N requiere una inversión inicial mayor.

Año	Flujo de efectivo incremental, \$(N - M)
0	-22 000
1-8	+4 000
9	+12 000

8.22 Determine cuál de las dos máquinas que se describen a continuación debe seleccionarse, con el empleo del análisis de la tasa de rendimiento basada en el VA, si la TMAR es de 18% anual.

	Semiautomática	Automática
Costo inicial, \$	-40 000	-90 000
Costo anual, \$/año	-100 000	-95 000
Valor de rescate, \$	5 000	7 000
Vida, años	2	4

8.23 A continuación se presentan los flujos de efectivo incrementales para las alternativas X y Y. Calcule la tasa de rendimiento incremental por mes y determine cuál de ellas debería seleccionarse, por medio del análisis de la tasa de rendimiento con base en el VA. La TMAR es de 24% anual compuesto mensualmente, y la alternativa Y requiere la inversión inicial más elevada.

Mes	Flujo de efectivo incremental, \$(Y - X)
0	-62 000
1-23	+4 000
24	+10 000

- 8.24** A continuación se muestra el flujo de efectivo incremental entre las alternativas Z1 y Z2 (esta última tiene el costo inicial más alto). Use la ecuación de la tasa de rendimiento basada en el VA a fin de calcular la tasa de rendimiento incremental y decidir cuál alternativa debe elegirse si la TMAR es de 17% anual. Sea k = años 1 a 10.

Año	Flujo de efectivo incremental, \$(Z2 - Z1)
0	-40 000
1-10	9 000 - 500k

- 8.25** Con el fin de tener acceso a un puente colgante permanente se estudian dos diseños de camino. El costo de la construcción del diseño 1A sería de \$3 millones y el de mantenimiento sería de \$100 000 por año. La construcción del diseño 1B costaría \$3.5 millones y su mantenimiento \$40 000 al año. Use la ecuación de la tasa de rendimiento con base en el VA para determinar cuál diseño es preferible. Suponga que $n = 10$ años y la TMAR de 6% anual.
- 8.26** Una compañía manufacturera necesita 3 000 metros cuadrados para expandirse, debido a que acaba de ganar un contrato nuevo que dura 3 años. La empresa estudia la compra de un terreno en \$50 000 para levantar ahí una estructura metálica temporal, con un costo de \$90 por metro cuadrado. Al final de los 3 años la compañía espera poder vender el lote en \$55 000 y la edificación en \$60 000. Otra alternativa de la empresa es arrendar el espacio a \$3 por metro cuadrado *al mes*, pagaderos al principio del año. Utilice una ecuación de tasa de rendimiento basada en el VA a fin de determinar cuál es la alternativa preferible. La TMAR es 28% anual.
- 8.27** Con objeto de automatizar una operación de manufactura, se estudia entre cuatro alternativas de *servicio* mutuamente excluyentes. Fueron calificadas en orden creciente de inversión inicial y después se compararon

por medio del análisis de la tasa de rendimiento de la inversión incremental. La tasa de rendimiento de cada incremento de la inversión fue menor que la TMAR. ¿Cuál alternativa debería seleccionarse?

Comparación entre alternativas múltiples

- 8.28** Una compañía de recubrimientos metálicos estudia cuatro métodos diferentes para recuperar los subproductos de metales pesados contenidos en los desechos líquidos de un sitio de manufactura. Se han estimado los costos de la inversión y los ingresos asociados con cada método. Todos ellos tienen una vida de 8 años. La TMAR es de 11% anual.
- a) Si los métodos son independientes porque es posible implantarlos en plantas diferentes, ¿cuáles son aceptables? b) Si los métodos son mutuamente excluyentes, determine cuál debería seleccionarse de acuerdo con la evaluación de la TR.

Método	Costo inicial, \$	Valor de rescate, \$	Ingreso anual, \$/año
A	-30 000	+1 000	+4 000
B	-36 000	+2 000	+5 000
C	-41 000	+500	+8 000
D	-53 000	-2 000	+10 500

- 8.29** Mountain Pass Canning Company determinó que para una fase de sus operaciones de enlatado puede usar cualquiera de cinco máquinas, cuyos costos se presentan a continuación. Todas tienen una vida de 5 años. Si la tasa de rendimiento mínimo atractiva es 20% anual, determine la máquina que debe elegirse de acuerdo con el análisis de la tasa de rendimiento.

Máquina	Costo inicial, \$	Costo de operación anual, \$/año
1	-31 000	-18 000
2	-28 000	-19 500
3	-34 500	-17 000
4	-48 000	-12 000
5	-41 000	-15 500

8.30 Un contratista independiente que trabaja por su cuenta está por decidir qué capacidad debe tener el modelo de camión para basura que comprará. Él sabe que conforme el piso de su inversión se incrementa, también sube el ingreso neto, pero no está seguro de que se justifique el gasto incremental que se requiere para los camiones más grandes. Los flujos de efectivo asociados con la capacidad

de cada modelo de camión se presentan a continuación. La TMAR del contratista es de 18% anual y se espera que todos los modelos tengan una vida útil de 5 años. *a)* Determine la capacidad del camión que debe comprarse. *b)* Si han de adquirirse dos camiones de capacidad diferente, ¿cuál debería ser el tamaño del segundo?

Tamaño base del camión, metros cúbicos	Inversión inicial, \$	Costo de operación anual, \$/año	Valor de rescate, \$	Ingreso anual, \$/año
8	-30 000	-14 000	+2 000	+26 500
10	-34 000	-15 500	+2 500	+30 000
15	-38 000	-18 000	+3 000	+33 500
20	-48 000	-21 000	+3 500	+40 500
25	-57 000	-26 000	+4 600	+49 000

8.31 Un ingeniero de Anode Metals estudia los proyectos que se presentan en seguida, todos los cuales se estima duren indefinidamente. Si la TMAR de la compañía es de 15%

anual, determine cuál debería seleccionarse, *a)* si los proyectos son independientes, y *b)* si son mutuamente excluyentes.

	Costo inicial, \$	Ingreso anual \$/año	Tasa de rendimiento de la alternativa, %
A	-20 000	+3 000	15
B	-10 000	+2 000	20
C	-15 000	+2 800	18.7
D	-70 000	+10 000	14.3
E	-50 000	+6 000	12

8.32 Para cierto proceso de producción debe comprarse sólo una de cuatro máquinas diferentes. Un ingeniero efectuó los análisis siguientes para seleccionar la mejor de ellas.

Se supone que todas las máquinas tendrán una vida de 10 años. ¿Cuál máquina, si hubiera alguna, debe seleccionar la empresa, si su TMAR es de *a)* 12% anual y *b)* 20% anual?

	Máquina			
	1	2	3	4
Costo inicial, \$	-44 000	-60 000	-72 000	-98 000
Costo anual, \$/año	-70 000	-64 000	-61 000	-58 000
Ahorros anuales, \$/año	+80 000	+80 000	+80 000	+82 000
TR, %	18.6	23.4	23.1	20.8
Máquinas comparadas		2 a 1	3 a 2	4 a 3
Inversión incremental, \$		-16 000	-12 000	-26 000
Flujo de efectivo incremental, \$/año		+6 000	+3 000	+5 000
TR sobre incremento, %		35.7	21.4	14.1

8.33 Se estudia entre cuatro alternativas que se describen a continuación.

- a) Si las propuestas son independientes, ¿cuál debe seleccionarse con una TMAR de 16% anual?

- b) Si son mutuamente excluyentes, con una TMAR de 9% anual, ¿cuál debe elegirse?
- c) Si la TMAR es de 12% anual y las propuestas se excluyen mutuamente, ¿cuál debería ser la elección?

Alternativa	Inversión inicial, \$	Tasa de rendimiento, %	Tasa de rendimiento incremental en %, cuando se compara con la alternativa		
			A	B	C
A	-40 000	29			
B	-75 000	15	1		
C	-100 000	16	7	20	
D	-200 000	14	10	13	12

8.34 Se emprendió un análisis de la tasa de rendimiento para las alternativas de vida infinita que se presentan a continuación.

- a) Llene los espacios en blanco en la columna de la tasa de rendimiento incremental sobre la porción de flujo de efectivo incremental de la tabla.
- b) ¿De cuánto es el ingreso asociado con cada alternativa?

- c) ¿Cuál alternativa debe seleccionarse si son mutuamente excluyentes y la TMAR es de 16%?
- d) ¿Qué alternativa debe elegirse si se excluyen mutuamente y la TMAR es de 11%?
- e) Seleccione las mejores dos alternativas con una TMAR de 19%.

Alternativa	Inversión de la alternativa, \$	Tasa de rendimiento de la alternativa, %	Tasa de rendimiento incremental en %, sobre el flujo de efectivo incremental, cuando se compara con la alternativa			
			E	F	G	H
E	-20 000	20	—			
F	-30 000	35		—		
G	-50 000	25			—	11.7
H	-80 000	20			11.7	—

8.35 Se comenzó un análisis de la tasa de rendimiento para las alternativas de vida infinita que se presentan en la tabla de la página siguiente.

- a) Llene los espacios en blanco en la columna de la tasa de rendimiento de la alternativa y en las de la tasa de rendimiento incremental de la tabla.

- b) ¿Cuál es la alternativa por elegir si son independientes y la TMAR es de 21% anual?
- c) ¿Qué alternativa debe escogerse si se excluyen mutuamente y la TMAR es de 24% anual?

Alternativa	Inversión de la alternativa, \$	Tasa de rendimiento de la alternativa, %	Tasa de rendimiento incremental en %, sobre el flujo de efectivo incremental, cuando se compara con la alternativa			
			E	F	G	H
E	-10 000	25	—	20		
F	-25 000		20	—	4	
G	-30 000			4	—	
H	-60 000	30				—

PROBLEMAS DE REPASO FI

8.36 La alternativa 1 requiere una inversión inicial de \$20 000 y producirá una tasa de rendimiento de 15% anual. La alternativa C, que requiere una inversión de \$30 000, generará 20% anual. ¿Cuál de los enunciados que siguen es verdadero respecto a la tasa de rendimiento del incremento de \$10 000?

- a) Es más de 20% anual.
- b) Es 20% exacto anual.
- c) Está entre 15y 20% anual.
- d) Es menos de 15% anual.

8.37 La tasa de rendimiento para la alternativa X es de 18% anual, mientras que para la Y es de 17% anual, y esta última requiere una inversión inicial más elevada. Si una empresa tiene una tasa de rendimiento mínimo atractiva de 16% por año,

- a) la compañía debe seleccionar la alternativa X.
- b) la empresa debe elegir la alternativa Y.
- c) la compañía debe realizar un análisis incremental entre X y Y, a fin de escoger la mejor alternativa económica.
- d) la empresa debe optar por no hacer nada.

8.38 Cuando se realiza un análisis de la TR de proyectos de servicio mutuamente excluyentes,

- a) todos los proyectos deben compararse con la alternativa de no hacer nada.
- b) debe seleccionarse más de un proyecto.

- c) es necesario hacer un análisis de inversión incremental para identificar la mejor alternativa.
- d) hay que elegir el proyecto con la TR incremental más elevada.

8.39 Al compararse dos alternativas que se excluyen mutuamente por medio del método de la TR, si la tasa de rendimiento sobre la alternativa con el costo inicial más alto es menor que la de aquella con el costo inicial más bajo,

- a) la tasa de rendimiento sobre el incremento entre las dos es mayor que la tasa de rendimiento para la alternativa de costo inicial más bajo.
- b) la tasa de rendimiento sobre el incremento es menor que la tasa de rendimiento para la alternativa de costo inicial más bajo.
- c) la alternativa con costo inicial más elevado puede ser la mejor de las dos alternativas.
- d) ninguna de las anteriores.

8.40 A continuación se presenta el flujo de efectivo incremental entre dos alternativas.

Año	Flujo de efectivo incremental, \$
0	-20 000
1-10	+3 000
10	+400

La(s) ecuación(es) que puede usarse para obtener un resultado correcto para la tasa de rendimiento incremental es (son):

- a) $0 = -20\,000 + 3\,000(A/P, i, 10) + 400(P/F, i, 10)$
 b) $0 = -20\,000 + 3\,000(A/P, i, 10) + 400(A/F, i, 10)$

- c) $0 = -20\,000(A/P, i, 10) + 3\,000 + 400(P/F, i, 10)$
 d) $0 = -20\,000 + 3\,000(P/A, i, 10) + 400(P/F, i, 10)$

Las preguntas 8.41 a 8.43 se basan en la tabla siguiente. Las cinco alternativas están en estudio por medio del método de la tasa de rendimiento.

Alternativa	Inversión inicial, \$	Tasa de rendimiento de la alternativa, %	Tasa de rendimiento incremental, en %, cuando se compara con la alternativa				
			A	B	C	D	E
A	-25 000	9.6	—	28.9	19.7	36.7	25.5
B	-35 000	15.1		—	1.5	39.8	24.7
C	-40 000	13.4			—	49.4	28.0
D	-60 000	25.4				—	-0.6
E	-75 000	20.2					—

8.41 Si las alternativas son independientes y la TMAR es de 18% anual, la(s) que debe(n) seleccionarse es (son):

- a) D
 b) D y E
 c) B, D y E
 d) E

8.42 Si las alternativas se excluyen mutuamente y la TMAR es de 15% anual, la que debe elegirse es,

- a) B
 b) D

- c) E
 d) Ninguna

8.43 Si las alternativas son mutuamente excluyentes y la TMAR es de 25% anual, la alternativa por seleccionar es,

- a) A
 b) D
 c) E
 d) Ninguna

EJERCICIO AMPLIADO

ANÁLISIS DE TR INCREMENTAL CUANDO SON INCIERTAS LAS VIDAS ESTIMADAS DE LAS ALTERNATIVAS

“Make-to-Specs” es un sistema de *software* bajo desarrollo en la Corporación ABC y será capaz de traducir versiones digitales de modelos computacionales tridimensionales, que contiene una gran variedad de formas de componentes con superficies maquinadas con alto grado de terminado (ultrasuave). El producto del sistema es el código de máquina numéricamente controlado (NC) para la fabricación de componentes. De manera adicional, “Make-to-Specs” construirá el código para terminado superfino de superficies con control continuo de las máquinas terminadoras. Exis-

ten dos computadoras alternativas que pueden proporcionar la función de servidor para las interfaces del software y la actualización de bases de datos compartidas sobre el piso de manufactura, mientras “Make-to-Specs” está operando en modo paralelo. El costo inicial del servidor y la contribución estimada al flujo de efectivo neto anual se resumen a continuación.

	Servidor 1	Servidor 2
Costo inicial, \$	\$100 000	\$200 000
Flujo de efectivo neto, \$/año	\$35 000	\$50 000 el año 1, más \$5 000 anuales para los años 2, 3 y 4 (gradiente). \$70 000 máximo para los años 5 en adelante, incluso si se reemplaza el servidor.
Vida, años	3 o 4	5 u 8

Las vidas estimadas fueron elaboradas por dos individuos diferentes: un ingeniero de diseño y un gerente de producción. Ellos han solicitado que, en esta etapa del proyecto, todos los análisis se desarrollen empleando ambas vidas estimadas para cada sistema.

Preguntas

Use análisis por computadora para responder lo siguiente:

- 1. Si la TMAR = 12%, ¿qué servidor debería seleccionarse? Use el método VP o VA para realizar la selección.
- 2. Emplee análisis de TR incremental para decidir entre los servidores con TMAR = 12%.
- 3. Use cualquier método de análisis económico para desplegar sobre la hoja de cálculo el valor de la TR incremental entre el servidor 2 con la vida estimada de 5 años y una vida estimada de 8 años.

ESTUDIO DE CASO 1

TANTAS OPCIONES. ¿PUEDE AYUDAR A SU PADRE UN RECIÉN GRADUADO EN INGENIERÍA?¹

Antecedentes

“No sé si venderlo, expandirlo, arrendarlo o qué. Pero no creo que podamos seguir haciendo lo mismo durante muchos años más. Lo que realmente quiero hacer es

conservarlo durante 5 años más y luego venderlo en lo que sea”, dijo Elmer Kettler a su esposa Janise, a su hijo, John Kettler, y a su nueva nuera, Suzanne Gestory, mientras todos estaban reunidos alrededor de la mesa. Elmer estaba compartiendo sus pensamientos en torno

¹ Basado en un estudio de Alan C. Stewart, consultor, Communications and High Tech Solutions Engineering, Accenture LLP.

a Gulf Coast Wholesale Auto Parts, una compañía de la que había sido propietario y operado durante 25 años en los suburbios sureños de Houston, Texas. El negocio tenía excelentes contratos para suministro de partes con varios detallistas nacionales que operaban en el área: NAPA, Auto-Zone, O'Reilly y Advance. De manera adicional, Gulf Coast opera una tienda de partes reconstruidas que abastece a esos mismos detallistas con componentes automotrices mayores, tales como carburadores, transmisiones y compresores de aire acondicionado.

En su casa, después de la cena, John decidió ayudar a su padre con una importante y difícil decisión: ¿qué hacer con su negocio? John obtuvo apenas el año pasado un grado en ingeniería de una importante universidad estatal en Texas, donde completó un curso de ingeniería económica. Parte de su trabajo en Energecon Industries consiste en realizar análisis básicos de tasa de rendimiento y de valor presente sobre propuestas para el aprovechamiento de energía.

Opciones

En unas cuantas semanas, el señor Kettler esbozó cinco opciones, incluyendo su favorita de vender dentro de 5 años. John resumió todos los estimados sobre un horizonte a 10 años. Las opciones y estimaciones se le dieron a Elmer, quien estuvo de acuerdo con ellas.

Opción 1: Cesar la actividad de partes reconstruidas. Detener la operación de la tienda de reconstruidos y concentrarse en la venta de partes al por mayor. Se espera que la remoción de las operaciones de reconstruidos y el cambio a una “casa de todas las partes” costará \$750 000 el primer año. Los ingresos globales caerán a \$1 millón el primer año con un aumento esperado de 4% anual desde entonces. Los gastos están proyectados en \$0.8 millones el primer año, aumentando 6% anual desde entonces.

Opción 2: Contratar las operaciones de reconstruidos. Tener lista la tienda de reconstrucción para que un contratista se haga cargo de las operaciones costará \$400 000 inmediatamente. Si los gastos permanecen iguales durante 5 años, promediarán \$1.4 millones por año, pero puede esperarse que se eleven a \$2 millones por año en el año 6 y de ahí en adelante. Elmer piensa

que los ingresos bajo un acuerdo de contrato pueden ser de \$1.4 millones el primer año y elevarse 5% al año durante el tiempo de un contrato de 10 años.

Opción 3: Mantener todo como está y vender después de 5 años. (Opción favorita de Elmer.) No hay costo ahora, pero la tendencia actual de beneficio neto negativo probablemente continuará. Las proyecciones son de \$1.25 millones anuales para gastos y \$1.15 millones anuales en ingreso. Elmer tuvo una valoración el año pasado y el reporte indicó que Gulf Coast Wholesale Auto Parts vale un neto de \$2 millones. El deseo de Elmer es vender completamente después de 5 años más a este precio, y hacer un trato en el que el nuevo propietario pague \$500 000 por año al final del año 5 (momento de venta) y la misma cantidad durante los siguientes 3 años.

Opción 4: Transacciones. Elmer tiene un amigo cercano en el antiguo negocio de autopartes que está logrando arrasar (auge financiero), al menos así lo dice, con el comercio electrónico. Aunque la posibilidad es riesgosa, está exortando a Elmer a considerar una línea de partes completamente nueva, pero todavía en el negocio básico que él ya conoce. La transacción le costaría inmediatamente a Elmer un estimado de \$1 millón. El horizonte a 10 años de gastos e ingresos anuales es considerablemente mayor que el de su actual negocio. Los gastos se estiman en \$3 millones anuales, y los ingresos, en \$3.5 millones cada año.

Opción 5: Acuerdo de arrendamiento. Gulf Coast podría arrendarse a una compañía clave, permaneciendo Elmer como propietario y compartiendo parte de los gastos para edificación, camiones de reparto, seguros, etcétera. Los primeros estimados para esta opción son de \$1.5 millones para tener listo el negocio ahora, con gastos anuales de \$500 000 e ingresos de \$1 millón anuales durante un contrato de 10 años.

Ejercicios del estudio de caso

Ayude a John con el análisis haciendo lo siguiente:

1. Desarrolle las series de flujos de efectivo directos e incrementales (en unidades de \$1 000) para las cinco opciones como preparación para un análisis de TR incremental.

2. Discuta la posibilidad de múltiples valores de tasa de rendimiento para las series de flujos de efectivo directos e incrementales. Encuentre cualesquiera tasas múltiples en el rango de 0 a 100%.

3. Si el padre de John insiste en que él hará 25% anual o más sobre la opción seleccionada durante los siguientes 10 años, ¿qué es lo que hará? Use todos los métodos del análisis económico que ha aprendido hasta ahora (VP, VA, TR) de modo que el padre de John pueda comprender la recomendación de una forma u otra.
4. Prepare gráficas de VP contra i para cada una de las cinco opciones. Estime la tasa de rendimiento de equilibrio entre opciones.

5. ¿Cuál es la mínima cantidad que debe recibirse en cada uno de los años 5 a 8 para la opción 3 (la que Elmer quiere) para que sea económicamente la mejor? Dada esta cantidad, ¿cuál debe ser el precio de venta, suponiendo el mismo arreglo de pago presentado en la descripción?

ESTUDIO DE CASO 2

ANÁLISIS DE VP CUANDO ESTÁN PRESENTES MÚLTIPLES TASAS DE INTERÉS²

Antecedentes

Dos estudiantes de ingeniería económica, Jane y Bob, podrían no concordar en cuál herramienta de evaluación debería emplearse para seleccionar uno de los siguientes planes de inversión. Las series de flujo de efectivo son idénticas, excepto por sus signos. Ellos recuerdan que debe establecerse una ecuación de VP o VA para resolver para una tasa de rendimiento. Parece que los dos planes de inversión deberían tener idénticos valores de TR. Quizá los dos planes sean equivalentes y deberían ser aceptables.

Año	Plan A	Plan B
0	\$+1 900	\$-1 900
1	-500	+500
2	-8 000	+8 000
3	+6 500	-6 500
4	+400	-400

Hasta este punto en la clase, el profesor ha analizado los métodos de valor presente y valor anual a una TMAR dada para evaluar las alternativas. Él explicó el método de tasa de rendimiento compuesta durante la

última clase y recuerdan que dijo: “El cálculo de la tasa de rendimiento compuesta con frecuencia involucra a la computación. Si no es necesaria una TR real, se recomienda ampliamente que se utilice el VP o el VA correspondiente a la TMAR para decidir acerca de la aceptabilidad de un proyecto.”

Bob admitió que no está muy claro para él por qué la simplista “VP a la TMAR” se recomienda ampliamente. Bob está inseguro acerca de cómo determinar si una tasa de rendimiento “no es necesaria”. Él le dijo a Jane: “puesto que la técnica de TR compuesta siempre genera un único valor TR y cada estudiante tiene una calculadora o una computadora con un programa de hojas de cálculo en ella, ¿a quién le importa el problema computacional? Yo siempre realizo el método TR compuesto”. Jane era más precavida y sugirió que un buen análisis comienza con un simple enfoque de sentido común. Ella sugirió que Bob inspeccionara los flujos de efectivo y viera si podía elegir el mejor plan sólo mediante la observación de los flujos de efectivo. Jane también le propuso que entre los dos intentaran cada método que habían aprendido hasta el momento. Ella dijo: “Si experimentamos con ellos, quizá podamos comprender la verdadera razón por la que el

² Contribución del doctor Tep Sastri (ex profesor asociado, ingeniería industrial, Universidad de Texas A&M).

método VP (o el VA) correspondiente a la TMAR se recomienda sobre el método de tasa de rendimiento compuesta.”

Ejercicios del estudio de caso

Considerando su discusión, las siguientes son algunas de las preguntas que Jane y Bob necesitan responder. Ayúdelos a desarrollar las respuestas.

1. Mediante simple inspección de los dos patrones de flujo de efectivo, determine cuál es el plan preferido. En otras palabras, si alguien está ofreciendo los dos planes, ¿cuál piensa usted que puede obtener una tasa de rendimiento mayor?
2. ¿Qué plan es la mejor elección si la TMAR es *a)* 15% anual y *b)* 50% anual? Aquí se pueden tomar *dos* enfoques: *primero*, evaluar las dos opciones usando análisis VP a la TMAR, ignorando las raíces múltiples, ya sea que existan o no; *segundo*, determinar la tasa interna de rendimiento de los dos planes. ¿Las dos series de flujo de efectivo tienen los mismos valores de TR?
3. Realice un análisis de TR incremental de los dos planes. ¿Todavía existen múltiples raíces para la serie de flujo de efectivo que limiten la habilidad de Bob y de Jane para efectuar una elección definitiva? Si es así, ¿cuáles son?
4. Los estudiantes quieren saber si el análisis de TR compuesto producirá consistentemente una decisión lógica y única conforme cambia el valor de la TMAR. Para responder a esta pregunta, averigüe cuál plan debería aceptarse si algún flujo de efectivo de fin de periodo (fondos sobrantes del proyecto) ganan a las siguientes tres tasas de reinversión. Las tasas TMAR también cambian.
 - a)* La tasa de reinversión es 15% anual; la TMAR es 15% anual.
 - b)* La tasa de reinversión está a 45% por año; la TMAR está a 15% por año.
 - c)* La tasa de reinversión y la TMAR son ambas de 50% anual.
 - d)* Explique a Bob y Jane sus hallazgos respecto de estas tres diferentes combinaciones de tasas.

CAPÍTULO 9

Análisis beneficio/costo y economía del sector público

Los métodos de evaluación de los capítulos anteriores normalmente se aplican a las alternativas del sector privado, es decir, a empresas y negocios lucrativos y no lucrativos. Los consumidores, clientes y empleados se valen de las alternativas disponibles. En este capítulo se presenta y analiza la naturaleza económica de las alternativas en el sector público. En éste los propietarios y usuarios (beneficiarios) son los ciudadanos de la entidad gubernamental: ciudad, país, estado, provincia o nación. Los organismos del gobierno proporcionan los mecanismos para incrementar el capital (inversión) y los fondos de operación para proyectos, a través de impuestos, pagos de derechos, emisiones de bonos y préstamos. Existen diferencias sustanciales entre las características y evaluación económica de las alternativas en los sectores público y privado, según se presentó en la primera sección. Las sociedades entre los sectores público y privado cada vez son más frecuentes, en especial para proyectos grandes de construcción de infraestructura, como autopistas importantes, plantas de generación de energía, desarrollo de recursos hidráulicos y otros similares.

La razón beneficio/costo (B/C) se formuló, en parte, con la finalidad de imprimir objetividad al análisis económico de la evaluación del sector público, lo cual reduce el efecto de los intereses políticos y particulares. Sin embargo, siempre hay discrepancias predecibles entre los ciudadanos (individuos y grupos) respecto de la evaluación y definición de los beneficios de una alternativa. En este capítulo se estudian las distintas modalidades del análisis B/C y el contrabeneficio inherente de una alternativa. El análisis B/C puede incluir cálculos de equivalencia basados en los valores VP, VA o VF. Si se aplica correctamente, el método beneficio/costo siempre permitirá elegir la misma alternativa que en el caso de los análisis VP, VA y TR.

El estudio de caso tiene que ver con un proyecto del sector público para mejorar el alumbrado de vías urbanas de tráfico rápido.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Objetivo general: comprender la economía del sector público; realizar una evaluación de proyecto, así como una comparación de alternativas, utilizando el método de la razón beneficio/costo.

Sector público

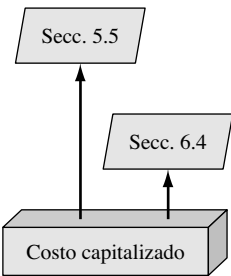
B/C para un solo proyecto

Selección de alternativa

Alternativas múltiples

Este capítulo ayudará al lector a:

1. Identificar las diferencias fundamentales entre las alternativas económicas de los sectores público y privado.
2. Utilizar la razón beneficio/costo para la evaluación de un solo proyecto.
3. Elegir la mejor opción entre dos alternativas utilizando el método de la razón B/C incremental.
4. Determinar la mejor opción entre alternativas múltiples con el método B/C incremental.



9.1 PROYECTOS DEL SECTOR PÚBLICO

Los proyectos del sector público son propiedad, los utilizan y los financian los ciudadanos de cualquier nivel en el gobierno; mientras que los proyectos en el sector privado son propiedad de las corporaciones, asociaciones e individuos. Los productos y servicios de los proyectos del sector privado los utilizan consumidores y clientes de manera individual. Prácticamente todos los ejemplos de los capítulos anteriores se refieren al sector privado. En los capítulos 5 y 6 se señalan notables excepciones, donde el costo capitalizado se planteó como una extensión del análisis VP para alternativas de vida larga e inversiones perpetuas.

Los proyectos del sector público tienen como objetivo principal proveer servicios a la ciudadanía buscando el bienestar público y no las ganancias. Las áreas como salud, seguridad, bienestar económico y servicios públicos abarcan una gran cantidad de alternativas que requieren el análisis de la ingeniería económica. Algunos ejemplos del sector público son:

Hospitales y clínicas	Transporte: carreteras, puentes, canales
Parques y centros de recreación	Policía y bomberos
Servicios: agua, electricidad, gas, alcantarillado y limpia	Juzgados y prisiones
Escuelas: primaria, secundaria, institutos comunitarios, universidades	Vales de despensa y programas de ayuda para sectores desprotegidos
Desarrollo económico	Capacitación laboral
Auditorios	Albergues
Campos deportivos	Servicios de emergencia
	Códigos y estándares

Existen diferencias significativas en las características de las alternativas de los sectores público y privado.

Características	Sector público	Sector privado
Magnitud de la inversión	Más grande	Algunas grandes; la mayoría de medianas a pequeñas

A menudo las alternativas desarrolladas para las necesidades del servicio público requieren grandes inversiones iniciales, posiblemente distribuidas a lo largo de varios años. Algunos ejemplos de éstas son las carreteras modernas, los servicios de transporte público, los aeropuertos y los sistemas de control de inundaciones.

Estimaciones de vida	Más larga (30-50 o más años)	Más corta (2-25 años)

Las vidas largas de los proyectos públicos frecuentemente promueven el uso del método del costo capitalizado, donde el infinito se utiliza para n , y los costos anuales se calculan con la fórmula $A = P(i)$. Al crecer n , especialmente para más de 30 años, se reducen las diferencias con el valor A calculado. Por ejemplo, a una $i = 7\%$, habrá una diferencia muy pequeña a los 30 y 50 años, debido a que $(A/P, 7\%, 30) = 0.08059$ y $(A/P, 7\%, 50) = 0.07246$.

Flujo de efectivo anual estimado	Sin ganancia; se estiman costos, beneficios y contrabeneficios	El ingreso contribuye a la ganancia; se estiman los costos

Los proyectos del sector público (también llamados de propiedad pública) no generan ganancias; además, poseen costos pagados por el organismo gubernamental indicado y benefician a la ciudadanía. Sin embargo, los proyectos del sector público a menudo generan consecuencias indeseables, como lo manifiestan algunos sectores de la población. Son dichas consecuencias las que originan controversia pública entre los proyectos. El análisis económico debería considerar tales consecuencias en términos económicos a un grado que sea posible estimar. (En el análisis del sector privado, las consecuencias indeseables con frecuencia no se toman en cuenta o se consideran como costos.) Para realizar un análisis económico de alternativas públicas, si se consideran los costos (inicial y anual) los beneficios positivos y los contrabeneficios deberán estimarse con tanta exactitud como sea posible en *unidades monetarias*.

Costos: estimación de gastos para la *entidad gubernamental* para la construcción, operación y mantenimiento del proyecto, menos cualquier valor de salvamento.

Beneficios: ventajas que experimentará *el propietario, el público*.

Contrabeneficios: desventajas *para el propietario* cuando se lleva a cabo el proyecto bajo consideración. Los contrabeneficios pueden consistir en desventajas económicas indirectas de la alternativa.

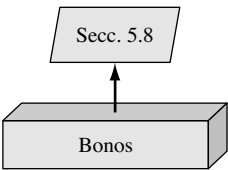
Es importante anotar lo siguiente:

Es difícil estimar y coincidir en lo relacionado con el impacto económico de los beneficios y contrabeneficios para una alternativa del sector público.

Por ejemplo, suponga que se recomienda una desviación alrededor del área congestionada de una población. ¿Cuánto beneficiará al conductor, en *dólares por minuto de manejo*, poder evitar —mediante esta desviación— 5 semáforos, manejando a un promedio de velocidad de 35 millas/hora, en comparación con la velocidad promedio actual al pasar por dichos semáforos que es de 20 millas/hora, y deteniéndose en dos semáforos en promedio 45 segundos en cada uno? Las bases y normas para la estimación de beneficios son siempre difíciles de establecer y verificar. En relación con los estimados de flujo de efectivo de los ingresos del sector privado, los beneficios estimados son mucho más difíciles de realizar y varían más en torno a ciertos promedios indefinidos. Asimismo, los *contrabeneficios* de una alternativa que se acumulan también resultan difíciles de estimar. De hecho, quizás el *contrabeneficio* mismo se desconozca en el momento de llevar a cabo la evaluación.

Financiamiento	Impuestos, pago de derechos, bonos, fondos de particulares	Acciones, bonos, préstamos, propietarios individuales

El capital utilizado para financiar proyectos del sector público se obtiene principalmente de impuestos, bonos y pago de derechos. Los impuestos se recaudan de los



propietarios —los ciudadanos (por ejemplo: impuestos federales a la gasolina para carreteras son pagados por todos los consumidores de gasolina)—. Éste también es el caso del pago de derechos, como las cuotas de peaje en carreteras. Con frecuencia, se emiten bonos del Tesoro de Estados Unidos, bonos municipales, bonos para fines especiales, tales como los bonos de utilidad distrital. Los prestamistas de la iniciativa privada llegan a patrocinar un financiamiento. También, los filántropos pueden ofrecer fondos para museos, monumentos, parques y áreas verdes a través de donaciones.

Tasa de interés	Más baja	Más alta con base en el costo del capital en el mercado

A causa de que muchos de los métodos de financiamiento para proyectos del sector público se clasifican como de *bajo interés*, la tasa de interés casi siempre será más baja que para el caso de las alternativas del sector privado. Los organismos gubernamentales están exentos de los impuestos que imponen los organismos de más alto nivel. Por ejemplo, los proyectos municipales no tienen que pagar impuestos estatales. (Por el contrario, las corporaciones privadas, así como los ciudadanos, tienen que pagar los impuestos.) Muchos préstamos tienen intereses bajos y los apoyos de programas federales sin requerimientos de reembolso pueden compartir los costos del proyecto. Esto da como resultado tasas de interés del 4 al 8%. Es frecuente que un organismo gubernamental indique que todos los proyectos se evalúen a una tasa específica. Por ejemplo, la Oficina de Administración y Presupuesto de Estados Unidos (OMB, por sus siglas en inglés) en cierta ocasión señaló que los proyectos federales deberían evaluarse al 10% (sin ajuste inflacionario). Como cuestión de estandarización, las directrices para usar una tasa de interés específica rinden beneficios debido a que las diferentes instituciones gubernamentales son capaces de obtener diferentes tipos de fondos a diferentes tasas, lo cual llega a provocar que proyectos de la misma clase sean rechazados en una ciudad o condado, pero se acepten en un distrito o municipio vecino. Por consiguiente, las tasas estandarizadas tienden a incrementar la consistencia de las decisiones económicas y a debilitar el manejo personal de las reglas.

La determinación de la tasa de interés para una evaluación del sector público es tan importante como la determinación de la TMAR en el análisis del sector privado. La tasa de interés del sector público se denota con *i*; sin embargo, también se le denomina con otros nombres para distinguirla de la tasa del sector privado. Los términos más comunes son *tasa de descuento* y *tasa de descuento social*.

Criterios de elección de alternativas	Criterios múltiples	Principalmente basado en la tasa de rendimiento

Múltiples categorías de usuarios, intereses económicos y no económicos, grupos políticos y de ciudadanos hacen que sea más difícil la elección de una alternativa sobre otra en la economía del sector público. Rara vez es posible elegir una alternativa con un criterio como el VP o la TR como único fundamento. Es importante describir y especificar el criterio y el método de elección antes del análisis. Esto ayuda a determinar la perspectiva o el punto de vista cuando se realice la evaluación. A continuación se examina el punto de vista.

**Ambiente de
la evaluación**

Influido por la política

Principalmente económico

Con frecuencia se organizan asambleas públicas y debates asociados con proyectos del sector público para complacer la variedad de intereses de los ciudadanos (propietarios). Los funcionarios electos a menudo contribuyen a la elección de la alternativa, especialmente cuando los votantes, urbanistas, ambientalistas y otros ejercerán presión. El proceso de selección no es tan “limpio” como en una evaluación del sector privado.

El punto de vista del análisis en el sector público deberá determinarse antes de que se efectúen los cálculos de costos, beneficios y contrabeneficios, y antes de que se plantee y se lleve a cabo la evaluación. Existen diversos puntos de vista para cualquier situación, y las diferentes perspectivas pueden alterar la clasificación del flujo de efectivo.

Algunos ejemplos de perspectiva son los ciudadanos; los impuestos municipales; el número de estudiantes en la escuela del área; la creación y conservación de empleos; el potencial de desarrollo económico; el interés particular de una industria, del sector agrícola, de la banca, de la manufactura electrónica, y muchos otros. En general, el punto de vista del análisis deberá definirse tan ampliamente que incluya a aquellos que asumirán los costos de un proyecto y obtendrán sus beneficios. Una vez establecido, el punto de vista ayudará a clasificar costos, beneficios y contrabeneficios de cada alternativa, como lo indica el ejemplo 9.1.

EJEMPLO 9.1

El Comité de Proyectos para el Incremento del Capital (CPIC) de la ciudad de Dundee formado por ciudadanos, recomendó la emisión de bonos por \$5 millones para la compra de un terreno para preservar áreas verdes de baja altitud y el hábitat de la vida silvestre al este de la ciudad en rápida expansión, cuya población es de 62 000 habitantes. A la propuesta se le conoce como Iniciativa de Adquisición de Greenway. Los urbanizadores se opusieron rápidamente a la propuesta por la reducción del terreno disponible para desarrollo comercial. El ingeniero en jefe y el director de desarrollo económico de la ciudad realizaron los siguientes cálculos preliminares para algunas áreas obvias, considerando las consecuencias de la iniciativa en mantenimiento, parques, desarrollo comercial e inundaciones sobre un horizonte de planeación a 15 años. La inexactitud de dichos cálculos se hace muy clara en el informe dirigido al ayuntamiento de la ciudad de Dundee. Tales cálculos no han sido clasificados aún como costos, beneficios o contrabeneficios. Si se lleva a cabo la Iniciativa de Adquisición de Greenway, los estimados serán los siguientes.

Dimensión económica	Estimados
1. Costo anual de \$5 millones en bonos durante 15 años al 6% de tasa de interés de bono	\$300 000 (años 1-14) \$5 300 000 (año 15)
2. Mantenimiento anual, seguimiento y administración del programa	\$75 000 + 10% anual

3. Presupuesto anual para el desarrollo de parques	\$500 000 (años 5-10)
4. Pérdida anual en desarrollo comercial	\$2 000 000 (años 8-10)
5. Reducción de impuestos por ventas estatales no realizadas	\$275 000 + 5% anual (años 8 en adelante)
6. Ingresos anuales municipales provenientes del uso de parques y de eventos deportivos regionales	\$100 000 + 12% anual (años 6 en adelante)
7. Ahorros en proyectos de control de inundaciones	\$300 000 (años 3-10) \$1 400 000 (años 10-15)
8. Daños a la propiedad (personal y de la ciudad) no ocurridos por inundaciones	\$500 000 (años 10 y 15)

Identifique tres diferentes puntos de vista para el análisis económico de la propuesta y clasifique los cálculos consecuentemente.

Solución

Existen muchas perspectivas; aquí aparecen tres. Los puntos de vista y objetivos se identifican y cada cálculo se clasifica como costo, beneficio o contrabeneficio. (La manera en que se realizará la clasificación variará dependiendo de quién lleve a cabo el análisis. Esta solución ofrece sólo una respuesta lógica.)

Punto de vista 1: habitantes de la ciudad. Objetivo: Maximizar la calidad y bienestar de los ciudadanos, siendo la familia y el vecindario las preocupaciones fundamentales.

Costos: 1, 2, 3, Beneficios: 6, 7, 8 Contrabeneficios: 4, 5

Punto de vista 2: presupuesto para la ciudad. Objetivo: Asegurarse de que el presupuesto se encuentre equilibrado y sea de suficiente magnitud para ofrecer servicios a la ciudad en rápido crecimiento.

Costos: 1, 2, 3, 5 Beneficios: 6, 7, 8 Contrabeneficios: 4

Punto de vista 3: desarrollo económico. Objetivo: Promover un nuevo desarrollo económico, comercial e industrial para la creación y conservación de empleos.

Costos: 1, 2, 3, 4, 5 Beneficios: 6, 7, 8 Contrabeneficios: ninguno

La clasificación de los estimados 4 (pérdida de desarrollo comercial) y 5 (pérdida por reducción de impuestos por ventas) cambia dependiendo de la perspectiva del análisis económico. Si el analista favorece los objetivos del desarrollo económico de la ciudad, las pérdidas del desarrollo comercial se consideran como costos reales, mientras que se consideran consecuencias indeseables (contrabeneficios) desde los puntos de vista del presupuesto y de la ciudadanía. También, todas las pérdidas por reducciones de impuestos por ventas del estado se interpretan como costo real desde la perspectiva del presupuesto y del desarrollo económico, pero como un contrabeneficio desde la perspectiva del ciudadano.

Comentario

Los contrabeneficios pueden incluirse o pasarse por alto en un análisis, según se analiza en la siguiente sección. Esta decisión puede marcar una diferencia importante en la aceptación o rechazo de una alternativa del sector público.

Durante varias décadas, los proyectos grandes del sector público han sido desarrollados en forma cada vez más frecuente por socios tanto públicos como privados. Esta es la tendencia en parte por la mayor eficiencia del sector privado y también debido al alto costo que implica diseñar, construir y operar dichos proyectos. El financiamiento total por parte de la unidad gubernamental podría no ser posible con el uso de los medios tradicionales de financiamiento proveniente del gobierno —gravámenes, impuestos y bonos—. A continuación se presentan algunos ejemplos de proyectos como los arriba descritos:

Proyecto	Algunos propósitos del proyecto
Puentes y túneles	Aumento de la velocidad del tránsito; reducir los congestionamientos; mejorar la seguridad
Puertos y obras marinas	Incrementar la capacidad de manejo de carga; dar apoyo al desarrollo industrial
Aeropuertos	Aumentar la capacidad; mejorar la seguridad de los pasajeros; apoyar el desarrollo
Recursos hidráulicos	Desalar agua para consumo humano; satisfacer las necesidades de riego e industriales; mejorar el tratamiento de las aguas residuales

En dichos negocios conjuntos, el sector público (gobierno) es responsable del costo y los servicios para la ciudadanía, mientras el socio del sector privado (corporación) se responsabiliza de varios aspectos de los proyectos que se detallan más adelante. La parte gubernamental no puede obtener una utilidad, pero la(s) corporación(es) involucrada(s) sí pueden tener una ganancia razonable; de hecho, por lo general, el margen de utilidad queda establecido por escrito en el contrato que rige el diseño, la construcción, operación y propiedad del proyecto.

Ha sido una tradición que tales proyectos de construcción los diseñe y financie una unidad gubernamental, mientras que un contratista realiza la construcción ya sea por medio de un contrato de un solo pago global (*precio alzado**) u otro de reembolso del costo (*precios unitarios**), que especifica el acuerdo acerca del margen de utilidad. En dichos casos, el contratista no comparte con el gobierno *propietario* el riesgo en el éxito del proyecto. Cuando se plantea una sociedad entre intereses públicos y privados, es común que el proyecto se contrate con un arreglo denominado *construir-operar-transferir* (BOT, por sus siglas en inglés), al que también se llama BOOT porque incluye el término *propiedad*.** El proyecto administrado según BOT puede requerir que el contratista se haga responsable en forma parcial o total del diseño y financiamiento, y se responsabilice por completo de las actividades de construcción (el elemento constructivo), operación (operar), y mantenimiento, durante cierto número de años. Después de dicho periodo de tiempo, la unidad gubernamental se convierte en el dueño, una vez que se transfiere el título de propiedad (transferencia) sin ningún costo o a uno muy bajo. Este arreglo tiene varias ventajas, entre otras las que se mencionan a continuación:

- Mejor eficiencia de la empresa privada para la asignación de recursos
- Capacidad para obtener fondos (préstamos) con base en la historia financiera de los socios gubernamental y privado

*En el original, *fixed-price*; en el trabajo cotidiano de los proyectos gubernamentales se utiliza el término *precio alzado*, incluso en los contratos que se firman. Es el mismo caso para el término *cost-plus*, que legalmente equivale a *precios unitarios*.

**Own. NT.

- El sector privado dirige los aspectos ambientales, bursátiles y de seguridad, en los que por lo general tiene más experiencia
- La(s) corporación(es) contratante(s) tienen la capacidad para obtener un rendimiento sobre la inversión durante la fase de operación

Muchos de los proyectos de alcance internacional y en los países en vías de desarrollo utilizan la forma de propiedad BOT. Por supuesto, también tiene desventajas; uno de los riesgos es que el monto del financiamiento comprometido en el proyecto tal vez no cubra el costo real de construcción por ser considerablemente mayor al estimado. Otro riesgo es que la corporación privada no obtenga una utilidad razonable debido a la escasa utilización de la infraestructura durante la fase de operación. Para prevenir dichos problemas, el contrato original establece la posibilidad de préstamos especiales con garantía por parte de la unidad gubernamental, así como subsidios especiales. El subsidio cubre los costos más la utilidad (acordada en forma contractual) si el uso fuera más bajo al nivel especificado. Dicho nivel podría ser el punto de equilibrio con el margen de utilidad considerado en el acuerdo.

Una variación del método BOT/BOOT, es el BOO (construir-poseer-operar), en el que la transferencia de la propiedad nunca ocurre. Esta forma de sociedad entre lo público y lo privado puede usarse si el proyecto tiene una vida relativamente corta o la tecnología utilizada se volviera obsoleta rápidamente.

9.2 ANÁLISIS BENEFICIO/COSTO DE UN SOLO PROYECTO

La razón beneficio/costo se considera el método de análisis fundamental para proyectos del sector público. El análisis B/C se creó para asignar mayor objetividad a la economía del sector público, como una respuesta del Congreso de Estados Unidos que aprobó el Acta de Control de Inundaciones de 1936. Existen diversas variaciones de la razón B/C; sin embargo, el enfoque fundamental es el mismo. Todos los cálculos de costos y beneficios deberán convertirse a una unidad monetaria de equivalencia común (VP, VA o VF) a la tasa de descuento (tasa de interés). La razón convencional B/C se calcula de la siguiente manera:

$$B/C = \frac{VP \text{ de beneficios}}{VP \text{ de costos}} = \frac{VA \text{ de beneficios}}{VA \text{ de costos}} = \frac{VF \text{ de beneficios}}{VF \text{ de costos}} \quad [9.1]$$

Las equivalencias para valor presente y valor anual se utilizan más que las del valor futuro. La convención de signos para el análisis B/C consiste en signos positivos; así, *los costos irán precedidos por un signo +*. Cuando se calculan los valores de salvamento, se deducen de los costos. Los contrabeneficios se consideran de diferentes maneras, dependiendo del modelo que se utilice.

Más comúnmente, los contrabeneficios se restan de los beneficios y se colocan en el numerador. A continuación se estudian las distintas modalidades.

La directriz de la decisión es simple:

Si $B/C \geq 1.0$, se determina que el proyecto es económicamente aceptable para los estimados y la tasa de descuento aplicada.

Si $B/C < 1.0$, el proyecto no es económicamente aceptable.

Si el valor B/C es igual o está muy cerca de 1.0, los factores no económicos ayudarán a tomar la decisión de la *mejor* alternativa.

La *razón B/C convencional*, probablemente la más ampliamente utilizada, se calcula de la siguiente manera:

$$B/C = \frac{(\text{beneficios} - \text{contrabeneficios})}{\text{costos}} = \frac{B - CB}{C} \quad [9.2]$$

En la ecuación [9.2], los contrabeneficios se restan de los beneficios y no se agregan a los costos. El valor B/C variaría de manera considerable si los contrabeneficios se consideraran como costos. Por ejemplo, si los números 10, 8 y 8 se utilizan para representar el VP de beneficios positivos, negativos y costos, respectivamente, el procedimiento correcto da como resultado $B/C = (10 - 8)/8 = 0.25$; mientras que la inclusión incorrecta de los contrabeneficios en el denominador da como resultado $B/C = 10/(8 + 8) = 0.625$, que es más del doble del valor correcto de B/C de 0.25. Entonces, resulta claro que el método por el cual se manejan los beneficios afecta la magnitud de la razón B/C . No obstante, sin importar si los contrabeneficios se restan (correctamente) del numerador o se suman (incorrectamente) a los costos en el denominador, una razón B/C menor a 1.0 calculada por el primer método, siempre producirá una razón B/C menor que 1.0 por el segundo método, y viceversa.

La *razón B/C modificada* incluye los costos de mantenimiento y operación (M&O) en el numerador y los trata de forma similar a los contrabeneficios. El denominador, entonces, incluye solamente el costo de inversión inicial. Una vez que todas las cantidades se expresan en términos de VP, VA o VF, la razón B/C modificada se calcula de la siguiente manera:

$$B/C \text{ modificada} = \frac{(\text{beneficios} - \text{contrabeneficios} - \text{costos M\&O})}{\text{inversión inicial}} \quad [9.3]$$

Como se consideró antes, cualquier valor de salvamento está incluido en el denominador como costo negativo. En efecto, la razón B/C modificada producirá un valor diferente que el que arroja el método B/C convencional. Sin embargo, como sucede con los contrabeneficios, *el procedimiento modificado puede cambiar la magnitud de la razón pero no la decisión de aceptar o de rechazar el proyecto.*

La medida de valor expresada como la *diferencia entre beneficios y costos*, que no implica ningún cociente, se basa en la diferencia entre el VP, el VA o el VF de beneficios y costos, es decir, $B - C$. Si $(B - C) \geq 0$, el proyecto es aceptable. Este método tiene la ventaja de eliminar las discrepancias antes observadas, cuando los contrabeneficios se consideran como costos, puesto que B representa *beneficios netos*. En consecuencia, para los números 10, 8 y 8 se obtiene el mismo resultado sin importar la forma en que se consideren los contrabeneficios.

Si se restan los contrabeneficios de los beneficios: $B - C = (10 - 8) - 8 = -6$

Si se suman los contrabeneficios a los costos: $B - C = 10 - (8 + 8) = -6$

Antes de calcular la razón B/C con cualquier fórmula, se debe verificar si la alternativa con mayor VA o VP de los costos también produce mayores VA o VP de

los beneficios. Es posible que una alternativa con mayores costos genere menores beneficios que otras alternativas, lo cual hace innecesario seguir considerando la alternativa más costosa.

EJEMPLO 9.2

La Fundación Ford está contemplando una asignación de 15 millones de dólares en becas a escuelas preparatorias públicas para desarrollar nuevas formas de enseñar fundamentos de ingeniería, que preparen a los estudiantes para su ingreso a la universidad. Las becas se otorgarán por un periodo de 10 años y generarán un ahorro estimado de \$1.5 millones anuales, en salarios de personal docente y otros gastos relacionados con los estudiantes. La fundación utiliza una tasa de rendimiento del 6% anual para las becas otorgadas.

Puesto que el nuevo programa compartirá fondos con ciertas actividades en curso, se ha estimado que se destinarán \$200 000 para apoyo de dichas actividades. Para hacer exitoso el programa, la fundación incurrirá en gastos de operación anual de \$500 000 de su presupuesto regular M&O. Emplee el método B/C para determinar si el programa de becas se justifica en términos económicos.

Solución

Utilice el valor anual como base unitaria equivalente. Se usan los tres modelos B/C para evaluar el programa.

VA de costo de inversión	$\$15\,000\,000(A/P, 6\%, 10) = \$2\,038\,050$ anuales
VA de beneficio	\$1 500 000 anuales
VA de contrabeneficio	\$200 000 anuales
VA del costo de M&O	\$500 000 anuales

Utilice la ecuación [9.2] para el análisis B/C convencional, donde el costo de mantenimiento y operación (M&O) se coloca en el denominador como un costo anual.

$$B/C = \frac{(1\,500\,000 - 200\,000)}{(2\,038\,050 + 500\,000)} = \frac{1\,300\,000}{2\,538\,050} = 0.51$$

El proyecto no se justifica, ya que: $B/C < 1.0$.

Mediante la ecuación [9.3], la razón B/C modificada considera el costo de M&O como una disminución de los beneficios.

$$B/C \text{ modificado} = \frac{(1\,500\,000 - 200\,000 - 500\,000)}{2\,038\,050} = 0.39$$

Como se esperaba, el proyecto tampoco se justifica por el método B/C modificado.

Para el modelo $(B - C)$, B es el beneficio neto y el costo anual de M&O se incluye en los costos.

$$B - C = (1\,500\,000 - 200\,000) - (2\,038\,050 + 500\,000) = \$-1.24 \text{ millones}$$

Puesto que $(B - C) < 0$, no se justifica el programa.

EJEMPLO 9.3

Aarón es el nuevo ingeniero de proyectos del Departamento de Transporte de Arizona (DTA). Después de graduarse en ingeniería por la Universidad Estatal de Arizona, decidió obtener experiencia en el sector público, antes de solicitar ingreso a alguna maestría.

Con base en las relaciones de valor anual, Aarón realizó el análisis B/C convencional de las dos propuestas que aparecen a continuación.

Propuesta de vía periférica: Nueva ruta alrededor de una parte de Flagstaff para mejorar la seguridad y disminuir el tiempo de viaje promedio.

Fuente de la propuesta: Oficina Estatal del DTA para análisis de las principales vías públicas.

Inversión inicial en valor presente: $P = \$40$ millones.

Mantenimiento anual: \$1.5 millones.

Beneficios anuales para el público: $B = \$6.5$ millones.

Vida estimada: 20 años.

Financiamiento: 50-50 compartidos entre fondos federales y estatales; aplica una tasa de descuento de 8% requerido federalmente.

Propuesta de mejora: Ampliación de la carretera a través de secciones de Flagstaff para aliviar la congestión de tráfico y mejorar la seguridad.

Fuente de la propuesta: Oficina de distrito local de Flagstaff del DTA.

Inversión inicial en valor presente: $P = \$4$ millones.

Mantenimiento anual: \$150 000.

Beneficios anuales para el público: $B = \$650$ 000.

Vida estimada: 12 años

Financiamiento: 100% de los fondos estatales; aplica de manera usual una tasa de descuento de 4%.

Aarón utiliza una solución a mano para realizar el análisis B/C convencional con la ecuación [9.2] y con VA calculados al 8% anual, para la propuesta de la vía periférica y con 4% anual para la propuesta de mejora.

Propuesta de la vía periférica: VA de inversión = $\$40\,000\,000(A/P, 8\%, 20) = \$4\,074\,000$ anual

$$B/C = \frac{6\,500\,000}{(4\,074\,000 + 1\,500\,000)} = 1.17$$

Propuesta de mejora: VA de inversión = $\$4\,000\,000(A/P, 4\%, 12) = \$426\,200$ anual

$$B/C = \frac{650\,000}{(426\,200 + 150\,000)} = 1.13$$

Ambas propuestas están económicamente justificadas, ya que $B/C > 1.0$.

- Realice el mismo análisis por computadora, utilizando un mínimo de cálculos.
- La tasa de descuento para la propuesta de mejora no es segura, debido a que el DTA está considerando solicitar fondos federales. ¿Es justificable en términos económicos si la tasa de descuento del 8% también aplica a ésta?



Sol-R

Solución por computadora

- Observe la figura 9.1a. Los valores B/C de 1.17 y 1.13 se encuentran en B4 y D4 (en unidades de \$1 millón). La función $\text{PAGO}(i\%, n, -P)$ más el costo de mantenimiento anual calcula el VA de costos en el denominador. Observe las etiquetas de las celdas.
- La celda F4 utiliza un valor i de 8% en la función PAGO. Por lo tanto, existe una diferencia real en la justificación de la decisión. A una tasa de 8%, la propuesta de mejora ya no es justificable.

Comentario

La figura 9.1b presenta una solución completa B/C en hoja de cálculo. No hay diferencias en las conclusiones de la hoja de cálculo de la Sol-R, pero sí se muestran los cálculos de la propuesta y los resultados B/C aparecen con detalle en esta hoja. Del mismo modo, el análisis de sensibilidad es fácil de realizar en esta versión ampliada, debido a que se utilizan las funciones de referencia a celdas.



Sol-E

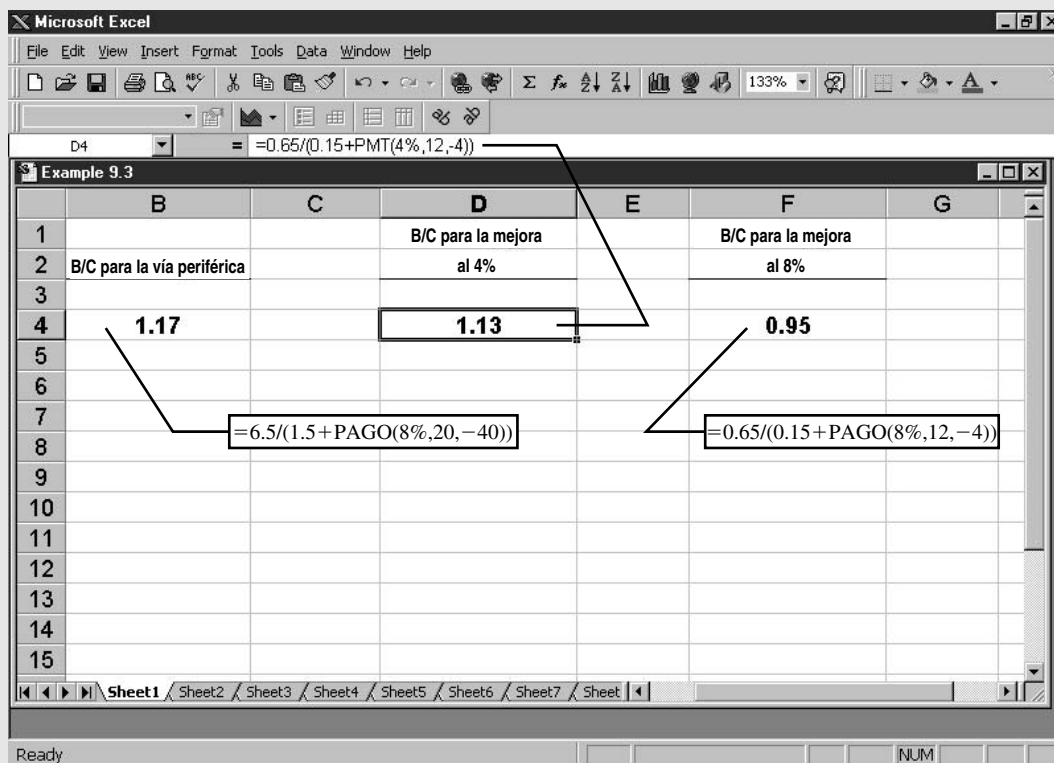


Figura 9.1

Hoja de cálculo para la razón B/C de dos propuestas: a) Sol-R y b) solución ampliada (ejemplo 9.3).

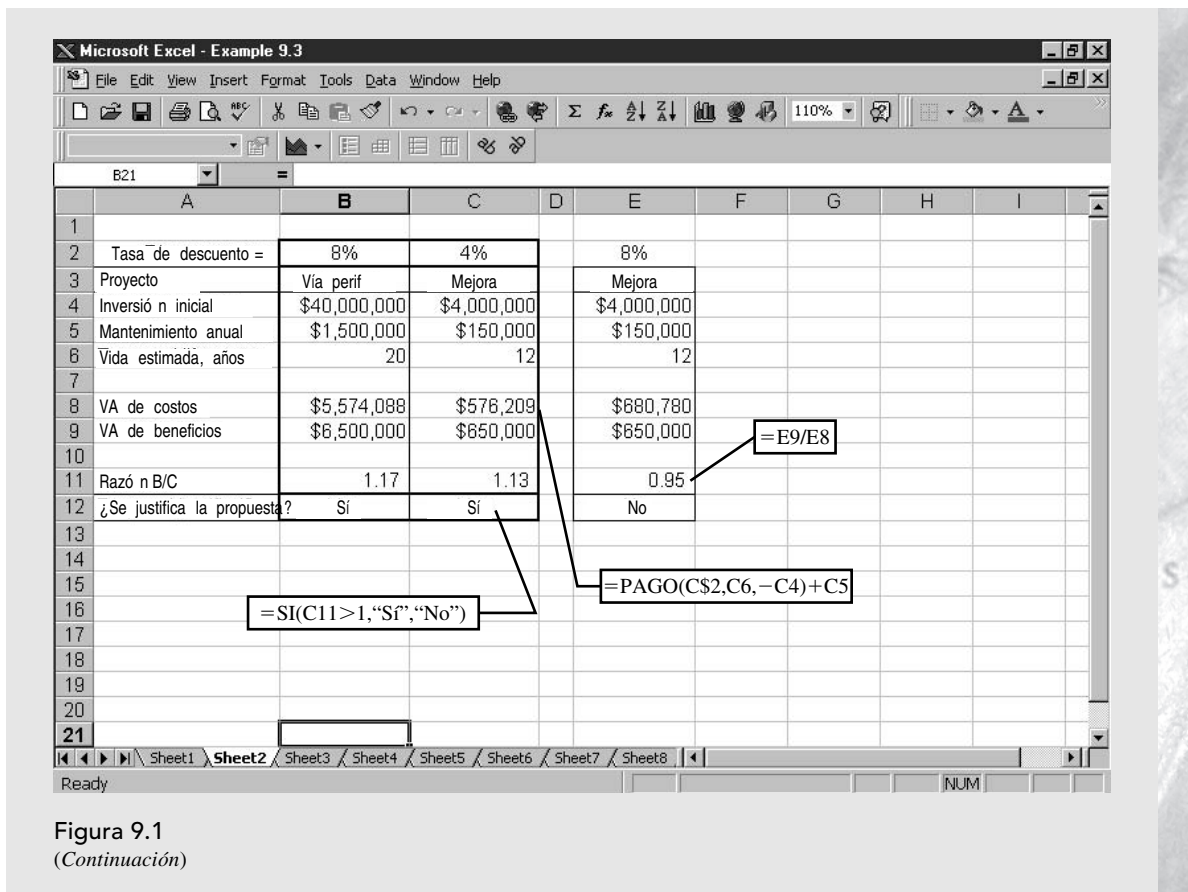


Figura 9.1
(Continuación)

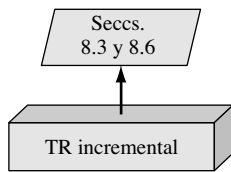
9.3 SELECCIÓN DE ALTERNATIVAS MEDIANTE EL ANÁLISIS B/C INCREMENTAL

La técnica para comparar dos alternativas mutuamente excluyentes utilizando el análisis beneficio/costo es prácticamente la misma que para el análisis TR incremental examinado en el capítulo 8. La razón B/C incremental (convencional) se determina al utilizar los cálculos de VP, VA o VF, y la alternativa de costo extra se justifica si dicha razón B/C es igual o mayor que 1.0. La regla de elección es la siguiente:

Si B/C incremental ≥ 1.0 , se elige la alternativa de mayor costo, debido a que el costo adicional es justificable en términos económicos.

Si B/C incremental < 1.0 , se elige la alternativa de menor costo.

Para llevar a cabo un análisis B/C incremental correctamente, se requerirá la comparación de cada alternativa sólo con otra alternativa, para la cual el costo incremental ya esté justificado. La misma regla se utilizó previamente en el análisis TR incremental.



Existen factores especiales para el análisis B/C, que lo hacen ligeramente diferente del análisis TR. Como ya se mencionó anteriormente, todos los costos llevan un signo positivo en la razón B/C. También, el *ordenamiento de las alternativas se realiza sobre la base de los costos totales* en el denominador de la razón. Así, si dos alternativas, A y B, poseen inversiones iniciales y vidas iguales, pero B tiene un costo anual equivalente mayor, entonces B deberá justificarse frente a A desde un punto de vista incremental. (Esto se ilustra en el siguiente ejemplo.) Si esta convención no se sigue correctamente, es posible obtener un valor de costo negativo en el denominador, que puede hacer incorrectamente que $B/C < 1$ y se rechace una alternativa de mayor costo que sea realmente justificable.

Siga los siguientes pasos para realizar de manera correcta el análisis de la razón B/C convencional para dos alternativas. Los valores equivalentes pueden expresarse en términos de VP, VA o VF.

1. Determine los costos equivalentes totales para ambas alternativas.
2. Ordene las alternativas por costo equivalente total, de las más pequeñas a las mayores. Calcule los costos incrementales (ΔC) para la alternativa de mayor costo. Éste es el denominador en B/C.
3. Determine los beneficios equivalentes totales y cualquier contrabeneficio estimado para ambas alternativas. Calcule los beneficios incrementales (ΔB) para la alternativa de mayor costo. (Es decir, $\Delta(B - CB)$ si se consideran los contrabeneficios.)
4. Calcule la razón B/C incremental utilizando la ecuación [9.2], $(B - CB)/C$.
5. Utilice la guía para elegir la alternativa de mayor costo si $B/C \geq 1.0$.

Cuando la razón B/C se determina para la alternativa de menor costo, se trata de una comparación con la alternativa de no hacer nada (NH). Si $B/C < 1.0$, entonces debería elegirse NH y compararse con la segunda alternativa. Si ninguna alternativa posee un valor B/C aceptable, deberá entonces elegirse la alternativa NH. En el análisis para el sector público, la alternativa NH es comúnmente la condición actual.

EJEMPLO 9.4

La ciudad de Garden Ridge (Florida) recibió, de dos consultores de arquitectura, diseños para una nueva ala de cuartos para pacientes en el hospital municipal. Uno de los diseños deberá aceptarse para publicarse en la licitación de construcción. Los costos y beneficios son los mismos en la mayoría de las categorías, pero el director de finanzas de la ciudad decidió que los tres cálculos que aparecen a continuación son los que deberán considerarse para determinar qué diseño se recomendará, a la junta del consejo de la ciudad, la próxima semana, y para presentarse a la ciudadanía en preparación del próximo referéndum relativo a bonos del mes entrante.

	Diseño A	Diseño B
Costo de construcción, \$	10 000 000	15 000 000
Costo de mantenimiento de la construcción, \$/año	35 000	55 000
Costo del uso de pacientes, \$/año	450 000	200 000

El costo del uso de pacientes es un estimado de la cantidad pagada por los pacientes sobre el seguro de cobertura, usualmente permitido para una habitación de hospital. La tasa de descuento es de 5% y la vida del edificio se estima en 30 años.

- Aplice un análisis de la razón B/C convencional para elegir el diseño A o B.
- Una vez que los dos diseños se den a conocer, el hospital privado de la ciudad vecina de Forest Glen presentará una queja porque el diseño A reducirá los ingresos de su hospital municipal por aproximadamente \$500 000 anuales, como consecuencia de que algunas de las características de las cirugías diurnas del diseño A duplicarán sus servicios. Posteriormente, la asociación de comerciantes de Garden Ridge argumenta que el diseño B podría reducir sus ingresos anuales por \$400 000, debido a que se eliminará un lote completo usado por sus patrocinadores como estacionamiento provisional. El director de finanzas de la ciudad indicó que dichas quejas entrarán en la evaluación como contrabeneficios de los respectivos diseños. Reelabore el análisis B/C para determinar si la decisión económica continuará siendo la misma cuando los contrabeneficios no se tomen en cuenta.

Solución

- Puesto que la mayoría de los flujos de efectivo se han anualizado, la razón B/C incremental utilizará valores VA. No se tomarán en cuenta estimaciones de contrabeneficios. Siga los pasos del siguiente procedimiento:

- El VA de los costos es la suma de los costos de construcción y mantenimiento.

$$VA_A = 10\,000\,000(A/P, 5\%, 30) + 35\,000 = \$685\,500$$

$$VA_B = 15\,000\,000(A/P, 5\%, 30) + 55\,000 = \$1\,030\,750$$

- El diseño B posee el mayor VA de costos, de manera que será la alternativa a justificarse de modo incremental. El valor del costo incremental es:

$$\Delta C = VA_B - VA_A = \$345\,250 \text{ anuales}$$

- El VA de los beneficios se deriva de los costos del uso de pacientes, ya que éstos provienen del público. Los beneficios para el análisis B/C no son los costos mismos, sino la *diferencia* si se elige el diseño B. El menor costo por uso anual es beneficio positivo para el diseño B.

$$\Delta B = \text{uso}_A - \text{uso}_B = \$450\,000 - \$200\,000 = \$250\,000 \text{ anuales}$$

- La razón B/C incremental se calcula mediante la ecuación [9.2]:

$$B/C = \frac{\$250\,000}{\$345\,250} = 0.72$$

- La razón B/C es menor que 1.0, lo cual indica que no se justifican los costos adicionales asociados con el diseño B. Por lo tanto, se elige el diseño A para la licitación de construcción.

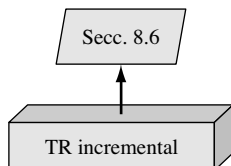
- b) Los cálculos de pérdida de ingreso se consideran como contrabeneficios. Puesto que los contrabeneficios del diseño B son \$100 000 menos que los del diseño A, esta diferencia se suma a los \$250 000 de beneficios de B para dar un beneficio total de \$350 000. Entonces,

$$B/C = \frac{\$350\,000}{\$345\,250} = 1.01$$

El diseño B se encuentra ligeramente favorecido. En tal caso, incluir los contrabeneficios ha revertido la decisión económica anterior. Sin embargo, esto quizás hará la situación más difícil en términos políticos. Seguramente en el futuro cercano se reclamarán nuevos contrabeneficios por otros grupos con intereses específicos.

Como en el caso de otros métodos, el análisis B/C requiere una *comparación de alternativas de servicios iguales*. Por lo general, la vida útil esperada para un proyecto del sector público es larga (25, 30 o más años), de manera que las alternativas por lo regular poseen vidas iguales. Sin embargo, cuando las alternativas poseen vidas diferentes, el uso de VP para determinar los costos y los beneficios equivalentes requiere que se utilice el MCM de las vidas. Se trata de una excelente oportunidad para emplear las equivalencias del VA para costos y beneficios, si se supone que es razonable que el proyecto pueda repetirse. Por lo tanto, aplique el análisis basado en VA para las razones B/C cuando se comparan alternativas de vida diferente.

9.4 ANÁLISIS B/C INCREMENTAL DE ALTERNATIVAS MÚLTIPLES MUTUAMENTE EXCLUYENTES



El procedimiento fundamental para elegir una de entre tres o más alternativas mutuamente excluyentes con el análisis B/C incremental es esencialmente el mismo que el de la sección anterior. Dicho procedimiento también es paralelo al del análisis TR incremental de la sección 8.6. La directriz para elegir es la siguiente:

Elija la alternativa de mayor costo que se justifique con un B/C incremental ≥ 1.0 , cuando dicha alternativa se ha comparado con otra alternativa justificada.

Existen dos tipos de estimados de beneficios: estimación de *beneficios directos* y beneficios basados en los estimados de *costo por uso*. El ejemplo 9.4 ilustra correctamente el segundo tipo de estimado de beneficio implicado. *Cuando se calculan los beneficios directos*, la razón B/C para cada alternativa deberá calcularse primero como un mecanismo de selección inicial que tiene como propósito eliminar las alternativas inaceptables. Por lo menos una alternativa deberá tener un $B/C \geq 1.0$ para realizar un análisis B/C incremental. Si todas las alternativas son inaceptables, la alternativa NH se indica como elección. (Éste es el mismo enfoque

que el del paso dos para *sólo alternativas de ingresos* en el procedimiento TR de la sección 8.6. Sin embargo, el término *alternativa de ingreso* no es aplicable a los proyectos del sector público.

Como en el caso de la sección anterior, donde se comparan dos alternativas, la selección de múltiples alternativas mediante la razón B/C incremental emplea los costos equivalentes totales, para ordenar inicialmente las alternativas de menor a mayor. Por lo tanto, se realiza la comparación entre pares. También recuerde que todos los costos se consideran positivos en los cálculos de B/C. Los términos *alternativa del defensor* y *alternativa del retador* se utilizan en este procedimiento, así como en el análisis basado en el análisis TR. El procedimiento para el análisis B/C incremental de alternativas múltiples es el siguiente:

1. Determine el costo total equivalente para todas las alternativas. (Utilice equivalencias de VA, VP o VF para vidas iguales; emplee VA para vidas diferentes.)
2. Ordene las alternativas, de menor a mayor, por costo equivalente total.
3. Determine los beneficios equivalentes totales (y cualquier contrabeneficio estimado) para cada alternativa.
4. *Estime únicamente beneficios directos*: calcule la razón B/C para la primera alternativa según el orden. (Esto hace, en efecto, la alternativa NH el defensor, y la primera alternativa, el retador.) Si $B/C < 1.0$, elimine al retador, y vaya al siguiente retador. Repita esto hasta que $B/C \geq 1.0$. Se elimina al defensor, y la siguiente alternativa es ahora el retador. (Para análisis por computadora, determine el B/C para todas las alternativas inicialmente y conserve sólo las aceptables.)
5. Calcule los costos incrementales (ΔC) y beneficios incrementales (ΔB) usando las relaciones

$$\Delta C = \text{costo del retador} - \text{costo del defensor} \quad [9.4]$$

$$\Delta B = \text{beneficios del retador} - \text{beneficios del defensor} \quad [9.5]$$

Si se estiman los *costos de uso* relativos para cada alternativa en lugar de beneficios directos, ΔB se puede determinar mediante la siguiente relación:

$$\Delta B = \text{costos de uso del defensor} - \text{costos de uso del retador} \quad [9.6]$$

6. Calcule el B/C incremental para el primer retador comparado con el defensor.

$$B/C = \Delta B / \Delta C \quad [9.7]$$

Si el B/C incremental ≥ 1.0 en la ecuación [9.7], el retador se convierte en el defensor, y se elimina el defensor anterior. Por el contrario, si el B/C incremental < 1.0 , elimine al retador, y el defensor permanece frente al siguiente retador.

7. Repita los pasos 5 y 6 hasta que solamente quede una alternativa, la cual será la elegida.

En todos los pasos anteriores, los contrabeneficios incrementales pueden analizarse reemplazando ΔB con $\Delta(B - CB)$, como en la razón B/C convencional, ecuación [9.2].

EJEMPLO 9.5

La Corporación para el Desarrollo Económico (CDE) para la ciudad de Bahía (California) y el condado de Moderna funciona como una organización no lucrativa. Ésta se encuentra en busca de un urbanizador que ubique un gran parque con un lago en la ciudad o en el área del condado. Se otorgarán incentivos económicos. En respuesta a una “convocatoria de propuestas” (CDP) lanzada a los principales constructores de parques acuáticos en el país, se recibieron cuatro propuestas. Mayores y más intrincados canales de agua y un parque de mayores dimensiones atraerán a más clientes; así que en las propuestas se solicitan distintos niveles de incentivos iniciales. Una de estas propuestas será aceptada por la CDE y se recomendará al Consejo de la Ciudad de Bahía y el Consejo de Administración del condado de Moderna.

Las directrices aprobadas y los incentivos económicos ofrecen a los candidatos de la industria del entretenimiento recibir hasta \$500 000 en efectivo como incentivo para el primer año y un 10% de esta cantidad cada año durante 8 años en reducción de impuestos a la propiedad. Todas las propuestas satisfacen los requisitos de estos dos incentivos. Cada propuesta incluye una prestación por la que los residentes de la ciudad o del condado se beneficiarán de las cuotas de entrada rebajadas (uso de las instalaciones) del parque. Esta rebaja en las cuotas tendrá un periodo de vigencia tan prolongado como los incentivos de reducción de impuestos a la propiedad. La CDE ha calculado las cuotas de entrada totales anuales incluyendo el descuento para los residentes locales. Asimismo, la CDE ha estimado los ingresos por impuestos por ventas adicionales que se esperan por los cuatro diseños del parque. Dichos cálculos y los costos del incentivo inicial y la rebaja de impuestos anual del 10% se resumen en la parte superior de la tabla 9.1.

TABLA 9.1 Cálculos de costos y beneficios, y análisis B/C incremental para las cuatro propuestas del parque con lago (ejemplo 9.5)

	Propuesta 1	Propuesta 2	Propuesta 3	Propuesta 4
Incentivo inicial, \$	250 000	350 000	500 000	800 000
Costo del incentivo en impuestos, \$/año	25 000	35 000	50 000	80 000
Cuotas de entrada para los residentes, \$/año	500 000	450 000	425 000	250 000
Impuestos por ventas adicionales, \$/año	310 000	320 000	320 000	340 000
Periodo de estudio, años	8	8	8	8
VA de costos totales, \$	66 867	93 614	133 735	213 976
Alternativas comparadas		2-a-1	3-a-2	4-a-2
Costos incrementales ΔC , \$/año		26 747	40 120	120 360
Rebaja en la cuota de entrada, \$/año		50 000	25 000	200 000
Impuesto por ventas extras, \$/año		10 000	0	20 000
Beneficios incrementales ΔB , \$/año		60 000	25 000	220 000
Razón B/C incremental		2.24	0.62	1.83
¿Se justifica el incremento?		Sí	No	Sí
Alternativa elegida		2	2	4

Efectúe un análisis a mano y por computadora para llevar a cabo un estudio B/C incremental y determinar qué propuesta de construcción del parque es la mejor desde una perspectiva económica. La tasa de descuento empleada por la CDE es de 7% anual. ¿Pueden utilizarse las directrices de los incentivos vigentes para aceptar la propuesta ganadora?

Solución a mano

El punto de vista que adoptamos para llevar a cabo el análisis económico es el de un residente de la ciudad o del condado. Los incentivos de efectivo del primer año y los incentivos de reducción de impuestos anuales representan costos reales para los residentes. Los beneficios provienen de dos fuentes: los cálculos de cuotas de entrada reducidas y los ingresos incrementados provenientes de los impuestos por ventas. Esto beneficiará a cada ciudadano indirectamente a través del incremento en la cantidad de dinero disponible para quienes utilizan el parque, y mediante los presupuestos de la ciudad y del condado, donde se depositan los ingresos de los impuestos por ventas. Como estos beneficios deben calcularse indirectamente a partir de las dos fuentes, los valores B/C de la propuesta inicial no pueden calcularse para eliminar al principio cualquier propuesta. Se debe llevar a cabo un análisis B/C incremental para comparar las dos alternativas al mismo tiempo.

La tabla 9.1 incluye los resultados de la aplicación del procedimiento anterior. Los valores equivalentes VA se utilizan para las cantidades anuales de costos y beneficios. Ya que los beneficios deben derivarse indirectamente de los cálculos de las cuotas de entrada y los ingresos de los impuestos por ventas, el paso 4 no se incluye.

1. Para cada alternativa, el monto de recuperación de capital durante 8 años se encuentra determinado y sumado al costo del incentivo de impuestos anuales a la propiedad. Para la propuesta 1,

$$\begin{aligned}\text{VA de los costos totales} &= \text{incentivo inicial}(A/P, 7\%, 8) + \text{costo de impuestos} \\ &= \$250\,000(A/P, 7\%, 8) + 25\,000 = \$66\,867\end{aligned}$$

2. Las alternativas se ordenan según los costos totales en VA de la tabla 9.1.
3. El beneficio anual de una alternativa es el beneficio incremental de las cuotas de entrada y las cantidades de impuestos por ventas. Éstas se calculan en el paso 5.
4. Este paso no se incluye.
5. La tabla 9.1 muestra los costos incrementales calculados por medio de la ecuación [9.4]. En el caso de la comparación entre 2 y 1,

$$\Delta C = \$93\,614 - 66\,867 = \$26\,747$$

Los beneficios incrementales para una alternativa son la suma de las cuotas de entrada de los residentes comparada con la suma de las cuotas de la alternativa con los siguientes costos más bajos, más el incremento en ingresos por impuestos a las ventas por encima de los correspondientes a la alternativa siguiente de menor costo. Por consiguiente, los beneficios se determinan incrementalmente para cada par de alternativas. Por ejemplo, cuando se compara la propuesta 2 con la propuesta 1, las cuotas de entrada de los residentes se reducen por \$50 000 anuales y los ingresos en impuestos por ventas se incrementan en \$10 000. Entonces, el beneficio total es la suma de ambos: \$60 000 por año.

6. En el caso de la comparación entre 2 y 1, la ecuación [9.7] se convierte en:

$$B/C = \$60\,000/\$26\,747 = 2.24$$

La alternativa 2 evidentemente está justificada desde una perspectiva incremental. La alternativa 1 se elimina, y la alternativa 3 constituye el nuevo retador para el defensor 2.

- Este proceso se repite para el caso de la comparación entre 3 y 2, el cual posee una razón B/C incremental de 0.62, como consecuencia de que los beneficios incrementales son considerablemente menores que el incremento en costos. Por lo tanto, se elimina la propuesta 3, y la comparación entre 4 y 2 da como resultado:

$$B/C = \$220\,000/\$120\,360 = 1.83$$

Como $B/C > 1.0$, se conserva la propuesta 4. Como la propuesta 4 es la única alternativa que se conserva, es la elegida.

La recomendación para la propuesta 4 requiere un incentivo inicial de \$800 000, que excede el límite de \$500 000 de los límites del incentivo aprobado. La CDE tendrá que solicitar al Consejo de la Ciudad y al Consejo del Condado que haga una excepción en las directrices. Si la excepción no se aprueba, se acepta la propuesta 2.

Solución por computadora

La figura 9.2 presenta una hoja de cálculo que incluye los mismos cálculos que los de la tabla 9.1. Las celdas de la fila 8 incluyen la función PAGO(7%, 8,—incentivo inicial) para

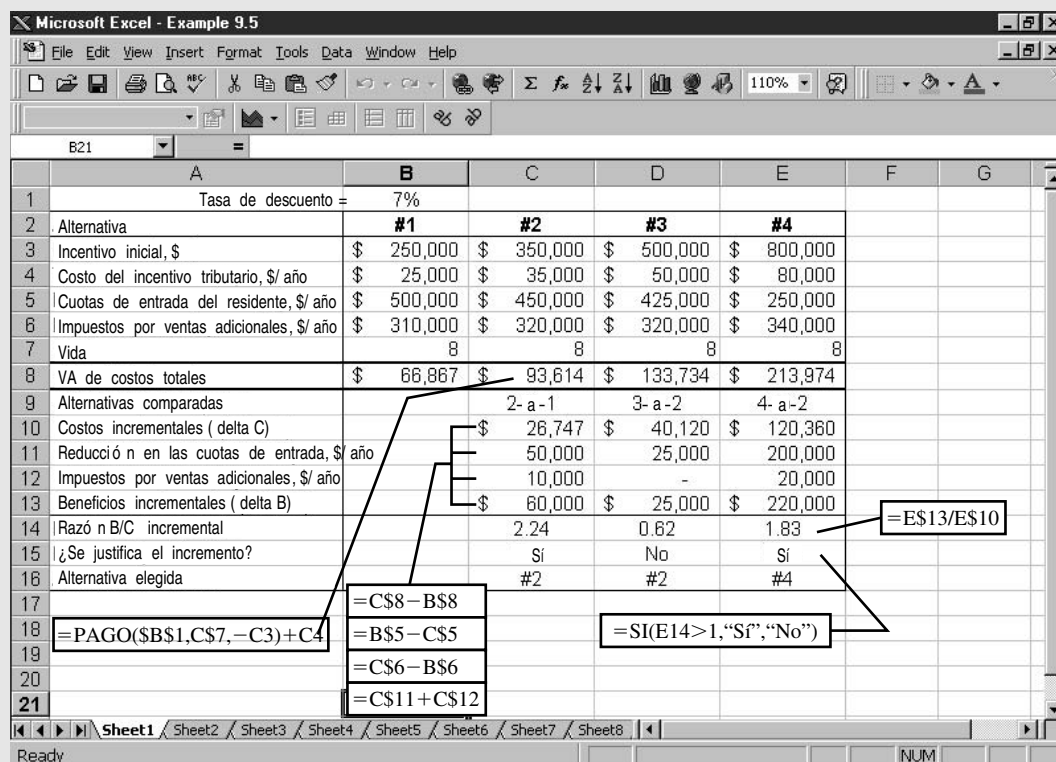


Figura 9.2

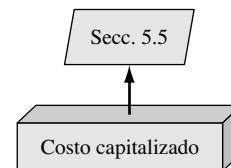
Solución en hoja de cálculo para un análisis B/C incremental de cuatro alternativas mutuamente excluyentes.

calcular la recuperación del capital para cada alternativa, más el costo tributario anual. Estos VA de los valores del costo total se utilizan para ordenar las alternativas para la comparación incremental.

Las etiquetas de las celdas para las filas 10 a 13 detallan las fórmulas de los costos incrementales y los beneficios empleados en el cálculo de la razón B/C incremental (fila 14). Observe la diferencia en las fórmulas de las filas 11 y 12, las cuales permiten determinar los beneficios incrementales de las cuotas de entrada e impuestos por ventas, respectivamente. El orden de la resta entre las columnas en la fila 11 (por ejemplo, $= B5 - C5$, para la comparación entre 2 y 1) debe ser correcto con la finalidad de que se obtenga el beneficio incremental de las cuotas de entrada. Los operadores condicionales (SI) de la fila 15 aceptan o rechazan al retador sobre la base de la magnitud de B/C. Después de la comparación entre 3 y 2 con $B/C = 0.62$ en la celda D14, se elimina la alternativa 3. La elección final es la alternativa 4, como en el caso de la solución a mano.

Cuando las vidas de las alternativas son tan largas que se les puede considerar infinitas, los valores equivalentes VP o VA para los costos y beneficios se calculan mediante el costo capitalizado. La ecuación [5.3], $A = P(i)$, permite determinar los valores VA equivalentes en el análisis B/C incremental.

Si dos o más *proyectos independientes* se evalúan mediante el análisis B/C y no hay limitaciones presupuestales, no existe necesidad de alguna comparación de tipo incremental. La única comparación es la que se realiza entre cada proyecto por separado y la alternativa de no hacer nada. Los valores B/C del proyecto se calculan, y se aceptan aquellos para los que $B/C \geq 1.0$. Se trata del mismo procedimiento que se aplicó para elegir entre proyectos independientes mediante el método TR (capítulo 8). Cuando se imponen límites presupuestales, debe aplicarse el procedimiento de presupuestación analizado en el capítulo 12.



EJEMPLO 9.6

El Cuerpo de Ingenieros del Ejército quiere construir un dique sobre un río propenso a las inundaciones. El costo estimado de construcción y el beneficio promedio anual en dólares aparecen a continuación. a) Si se aplica una tasa anual de 6% y la vida del dique se considera infinita para los fines del análisis, elija el mejor lugar con el método B/C. Si ningún sitio es aceptable, más tarde se determinarán otros sitios. b) Si puede elegirse más de un sitio para el dique, ¿cuáles de ellos son adecuados de acuerdo con el método B/C?

Sitio	Costo de construcción, millones de \$	Beneficios anuales, \$
A	6	350 000
B	8	420 000
C	3	125 000
D	10	400 000
E	5	350 000
F	11	700 000

Solución

- a) Los valores VA para la recuperación anual del capital del costo de construcción se obtienen mediante el costo capitalizado $A = Pi$, como se indica en la primera fila de la tabla 9.2. Ya que los beneficios se calculan directamente, la razón B/C relativa al sitio puede ser útil para llevar a cabo una depuración inicial. Sólo los sitios E y F tienen un valor B/C > 1.0, así que pueden evaluarse desde una perspectiva incremental. La comparación de E con NH se lleva a cabo en virtud de que no se requiere la elección de un sitio. El análisis entre las alternativas mutuamente excluyentes en la parte inferior de la tabla 9.2 se basa en la ecuación [9.7].

$$B/C \text{ incremental} = \frac{\Delta \text{ beneficios anuales}}{\Delta \text{ costos anuales}}$$

El sitio E se elige en vista de que solamente éste se justifica desde una perspectiva incremental.

- b) Las propuestas para el sitio del dique ahora son proyectos independientes. La razón B/C relativa al sitio se utiliza para elegir entre ningún sitio y los seis. En la tabla 9.2, B/C > 1.0 exclusivamente para los sitios E y F; éstos son adecuados, los demás no.

Comentario

En el inciso a), suponga que se agrega el sitio G, cuyo costo de construcción será de \$10 millones y el beneficio anual de \$700 000. El sitio B/C es aceptable con una razón B/C = $700/600 = 1.17$. Ahora, compare de manera incremental G con E; la razón incremental B/C = $350/300 = 1.17$, a favor de G. En este caso, el sitio F debe compararse con el G. Ya que los beneficios anuales son los mismos (\$700 000), la razón B/C es cero y no se justifica la inversión adicional. Por lo tanto, se elige el sitio G.

TABLA 9.2 Aplicación del análisis de la razón B/C incremental para el ejemplo 9.6 (valores en \$1 000)

	C	E	A	B	D	F
Costo de recuperación del capital, \$	180	300	360	480	600	660
Beneficios anuales, \$	125	350	350	420	400	700
B/C del sitio	0.69	1.17	0.97	0.88	0.67	1.06
Decisión	No	Se conserva	No	No	No	Se conserva
Comparación	E con NH			F con E		
Δ Costo anual, \$	300			360		
Δ Beneficios anuales, \$	350			350		
Δ Razón (B/C)	1.17			0.97		
¿Se justifica el incremento?	Sí			No		
Sitio elegido	E			E		

RESUMEN DEL CAPÍTULO

El método beneficio/costo se emplea principalmente en la evaluación de proyectos y la selección de alternativas del sector público. Cuando se comparan alternativas mutuamente excluyentes, la razón incremental B/C debe ser mayor o igual a 1.0 para que se justifique económicamente el costo total equivalente incremental. El VP, VA o VF de los costos iniciales y los beneficios estimados pueden utilizarse para llevar a cabo un análisis B/C incremental. Si las vidas de las alternativas son diferentes, deben emplearse los valores VA, siempre y cuando la suposición de la repetición del proyecto no resulte irrazonable. Para proyectos independientes, no es necesario el análisis B/C incremental. Se seleccionan todos los proyectos con $B/C \geq 1.0$, siempre y cuando no haya limitación presupuestal.

La economía del sector público es esencialmente distinta de la del sector privado. En el caso de los proyectos del sector público, por lo general los costos iniciales son altos, la vida esperada es prolongada (25, 35 o más años) y las fuentes del capital a menudo constituyen una combinación de impuestos cobrados a la ciudadanía, pago de derechos, emisiones de bonos y préstamos de particulares. *Es muy difícil realizar cálculos exactos de los beneficios para un proyecto del sector público.* Las tasas de interés, denominadas *tasas de descuento* en el sector público, son menores que las correspondientes al financiamiento del capital de una corporación. Aunque la tasa de descuento es tan importante como establecer la TMAR, puede resultar difícil de definir, ya que diversos organismos gubernamentales pueden tener acceso a diferentes tasas. Las tasas de descuento estandarizadas son establecidas por ciertas dependencias federales.

PROBLEMAS

Economía del sector público

- 9.1 Señale la diferencia entre las alternativas del sector público y las del privado respecto de las siguientes características:
 - a) Magnitud de la inversión
 - b) Vida del proyecto
 - c) Financiamiento
 - d) TMAR
- 9.2 Especifique si las siguientes características se encuentran relacionadas principalmente con proyectos del sector público o del sector privado:
 - a) Ganancias
 - b) Impuestos
 - c) Contrabeneficios
 - d) Vida infinita
- e) Pago de derechos
- f) Bonos corporativos
- 9.3 Clasifique cada flujo de efectivo como beneficio, pérdida o costo.
 - a) Ingreso anual de \$500 000 generado por el turismo en un almacenamiento de agua dulce.
 - b) \$700 000 de mantenimiento anual pagados por los contenedores de los barcos a la autoridad de un puerto.
 - c) Gasto de \$45 millones para la construcción de un túnel en una autopista interestatal.
 - d) Eliminación de \$1.3 millones por concepto de salarios para los residentes de un municipio, con base en el comercio internacional.

- e) Reducción de \$375 000 anuales en las reparaciones debidas a accidentes automovilísticos, gracias al mejoramiento de la iluminación.
- f) Pérdida de \$700 000 anuales en el ingreso de los agricultores a causa de la compra de los derechos de vía de una autopista.

9.4 Durante sus 20 años de permanencia en los negocios, Deware Construction Company siempre ha establecido sus contratos con un arreglo a precio alzado o por precios unitarios. Ahora, se le ha ofrecido la oportunidad de participar en un proyecto para proporcionar transporte por medio de una autopista que atravesaría todo un país, con bases internacionales, específicamente en un país africano. Si aceptara, la compañía trabajaría como subcontratista de una corporación europea más grande y se usaría la forma BOT de contratación con el gobierno del país africano. Describa para el presidente de Deware al menos cuatro de las diferencias significativas que son de esperar si se utilizara la forma BOT en lugar de los modos más tradicionales de contratación.

9.5 Si una corporación acepta la forma BOT de hacer contratos, *a)* identifique dos riesgos que corre, y *b)* diga cuáles de ellos podría reducir el socio gubernamental.

Valor B/C del proyecto

9.6 Los flujos de efectivo anuales estimados para un proyecto propuesto por el gobierno de una ciudad, son costos de \$450 000 por año, beneficios de \$600 000 anuales y pérdidas de \$100 000 por año. Determine *a)* la razón B/C, y *b)* el valor $B - C$.

9.7 Utilice algún software de hoja de cálculo (como Excel), el análisis del VP y una tasa de descuento de 5% anual, para determinar que el valor B/C es de 0.375 para las estimaciones siguientes, lo cual hace que el proyecto no sea aceptable con el uso del método beneficio/costo.

- a)* Introduzca los valores y ecuaciones en la hoja de cálculo de modo que puedan cambiarse con el propósito de hacer análisis de sensibilidad.

Costo inicial = \$8 millones

Costo anual = \$800 000 anuales

Beneficio = \$550 000 anuales

Pérdidas = \$100 000 anuales

- b)* Realice el análisis de sensibilidad siguiente cambiando únicamente dos celdas de la hoja de cálculo. Modifique la tasa de descuento a 3% por año y ajuste la estimación de costo anual hasta que $B/C = 1.023$. Esto hace que el proyecto sea apenas aceptable, de acuerdo con el análisis beneficio/costo.

9.8 Se espera que una norma propuesta para eliminar el arsénico contenido en el agua para consumo humano tenga un costo anual de \$200 por hogar. Si se acepta que en el país hay 90 millones de hogares y que la norma podría salvar 12 vidas al año, ¿cuál tendría que ser el valor de una vida humana para que la razón B/C fuera igual a 1.0?

9.9 La Agencia de Protección del Ambiente de Estados Unidos determinó que el 2.5% del ingreso medio por familia constituye un monto razonable para pagar el agua potable. El ingreso medio por familia es de \$30 000 anuales. En el caso de una norma que afecte la salud de la gente en el 1% de las familias, ¿cuál cantidad en dólares por familia (para dicho 1% de las familias) deberían ser los beneficios de salud para que la razón B/C sea 1.0?

9.10 Use una hoja de cálculo para plantear y resolver el problema 9.9 y después aplique los cambios siguientes. Observe los incrementos y disminuciones en el valor económico requerido de los beneficios por salud para cada cambio.

- a)* El ingreso medio es de \$18 000 (país más pobre) y el porcentaje de ingreso por hogar se reduce a 2%.

- b) El ingreso medio es de \$30 000 y se gasta 2.5% en seguridad del agua, pero sólo se incide en el 0.5% de hogares.
- c) ¿En qué porcentaje de hogares debe incidirse si se requiere que tanto el beneficio por salud como el ingreso anual sea de \$18 000? Suponga que se mantiene la estimación de 2.5% del ingreso.
- 9.11** El jefe de bomberos de una ciudad mediana ha estimado que el costo inicial de una estación nueva es de \$4 millones. Se calcula que los costos de adecuación anual son de \$300 000. También se ha identificado que los beneficios para los ciudadanos son de \$550 000 anuales y las pérdidas de \$90 000. Use una tasa de descuento de 4% por año para determinar si la estación tiene justificación económica, por medio de a) la razón B/C convencional, y b) la diferencia B – C.
- 9.12** Como parte de la rehabilitación de la zona central de una ciudad sureña de los Estados Unidos, el Departamento de Parques y Recreación planea desarrollar el espacio debajo de varios pasos elevados a fin de habilitarlos como canchas de basquetbol, béisbol, golfito y tenis. Se espera que el costo inicial sea de \$150 000 por mejoras cuya vida se estima en 20 años. Se proyecta que el costo de mantenimiento anual sea de \$12 000. El departamento espera que las instalaciones sean usadas por 24 000 personas al año, con un promedio de 2 horas cada una. El valor de la recreación se ha establecido en forma conservadora en \$0.50 por hora. Con una tasa de descuento de 3% anual, ¿cuál es la razón B/C del proyecto?
- 9.13** Se requiere que la razón B/C sea de 1.3 para un proyecto nuevo de control de inundaciones a lo largo de las riberas del río Mississippi. Si se estima el beneficio en \$600 000 anuales y el costo total de mantenimiento en \$300 000 por año, ¿cuál es el costo inicial máximo permitido del proyecto? La tasa de

descuento es de 7% anual y se espera una vida del proyecto de 50 años. Resuelva el problema de dos modos: a) a mano, y b) con una hoja de cálculo programada para efectuar análisis de sensibilidad.

- 9.14** Use la hoja de cálculo desarrollada en el Problema 9.13 b) para determinar la razón B/C, si el costo inicial fuera en realidad de \$3.23 millones y la tasa de descuento ahora fuera de 5% anual.
- 9.15** La razón B/C modificada es de 1.7 para el helipuerto de un hospital que pertenece a una ciudad. Si el costo inicial es de \$1 000 000 y los beneficios anuales de \$150 000, ¿cuál es el monto de los costos de operación y mantenimiento que se usaron en el cálculo, si se aplicó una tasa de descuento de 6% anual? La vida estimada es de 30 años.
- 9.16** Calcule la razón B/C para las estimaciones del siguiente flujo de efectivo, con una tasa de descuento de 6% anual.

Ítem	Flujo de efectivo
VP de los beneficios, \$	3 800 000
VA de las pérdidas, \$ año	45 000
Costo inicial, \$	2 200 000
Costos de operación y mantenimiento, \$/año	300 000
Vida del proyecto, años	15

- 9.17** Hemisphere Corp. estudia un contrato BOT para construir y operar una presa grande con infraestructura para generar energía eléctrica, en una nación en vías de desarrollo del hemisferio sur. Se espera que el costo inicial de la presa sea de \$30 millones y el de operación y mantenimiento de \$100 000 anuales. Los beneficios por el control de inundaciones, desarrollo agrícola, turismo, etcétera, se espera sean de \$2.8 millones por año. Con una tasa de interés de 8% anual, ¿debiera construirse la presa con base en la razón B/C convencional? Se supone que la presa será un activo permanente para el país. a) Resuelva el problema con lápiz y papel.

b) Con una hoja de cálculo encuentre la razón B/C, con una sola celda para el cómputo.

- 9.18** El cuerpo de ingenieros del ejército estadounidense estudia la factibilidad de construir una presa pequeña para control de inundaciones en un arroyo. El costo inicial del proyecto sería de \$2.2 millones, con costos de inspección y adecuación por \$10 000 anuales. Además, se necesitaría una reconstrucción menor cada 15 años con un costo de \$65 000. Utilice el método B/C para determinar si debe construirse la presa, considerando que el daño por inundación se reduciría de \$90 000 del costo actual por año, a \$10 000. Suponga que la presa sería permanente y que la tasa de interés es de 12% anual.
- 9.19** Una compañía que construye autopistas tiene un contrato para hacer en Colorado un camino nuevo a través de una zona escénica y dos caminos rurales. Se espera que el costo de la carretera sea de \$18 millones, con un gasto anual estimado de \$150 000. También se piensa que el ingreso anual adicional por el turismo sea de \$900 000 anuales. Si se espera que la carretera tenga una vida comercial útil de 20 años, use una hoja de cálculo para determinar si debe construirse, con una tasa de interés de 6% anual, por medio de aplicar el método a) B – C, b) B/C, c) B/C modificado (además, si el constructor lo solicitara: programe la hoja de cálculo para realizar análisis de sensibilidad y use el operador SI de Excel para tomar la decisión sobre construir o no en cada parte del problema).
- 9.20** La Oficina de Quejas de Estados Unidos considera un proyecto de expansión de los canales de riego en un área desértica. Se espera que el costo inicial del proyecto sea de \$1.5 millones, con costos anuales de mantenimiento de \$25 000. a) Si se planea que el ingreso agrícola sea de \$175 000 anuales, realice un análisis B/C para determinar

si el proyecto debería llevarse a cabo, tomando en cuenta un periodo de estudio de 20 años y una tasa de descuento de 6% anual. b) Vuelva a trabajar con el problema utilizando la razón B/C modificada.

- 9.21** a) Desarrolle en una hoja de cálculo, y b) use lápiz y papel, para calcular la razón B/C para el problema 9.20 si el canal debe dragarse cada 3 años, con un costo de \$60 000 y existe una pérdida asociada con el proyecto de \$15 000 anuales.

Comparación de alternativas

- 9.22** Aplique el análisis B/C incremental con una tasa de interés de 8% anual para determinar cuál alternativa debe seleccionarse. Utilice un periodo de estudio de 20 años y suponga que los costos por daños ocurrirían en el año 6 del periodo de estudio.

	Alternativa A	Alternativa B
Costo inicial, \$	600 000	800 000
Costos anuales de operación y mantenimiento, \$/año	50 000	70 000
Costos del daño potencial, \$	950 000	250 000

- 9.23** Dos rutas se encuentran bajo consideración para la construcción de un nuevo tramo de una carretera interestatal. La ruta larga mide 25 kilómetros y tendría un costo inicial de \$21 millones. La ruta corta a través de las montañas abarcaría 10 kilómetros con un costo inicial de \$45 millones. Los costos de mantenimiento se estiman en \$40 000 anuales en el caso de la ruta larga y de \$15 000 anuales en el caso de la ruta corta. Además, se requerirá una reparación mayor y repavimentación cada 10 años a un costo de 10% del costo inicial de cada ruta. Sin importar la ruta que se elija, se espera que el volumen de tráfico sea de 400 000 vehículos al año. Si se considera un gasto de opera-

ción por vehículo de \$0.35 por kilómetro y se estima que el valor del tiempo de viaje reducido por la ruta corta es de \$900 000 anuales, determine qué ruta debería elegirse aplicando un análisis B/C convencional. Suponga una vida infinita para cada ruta, una tasa de interés de 6% anual y el hecho de que se construirá uno de los caminos.

9.24 Un ingeniero municipal y un director de desarrollo económico de Búfalo evalúan dos lugares para la construcción de una arena deportiva de usos múltiples. En la zona del centro, la ciudad cuenta con suficiente terreno para la arena. No obstante, el terreno para la construcción de un estacionamiento tendrá un costo de \$1 millón. La zona oeste se encuentra a 30 kilómetros del centro de la ciudad; sin embargo, el terreno será donado por un constructor que sabe que en este sitio la arena incrementaría varias veces el valor del resto de sus propiedades. El terreno de la zona del centro tendrá costos de construcción adicionales de aproximadamente \$10 millones, como consecuencia de las modificaciones en el trazo de la infraestructura, el estacionamiento y las mejoras en el drenaje. Aunque por su ubicación centralizada, habrá mayor concurrencia a la mayoría de los eventos realizados aquí. Esto generará mayores ingresos a los vendedores y comerciantes locales por \$350 000 anuales. Además, el asistente promedio no tendría que viajar tan lejos, lo cual rendirá beneficios anuales de \$400 000. Se espera que los demás costos e ingresos sean los mismos en cualquier sitio. Si la ciudad utiliza una tasa de descuento de 8% anual, ¿dónde debería construirse la arena? Debe elegirse uno de los dos sitios.

9.25 Un país en rápida expansión económica contrató la evaluación de la posible construcción de un puerto nuevo para contenedores, a fin de ampliar el actual. La costa occidental es más profunda, por lo que el costo de dragado sería más bajo que el de la oriental.

Asimismo, en la costa occidental se requeriría dragar sólo cada 6 años, mientras que en la del oriente sería necesario hacerlo cada 4 años. El dragado, cuyo costo se espera aumente 10% cada vez, no se llevaría a cabo en el último año de la vida comercial del puerto. Se estima que las pérdidas varíen entre el oeste (disminución del ingreso por pesca) y el este (pérdidas en pesca y hotelería). Las cuotas para las embarcaciones por cada 20 pies STD equivalentes se espera que sean más altas en el sitio occidental debido a la mayor dificultad para manejar las naves ocasionada por la presencia de corrientes oceánicas en la zona y al mayor costo de la mano de obra en esa región del país. Todas las estimaciones que aparecen a continuación se resumen en \$1 000 000, excepto el ingreso anual y la vida. Use un análisis elaborado en hoja de cálculo y una tasa de descuento de 4% anual para determinar si debe construirse alguno de los puertos. No es imprescindible que el país construya alguno de los puertos, toda vez que ya opera uno con éxito.

	Sitio en la costa occidental	Sitio en la costa oriental
Costo inicial, \$		
Año 0	21	8
Año 1	0	8
Costo de dragar, \$, Año 0	5	12
M&O anual, \$/año	1.5	0.8
Costo del dragado recurrente, \$	2 cada 6 años con un 10% de incremento en cada ocasión	1.2 cada 4 años con un 10% de incremento en cada ocasión
Pérdidas anuales, \$/año	4	7
Cuotas anuales: número de embarcaciones de 20 pies STD a \$/contenedor	5 millones/año a \$2.50 cada uno	8 millones/año a \$2.50 cada uno
Vida comercial, años	20	12

- 9.26** Una empresa privada de servicios públicos evalúa dos programas de descuento para el ahorro del agua. El programa 1, que se espera que tenga un costo promedio de \$60 por vivienda, incluiría un descuento del 75% de los costos de compra e instalación de un excusado de muy bajo flujo. Se planea que con este programa se consiga una reducción de 5% en el consumo general de agua por vivienda durante un periodo de evaluación de 5 años. Esto beneficiaría a la ciudadanía con hasta \$1.25 por vivienda al mes. El programa dos incluiría el reemplazo del césped con un material sintético, que se espera que tenga un costo de \$500 por vivienda, aunque contribuiría a la reducción del costo estimado de agua en \$8 por vivienda mensualmente (en promedio). Si la tasa de descuento es de 0.5%, ¿qué programa debería adoptar esta empresa, si acaso lo hace? Aplique el método B/C.
- 9.27** Con objeto de proveer energía a un sitio remoto de investigación espacial, se dispone de alternativas solar y convencional. Los costos asociados con cada una de ellas se muestran a continuación. Use el método B/C para determinar cuál debe seleccionarse, con una tasa de descuento de 0.75% mensual, durante un periodo de estudio de 6 años.

	Convencional	Solar
Costo inicial, \$	2 000 000	4 500 000
Costo de M&O, \$/mes	50 000	10 000
Valor de rescate, \$	0	150 000

- 9.28** El Servicio Forestal de California evalúa dos ubicaciones para un nuevo parque estatal. La ubicación E requeriría una inversión de \$3 millones y \$50 000 anuales en mantenimiento. La ubicación W requeriría \$7 millones para construir el parque, aunque el Servicio Forestal recibirá \$25 000 adicionales cada año, por cuotas de uso del parque. El costo de operación de la ubicación W será de \$65 000 anuales. El ingreso para los concesionarios del parque será de \$500 000 anuales en la ubicación E y de \$700 000 anuales en W. Los contrabeneficios relacionados con cada ubicación son de \$30 000 anuales para la ubicación E y de \$40 000 anuales para la ubicación W. Aplique *a)* el método B/C y *b)* el método B/C modificado para determinar qué ubicación, si es que se elige una, debe elegirse, con una tasa de interés de 12% anual. Suponga que indefinidamente se dará mantenimiento al parque.
- 9.29** Tres ingenieros elaboraron las estimaciones que se muestran enseguida para dos métodos opcionales con los que se podría implantar tecnología nueva para construcción en un sitio de urbanización pública. Puede seleccionarse cualquiera de las dos opciones o el método actual. Prepare una hoja de cálculo para hacer análisis de sensibilidad B/C y determine si se elige la opción 1, la 2 o la de no hacer nada, por cada ingeniero. Para todos los análisis utilice una vida útil de 5 años y una tasa de descuento de 10% anual.

	Ingeniero Bob		Ingeniera Judy		Ingeniera Chen	
	Opción 1	Opción 2	Opción 1	Opción 2	Opción 1	Opción 2
Costo inicial, \$	50 000	90 000	75 000	90 000	60 000	70 000
Costo, \$/año	3 000	4 000	3 800	3 000	6 000	3 000
Beneficios, \$/año	20 000	29 000	30 000	35 000	30 000	35 000
Pérdidas, \$/año	500	1 500	1 000	0	5 000	1 000

Alternativas múltiples

9.30 A fin de controlar ligeramente las fumarolas de productos químicos utilizados en la irrigación, emitidos al entorno por una máquina mezcladora, puede usarse alguna de cuatro técnicas nuevas o continuar con el método actual. Los costos y beneficios estimados (en forma de disminuciones del costo por atención a la salud de los empleados) para cada método se presentan a continuación. Suponga que todos los métodos tienen una vida de 10 años, con un valor de rescate igual a 0, y determine cuál de ellos debe elegirse según el método B/C con una TMAR de 15% anual.

	Técnica			
	1	2	3	4
Costo instalado, \$	15 000	19 000	25 000	33 000
AOC, \$/año	10 000	12 000	9 000	11 000
Beneficios, \$/año	15 000	20 000	19 000	22 000

9.31 Utilice una hoja de cálculo para realizar el análisis B/C para las técnicas descritas en el problema 9.30, pero suponga que se trata de proyectos independientes. Los beneficios serían acumulativos si se usara más de una técnica, además del método actual.

9.32 La Water Service Authority de Dubai estudia cuatro calibres de tubería para una línea de conducción nueva. Los costos por kilómetro (\$/km) para cada calibre se dan en la tabla siguiente. Si se supone que todas las tuberías durarán 15 años y la TMAR es de 8% anual, ¿qué calibre debe seleccionarse, con base en el análisis B/C? Se considera al costo de instalación como parte del costo inicial?

	Calibre de tubería, milímetros			
	140	160	200	240
Costo del equipamiento inicial, \$/km	9 180	10 510	13 180	15 850
Costo de instalación, \$/km	600	800	1 400	1 500
Costo por usar, \$/km por año	6 000	5 800	5 200	4 900

9.33 El gobierno federal considera tres sitios para extracción de minerales en la Reserva Nacional de Vida Silvestre. Los flujos de efectivo (en millones) relacionados con cada sitio se muestran en seguida. Aplique el método B/C para determinar el lugar óptimo, si lo hay, si el periodo de extracción se limita a 5 años y la tasa de interés es de 10% anual.

	Sitio A	Sitio B	Sitio C
Costo inicial, \$	50	90	200
Costo anual, \$/año	3	4	6
Beneficios anuales, \$/año	20	29	61
Contrabeneficios anuales, \$/año	0.5	1.5	2.1

9.34 En un país asiático, durante los últimos meses se han propuesto siete diseños diferentes de puentes de cuota y se han elaborado estimaciones para conectar con el continente un complejo hotelero ubicado en una isla.

Ubicación	Costo de construcción, \$ en millones	Excedente de las cuotas anuales sobre los gastos, \$100 000
A	14	4.0
B	8	6.1
C	22	10.8
D	9	8.0
E	12	7.5
F	6	3.9
G	18	9.3

Se ha constituido una sociedad pública-privada y el banco nacional financiaría con una tasa de 4% anual. Se espera que cada puente tenga una vida útil muy larga. Use el análisis B/C para responder las preguntas que siguen. Resuelva el problema con una hoja de cálculo o con lápiz y papel.

- Si debe seleccionarse un puente, determine cuál es el mejor económicamente.
- Un banco internacional ha ofrecido financiamiento para un máximo de dos

puentes adicionales, ya que se estima que el tránsito y el comercio entre la isla y el continente se incrementaría en forma significativa. Por economía, determine cuáles son los tres mejores diseños si no existiera restricción en el presupuesto para los fines de este análisis.

- 9.35** Tres alternativas identificadas como X, Y y Z se evaluaron con el método B/C. La analista Joyce calculó los valores B/C en 0.92, 1.34 y 1.29. Las alternativas se listan en orden de costos equivalentes totales crecientes. Ella no está segura de la necesidad de un análisis incremental.

- a) ¿Qué piensa usted? Si no se requiere un análisis incremental, ¿por qué es así?; si se requiere, ¿qué alternativas deben compararse desde una perspectiva incremental?
- b) ¿Para qué tipo de proyectos nunca es necesario un análisis incremental? Si X, Y y Z representan este tipo de proyectos, ¿qué alternativas se eligen para los valores B/C calculados?

- 9.36** Las cuatro alternativas mutuamente excluyentes que aparecen abajo se comparan con el método B/C. ¿Qué alternativa, si la hay, debe elegirse?

Alternativa	Inversión inicial (millones de \$)	Razón B/C	B/C incremental cuando se le compara con la alternativa			
			J	K	L	M
J	20	1.10	—			
K	25	0.96	0.40	—		
L	33	1.22	1.42	2.14	—	
M	45	0.89	0.72	0.80	0.08	—

- 9.37** La ciudad de Ocean View (California) evalúa varias propuestas relacionadas con el desecho de llantas usadas. Todas las propuestas incluyen el proceso de trituración, pero los cargos del servicio y el manejo de los desperdicios de la llanta difieren en cada

plan. Se dio inicio a un análisis B/C incremental, pero el ingeniero que llevaba a cabo el estudio se fue recientemente. a) Llene los espacios en la parte de la tabla correspondiente al B/C incremental. b) ¿Qué alternativa debería elegirse?

Alternativa	Inversión inicial (millones de \$)	Razón B/C	B/C incremental cuando se le compara con la alternativa			
			P	Q	R	S
P	10	1.1	—	2.83		
Q	40	2.4	2.83	—		
R	50	1.4			—	
S	80	1.5				—

PROBLEMAS DE REPASO FI

9.38 Cuando se lleva a cabo un análisis B/C:

- a) Los beneficios y los costos deben expresarse en términos de sus valores presentes.
- b) Los beneficios y los costos deben expresarse en términos de sus valores anuales.
- c) Los beneficios y los costos deben expresarse en términos de sus valores futuros.
- d) Los beneficios y los costos pueden expresarse en términos de VP, VA o VF.

9.39 En una razón B/C convencional,

- a) Los contrabeneficios y los costos de mantenimiento y operación se restan de los beneficios.
- b) Los contrabeneficios se restan de los beneficios y los costos de mantenimiento y operación se suman a los costos.
- c) Los contrabeneficios y los costos de mantenimiento y operación se suman a los costos.
- d) Los contrabeneficios se suman a los costos y los costos de mantenimiento y operación se restan de los beneficios.

9.40 En el análisis modificado B/C:

- a) Las pérdidas y costos de M&O se restan de los beneficios.
- b) Las pérdidas se restan de los beneficios y los costos de M&O se suman a los costos.
- c) Las pérdidas y costos de M&O se suman a los costos.
- d) Las pérdidas se suman a los costos y los costos de M&O se restan de los beneficios.

9.41 Cierta alternativa tiene los siguientes flujos de efectivo: beneficios = \$60 000 anuales, pérdidas = \$17 000 por año, y costos = \$35 000 anuales. La razón B/C es lo más cercano a:

- a) 0.92
- b) 0.96
- c) 1.23
- d) 2.00

9.42 En la evaluación de tres alternativas mutuamente excluyentes por medio del método B/C, las alternativas se ordenaron en términos del costo total equivalente creciente (A, B y C, respectivamente), y se obtuvieron los siguientes resultados para las razones B/C: 1.1, 0.9 y 1.3. Sobre la base de estos resultados, usted debería:

- a) Elegir A.
- b) Elegir C.
- c) Elegir A y C.
- d) Comparar A y C desde un punto de vista incremental.

9.43 Se evalúan cuatro proyectos independientes, con el empleo de razones B/C, las cuales son las siguientes:

Proyecto	A	B	C	D
Razón B/C	0.71	1.29	1.07	2.03

Con base en estos resultados, se debe

- a) Rechazar los proyectos B y C.
- b) Seleccionar únicamente el proyecto D.
- c) Rechazar solamente el proyecto A
- d) Comparar los proyectos B, C y D, en forma incremental

9.44 Si dos alternativas mutuamente excluyentes tienen razones B/C de 1.5 y 1.4 para las alternativas de costo inicial menor y de costo inicial mayor, respectivamente:

- a) La razón B/C sobre el incremento entre ellas es mayor que 1.4.
- b) La razón B/C sobre el incremento entre ellas se encuentra entre 1.4 y 1.5.
- c) La razón B/C sobre el incremento entre ellas es menor que 1.4.
- d) La alternativa de menor costo es la mejor.

EJERCICIO AMPLIADO

COSTOS PARA PROPORCIONAR UN SERVICIO
DE CAMIÓN DE BOMBEROS CONTRA INCENDIOS

Durante muchos años, la Ciudad de Medford ha pagado a una ciudad vecina (Brewster) por el uso de su camión de bomberos cuando lo ha requerido. Los cargos de los últimos años han sido de \$1 000 por evento, cuando el camión de bomberos sólo se envía a un sitio de Medford, y de \$3 000 cada vez que el camión se activa. No se ha cobrado ninguna comisión anual. Con la aprobación del jefe de servicios municipales de Brewster, el nuevo jefe de bomberos contratado presentó un costo considerablemente mayor al jefe de bomberos de Medford por el uso del camión de bomberos:

Comisión fija anual	\$30 000 con comisiones a 5 años pagadas por adelantado (ahora)
Comisión de envío	\$3 000 por evento
Comisión de activación	\$8 000 por evento

El jefe de bomberos de Medford ha diseñado una alternativa para comprar un camión de bomberos con las siguientes estimaciones de costos para el camión y la ampliación de la estación de bomberos para guardarlo:

Camión:	
Costo inicial	\$850 000
Vida	15 años
Costo por envío	\$2 000 por evento
Costo por activación	\$7 000 por evento
Construcción:	
Costo inicial	\$500 000
Vida	50 años

El jefe también recopiló datos de un estudio concluido el año pasado y los actualizó. El estudio incluía el cálculo de las reducciones de la prima de seguro y de las pérdidas de propiedad que la ciudadanía experimentó teniendo a su disposición un camión de bomberos. Los ahorros pasados y los cálculos actuales, si Medford tuviera su propio camión para responder con mayor rapidez, son los siguientes:

	Promedio en el pasado	Cálculo si se posee el camión
Rebaja en la prima de seguro, \$/año	100 000	200 000
Disminución de la pérdida de propiedad, \$/año	300 000	400 000

Además, el jefe de bomberos de Medford obtuvo el número promedio de eventos para los 3 últimos años y determinó el futuro uso del camión de bomberos. Cree que ha habido cierta renuencia a llamar al camión desde Brewster en el pasado.

	Promedio en el pasado	Cálculo si se posee el camión
Número de envíos por año	10	15
Número de activaciones por año	3	5

Debe aceptarse el nuevo esquema de costo o comprarse un camión. La opción de no contar con servicio de camión de bomberos no es aceptable. Medford tiene una buena puntuación por sus bonos; para todos los propósitos se utiliza una tasa de descuento de 6% anual.

Preguntas

Utilice una hoja de cálculo para llevar a cabo lo siguiente:

1. Efectúe una evaluación B/C incremental para determinar si Medford debería comprar un camión de bomberos.
2. Varios de los nuevos miembros del consejo de la ciudad están “furiosos” por la nueva comisión anual y el esquema de costos. Sin embargo, no desean ampliar la capacidad de la estación de bomberos o poseer un camión de bomberos que apenas se utilizará un promedio de 20 veces al año. Ellos creen que se puede convencer a Brewster para que reduzca o elimine la comisión anual de \$30 000. ¿Cuánto debe reducirse la comisión anual para que se rechace la alternativa de la compra del camión de bomberos?
3. Otro miembro del consejo está dispuesto a pagar la comisión anual, aunque desea saber cuánto puede cambiar el costo de \$500 000 de la construcción con la finalidad de que las alternativas sean igualmente atractivas. Determine este costo inicial para la construcción.
4. Finalmente, una propuesta de acuerdo mutuo ofrecida por el alcalde de Medford podría ser aceptable a Brewster. Reduzca la comisión anual un 50% y los cargos por evento al mismo monto que el jefe de bomberos de Medford calcula que costará poseer el camión. Medford posiblemente ajuste (si parece razonable) la suma de reducción de la prima de seguro y los cálculos de reducción por pérdidas de propiedad, para hacer el acuerdo con Brewster más atractivo que el hecho de poseer el camión. Determine esta suma (para los cálculos de la rebaja de la prima y de las pérdidas de propiedad). ¿Parece esta suma adecuada respecto de los cálculos anteriores?

ESTUDIO DE CASO

ALUMBRADO DE CARRETERAS

Introducción

Ciertos estudios han demostrado que un número desproporcionado de accidentes de tráfico en carretera ocurren durante la noche. Existen algunas posibles explicaciones a este fenómeno, una de las cuales podría ser la escasa visibilidad. En un esfuerzo por determinar si el alumbrado en las carreteras brindaría beneficios económicos al reducir los accidentes nocturnos, se recopilaron datos referentes a las tasas de frecuencia de accidentes en tramos de ciertas carreteras con alumbrado y sin él. El caso que nos ocupa constituye un análisis de parte de esos datos.

Antecedentes

La Administración Federal de Carreteras (AFC) asigna valores a los accidentes dependiendo de la gravedad del choque. Existen categorías de accidentes, la más severa de las cuales es la mortal. El costo de un accidente mortal se calcula en \$2.8 millones. El tipo más común de accidente no es mortal ni deja lesionados, y sólo implica daños a la propiedad. El costo de este tipo

de accidente se valúa en \$4 500. La forma ideal de determinar si la iluminación reduce los accidentes de tráfico es a través de estudios antes y después en un tramo de carretera. Sin embargo, esta clase de información no se encuentra disponible fácilmente, por lo que es necesario emplear otros métodos. Uno de ellos compara las tasas de accidentes de noche con los que ocurren durante el día en carreteras iluminadas y no iluminadas. Si las luces son benéficas, el índice de accidentes nocturnos con respecto a los diurnos será inferior en el tramo iluminado que en el tramo no iluminado. Si existe una diferencia, la menor tasa de accidentes puede traducirse en beneficios comparables con el costo de la iluminación para determinar su viabilidad económica. El siguiente análisis aplica esta técnica.

Análisis económico

A continuación aparecen los resultados de un estudio específico realizado durante un periodo de 5 años. Para ilustrarlo, en este ejemplo se tomará en cuenta exclusivamente la categoría de daños a la propiedad.

Tasas de accidentes en carreteras iluminadas y no iluminadas

Tipo de accidente	No iluminada		Iluminada	
	Día	Noche	Día	Noche
Mortal	3	5	4	7
Incapacitante	10	6	28	22
Evidente	58	20	207	118
Posible	90	35	384	161
Daños a la propiedad	379	199	2 069	839
Totales	540	265	2 697	1 147

Fuente: Michael Griffin, “Comparison of the Safety of Lighting Options on Urban Freeways”, *Public Roads*, 58, otoño de 1994, pp. 8-15.

La razón entre los accidentes nocturnos y los diurnos, los cuales incluyen daños a la propiedad en tramos de carreteras no iluminadas e iluminadas, es de $199/379 = 0.525$ y $839/2\,069 = 0.406$, respectivamente. Tales resultados indican que la iluminación fue benéfica.

Para cuantificar el beneficio, se aplicará la razón de la tasa de accidentes del tramo no iluminado sobre la tasa del tramo iluminado. Esto arrojará el número de accidentes que se evitaron. Por lo tanto, habrían ocurrido $(2\,069)(0.525) = 1\,086$ accidentes en lugar de 839 si

no hubiera existido iluminación en la carretera. La diferencia es de 247 accidentes. A un costo de \$4 500 por accidente, esto resulta en un beneficio neto de:

$$B = (247)(\$4\,500) = \$1\,111\,500$$

Para determinar el costo de la iluminación, se supondrá que los postes de luz son postes centrales separados una distancia de 67 metros entre sí con dos lámparas cada uno, que las lámparas son de 400 watts y que el costo de instalación es de \$3 500 por poste. Tomando en cuenta el hecho de que esta información se reunió para 87.8 kilómetros (54.5 millas) de carretera iluminada, el costo de instalación de la iluminación es:

$$\begin{aligned}\text{Costo de instalación} &= \$3\,500 \left(\frac{87.8}{0.067} \right) \\ &= 3\,500(1\,310.4) \\ &= \$4\,586\,400\end{aligned}$$

El costo anual de la energía para 1 310 postes es
Costo anual de la energía

$$\begin{aligned}&= 1\,310 \text{ postes}(2 \text{ lámparas/poste})(0.4 \text{ kilowatt/lámpara}) \\ &\quad \times (12 \text{ horas/día})(365 \text{ días/año}) \\ &\quad \times (\$0.08/\text{kilowatt-hora}) \\ &= \$367\,219 \text{ anuales}\end{aligned}$$

Esta información se recabó durante un periodo de 5 años. Por lo tanto, el costo anualizado (C) para $i = 6\%$ anual es:

$$\begin{aligned}\text{Costo anual total} &= \$4\,586\,400(A/P, 6\%, 5) \\ &\quad + 367\,219 \\ &= \$1\,456\,030\end{aligned}$$

La razón B/C es:

$$B/C = \frac{\$1\,111\,500}{\$1\,456\,030} = 0.76$$

Puesto que $B/C < 1$, el alumbrado no se justifica exclusivamente sobre la base de los daños a la propiedad. Con el objetivo de tomar una determinación final sobre la viabilidad económica del alumbrado es obvio que tendrían que considerarse los beneficios asociados con las demás categorías de accidentes.

Ejercicios del estudio de caso

1. ¿Cuál sería la razón B/C si los postes de luz se encontraran separados el doble de la distancia antes indicada?
2. ¿Cuál es la razón de los accidentes mortales nocturnos con respecto a los diurnos?
3. ¿Cuál sería la razón B/C si el costo de instalación fuera de sólo \$2 500 por poste?
4. ¿Cuántos accidentes se evitarían en el tramo no iluminado de la carretera si ésta estuviera iluminada? Considere sólo la categoría de daños a la propiedad.
5. Utilizando exclusivamente la categoría de daños a la propiedad, ¿cuál debería ser la razón de los accidentes nocturnos con la carretera iluminada con respecto a los diurnos, con la finalidad de justificar económicamente el alumbrado?

10

CAPÍTULO

Toma de decisiones: método, TMAR y atributos múltiples

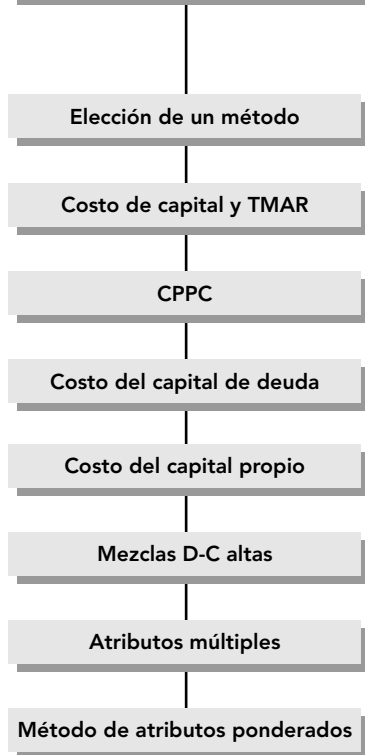
Este capítulo amplía las posibilidades de un estudio de ingeniería económica. Aquí ya no se especifican algunos de los elementos fundamentales señalados en capítulos anteriores. Como resultado, se omiten muchos de los aspectos del libro que eran evidentes en capítulos anteriores; así, esto nos permite abordar las situaciones reales más complejas que se presentan en la práctica profesional y en la toma de decisiones.

En los capítulos previos, el método para evaluar un proyecto o comparar alternativas se definía, o se hacía evidente, a partir del contexto mismo del problema. Además, cuando se aplicaba cualquier método se daba por conocida la TMAR. Finalmente, sólo una dimensión o atributo —el económico— constituía la base para juzgar la viabilidad económica de un proyecto, o la base para elegir entre dos o más alternativas. En este capítulo se analiza la determinación de los tres parámetros: método de evaluación, TMAR y atributos. Se desarrollan y ejemplifican las directrices y las técnicas para determinar cada uno de ellos.

El estudio de caso analiza la mejor forma de obtener un equilibrio entre el financiamiento a través de deuda y de capital propio, utilizando un análisis basado en la TMAR.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Objetivo general: elegir un método y una TMAR adecuados para comparar alternativas desde un punto de vista económico, y utilizando atributos múltiples.



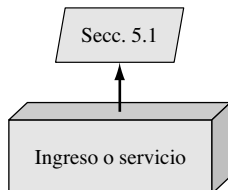
Este capítulo ayudará al lector a:

1. Elegir un método adecuado para comparar alternativas mutuamente excluyentes.
2. Describir el costo del capital y su relación con la TMAR, considerando las razones de variación de la TMAR.
3. Entender la mezcla deuda-capital propio y calcular el costo promedio ponderado de capital (CPPC).
4. Estimar el costo del capital de deuda.
5. Calcular el costo del capital propio y explicar cómo se compara éste con el CPPC y la TMAR.
6. Explicar la relación del riesgo de las empresas con las mezclas deuda-capital propio.
7. Identificar y desarrollar factores de ponderación para los atributos múltiples utilizados en la elección de alternativas.
8. Aplicar el método de atributos ponderados para la toma de decisiones de atributos múltiples.

10.1 COMPARACIÓN DE ALTERNATIVAS MUTUAMENTE EXCLUYENTES CON DIFERENTES MÉTODOS DE EVALUACIÓN

En los cinco capítulos anteriores, se analizaron diferentes técnicas de evaluación equivalentes. Cualquier método (VP, VA, VF, TR o B/C) sirve para elegir una alternativa entre varias y obtener la misma respuesta correcta. Sólo se requiere un método para llevar a cabo el análisis de ingeniería económica, ya que cualquier método aplicado correctamente permite elegir la misma alternativa. Además, disponemos de información diversa sobre una alternativa con cada diferente método. La elección de un método y su aplicación correcta llega a resultar confusa.

La tabla 10.1 ofrece un método de evaluación recomendable para diferentes situaciones, en caso de que éste no sea especificado en el salón de clases o en la práctica profesional. Los criterios fundamentales para elegir un método son la rapidez y facilidad de llevar a cabo el análisis. A continuación se interpretan las entradas de cada columna.



Periodo de evaluación: La mayoría de las alternativas del sector privado (ingresos y servicios) se comparan a lo largo de sus vidas estimadas iguales o diferentes, o durante un periodo específico. Los proyectos del sector público por lo general se evalúan utilizando la razón B/C y, por lo común tienen vidas largas que pueden considerarse infinitas para fines del cálculo económico.

TABLA 10.1 Método recomendado para comparar alternativas mutuamente excluyentes siempre y cuando el método no haya sido preestablecido

Periodo de evaluación	Tipo de alternativas	Método recomendado	Serie a evaluar
Vidas iguales de alternativas	Ingreso o servicio	VA o VP	Flujos de efectivo
	Sector público	B/C, basado en VA o VP	Flujos de efectivo incrementales
Vidas desiguales de alternativas	Ingreso o servicio	VA	Flujos de efectivo
	Sector público	B/C, basado en VA	Flujos de efectivo incrementales
Periodo de estudio	Ingreso o servicio	VA o VP	Flujos de efectivo actualizados
	Sector público	B/C, basado en VA o VP	Flujos de efectivo incrementales actualizados
Larga a infinita	Ingreso o servicio	VA o VP	Flujos de efectivo
	Sector público	B/C, basado en VA	Flujos de efectivo incrementales

Tipo de alternativas: Las alternativas del sector privado tienen estimaciones de flujos de efectivo basadas en ingresos (incluyen ingresos y estimaciones de costos) o basadas en servicios (sólo incluyen estimaciones de costos). Para las alternativas de servicios, se supone que la serie de flujo de efectivo de ingresos es igual para todas las alternativas.

Método recomendado: Ya sea que un análisis se lleve a cabo a mano o por computadora, el método recomendado en la tabla 10.1 permitirá elegir adecuadamente una alternativa de entre 2 o más, tan rápidamente como sea posible. Cualquier otro método se puede aplicar en lo sucesivo para obtener información adicional y, si es necesario, verificar la elección. Por ejemplo, si las vidas son diferentes y se necesita la tasa de rendimiento, es mejor aplicar primero el método VA a la TMAR y luego determinar i^* de la alternativa elegida, utilizando la misma fórmula para VA, donde i es la incógnita.

Serie por evaluar: La serie estimada de flujos de efectivo para una alternativa y la serie incremental entre 2 alternativas constituyen las únicas 2 opciones para la evaluación del valor anual o presente. El análisis mediante hoja de cálculo, implica que se aplican las funciones VPN o VP (para el valor presente) o la función PAGO (para el valor anual). La palabra *actualizado* se añade como recordatorio de que un análisis de periodo de estudio requiere que los cálculos de flujos de efectivo (en particular de los valores de salvamento y de mercado) se vuelvan a examinar y a actualizar antes de que se lleve a cabo el análisis.

Una vez elegido el método de evaluación, debe seguirse un procedimiento específico. Estos procedimientos fueron los temas principales de los últimos 5 capítulos. La tabla 10.2 resume los elementos importantes del procedimiento para cada método: VP, VA, TR y B/C. El VF se incluye como extensión del VP. A continuación indicamos el significado de las entradas de la tabla 10.2.

Relación de equivalencia: La ecuación fundamental para llevar a cabo cualquier análisis es una ecuación de VP o de VA. La fórmula del costo capitalizado (CC) es una ecuación de VP para una vida a perpetuidad, y la relación de VF probablemente se determine a partir del valor equivalente de VP. Además, como se analizó en el capítulo 6, VA es sencillamente VP multiplicado por el factor A/P correspondiente al MCM de sus vidas.

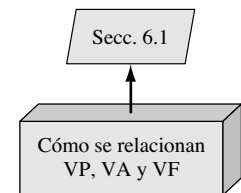
Vidas de las alternativas y periodo para el análisis: La duración de una evaluación (el valor n) siempre será uno de los siguientes factores: vidas iguales de las alternativas, MCM de vidas diferentes, periodo de estudio especificado, o infinito si las vidas son muy prolongadas.

El análisis de VP siempre requiere el MCM de todas las alternativas.

Los métodos de TR y B/C incrementales requieren del MCM de las dos alternativas comparadas.

El método de VA permite un análisis sobre las respectivas vidas de las alternativas.

La única excepción es para el método de TR para alternativas de vida diferente utilizando una relación VA para *flujos de efectivo incrementales*. Se debe



utilizar el MCM de dos alternativas comparadas. Esto equivale a utilizar una relación VA para los *flujos de efectivo reales* sobre las vidas respectivas. Ambos enfoques determinan la tasa incremental de rendimiento Δi^* .

Serie por evaluar: Se utiliza ya sea la serie de flujo de efectivo estimado o la serie incremental para calcular el valor de VP, el valor de VA y el valor i^* , o bien, la razón B/C.

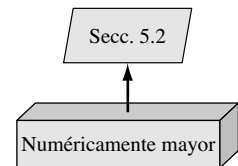
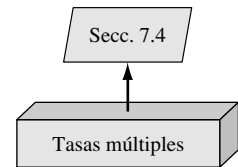
TABLA 10.2 Características de un análisis económico de alternativas mutuamente excluyentes una vez determinado el método de evaluación

Método de evaluación	Relación de equivalencia	Vidas de las alternativas	Periodo de estudio para el análisis	Serie por evaluar	Tasa de rendimiento; tasa de interés	Directriz de decisión: elección*
Valor presente	VP	Igual	Vidas	Flujos de efectivo	TMAR	VP numéricamente mayor
	VP	Diferentes	MCM	Flujos de efectivo	TMAR	VP numéricamente mayor
	VP	Periodo de estudio	Periodo de estudio	Flujos de efectivo actualizados	TMAR	VP numéricamente mayor
	CC	De grande a infinito	Infinito	Flujos de efectivo	TMAR	CC numéricamente mayor
Valor futuro	VF	Lo mismo que para valor presente en vidas iguales, vidas diferentes y periodo de estudio				VF numéricamente mayor
Valor anual	VA	Igual o diferentes	Vidas	Flujos de efectivo	TMAR	VA numéricamente mayor
	VA	Periodo de estudio	Periodo de estudio	Flujos de efectivo actualizados	TMAR	VA numéricamente mayor
	VA	De grande a infinito	Infinito	Flujos de efectivo	TMAR	VA numéricamente mayor
Tasa de rendimiento	VP o VA	Igual	Vidas	Flujos de efectivo incrementales	Calcular Δi^*	Última $\Delta i^* \geq$ TMAR
	VP o VA	Diferente	MCM del par	Flujos de efectivo incrementales	Calcular Δi^*	Última $\Delta i^* \geq$ TMAR
	VA	Diferente	Vidas	Flujos de efectivo	Calcular Δi^*	Última $\Delta i^* \geq$ TMAR
	VP o VA	Periodo de estudio	Periodo de estudio	Flujos de efectivo actualizados incrementales	Calcular Δi^*	Última $\Delta i^* \geq$ TMAR
Beneficio/costo	VP	Igual o diferente	MCM de pares	Flujos de efectivo incrementales	Tasa de descuento	Última $\Delta B/C \geq 1.0$
	VA	Igual o diferente	Vidas	Flujos de efectivo incrementales	Tasa de descuento	Última $\Delta B/C \geq 1.0$
	VA o VP	De grande a infinita	Infinito	Flujos de efectivo incrementales	Tasa de descuento	Última $\Delta B/C \geq 1.0$

*Costo equivalente mínimo o ingreso equivalente máximo.

Tasa de rendimiento (tasa de interés): El valor de la TMAR debe establecerse para completar el método VP, VF o VA, lo cual también es correcto con la tasa de descuento para las alternativas del sector público analizadas por medio de la razón B/C. El método de TR requiere la determinación de la tasa incremental para elegir una alternativa. Aquí es donde surge el dilema de tasas múltiples, si las pruebas de los signos indican que no necesariamente existe una raíz real única para una serie no convencional.

Directriz de decisión: La elección de una alternativa se consigue utilizando la directriz general de la última columna de la derecha. Siempre debe elegirse la alternativa con el *mayor valor numérico de VP, VF o VA*; esto es correcto en el caso de las alternativas de ingresos y de servicios. Los métodos de flujo de efectivo incremental (TR y B/C) requieren la elección de la alternativa del mayor costo inicial y justificada, desde una perspectiva incremental, siempre y cuando ésta se justifique frente a una alternativa justificada por sí misma. Esto significa que la i^* incremental excede a la TMAR, o que la razón B/C incremental es mayor que 1.0.



EJEMPLO 10.1

Lea el enunciado del problema de los siguientes ejemplos, haciendo caso omiso del método de evaluación utilizado en el ejemplo. Determine qué método de evaluación probablemente sea el más rápido y fácil de aplicar para elegir entre 2 o más alternativas: a) 8.6, b) 6.5, c) 5.6, d) 5.12.

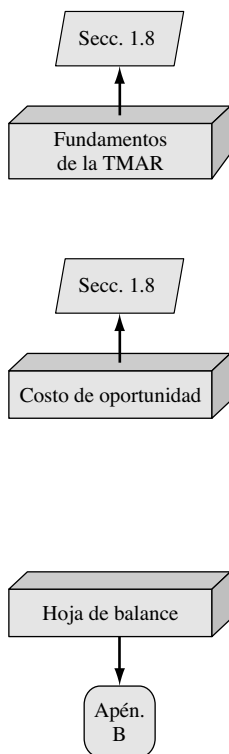
Solución

De acuerdo con el contenido de la tabla 10.1, los siguientes métodos deberían aplicarse primero.

- El ejemplo 8.6 se refiere a cuatro alternativas de ingresos con vidas iguales. Utilice el valor VA o VP a la TMAR de 10%. (El método de TR incremental se aplicó en el ejemplo.)
- El ejemplo 6.5 requiere la elección entre dos alternativas del sector público con vidas diferentes, una de las cuales es muy prolongada. La razón B/C de los valores VA es la mejor elección. (Así se resolvió el problema.)
- Como el ejemplo 5.6 implica dos alternativas de servicios, una de las cuales tiene una vida prolongada, se puede utilizar ya sea VA o VP. Puesto que una vida es larga, el costo capitalizado, como extensión del método VP, es mejor en este caso. (Es el método que se aplicó en el ejemplo.)
- En el ejemplo 5.12 se encuentran presentes vidas considerablemente diferentes para dos alternativas de servicios. En este caso, el método VA es la elección adecuada. (Se utilizó el método de VP sobre el MCM.)

10.2 TMAR EN RELACIÓN AL COSTO DEL CAPITAL

El valor de la TMAR utilizado en la evaluación de alternativas constituye uno de los parámetros más importantes de un estudio. En el capítulo 1, la TMAR se describió con respecto a los costos ponderados de deuda y de capital propio. Esta sección



y las siguientes cuatro explican cómo establecer una TMAR bajo condiciones variables.

Para sentar las bases de una TMAR realista, inicialmente se calcula por separado el costo de cada tipo de financiamiento de capital y, enseguida, se pondera la proporción entre fuentes de deuda y de capital, para calcular la tasa de interés promedio pagada por el capital de inversión. Este porcentaje recibe el nombre de *costo de capital*. Después se fija la TMAR con respecto a éste. Además, la salud financiera de la empresa, los rendimientos esperados sobre el capital invertido y muchos otros factores se consideran una vez que la TMAR se establece. Si no se establece ninguna, la TMAR *de facto* queda establecida por las estimaciones de flujos de efectivo neto del proyecto y la disponibilidad de los fondos de capital. Es decir, en realidad la TMAR es el *costo de oportunidad*, el cual es la i^* del primer proyecto rechazado debido a la no disponibilidad de fondos.

Antes de analizar el costo del capital, repasemos las dos fuentes principales de capital.

El capital de deuda representa el préstamo que se obtiene fuera de la empresa, cuyo principal se reintegra a una tasa de interés establecida de acuerdo con un calendario específico. El financiamiento de la deuda incluye la obtención de un préstamo a través de *bonos, préstamos e hipotecas*. El prestamista no participa de los rendimientos que resultan de la utilización de los fondos de la deuda; aunque existe el riesgo de que el prestatario no cubra parte o el total de los fondos obtenidos en préstamo. El saldo pendiente del financiamiento por deuda se indica en la sección de pasivos del balance general de la empresa.

El capital patrimonial es el dinero de la empresa compuesto por los fondos de los propietarios y las utilidades conservadas. Los fondos de los propietarios, además, se clasifican como comunes y productos de acciones preferentes o capital de los propietarios para una empresa privada (sin emisión de acciones). Las utilidades conservadas son fondos retenidos anteriormente en la empresa para la inversión del capital. El monto del capital propio se indica en la sección de valores netos del balance general de la empresa.

Para ilustrar la relación que existe entre el costo del capital y la TMAR, suponga que el proyecto de un sistema computacional se financiará completamente con la emisión de bonos por \$5 000 000 (100% del financiamiento de la deuda), y considere que la tasa de dividendos de los bonos es 8%. Por lo tanto, el costo del capital de deuda es 8%, como lo indica la figura 10.1. Este 8% es el mínimo para la TMAR. La gerencia puede aumentar esta TMAR en incrementos que reflejen su deseo de obtener rendimientos adicionales y su percepción del riesgo. Por ejemplo, la gerencia puede añadir una cantidad a todas las asignaciones de capital en esta área. Suponga que esta cantidad es de 2%, que incrementa el rendimiento esperado a 10% (figura 10.1). Asimismo, si el riesgo relacionado con la inversión se considera suficientemente importante para garantizar la necesidad de un rendimiento adicional de 1%, la TMAR final es de 11%.

El enfoque recomendado no se rige por la lógica anterior. En cambio, el costo del capital (8% en este caso), debería establecer la TMAR. Luego, se determina el valor i^* a partir de los flujos de efectivo netos estimados. De acuerdo con este

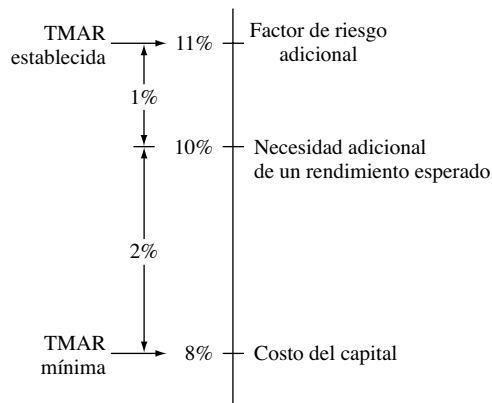


Figura 10.1
Relación fundamental
entre el costo del capital
y la TMAR utilizada en
la práctica.

enfoque, suponga que se estima que el sistema de computación genera rendimientos del 11%. Ahora se consideran las necesidades de rendimientos y los factores de riesgo adicionales para determinar si un 3% por encima de la TMAR de 8% es suficiente para justificar la inversión del capital. Después de estas consideraciones, si se rechaza el proyecto la TMAR efectiva es ahora 11%. Éste es el costo de oportunidad analizado anteriormente —la i^* del proyecto rechazado ha establecido la TMAR efectiva para alternativas de sistemas de computación a 11%, no a 8%—.

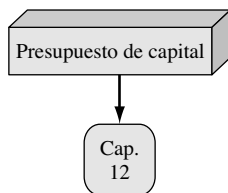
Establecer la TMAR en un estudio económico no constituye un proceso exacto. La mezcla de deuda y de capital patrimonial cambia con el tiempo y entre proyectos. Asimismo, la TMAR no es un valor fijo establecido en toda la empresa, sino que varía de acuerdo con los diferentes tipos de proyecto y oportunidades. Por ejemplo, una corporación puede utilizar una TMAR de 10% para evaluar la compra de activos (equipo, automóviles) y una TMAR de 20% para inversiones de expansión, tales como la compra de pequeñas empresas.

La TMAR efectiva varía de un proyecto a otro y a través del tiempo como resultado de factores como los siguientes:

Riesgo del proyecto. Cuando existe un riesgo mayor (potencial o real) asociado con determinados proyectos propuestos, la tendencia es establecer una TMAR más alta, que se estimula por un mayor costo de capital de deuda para proyectos que se consideran riesgosos. Esto normalmente significa que existe cierta preocupación porque el proyecto no cumpla con los requerimientos de ingresos planeados.

Oportunidad de inversión. Si la gerencia está decidida a invertir en determinada área, la TMAR debe reducirse con el propósito de estimular la inversión, con la esperanza de recuperar los ingresos perdidos en otras áreas. Tal reacción común a la oportunidad de inversión puede crear gran confusión, cuando las directrices para proponer una TMAR se aplican estrictamente. Entonces la flexibilidad cobra un papel muy importante.

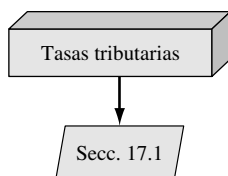
Estructura tributaria. Si los impuestos corporativos aumentan (como resultado de mayores utilidades, ganancias de capital, impuestos locales, etcétera), hay presión para incrementar la TMAR. La aplicación de un análisis después de



impuestos ayuda a eliminar esta razón para que exista una TMAR fluctuante, en virtud de que los gastos que acompañan al negocio tenderán a reducir los impuestos y los costos después de impuestos.

Capital limitado. Conforme el capital de deuda y el capital patrimonial se vuelven limitados, se incrementa la TMAR. Si la demanda de capital limitado excede la oferta, la TMAR llega a fijarse en un nivel aún más alto. El costo de oportunidad desempeña un papel importante en la determinación de la TMAR que se utiliza en realidad.

Tasas del mercado en otras corporaciones. Si la TMAR aumenta en otras empresas, en especial en competidoras, una compañía puede alterar su TMAR, elevándola como respuesta. Dichas variaciones a menudo se basan en cambios en las tasas de interés sobre préstamos, los cuales tienen un impacto directo en el costo del capital.



Si los detalles del análisis después de impuestos carecen de interés, pero los efectos de los impuestos sobre la renta son de importancia, la TMAR puede incrementarse incorporando una tasa de impuestos efectiva mediante la fórmula

$$\text{TMAR antes de impuestos} = \frac{\text{TMAR después de impuestos}}{1 - \text{tasa de impuestos}}$$

La tasa de impuestos efectiva o total, incluyendo los impuestos federales, estatales y locales, es de 30% a 50% para la mayoría de las corporaciones. Si se requiere una tasa de rendimiento después de impuestos de 10% y la tasa efectiva de impuestos es de 35%, la TMAR para el análisis económico antes de impuestos es de $10\% / (1 - 0.35) = 15.4\%$.

EJEMPLO 10.2

Dos gemelos, Carl y Christy, se graduaron hace ya algunos años de la universidad. Desde su graduación, Carl, un arquitecto, ha trabajado diseñando viviendas en Bulte Homes. Christy, una ingeniera civil, labora con Butler Industries en el área de partes estructurales y análisis. Ambos residen en Richmond, Virginia. Han inaugurado una red de comercio electrónico, a través de la cual los constructores del área de Virginia pueden adquirir sus planos *de viviendas* y materiales de construcción a precios mucho más bajos. Carl y Christy desean ampliarse y convertirse en una corporación regional de comercio electrónico. Fueron al Banco de América (BA) en Richmond con la finalidad de obtener un préstamo para desarrollo de negocios. Identifique algunos factores que podrían provocar que la tasa del préstamo varíe cuando el BA entregue el préstamo. Asimismo, señale el impacto sobre la TMAR establecida en el momento en que Carl y Christy tomen las decisiones económicas para sus negocios.

Solución

En todos los casos, la dirección de la tasa de préstamo y la TMAR serán las mismas. De acuerdo con los cinco factores antes señalados, algunas cuestiones relativas a la tasa del préstamo son las siguientes:

Riesgo del proyecto: La tasa del préstamo podría incrementarse si la construcción de viviendas se ha deprimido, lo cual disminuye la necesidad de conectarse con el e-comercio.

Oportunidad de inversión: La tasa podría incrementarse si otras empresas, que ofrecen servicios similares, ya han solicitado un préstamo en otras sucursales del BA, en la región o en el interior del país.

Impuestos: Si el estado eliminó recientemente los materiales para la construcción de viviendas de la lista de artículos sujetos a impuestos por ventas, la tasa podría bajar ligeramente.

Limitaciones de capital: Suponga que el equipo de cómputo y los derechos de *software* que poseen Carl y Christy se hayan comprado con sus propios recursos y que no hay préstamos pendientes. Si no hay capital patrimonial adicional para llevar a cabo esta expansión, debería reducirse la tasa del préstamo (capital de deuda).

Tasas de préstamos de mercado: La sucursal local del BA probablemente obtenga el dinero para sus préstamos de desarrollo de un gran consorcio nacional. Si aumentaron las tasas de préstamos de mercado para esta sucursal del BA, la tasa para este préstamo quizá se incrementará como consecuencia de que el dinero se está volviendo más *escaso*.

10.3 MEZCLA DEUDA-CAPITAL PROPIO Y COSTO PROMEDIO PONDERADO DEL CAPITAL

La *mezcla deuda-capital propio (D-C)* identifica los porcentajes de deuda y financiamiento de capital propio para una corporación. En una compañía con una mezcla de deuda-capital propio de 40-60, 40% de su capital proviene de fuentes de capital de deuda (bonos, préstamos e hipotecas) y 60% de fuentes patrimoniales (acciones y utilidades conservadas).

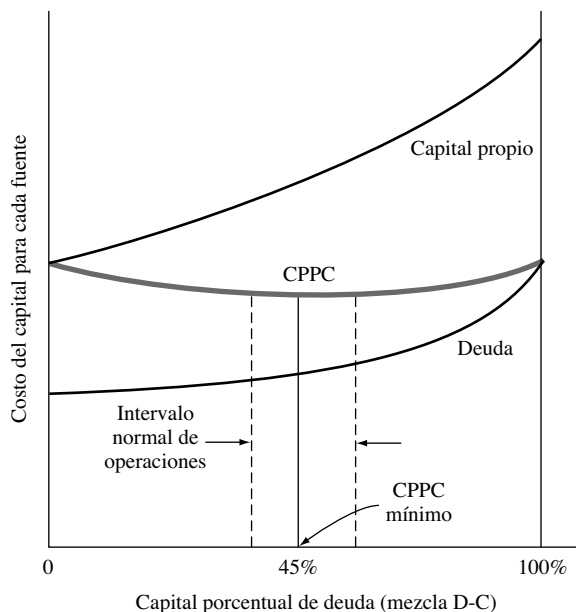
La mayoría de los proyectos se financian con una combinación de capital de deuda y patrimonial, que se hace disponible específicamente para el proyecto o se obtiene de los *fondos comunes* de una corporación. El *costo promedio ponderado de capital (CPPC)* de los fondos se calcula mediante las fracciones relativas, a partir de fuentes de deuda y capital propio. Si se conocen con exactitud, tales fracciones se utilizan para calcular el CPPC; de otra manera, se utilizan en la relación las fracciones históricas para cada fuente:

$$\text{CPPC} = (\text{fracción patrimonial})(\text{costo de capital patrimonial}) + (\text{fracción de deuda})(\text{costo de capital de deuda}) \quad [10.1]$$

Los dos términos de *costo* se expresan como porcentajes de tasas de interés.

En virtud de que prácticamente todas las corporaciones cuentan con una mezcla de fuentes de capital, el CPPC es un valor intermedio de los costos de capital de deuda y patrimonial. Si se conoce la fracción de cada tipo de financiamiento patrimonial —acciones comunes, acciones preferenciales y utilidades conservadas—, se amplía la ecuación [10.1].

Figura 10.2
Forma general de
distintas curvas de costo
de capital.



$$\begin{aligned}
 \text{CPPC} = & (\text{fracción de acciones comunes})(\text{costo de capital de acciones comunes}) \\
 & + (\text{fracción de acciones preferenciales})(\text{costo de capital de acciones preferenciales}) \\
 & + (\text{fracción de utilidades conservadas})(\text{costo de capital de utilidades conservadas}) \\
 & + (\text{fracción de deuda})(\text{costo de capital de deuda})
 \end{aligned}
 \quad [10.2]$$

La figura 10.2 indica la forma usual de las curvas de costo de capital. Si 100% del capital se obtiene de fuentes patrimoniales o de deuda, el CPPC iguala el costo del capital de dicha fuente de fondos. Prácticamente siempre hay una mezcla de fuentes de capital implícita en cualquier programa de capitalización. Como ilustración, la figura 10.2 indica un CPPC mínimo cerca de 45% de capital de deuda. La mayoría de las empresas operan en un intervalo de mezclas D-C. Por ejemplo, para algunas compañías un intervalo de 30% a 50% de financiamiento de deuda puede ser aceptable a los prestamistas, sin incrementos en riesgo o en TMAR. Sin embargo, otra empresa puede considerarse *riesgosa* con apenas 20% de capital de deuda. Hacen falta conocimientos sobre la habilidad de la gerencia, los proyectos actuales y la salud económica de la industria específica, para determinar un intervalo razonable de operaciones de la mezcla D-C en una compañía específica.

EJEMPLO 10.3

Un nuevo programa de ingeniería genética en Gentex requerirá \$10 millones de capital. El director general de finanzas ha calculado las siguientes cantidades de financiamiento a las tasas de interés indicadas:

Ventas de acciones comunes	\$5 millones a 13.7%
Uso de utilidades conservadas	\$2 millones a 8.9%
Financiamiento de deuda a través de bonos	\$3 millones a 7.5%

Desde siempre, Gentex ha financiado proyectos utilizando una mezcla D-C de 40% a partir de fuentes de deuda con un costo de 7.5%, y 60% de fuentes patrimoniales con un costo de 10.0%. Compárese el valor CPPC histórico con el programa de ingeniería actual.

Solución

Utilice la ecuación [10.1] para calcular el CPPC histórico.

$$\text{CPPC} = 0.6(10) + 0.4(7.5) = 9.0\%$$

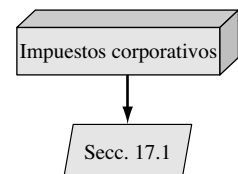
En el programa actual, el financiamiento patrimonial está conformado de 50% de acciones comunes (\$5 millones de \$10 millones), 20% de utilidades conservadas y el 30% restante de fuentes de deuda. Según la ecuación [10.2], el programa CPPC es más alto que el promedio histórico de 9%.

$$\begin{aligned}\text{CPPC} &= \text{parte de acciones} + \text{parte de utilidades conservadas} + \text{parte de deuda} \\ &= 0.5(13.7) + 0.2(8.9) + 0.3(7.5) = 10.88\%\end{aligned}$$

El valor del CPPC puede calcularse con valores antes de impuestos o después de impuestos, para el costo del capital. El método después de impuestos es el correcto, ya que el financiamiento de deuda cuenta con una ventaja tributaria diferente, según lo analizaremos en la siguiente sección. Las aproximaciones del costo del capital después de impuestos o antes de impuestos se realizan con una tasa de interés efectiva T_e en la ecuación

$$\text{Costo después de impuestos} = (\text{costo antes de impuestos})(1 - T_e) \quad [10.3]$$

La tasa de impuestos efectiva es una combinación de las tasas federal, estatal y local. Se han reducido a un solo número T_e para simplificar los cálculos. La ecuación [10.3] puede usarse para aproximar el costo del capital de deuda por separado, o insertado en la ecuación [10.1] para una tasa CPPC. El capítulo 17 trata en detalle el análisis económico de impuestos y después de impuestos.



10.4 DETERMINACIÓN DEL COSTO DEL CAPITAL DE DEUDA

El financiamiento de deuda incluye la obtención de créditos, principalmente a través de bonos y préstamos. En Estados Unidos, los pagos de intereses de bonos y de préstamos son deducibles de impuestos como un gasto corporativo. Esto reduce la base de ingresos gravables sobre la cual se calculan los impuestos, con el resultado final de que se pagan menos impuestos. Por lo tanto, el costo del capital de deuda se reduce como consecuencia de que hay un *ahorro en impuestos* anual igual al flujo de efectivo del gasto, multiplicado por la tasa de impuestos efectiva

T_e . Este ahorro en impuestos se resta del flujo de efectivo del gasto del capital de deuda, con el propósito de calcular el costo del capital de deuda. En forma de ecuación:

$$\begin{aligned}\text{Ahorro en impuestos} &= (\text{gastos})(\text{tasa de impuestos efectiva}) \\ &= \text{gastos } (T_e)\end{aligned}\quad [10.4]$$

$$\begin{aligned}\text{Flujo de efectivo neto} &= \text{gastos} - \text{ahorro en impuestos} \\ &= \text{gastos } (1 - T_e)\end{aligned}\quad [10.5]$$

Para determinar el costo del capital de deuda, se formula una ecuación de la serie de flujos de efectivo neto basada en VP o VA, donde i^* es la incógnita. Se calcula i^* a mano por ensayo y error, o por medio de las funciones TASA o TIR en una hoja de cálculo computacional. Éste es el costo porcentual del capital de deuda utilizado en el cálculo del CPPC en la ecuación [10.1].

EJEMPLO 10.4

AT&T generará \$5 millones en capital de deuda emitiendo cinco mil bonos de \$1 000 a 8% a 10 años. Si la tasa de impuestos efectiva de la compañía es de 50% y se descuenta 2% a los bonos para que se vendan rápido, calcule el costo de capital de deuda *a)* antes de impuestos y *b)* después de impuestos desde la perspectiva de la compañía. Obtenga las respuestas a mano y por computadora.

Solución a mano

- a)* Los dividendos del bono anual son de $\$1\,000(0.08) = \$80$, y el precio de venta descontando 2% es de \$980 ahora. De acuerdo con la perspectiva de la compañía, determine la i^* en la ecuación de VP:

$$0 = 980 - 80(P/A, i^*, 10) - 1\,000(P/F, i^*, 10)$$

$$i^* = 8.3\%$$

El costo antes de impuestos del capital de deuda es $i^* = 8.3\%$, que es ligeramente mayor que la tasa de interés del bono de 8%, como resultado del descuento de 2% en las ventas.

- b)* Con la posibilidad de reducir los impuestos mediante la deducción de los intereses del bono, la ecuación [10.4] muestra un ahorro en impuestos de $\$80(0.5) = \$40$ anuales. El monto de intereses del bono para la ecuación del VP es ahora de $\$80 - \$40 = \$40$. Despejando i^* después de impuestos el costo del capital de deuda se reduce casi a la mitad, 4.25%.

Solución con computadora

La figura 10.3 representa una hoja de cálculo para el análisis antes de impuestos (columna B) y después de impuestos (columna C), utilizando la función TIR. El flujo de efectivo neto después de impuestos se calcula con la ecuación [10.5], donde $T_e = 0.5$ (véase la etiqueta de la celda).



Microsoft Excel - Example 10.4

	A	B	C	D	E	F	G
1	Valor nominal del bono	Flujo de efectivo	Flujo de efectivo				
2	\$ 1,000	antes de impuestos	después de impuestos				
3	Año 0	\$ 980	\$ 980				
4	1	\$ (80)	\$ (40)				
5	2	\$ (80)	\$ (40)				
6	3	\$ (80)	\$ (40)				
7	4	\$ (80)	\$ (40)				
8	5	\$ (80)	\$ (40)				
9	6	\$ (80)	\$ (40)				
10	7	\$ (80)	\$ (40)				
11	8	\$ (80)	\$ (40)				
12	9	\$ (80)	\$ (40)				
13	10	\$ (1,080)	\$ (1,040)				
14							
15	Costo del capital de deuda	8.30%	4.25%				
16							
17							

Formulas shown in the image:

- Cell G15: $= -A2*0.08$
- Cell D4: $=B$4*(1-0.5)$
- Cell D15: $=IRR(C3:C13)$

Figura 10.3

Empleo de la función TIR para determinar el costo de capital de deuda antes de impuestos y después de impuestos (ejemplo 10.4).

EJEMPLO 10.5

La compañía Hershey comprará un activo por \$20 000 con 10 años de vida. Los directores de la empresa decidieron pagar \$10 000 y obtener \$10 000 en préstamo a una tasa de interés de 6%. El plan de pagos simplificado del préstamo consiste en \$600 de intereses anuales y el pago del total del principal de \$10 000 en el año 10. ¿Cuál es el costo después de impuestos del capital de deuda si la tasa de impuestos efectiva es de 42%?

Solución

El flujo de efectivo neto después de impuestos para los intereses sobre el préstamo de \$10 000 es una cantidad anual de $600(1 - 0.42) = \$348$ de acuerdo con la ecuación [10.5]. El reembolso del préstamo es de \$10 000 el año 10. El VP se utiliza para calcular un costo de capital de deuda de 3.48%.

$$0 = 10\,000 - 348(P/A, i^*, 10) - 10\,000(P/F, i^*, 10)$$

Comentario

Observe que 6% de interés anual sobre el préstamo de \$10 000 no es el CPPC, ya que 6% se paga exclusivamente sobre los fondos obtenidos en préstamo. Tampoco el CPPC es de 3.48%, puesto que sólo representa el costo del capital de deuda.

10.5 DETERMINACIÓN DEL COSTO DEL CAPITAL PATRIMONIAL (O SOCIAL) Y DE LA TMAR

El capital patrimonial generalmente se obtiene de las siguientes fuentes:

- Venta de acciones preferenciales
- Venta de acciones comunes
- Uso de las utilidades conservadas

El costo de cada tipo de financiamiento se calcula por separado y se incluye en el cálculo del CPPC. Aquí presentaremos un resumen de una de las formas más comúnmente aceptadas de calcular el costo de cada una de las fuentes de capital. Existen otros métodos para determinar el costo del capital patrimonial a través de las acciones comunes. *No hay ahorro en impuestos para el capital patrimonial, ya que los dividendos pagados a los accionistas no son deducibles de impuestos.*

La emisión de *acciones preferenciales* conlleva el compromiso de pagar un dividendo establecido anualmente. El costo del capital es el porcentaje establecido de los dividendos, por ejemplo, 10%, o el monto de los dividendos dividido entre el precio de la acción. Un dividendo de \$20 pagado sobre una acción de \$200 constituye un 10% del costo de capital patrimonial. Las acciones preferenciales pueden venderse con un descuento para agilizar su venta, en cuyo caso, los ingresos reales por venta de las acciones deben utilizarse como denominador. Por ejemplo, si una acción preferencial de dividendos del 10% con un valor de \$200 se vende, con un descuento de 5%, a cada \$190 por acción, hay un costo de capital patrimonial de $(\$20/\$190) \times 100\% = 10.53\%$.

El cálculo del costo del capital patrimonial para las *acciones comunes* es más complicado. Los dividendos pagados no constituyen una verdadera indicación del costo real de la emisión de bonos en el futuro. Por lo común, se utiliza un avalúo de la acción común para calcular el costo. Si R_e es el costo del capital patrimonial (en forma decimal):

$$R_e = \frac{\text{dividendo del primer año}}{\text{precio de la acción}} + \text{tasa de crecimiento esperada de los dividendos}$$

$$R_e = \frac{DV_1}{P} + g \quad [10.6]$$

La tasa de crecimiento g es una estimación del incremento anual en el rendimiento que los inversionistas reciben. En otras palabras, se trata de la tasa compuesta de crecimiento sobre los dividendos que la compañía considera que se requiere para atraer a los accionistas. Por ejemplo, suponga que una corporación multinacional

planea obtener capital a través de su filial en Estados Unidos para adquirir una nueva planta en Sudamérica, vendiendo acciones comunes por \$2 500 000, con un valor de \$20 cada una. Si se tiene planeado un dividendo de 5% o de \$1 para el primer año, y se anticipa un alza de 4% anual para futuros dividendos, el costo del capital para esta emisión de acciones comunes a partir de la ecuación [10.6] es de 9%.

$$R_e = \frac{1}{20} + 0.04 = 0.09$$

Por lo general, el costo de las *utilidades retenidas* o *conservadas* del capital patrimonial es igual al costo de las acciones comunes, ya que son los accionistas quienes obtendrán los rendimientos de los proyectos en que se invierten las utilidades conservadas.

Una vez calculado el costo del capital para todas las fuentes patrimoniales planeadas, el CPPC se calcula con la ecuación [10.2].

Un segundo método para calcular el costo del capital de acciones comunes es el *modelo de fijación de precios de activos de capital (MPAC)*. Como consecuencia de las fluctuaciones en los precios de las acciones y de los altos rendimientos que exigen algunas acciones de las corporaciones, en comparación con otras, esta técnica de valuación se aplica con bastante frecuencia. El costo del capital patrimonial proveniente de acciones comunes R_e , utilizando el MPAC, es:

$$\begin{aligned} R_e &= \text{rendimiento libre de riesgo} + \text{premio por encima del rendimiento libre de riesgo} \\ &= R_f + \beta(R_m - R_f) \end{aligned} \quad [10.7]$$

donde β = volatilidad de las acciones de una compañía respecto de otras acciones en el mercado (la norma es $\beta = 1.0$)

R_m = rendimiento sobre acciones en un portafolio de mercado medido a través de un índice preestablecido.

El término R_f es, por lo general, la tasa de referencia de bonos del Tesoro de Estados Unidos, ya que se considera una *inversión segura*. El término $(R_m - R_f)$ constituye el premio pagado sobre la tasa segura o libre de riesgo. El coeficiente β indica la forma en que se espera que las acciones varíen, en comparación con un portafolio elegido de acciones en la misma área general de mercado, comúnmente el índice “500” de acciones de Standard and Poor. Si $\beta < 1.0$, las acciones son menos volátiles, así que el premio resultante puede ser menor; cuando $\beta > 1.0$, se esperan mayores movimientos de precios, así que se incrementa el premio.

La palabra *títulos de valores* permite identificar una acción, un bono o cualquier otro instrumento que se utilice para desarrollar capital. Para entender mejor cómo funciona el MPAC, considere la figura 10.4. Ésta representa gráficamente la línea de títulos de valores del mercado, la cual constituye un ajuste lineal mediante un análisis de regresión, para indicar el rendimiento esperado para diferentes valores de β . Si $\beta = 0$, el rendimiento libre de riesgo, R_f , es aceptable (sin premio). Conforme β se incrementa, crece la necesidad de un rendimiento con premio. Los valores de beta se publican periódicamente para la mayoría de las corporaciones



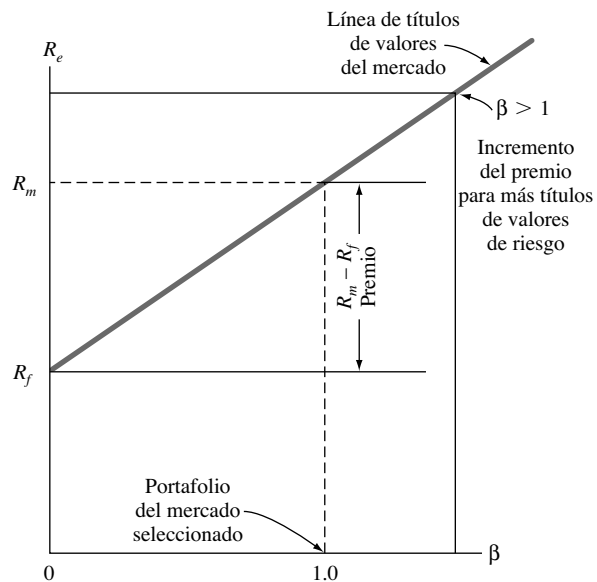


Figura 10.4
Rendimiento esperado sobre la emisión de acciones comunes utilizando el MPAC

emisoras de acciones. Una vez terminado, dicho costo estimado del capital patrimonial de acciones comunes puede incorporarse a los cálculos del CPPC de la ecuación [10.2].

EJEMPLO 10.6

El ingeniero de programas de control de SafeSoft, una corporación de servicios de la industria alimentaria, convenció al presidente para desarrollar una nueva tecnología de programas de computadora para garantizar la seguridad de carnes y alimentos. Se prevé que los procesos para preparar carnes pueden llevarse a cabo con mayor seguridad y rapidez utilizando un programa de control automatizado. Una emisión de acciones comunes constituye una posibilidad de incrementar el capital si el costo del capital patrimonial se encuentra debajo de 15%. SafeSoft, que desde siempre ha tenido un valor beta de 1.7, aplica el MPAC para determinar el premio de sus acciones, en comparación con otras corporaciones de programas de computadora. La línea de títulos de valores del mercado indica que se busca un premio de 5% por encima de la tasa libre de riesgo. Si los bonos del Tesoro de Estados Unidos pagan el 7%, calcule el costo del capital de acciones comunes.

Solución

El premio del 5% se encuentra representado por el término $(R_m - R_f)$ de la ecuación [10.7].

$$R_e = 4.0 + 1.7(5.0) = 12.5\%$$

Como este costo es menor que el 15%, SafeSoft debería utilizar alguna mezcla de financiamiento con deuda y con capital propio para realizar este nuevo proyecto de inversión.

En teoría, un estudio de ingeniería económica realizado adecuadamente utiliza una TMAR igual al costo del capital destinado a las alternativas específicas en el estudio. Por supuesto, se desconoce tal detalle. En una combinación de capital de deuda y capital propio, el CPPC calculado fija el valor mínimo para la TMAR. El enfoque más razonable consiste en fijar la TMAR entre el costo del capital patrimonial y el CPPC de la corporación. Los riesgos inherentes a una alternativa deberían analizarse por separado a partir de la determinación de la TMAR, como se señaló antes. Esto concuerda con la directriz que indica que la TMAR no debería incrementarse arbitrariamente, con el objetivo de tomar en cuenta los diferentes tipos de riesgos relacionados con las estimaciones de flujos de efectivo netos. Por desgracia, a menudo la TMAR se fija sobre el CPPC como resultado de que la gerencia no desea tomar en cuenta el riesgo de elevar la TMAR.

EJEMPLO 10.7

La División de Productos de Ingeniería de 4M Corporation cuenta con dos alternativas mutuamente excluyentes, A y B, con valores para la TR de $i_A^* = 9.2\%$ e $i_B^* = 5.9\%$. El escenario de financiamiento aún no se define, pero consistirá en alguno de los siguientes: plan 1: utilizar todos los fondos patrimoniales, que actualmente generan rendimientos de 8% para la empresa; plan 2: utilizar fondos provenientes de los fondos comunes del capital de la corporación, que representan el 25% del capital de deuda, cuyo costo es de 14.5%, y el resto procedería de los mismos fondos patrimoniales antes mencionados. El capital de deuda actualmente es más alto como consecuencia de que la compañía no obtuvo todos sus ingresos, programados sobre acciones comunes para los últimos dos trimestres, y los bancos le han elevado la tasa de financiamiento a 4M. Tómese una decisión de naturaleza económica sobre la base de la alternativa A frente a B, de acuerdo con cada escenario de financiamiento.

Solución

El capital está disponible para una de las dos alternativas mutuamente excluyentes. En el plan 1, con un capital propio al 100%, el financiamiento se conoce específicamente, así que el costo del capital patrimonial es la TMAR, es decir, 8%. Solamente la alternativa A es aceptable; la alternativa B no lo es, puesto que su tasa de rendimiento calculada de 5.9% no excede la TMAR.

De acuerdo con el plan de financiamiento 2, con una mezcla D-C de 25-75,

$$\text{CPPC} = 0.25(14.5) + 0.75(8.0) = 9.625\%$$

Ahora, ninguna alternativa es aceptable porque los dos valores de la TR son menores que la $\text{TMAR} = \text{CPPC} = 9.625\%$. La alternativa elegida debería ser no hacer nada, a menos que una de las alternativas tenga que elegirse forzosamente, en cuyo caso deben tomarse en cuenta los atributos no económicos.

10.6 EFECTO DE LA MEZCLA DEUDA-CAPITAL PROPIO SOBRE EL RIESGO DE INVERSIÓN

En la sección 10.3 se presentó el concepto de *mezcla D-C*. Conforme se incrementa la proporción de capital de deuda, se reduce el costo del capital calculado, como

consecuencia de las ventajas tributarias del capital de deuda. Sin embargo, el apalancamiento que ofrecen los mayores porcentajes de capital de deuda aumenta los riesgos de los proyectos que la empresa lleva a cabo. Cuando ya hay grandes deudas, el financiamiento adicional mediante fuentes de deuda (o de capital propio) se vuelve más difícil de justificar, y la empresa se puede colocar en una situación donde posea partes cada vez más pequeñas de sí misma. Este tipo de empresa a veces recibe el nombre de corporación *altamente apalancada*. La incapacidad para obtener capital de operaciones y de inversión implica una creciente dificultad para la compañía y sus proyectos. Por lo tanto, es importante que se dé un equilibrio razonable entre el financiamiento con deuda y el patrimonial, que contribuya a la salud financiera de una corporación. El ejemplo 10.8 ilustra las desventajas de mezclas D-C desequilibradas.

EJEMPLO 10.8

Tres compañías manufactureras tienen las siguientes cantidades de capital de deuda y patrimonial, y mezclas D-C. Suponga que todo el capital patrimonial se encuentra en la forma de acciones comunes.

Compañía	Monto del capital		Mezcla D-C (%-%)
	Deuda (\$ en millones)	Capital propio (\$ en millones)	
A	10	40	20-80
B	20	20	50-50
C	40	10	80-20

Suponga que el ingreso anual es de \$15 millones para cada una y que, después de considerar los intereses sobre la deuda, los ingresos netos son \$14.4, \$13.4 y \$10.0 millones, respectivamente. Calcule el rendimiento sobre las acciones comunes para cada compañía y haga comentarios sobre el rendimiento relativo a las mezclas D-C.

Solución

Divida el ingreso neto entre el valor (patrimonial) de las acciones para calcular el rendimiento de las acciones comunes. En millones de dólares,

A:
$$\text{Rendimiento} = \frac{14.4}{40} = 0.36 \quad (36\%)$$

B:
$$\text{Rendimiento} = \frac{13.4}{20} = 0.67 \quad (67\%)$$

C:
$$\text{Rendimiento} = \frac{10.0}{10} = 1.00 \quad (100\%)$$

Como se esperaba, el rendimiento es, hasta ahora, el mayor para la compañía C, altamente apalancada, donde sólo 20% de dicha compañía está en las manos de los propietarios. El rendimiento es excelente; aunque el riesgo asociado con la firma es alto comparado con A, donde la mezcla D-C es de apenas 20% de deuda.

El uso de altos porcentajes de financiamiento de deuda *incrementa mucho el riesgo* de los prestamistas y de los propietarios de acciones. La confianza a largo plazo en la corporación se reduce, sin importar cuán grande sea el rendimiento a corto plazo sobre las acciones.

El apalancamiento de grandes mezclas D-C no incrementa el rendimiento sobre el *capital patrimonial*, como se mostró en ejemplos anteriores; aunque también puede obrar en contra de los propietarios e inversionistas. Una ligera reducción porcentual en el valor de los activos afectará más negativamente una inversión con un alto apalancamiento de deuda, comparada con otra con un pequeño apalancamiento. En el ejemplo 10.9 se ilustra esta cuestión.

EJEMPLO 10.9

Dos ingenieros invierten \$10 000 en distintos proyectos. Marylynn invierte \$10 000 en acciones de aerolínea y Carla apalanca los \$10 000 comprando una vivienda en \$100 000 para arrendarla. Calcule el valor resultante del capital patrimonial de \$10 000 si hay un 5% de disminución en el valor tanto de las acciones como de la vivienda. Repita el procedimiento para un incremento de 5%. Ignore cualquier tipo de consideraciones en dividendos, ingresos o impuestos.

Solución

El valor de las acciones de la aerolínea disminuye en $10\,000(0.05) = \$500$, y el valor de la vivienda disminuye en $100\,000(0.05) = \$5\,000$. El resultado es una devolución inferior a los \$10 000, si la inversión debe venderse de inmediato.

$$\text{Pérdida de Marylynn:} \quad \frac{500}{10\,000} = 0.05 \quad (5\%)$$

$$\text{Pérdida de Carla:} \quad \frac{5\,000}{10\,000} = 0.50 \quad (50\%)$$

El apalancamiento de 10 a 1 de Carla le da una disminución de 50% en la posición de patrimonio neto, mientras que Marylynn tiene sólo 5% de pérdida debido a que no hay apalancamiento.

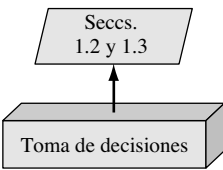
En el caso de un incremento de 5%, ocurre lo contrario: Carla se beneficiaría con 50% de rendimiento sobre sus \$10 000; mientras que Marylynn apenas obtiene 5% de ganancia. El apalancamiento mayor es más riesgoso. Éste ofrece una *devolución mucho más alta para un incremento* en el valor de la inversión y una *pérdida mucho mayor* para una *disminución* en el valor de la inversión.

Los mismos principios estudiados antes para las corporaciones son aplicables a los individuos. La persona que está muy apalancada tiene deudas grandes en términos de balances de tarjetas de crédito, préstamos personales e hipotecas inmobiliarias. A manera de ejemplo, suponga que dos ingenieros tienen una cantidad neta de \$40 000 después de deducir de su salario anual todos los impuestos sobre la renta, cuotas de seguridad social y pólizas de seguro. Además, suponga que el costo de la deuda (dinero recibido en préstamo a través de tarjetas de crédito y préstamos) es en promedio de 15% por año, y que el capital principal actual de la deuda se paga en cantidades

iguales durante 20 años. Si Jamal tiene una deuda total de \$25 000 y Barry debe \$100 000, el monto restante del pago que les queda puede calcularse como sigue:

Persona	Deuda total, \$	Costo de la deuda al 15%, \$	Repago de la deuda durante el periodo de 20 años, \$	Cantidad restante de los \$40 000, \$
Jamal	25 000	3 750	1 250	35 000
Barry	100 000	15 000	5 000	20 000

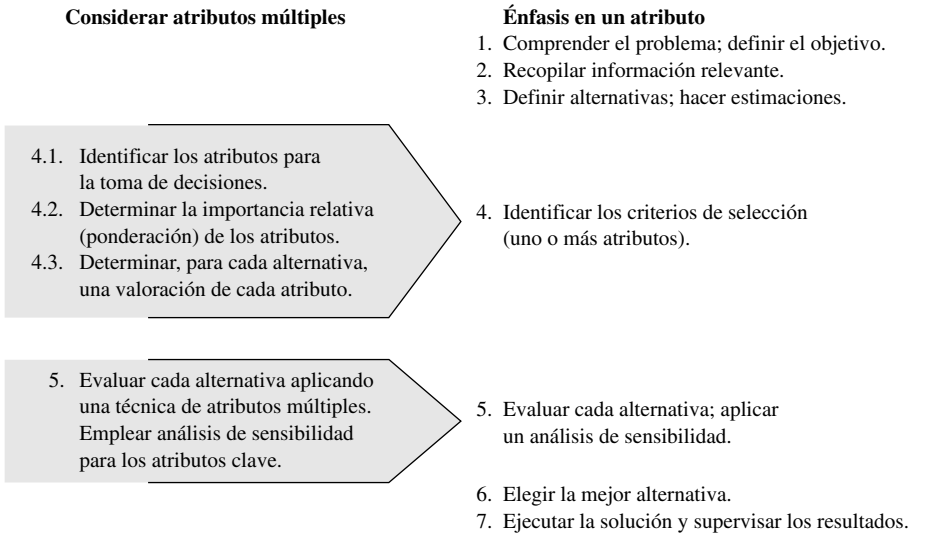
Jamal tiene disponible 87.5% de su base, mientras que Barry sólo cuenta con 50%.



10.7 ANÁLISIS DE ATRIBUTOS MÚLTIPLES: IDENTIFICACIÓN E IMPORTANCIA DE CADA ATRIBUTO

En el capítulo 1, se describieron el papel y alcance de la ingeniería económica en la toma de decisiones. El proceso de toma de decisiones explicado en dicho capítulo incluía los siete pasos listados en la parte derecha de la figura 10.5. El paso 4 consiste en identificar el atributo o los múltiples atributos sobre los que se basan los criterios de selección. En todas las evaluaciones anteriores del libro, sólo se ha identificado un atributo —el económico—, y se ha utilizado para elegir la mejor alternativa. El criterio ha sido la maximización del valor equivalente de VP, VA, TR o la razón B/C. Como sabemos, la mayoría de las evaluaciones toman o deberían tomar en cuenta múltiples atributos en la toma de decisiones. Éstos son los factores clasificados como no económicos en la parte inferior de la figura 1-1, que describe los principales elementos que integran un estudio de ingeniería económica. Sin embargo, estas dimensiones no económicas tienden a ser intangibles y a menudo difíciles, si no imposibles, de cuantificar directamente con escalas económicas y de otra naturaleza. No obstante, entre los diversos atributos que pueden identificarse, hay algunos

Figura 10.5
Expansión del proceso de toma de decisiones para incluir múltiples atributos.



fundamentales que deben considerarse en serio, antes de que se concluya el proceso de elección de alternativas. Esta sección y la siguiente describen algunas de las técnicas que aceptan atributos múltiples en un estudio de ingeniería económica.

Los atributos múltiples entran en el proceso de toma de decisiones en diversos estudios. Los proyectos del sector público constituyen excelentes ejemplos en la resolución de problemas de atributos múltiples. Por ejemplo, la propuesta de construir un dique para formar un lago en un área baja, o de ampliar la cuenca de recepción de un río, normalmente tiene varios propósitos, tales como control de inundaciones, obtención de agua potable, usos industriales, desarrollo comercial, recreación, conservación de la naturaleza para beneficio de peces, plantas y aves, y, posiblemente, otros objetivos menos evidentes. En el proceso de selección los atributos múltiples presentan niveles altos de complejidad considerados importantes en la elección de una alternativa para la ubicación, el diseño, las repercusiones en el ambiente, etcétera.

La columna izquierda de la figura 10.5 amplía los pasos 4 y 5 para incluir atributos múltiples. La discusión que sigue se enfoca en el paso 4 ampliado, y la siguiente sección se concentra en la medida de evaluación y la elección de alternativas del paso 5.

4.1 Identificación de atributos Los atributos que se considerarán en la metodología de evaluación pueden identificarse y definirse de acuerdo con varios métodos, algunos mucho mejores que otros, dependiendo de la situación que rodea al estudio mismo. La búsqueda de opiniones de otros individuos además de la de los analistas es importante; permite centrar el estudio en atributos clave. La siguiente es una lista incompleta de maneras de identificar los atributos clave.

- Comparación con estudios similares que incluyen atributos múltiples.
- Opiniones de expertos con una experiencia importante.
- Sondeos de personas (clientes, empleados, gerentes) sobre quienes las alternativas tienen impacto.
- Pequeños grupos de discusión que apliquen estrategias tales como grupos de enfoque, lluvia de ideas o técnica de grupos nominales.
- Método Delphi, que es un procedimiento progresivo para generar un consenso razonable de perspectivas y opiniones distintas.

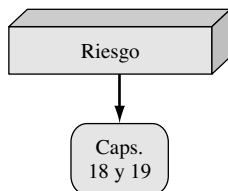
Como ejemplo, suponga que Continental Airlines decidió comprar cinco nuevos Boeing 777 para vuelos de largo alcance, principalmente entre la costa occidental estadounidense y las ciudades asiáticas, en especial Hong Kong, Tokio y Singapur. Existen aproximadamente 8 000 opciones, para cada avión, entre las que el personal de ingeniería, compras, mantenimiento y mercadotecnia de United debe decidir antes de remitir la orden a Boeing. Las opciones van desde el material y color de los interiores del avión hasta los mecanismos de enganche utilizados en el carenado de los aviones; y, en función, desde la máxima tracción de la máquina hasta el diseño de los instrumentos del piloto. Un estudio de ingeniería económica basado en el VA equivalente de los ingresos estimados del pasajero por viaje determinó que 150 de estas opciones ofrecen claras ventajas. Sin embargo, es necesario considerar otros atributos no económicos, antes de que se especifiquen otras opciones más costosas.

Se llevó a cabo un estudio Delphi donde se tomó en cuenta la opinión de 25 individuos. Al mismo tiempo, las elecciones de entre las diferentes opciones para otra orden reciente, enviada a otra aerolínea no identificada, se compartieron con el personal de Continental. De estos dos estudios se determinó que hay 10 atributos clave para la selección de opciones. Cuatro de los atributos más importantes son:

- *Tiempo de reparación*: tiempo promedio para reparar o reemplazar en caso de que la opción sea o afecte un componente crítico de vuelo.
- *Seguridad*: tiempo promedio de falla de los componentes críticos de vuelo.
- *Económico*: ingreso extra estimado para la opción (fundamentalmente, éste es el atributo evaluado por el estudio económico realizado).
- *Necesidades de los miembros de la tripulación*: cierta medida de la necesidad y/o beneficios de la opción según la juzgan los miembros representativos de la tripulación (pilotos y asistentes de vuelo).

El atributo económico del ingreso extra puede considerarse una medida indirecta de satisfacción de las necesidades del cliente, es decir, una medida más cuantitativa que los resultados del sondeo de opinión/satisfacción del cliente. Por supuesto, existen muchos otros atributos que pueden utilizarse y, de hecho, se utilizan. No obstante, la cuestión radica en que el estudio económico puede orientarse directamente hacia uno o unos cuantos atributos clave, vitales para la toma de decisiones de alternativas.

Un atributo que individuos y grupos identifican por rutina es el *riesgo*. En realidad, el riesgo no es un atributo aislado, porque, de alguna manera, forma parte de todo atributo. Las cuestiones referentes a la variación, cálculos probabilísticos, etcétera, en el proceso de toma de decisiones se analizarán más adelante. El análisis de sensibilidad formalizado, los valores esperados, la simulación y los árboles de decisión constituyen algunas de las técnicas útiles en el manejo del riesgo inherente a un atributo.



4.2 Importancia (pesos) para los atributos La determinación del *grado de importancia* de cada atributo i da como resultado un peso W_i que se incorpora en la medida final de la evaluación. El peso, un número entre 0 y 1, se basa en la opinión experimentada de un individuo o grupo de personas familiarizadas con los atributos, y posiblemente con las alternativas. Si se utiliza un grupo para determinar los pesos, debe haber consenso entre los miembros respecto de cada peso. De otra forma, debe aplicarse alguna técnica para obtener un valor del peso para cada atributo.

La tabla 10.3 constituye una disposición tabular de atributos y alternativas empleados para llevar a cabo una evaluación de atributos múltiples. Los pesos W_i para cada atributo se introducen a la izquierda. El resto de la tabla se analizará conforme avancemos a través de los pasos 4 y 5 del proceso ampliado de toma de decisiones.

Los pesos de los atributos, por lo general, se normalizan de tal manera que su suma a lo largo de todas las alternativas es igual a 1.0. Dicha normalización implica que la puntuación de importancia de cada atributo se divida entre la suma S a lo largo de todos los atributos. Expresadas en forma de ecuación, estas dos propiedades de los pesos para el atributo i ($i = 1, 2, \dots, m$) son:

$$\text{Pesos normalizados: } \sum_{i=1}^m W_i = 1.0 \quad [10.8]$$

TABLA 10.3 Disposición tabular de atributos y alternativas empleados en la evaluación de atributos múltiples

Atributos	Pesos	Alternativas				
		1	2	3	...	n
1	W_1	Valores nominales V_{ij}				
2	W_2					
3	W_3					
$\vdots$	$\vdots$					
m	W_m					

Cálculo del peso: $W_i = \frac{\text{puntuación}_i \text{ de importancia}}{\sum_{i=1}^m \text{puntuación}_i \text{ de importancia}} = \frac{\text{puntuación}_i \text{ de importancia}}{S}$ [10.9]

De los diversos procedimientos desarrollados para asignar pesos a un atributo, un analista probablemente confíe en alguno que sea relativamente simple, tal como la ponderación uniforme, la ordenación por rangos o la ordenación por rangos ponderados. A continuación se explica brevemente cada uno.

Ponderación uniforme Aproximadamente todos los atributos se consideran de la misma importancia, o no hay razones para distinguir el atributo de mayor importancia del atributo de menor importancia. Éste es el enfoque por default. Cada peso de la tabla 10.3 será de $1/m$, de acuerdo con la ecuación [10.9]. Por otra parte, la normalización puede evitarse, en cuyo caso cada peso es igual a 1 y la suma es m . Entonces, la medida de la evaluación final para una alternativa será la suma de todos los atributos.

Ordenación por rangos Los m atributos se ubican (ordenan) en orden de importancia creciente, y se asigna una puntuación de 1 al de menor importancia, y m al más importante. De acuerdo con la ecuación [10.9], los pesos se rigen por el patrón $1/S$, $2/S$, ..., m/S . Con este método, es constante la diferencia en pesos entre atributos de importancia creciente.

Ordenación por rangos ponderados Los m atributos se colocan de nuevo en orden de importancia creciente. No obstante, ahora es posible la diferenciación entre atributos. Al atributo más importante se le asigna una puntuación, normalmente de 100, y a los demás atributos se les asigna una puntuación con respecto a aquélla de entre 100 y 0. Luego, se denota la puntuación de cada atributo con s_i ; así, la ecuación [10.9] adquiere la forma:

$$W_i = \frac{s_i}{\sum_{i=1}^m s_i} \quad [10.10]$$

Se trata de un método muy práctico de determinar los pesos, ya que uno o más atributos llegan a ponderarse marcadamente si su importancia es significativamente mayor que la de los demás; así, la ecuación [10.10] normaliza automáticamente los pesos. Por ejemplo, suponga que los cuatro atributos clave en el ejemplo anterior relacionado con la compra de aviones se ordenan de la siguiente manera: seguridad, tiempo de reparación, necesidades de los miembros de la tripulación y factor económico. Si el tiempo de reparación tiene apenas la mitad de importancia que la seguridad, y los dos últimos atributos tienen la mitad de importancia del tiempo de reparación, las puntuaciones y pesos son los siguientes:

Atributo	Puntuación	Pesos
Seguridad	100	$100/200 = 0.50$
Tiempo de reparación	50	$50/200 = 0.25$
Necesidades de los miembros de la tripulación	25	$25/200 = 0.125$
Económico	25	$25/200 = 0.125$
Suma de puntuaciones y pesos	200	1.000

Se conocen otras técnicas de ponderación de atributos, especialmente para los procesos grupales, como las funciones de utilidad, la comparación por pares y otras. Éstas se tornan sumamente complejas, pero llegan a ofrecer una ventaja que los métodos simples no ofrecen al analista: *consistencia de rangos y puntuaciones* entre atributos y entre individuos. Si dicha consistencia es importante en el sentido de que si diversos tomadores de decisiones con opiniones variadas sobre la importancia de los atributos se ocupan de un estudio, puede garantizarse una técnica más sofisticada. La literatura sobre el tema abunda.

4.3 Valor de evaluación de cada alternativa por atributo Se trata del paso final antes de calcular la medida de evaluación. A cada alternativa se le asigna un valor de jerarquización V_{ij} para cada atributo i , que son las entradas de las celdas en la tabla 10.3. Las evaluaciones son valoraciones realizadas por tomadores de decisiones conforme se considera cada atributo.

La escala de los valores de jerarquización puede variar, dependiendo de aquello que resulta más fácil de entender para quienes llevan a cabo la valoración. Se puede utilizar una escala de 0 a 100 para la puntuación relativa a la importancia de los atributos. Sin embargo, la escala más popular es una escala de 4 o 5 gradaciones, relacionadas con la capacidad percibida de una alternativa para ejecutar el intento del atributo, la cual recibe el nombre de *escala de Likert* y puede incluir descripciones de las gradaciones (por ejemplo, muy pobre, pobre, bueno, muy bueno), o números asignados de entre 0 y 10, o de -1 a $+1$, o de -2 a $+2$. Las dos últimas escalas llegan a provocar un impacto negativo en la medida de evaluación de alternativas poco atractivas. Un ejemplo de escala numérica de 0 a 10 es el siguiente:

Si se evalúa la alternativa como	Se le asigna una jerarquización entre los números
Muy pobre	0-2
Pobre	3-5
Bueno	6-8
Muy bueno	7-10

Es preferible contar con una escala de Likert con cuatro opciones (un número par) con la finalidad de no sobrevalorar la tendencia central de una alternativa *justa*.

Si ahora se amplía el ejemplo de la compra del avión para incluir el valor de jerarquización, las celdas se llenan con las evaluaciones asignadas por un tomador de decisiones. La tabla 10.4 incluye evaluaciones de ejemplo V_{ij} y los pesos W_i antes determinados. Al principio habrá una tabla de esta clase para cada tomador de decisiones. Antes de calcular la medida de evaluación final R_j , es posible que las evaluaciones se combinen de alguna manera, o que se calcule otra R_j utilizando cada una de las evaluaciones del tomador de decisiones. A continuación se analiza dicha medida de evaluación.

TABLA 10.4 Esquema completo para cuatro atributos y tres alternativas para la evaluación de atributos múltiples

Atributos	Pesos	Alternativas		
		1	2	3
Seguridad	0.50	6	4	8
Reparación	0.25	9	3	1
Necesidades de la tripulación	0.125	5	6	6
Económico	0.125	5	9	7

10.8 MEDIDA DE EVALUACIÓN PARA ATRIBUTOS MÚLTIPLES

La necesidad de una medida de evaluación que incluya atributos múltiples se indica en el paso 5 de la figura 10.5. La medida debería ser un número de una sola dimensión que, en efecto, combine las diferentes dimensiones que manejan las puntuaciones de importancia de los atributos W_i y los valores de evaluación de las alternativas V_{ij} . El resultado es una fórmula para calcular una medida global susceptible de utilizarse para elegir entre dos o más alternativas. Con frecuencia, el resultado se conoce como *método de evaluación y jerarquización*. Este proceso de reducción elimina mucha de la complejidad de tratar de equilibrar los diferentes atributos; sin embargo, también elimina mucha de la información útil capturada en el proceso de jerarquización de atributos por orden de importancia, y de calificación de la ejecución de cada alternativa frente a cada atributo.

Existen medidas aditivas, multiplicativas y exponenciales, pero hasta ahora la que más se aplica tiene que ver con el modelo aditivo. El modelo aditivo más usado es el *método de atributo ponderado*. La medida de evaluación, simbolizada por R_j para cada alternativa j , se define como

$$R_j = \sum_{i=1}^n W_i V_{ij} \quad [10.11]$$

Los números W_i son los pesos importantes del atributo, y V_{ij} es la evaluación del valor del atributo i para cada alternativa j . Si los atributos son del mismo peso (también llamados *no ponderados*), $W_i = 1/m$, según se determina de acuerdo con la ecuación [10.9]. Lo anterior significa que W_i puede sacarse de la sumatoria en la fórmula de R_j . (Si se utiliza un peso igual de $W_i = 1.0$ para todos los atributos, en lugar de $1/m$, el valor R_j es sencillamente la suma de todas las puntuaciones para la alternativa.)

La directriz de elección es la siguiente:

Se elige la alternativa con mayor valor R_j . Esta medida supone que pesos altos W_i implican atributos de mayor importancia, y puntuaciones altas V_{ij} indican un mejor desempeño de una alternativa.

Se aplica un análisis de sensibilidad para cualquier puntuación, peso y valor de evaluación con el objetivo de determinar la sensibilidad de la decisión a éste.

EJEMPLO 10.10

Un sistema regional interactivo de horarios y envíos para trenes lleva funcionando varios años en MB+O Railroad. La gerencia y los repartidores están de acuerdo en que es tiempo de contar con un sistema de *software* actualizado, y posiblemente con nuevo *hardware*. Las discusiones condujeron a tres alternativas:

1. La compra de nuevo *hardware* y el desarrollo de un nuevo *software* interno personalizado.
2. El alquiler de nuevo *hardware* y la contratación de servicios externos de *software*.
3. El desarrollo de un nuevo *software* utilizando los servicios de un contratista externo, y la mejora de componentes específicos de *hardware* para el nuevo *software*.

Se han definido seis atributos para la comparación de alternativas mediante un proceso de Delphi, en el cual participan tomadores de decisiones de las áreas de envíos, operaciones de campo e ingeniería de trenes.

1. Necesidad de inversión inicial.
2. Costo anual de mantenimiento de *hardware* y *software*.
3. Tiempo de respuesta a las “condiciones de colisión”.
4. Interfaz de usuario para envíos.
5. Interfaz de *software* del tren.
6. Interfaz de sistema de *software* con sistemas de envío de otras compañías.

Las puntuaciones de los atributos, determinadas por los tomadores de decisiones, aparecen en la tabla 10.5, la cual se formó utilizando un procedimiento de ordenación por rangos ponderado con puntajes entre 0 y 100. Los atributos 2 y 3 se consideran por igual

los atributos de mayor importancia, a los cuales se les asigna una puntuación de 100. Una vez que cada alternativa ha sido detallada suficientemente, como para juzgar las capacidades a partir de las especificaciones del sistema, un grupo de tres individuos asignó evaluaciones a las tres alternativas, utilizando nuevamente una escala de 0 a 100 (tabla 10.5). Como ejemplo, en el caso de la alternativa 3, los aspectos económicos resultaron excelentes (calificación de 100 para los atributos 1 y 2), pero la interfaz de *software* del tren se considera muy pobre, de ahí la baja puntuación de 10. Utilice estas puntuaciones y evaluaciones para determinar la mejor alternativa.

TABLA 10.5 Puntuaciones de atributos y valores de evaluación de las alternativas para una evaluación de atributos múltiples (ejemplo 10.10)

Atributo, <i>i</i>	Puntuación de importancia	Valores de evaluación (0 a 100), V_{ij}		
		Alternativa 1	Alternativa 2	Alternativa 3
1	50	75	50	100
2	100	60	75	100
3	100	50	100	20
4	80	100	90	40
5	50	85	100	10
6	70	100	100	75
Total	450			

TABLA 10.6 Resultados del método de atributos ponderados, ejemplo 10.10

Atributo, <i>i</i>	Peso normalizado, W_i	$R_j = W_i V_{ij}$		
		Alternativa 1	Alternativa 2	Alternativa 3
1	0.11	8.3	5.5	11.0
2	0.22	13.2	16.5	22.0
3	0.22	11.0	22.0	4.4
4	0.18	18.0	16.2	7.2
5	0.11	9.4	11.0	1.1
6	0.16	16.0	16.0	12.0
Totales	1.00	75.9	87.2	57.7

Solución

La tabla 10.6 incluye los pesos normalizados de cada atributo determinados con la ayuda de la ecuación [10.9]; el total es de 1.0, como se requería. La medida de evaluación R_j para

el método de atributos ponderados se obtiene aplicando la ecuación [10.11] a cada columna. En el caso de la alternativa 1,

$$R_1 = 0.11(75) + 0.22(60) + \dots + 0.16(100) = 75.9$$

Cuando los totales se revisan en el caso de la máxima medida, la alternativa 2 es la mejor elección con $R_2 = 87.2$. Debería recomendarse a la gerencia una consideración más detallada de esta alternativa.

Comentario

Cualquier medida económica puede incorporarse en una evaluación de atributos múltiples utilizando este método. Todas las medidas de valor (VP, VA, TR, B/C) pueden incluirse; sin embargo, su impacto en la elección final variará con respecto a la importancia que se dé a los atributos no económicos.

RESUMEN DEL CAPÍTULO

El método óptimo para evaluar y comparar alternativas mutuamente excluyentes desde una perspectiva económica normalmente es el método VA o VP a la TMAR establecida. La elección depende, en parte, de las vidas iguales o diferentes de las alternativas y del patrón de los flujos de efectivo estimados, según se resume en la tabla 10.1. Los proyectos del sector público se comparan mejor utilizando una razón B/C, aunque la equivalencia económica aún se basa en los valores VA o VP. Una vez que se elige el método de evaluación, la tabla 10.2 (también impresa en la parte posterior de la obra con referencias a las diferentes secciones) puede utilizarse para determinar los elementos y directrices de decisión que deben aplicarse para llevar a cabo adecuadamente el estudio. Si se requiere la TR estimada para la alternativa elegida, es recomendable determinar i^* utilizando la función TIR en una hoja de cálculo, después de que el método VA o VP haya indicado la mejor alternativa.

La tasa de interés a la que se establece la TMAR depende básicamente del costo del capital y de la mezcla entre financiamiento de deuda y de capital propio. La TMAR debe igualarse al costo promedio ponderado del capital (CPPC). El riesgo, los rendimientos y otros factores pueden tomarse en cuenta después de concluir el análisis VA, VP o TR, y antes de la elección de la alternativa final.

Si los atributos múltiples, que incluyen más dimensiones económicas que las de un estudio, van a tomarse en cuenta al tomar la decisión respecto de una alternativa, primero deben identificarse los atributos y se debe evaluar su respectiva importancia. Luego debe asignarse una puntuación de evaluación a cada alternativa para cada atributo. La medida de la evaluación se determina empleando un modelo como el método de atributos ponderados, donde la medida se calcula mediante la ecuación [10.11]. El máximo valor indica la mejor alternativa.

PROBLEMAS

Elección del método de evaluación

- 10.1** Cuando dos o más alternativas se comparan aplicando el método VP, VA o B/C, hay tres circunstancias para las cuales la duración del periodo de evaluación es la misma para todas las alternativas. Mencione esas tres circunstancias.
- 10.2** ¿Para qué métodos de evaluación es obligatorio llevar a cabo un análisis de serie de flujos de efectivo incremental para asegurarse de que se eligió la alternativa correcta?
- 10.3** Explique lo que se quiere dar a entender con la directriz de decisión para elegir el *valor numérico más alto*, cuando se elige la mejor alternativa mutuamente excluyente de entre dos o más alternativas.
- 10.4** Para la situación siguiente, *a)* determine cuál método de evaluación es probable que sea el más fácil y rápido de aplicar a mano y por computadora, con la finalidad de seleccionar de entre las cinco alternativas, y *b)* responda las dos preguntas, usando el método de evaluación escogido.

Un contratista independiente debe determinar qué tipo de camión comprar. A continuación se presentan tabulados los flujos de efectivo estimados con cada capacidad de vehículo. La TMAR es 18% anual, y se espera que todas las alternativas tengan una vida útil de 8 años. 1) ¿Qué capacidad base de camión debe comprarse? 2) Si se comprarán dos camiones, ¿cuál debe ser la capacidad del segundo?

Capacidad base del camión, metros cúbicos	Inversión inicial, \$	Costos de operación, AOC, \$/año	Valor de rescate, \$	Ingreso anual, \$/año
8	-10 000	-4 000	+2 000	+6 500
10	-14 000	-5 500	+2 500	+10 000
15	-18 000	-7 000	+3 000	+14 000
20	-24 000	-11 000	+3 500	+20 500
25	-33 000	-16 000	+6 000	+26 500

- 10.5** Lea el problema 9.26 y *a)* determine cuál método de evaluación es probable que sea el más fácil y rápido de aplicarse a mano y por computadora, para seleccionar entre dos alternativas; *b)* si el método de evaluación elegido es diferente del que se usó en el capítulo 9, resuelva el problema usando el método de evaluación seleccionado.
- 10.6** ¿Para qué tipo de alternativas debe usarse el método del costo capitalizado para comparar? Dé varios ejemplos de dichos tipos de proyectos.

Trabajando con la TMAR

- 10.7** Después de 15 años de laborar en la industria aérea, John inició su propia compañía consultora dedicada a usar simulación física y en computadora para analizar los accidentes en las pistas de aeropuertos comerciales. Estima que su costo promedio de capital es de 8% anual para los proyectos de simulación física, es decir, en los que se reconstruye el accidente con el uso de modelos a escala de aviones, edificios, vehículos, etc. Estableció su TMAR en 12% anual.
- a)* ¿Qué tasa (neta) de rendimiento sobre las inversiones de capital espera para las simulaciones físicas?
- b)* Hace poco se ofreció a John un proyecto internacional que él considera riesgoso porque la información disponible es insuficiente y porque el personal del aeropuerto no parece estar dispuesto a colaborar en la investigación. John piensa que este riesgo equivale en lo económico al menos un 5% agregado sobre su dinero. En esta situación, ¿cuál es la TMAR, con base en lo que el lector aprendió en este capítulo? ¿En la evaluación de esta oportunidad de proyecto, cómo debe considerar John el rendimiento requerido y los factores de riesgo que se perciben?

- 10.8** Diga si cada una de las situaciones presentadas a continuación involucra financiamiento por deuda o con capital propio.
- a) Emisión de bonos por \$3 500 000 por parte de una institución que pertenece a la ciudad.
 - b) Oferta pública inicial (OPI) de \$35 millones en acciones comunes para una compañía punto com.
 - c) \$25 000 tomados de su cuenta de retiro para pagar un auto en efectivo.
 - d) Préstamo por \$25 000 sobre el patrimonio del dueño de una vivienda.

10.9 Explique la manera en que el costo de oportunidad fija la TMAR efectiva cuando, debido al capital limitado, sólo puede seleccionarse una alternativa entre dos o más.

10.10 El consejo de directores de Brasilia Group tiene menos capital del necesario para financiar un proyecto de \$6.2 millones en el Medio Oriente. Una vez financiado resultaría una i^* estimada de 18% anual. Para el análisis, antes de impuestos se aplicó una TMAR de 15%. Con los \$2 millones disponibles en capital propio se aprueba un proyecto con i^* estimada de 16.6%. El presidente del grupo le solicita que estime el costo después de impuestos de la oportunidad que se deja pasar. Suponga que usted recaba la información siguiente para preparar su respuesta:

Tasa de impuestos federales = 20% anual
Tasa de impuestos estatales = 6% anual
Ecuación para la tasa conjunta efectiva de impuestos = tasa estatal + (1 – tasa estatal) (tasa federal)

(Recomendación: desarrolle primero una figura similar a la 1-6 para la situación de Brasilia Group).

10.11 A continuación se presenta la inversión inicial y los valores de TR incremental para cuatro alternativas mutuamente excluyentes. Seleccione la mejor alternativa si se dispone de un máximo de a) \$300 000, b) \$400 000, y c) \$700 000 en fondo de capital, y la

TMAR es el costo de éste, la cual se estima en 9% anual. d) ¿Cuál es la TMAR *de facto* para estas alternativas si no se establece otra específica, el capital disponible es de \$400 000 y se aplica el concepto de costo de oportunidad?

Alternativa	Inversión inicial, \$	Tasa de rendimiento incremental, %	Tasa de rendimiento, %
1	-100 000	8.8 para 1 a DN	8.8
2	-250 000	12.5 para 2 a DN	12.5
3	-400 000	11.3 para 3 a 2	14.0
4	-550 000	8.1 para 4 a 3	10.0

10.12 Diga cuál es el enfoque que se recomienda para establecer la TMAR cuando además del costo de capital se consideran otros factores, como el riesgo de la alternativa, impuestos y fluctuaciones del mercado.

10.13 Una sociedad de cuatro ingenieros opera un negocio de arrendamiento de casas dúplex. Hace cinco años compraron un conjunto de viviendas, con el uso de una TMAR de 14% anual. En aquel momento, el rendimiento estimado fue de 15% anual, pero la inversión se consideraba muy riesgosa debido a la deficiente economía en el negocio de las rentas tanto en la ciudad como en todo el estado. No obstante, la compra se realizó con financiamiento de 100% de capital propio, con un costo de 10% por año. Por fortuna, durante los cinco años el rendimiento promedió 18% anual. Ahora se presentó otra oportunidad de compra para más viviendas dúplex, pero para hacer la inversión tendría que contratarse un préstamo al 8% anual.

- a) Si la economía en los arrendamientos de propiedades no ha cambiado significativamente, qué tendencia es probable que haya ahora, ¿hacer la TMAR más elevada, más baja, o usar la misma que antes? ¿Por qué?
- b) ¿Cuál es la forma en que se recomienda considerar la economía del negocio de las rentas ahora que se involucra el capital por deuda?

Mezcla D-C y CPPC

10.14 Es necesario construir una línea nueva de conducción de agua de alcance nacional y que atravesaría una cordillera. El costo inicial es de \$200 millones y el consorcio de compañías asociadas no ha decidido por completo los arreglos de financiamiento de este proyecto conjunto. EL CPPC para proyectos similares ha sido en promedio de 10% anual.

- a) Se identificaron dos alternativas para financiarlo, la primera requiere una inversión de 60% de fondos propios al 12%, y un préstamo para el balance con tasa de interés de 9% anual. La segunda alternativa necesita sólo 20% de fondos propios y obtener el balance por medio de un préstamo internacional masivo que conllevaría un costo por intereses de 12.5% por año, lo que en parte se debe a la ubicación geográfica de la línea de conducción. ¿Cuál plan de financiamiento tendría el costo promedio más pequeño de capital?
- b) Si los financieros del consorcio han decidido que el CPPC no exceda 10% que corresponde al promedio histórico de 5 años, ¿cuál es el máximo interés sobre un préstamo que sea aceptable para cada una de las alternativas financieras?

10.15 Una pareja planea la educación universitaria de su hijo. Pueden financiar una parte o el monto total de \$100 000 de la colegiatura con sus propios fondos (a través de Education IRA), o recibir en préstamo toda la cantidad o parte de ella. El rendimiento esperado de sus propios fondos es de 8% anual, pero se espera que el préstamo tenga tasas de interés más elevadas conforme se incrementa el monto del préstamo. Use una gráfica, generada en una hoja de cálculo, de la curva del CPPC, con las tasas de interés que se estiman para el préstamo y que se indican a continuación, con la finalidad de determinar la mejor mezcla D-P para la pareja.

Monto del préstamo, \$	Tasa de interés estimada, % anual
10 000	7.0
25 000	7.5
50 000	9.0
60 000	10.0
75 000	12.0
100 000	18.0

10.16 Tiffany Baking Co. quiere obtener \$50 millones de capital para manufacturar un nuevo producto de consumo. El plan de financiamiento actual está formado por 60% de capital propio y 40% de deuda. Calcule el CPPC para el siguiente escenario de financiamiento.

Capital propio: 60% o \$35 millones obtenidos mediante ventas de acciones comunes para 40% de dicha cantidad, que pagarían dividendos a una tasa de 5% anual; y 60% restante que se obtendría de utilidades no pagadas que actualmente rinden 9% por año.

Capital de deuda: 40% o 15 millones que se obtendrían de dos fuentes: préstamos bancarios por \$10 millones contratados al 8% anual y el resto en bonos convertibles a una tasa de interés estimada de 10% anual.

10.17 A continuación se presenta el resumen de mezclas posibles D-P y los costos de capital de deuda y propio, para un proyecto nuevo. Utilice los datos para: a) graficar las curvas para los costos promedio ponderados del capital de deuda y propio, y b) determinar cuál mezcla de capital de deuda y propio ocasionaría el CPPC más bajo.

Plan	Capital de deuda		Capital propio	
	Porcentaje	Tasa, %	Porcentaje	Tasa, %
1	100	14.5		
2	70	13.0	30	7.8
3	65	12.0	35	7.8
4	50	11.5	50	7.9
5	35	9.9	65	9.8
6	20	12.4	80	12.5
7			100	12.5

- 10.18** Para el problema 10.17, utilice una hoja de cálculo para determinar *a)* la mezcla D-P que resulte mejor, y *b)* calcular la mejor mezcla D-P si el costo del capital de deuda se incrementa 10% por año.
- 10.19** En su informe anual para los accionistas, una corporación pública en la que usted posee acciones comunes reportó un CPPC de 10.7% durante el año. Durante los tres últimos años, sus acciones comunes promediaron un rendimiento total de 6% anual. El informe también menciona que los proyectos de la corporación se financian con 80% de capital propio. Calcule el costo del capital de deuda para la compañía. ¿Parece el resultado una tasa razonable para fondos recibidos en préstamo?
- 10.20** Para comprender las ventajas que tiene el capital de deuda desde la perspectiva de los impuestos en Estados Unidos, determine los costos promedio ponderados del capital, antes y después de impuestos, si se financia entre 40% y 60% de un proyecto con capital de deuda contratada al 9% anual. Un estudio reciente indica que los fondos corporativos propios perciben 12% por año y que la tasa efectiva de impuestos es de 35% anual.

Costo del capital de deuda

- 10.21** Bristol Myers Squibb, compañía farmacéutica internacional, está por iniciar un proyecto nuevo que requiere \$2.5 millones de capital de deuda. El plan actual es vender bonos a 20 años que pagarían 4.2% anualmente, pagadero en forma trimestral con un descuento de 3% sobre el valor nominal. BMS tiene una tasa efectiva de impuestos de 35% anual. Determine *a)* el valor nominal total de los bonos requeridos para obtener los \$2.5 millones, y *b)* el costo efectivo anual del capital de deuda después de impuestos.
- 10.22** Los Sullivan planean comprar con fines de inversión un condominio remodelado en la ciudad en que viven sus padres. El precio de compra negociado de \$200 000 se financiará con 20% de sus ahorros, los cuales ganan en forma consistente 6.5% al año después de que se pagan todos los impuestos sobre la renta importantes. El 80% se recibiría en préstamo al 9% anual durante 15 años, cuyo capital se pagaría en desembolsos iguales. Si la tasa efectiva de impuestos es de 22% anual, con base en estos datos exclusivamente, responda las preguntas que siguen (*nota:* la tasa de 9% sobre el préstamo es antes de impuestos).
- ¿Cuál es el pago anual durante los 15 años que harán los Sullivan por el préstamo?
 - ¿Cuál es la diferencia en valor presente neto entre los \$200 000 ahora y el VP del costo de la mezcla D-P 80-20 de la serie de flujos de efectivo necesarios para financiar la compra? ¿Qué significa este número?
 - ¿Cuál es el CPPC después de impuestos para esta adquisición de los Sullivan?
- 10.23** Un ingeniero trabaja en un proyecto de diseño para una compañía que fabrica plásticos, el cual tiene un costo de capital patrimonial después de impuestos de 6% anual para utilidades retenidas, que pueden utilizarse para un financiamiento patrimonial de 100% del proyecto. Una estrategia de financiamiento alternativa consiste en la emisión de bonos a 10 años con un valor de \$4 millones, que pagarán 8% anual de intereses trimestralmente. Si la tasa de impuesto efectiva es de 40%, ¿qué fuente para los fondos posee el mínimo costo de capital?
- 10.24** Tri-States Gas Processors espera conseguir un préstamo de \$800 000 para mejoras de ingeniería de campo. Es posible aplicar dos métodos: solicitar el préstamo a un banco o la emisión de bonos. La compañía pagará al banco un interés efectivo compuesto de 8% anual durante 8 años. El principal sobre el préstamo se pagará uniformemente du-

rante los 8 años, y el saldo después de cada pago anual se acumulará con intereses. La emisión será de 800 bonos a \$1 000 cada uno con un pago de interés de 6% anual.

- a) ¿Qué método de financiamiento resulta más barato después de considerar una tasa de impuestos efectiva del 40%?
- b) ¿Cuál es el método más barato en un análisis antes de impuestos?

10.25 El Charity Hospital, fundado en 1895 como una corporación no lucrativa, no paga impuesto sobre la renta ni tampoco obtiene ventajas tributarias por el pago de intereses. La junta de directores ha aprobado la adquisición de equipo para el tratamiento del cáncer, lo cual requerirá \$10 millones en capital de deuda para complementar \$8 millones en capital patrimonial actualmente disponible. Los \$10 millones pueden obtenerse en préstamo al 7.5% anual mediante la Charity Hospital Corporation. Como alternativa, pueden emitirse bonos de fideicomiso a 30 años a través de la corporación lucrativa del hospital para pacientes externos, Charity Outreach, Inc. Se espera que los intereses de los bonos sean del 9.75% anual, los cuales son deducibles de impuestos. Los bonos se venderán con un descuento del 2.5% por venta rápida. La tasa de impuestos efectiva de la corporación lucrativa del hospital es de 32%. ¿Qué forma de financiamiento de deuda es menos costosa después de impuestos?

Costo de capital propio

10.26 Las acciones comunes que emitió Henry Harmon Builders pagaron a los accionistas \$0.93 por acción, sobre un precio promedio de \$18.80 el último año. La compañía espera que la tasa de dividendos aumente a un máximo de 1.5% anual. La volatilidad de las acciones cuantificada en 1.19 es algo mayor que la de otras empresas públicas de la industria de la construcción, además de que otros paquetes accionarios en este mercado

pagan dividendos de 4.95% por año. Los bonos del Tesoro de Estados Unidos rinden 4.5%. Determine el costo del capital propio para la compañía durante el último año, con el uso de: a) el método del dividendo, y b) el CAPM.

10.27 Las normas del gobierno provenientes del Departamento de Agricultura de Estados Unidos (DAEU) exigen que la empresa Fortune 500 implemente el programa de seguridad en los alimentos HACCP (Hazards Analysis and Critical Control Points) en sus plantas de procesamiento de carne de res en 21 estados. Para financiar el equipo y parte de la capacitación del personal de este nuevo programa, Wholesome Chickens espera utilizar una mezcla D-C del 60%-40% para financiar una inversión de recursos de \$10 millones para mejora de equipo, de ingeniería y de control de calidad. Se sabe que el costo del capital de deuda después de impuestos por los préstamos es 9.5% anual. No obstante, para obtener suficiente capital patrimonial se requerirá la venta de acciones comunes, así como el empleo de las utilidades retenidas de la compañía. Utilice la siguiente información para determinar el CPPC para la implementación del HACCP.

Acciones comunes: 100 000 acciones

Precio anticipado = \$32 por acción

Dividendo inicial = \$1.10 por acción

Crecimiento de

dividendos por acción = 2% anual

Utilidades retenidas: el mismo costo del capital que para las acciones comunes.

10.28 El año pasado, una corporación japonesa de ingeniería de materiales, Yamachi Inc., adquirió algunos bonos del Tesoro de Estados Unidos con rendimiento promedio de 4% anual. Ahora, los eurobonos se compran con un rendimiento promedio obtenido de 3.9% anual. El factor de volatilidad de las acciones de Yamachi Inc. durante el último año fue de 1.10 y se incrementó a 1.18 este año.

Otras acciones de la misma industria negociadas para el público pagan en promedio dividendos de 5.1% anual. Determine el costo del capital propio para cada año y explique por qué parece haber ocurrido un aumento o disminución.

10.29 Un egresado de ingeniería planea comprar un auto nuevo y aún no decide como saldar los \$28 000 del precio de adquisición del SUV que eligió. En una cuenta de ahorros dispone del monto total, por lo que una opción es pagarlo al contado; sin embargo, esto agotaría casi todos sus ahorros. Dichos fondos rinden 6% al año, capitalizable cada 6 meses. Desarrolle un análisis antes de impuestos para determinar cuál de los tres planes de financiamiento que se mencionan a continuación tiene el CPPC más bajo.

Plan 1: D-P es 50%-50%. Usar \$14 000 de la cuenta de ahorros y obtener un préstamo por \$14 000 con una tasa de 7% anual, capitalizable mensualmente. La diferencia entre los pagos y los ahorros se depositaría al 6% anual, capitalizable semestralmente.

Plan 2: 100% de fondos propios. Tomar ahora \$28 000 de los ahorros.

Plan 3: 100% de deuda. Contratar un préstamo de \$28 000 ahora, de una unión de crédito con tasa efectiva de 0.75% por mes, y saldarlo con \$581.28 mensuales durante 60 meses.

10.30 OILogistics.com cuenta con un total de 1.53 millones de acciones comunes en circulación a un precio de mercado de \$28 por acción. El costo del capital patrimonial antes de impuestos de las acciones comunes es de 15% anual. Las acciones constituyen el 50% de los fondos de los proyectos para el capital de la compañía. El resto del capital lo generan bonos de fideicomiso de equipo y préstamos a corto plazo. Treinta por ciento del capital de deuda proviene de bonos por \$5 000 000 a 15 años al 6% anual con un valor unitario de \$10 000. El 70% res-

tante del capital de deuda proviene de préstamos reembolsados a una tasa efectiva de 10.5% antes de impuestos. Si la tasa efectiva de impuestos sobre la renta es de 35%, determine el costo promedio ponderado del capital *a)* antes de impuestos y *b)* después de impuestos.

10.31 Se han identificado tres proyectos. El capital se obtendría 70% de fuentes de deuda a una tasa promedio de 7.0% anual y 30% de fuentes patrimoniales al 10.34% anual. Iguale la TMAR al CPPC y tome la decisión económica, si los proyectos son *a)* independientes; *b)* mutuamente excluyentes.

Proyecto	Inversión inicial, \$	Flujo de	Valor de rescate, \$	Vida, años
		efectivo anual neto \$/año		
1	−25 000	6 000	4 000	4
2	−30 000	9 000	−1 000	4
3	−50 000	15 000	20 000	4

10.32 Shadowland, empresa fabricante de jaulas para mascotas en viajes aéreos, identificó dos proyectos que, aunque tienen un riesgo relativamente alto, se espera que introduzcan a la compañía en nuevos mercados. Utilice la solución con hoja de cálculo para *a)* seleccionar cualquier combinación de proyectos si la TMAR = CPPC después de impuestos, y *b)* determinar si deben elegirse los mismos proyectos si los factores de riesgo son suficientes para requerir 2% adicional por año para la inversión que se realizará.

Proyecto	Inversión inicial, \$	Flujo de efectivo anual	
		estimado, después de impuestos, \$/año	Vida, años
Vida salvaje (W)	−250 000	48 000	10
Reptiles (R)	−50 000	30 000	5

El financiamiento se haría con una mezcla 60-40 de D-P con fondos propios que cuestan 7.5% anual. El financiamiento con deuda

sería con bonos por \$10 000 a 5% por año, pagadero trimestralmente. La tasa de impuestos efectiva es de 30% anual.

10.33 El gobierno federal impone requisitos a la industria en diversas áreas: seguridad en el trabajo, control de contaminación, protección del ambiente, control de ruidos, etcétera. Una opinión de estas regulaciones consiste en que su cumplimiento tiende a reducir la tasa de rendimiento sobre la inversión y/o a incrementar el costo del capital a la corporación. En muchos casos, el impacto económico de estas obligaciones reguladas no puede evaluarse como en las alternativas regulares de ingeniería económica. Aplique sus conocimientos de análisis de ingeniería económica para explicar cómo podría un ingeniero evaluar económicamente alternativas que definen las formas en las que la compañía cumplirá con las normas impuestas.

Diferentes mezclas D-C

10.34 ¿Por qué no es saludable en lo financiero que un individuo mantenga durante mucho tiempo porcentajes grandes de financiamiento con deuda; es decir, que esté apalancado con deuda?

10.35 La empresa Fairmont Industries basa 100% del financiamiento para sus proyectos en capital propio y tiene una buena oportunidad que requeriría \$250 000. El propietario de Fairmont puede suministrar el dinero de inversiones personales que actualmente perciben un promedio de 8.5% por año. Se estima que el flujo de efectivo neto anual del proyecto será de \$30 000 durante los 15 años siguientes. De manera alternativa, puede obtenerse un préstamo por el 60% de la cantidad requerida, durante 15 años al 9% anual. Si la TMAR es el CPPC, determine cuál plan es mejor, si alguno lo fuera. Este es un análisis antes de impuestos.

10.36 El señor McKay tiene métodos diferentes con los que puede financiar un proyecto de \$600 000 con capital de deuda y propio. Se estima un flujo de efectivo de \$90 000 anuales durante 7 años.

Tipo de financiamiento	Plan de financiamiento, %			Costo por año, %
	1	2	3	
Deuda	20	50	60	10
Propio	80	50	40	7.5

10.37 Mosaic Software tiene una oportunidad de invertir \$10 000 000 en un nuevo sistema de control remoto de ingeniería, para las plataformas de perforación a mar abierto. El financiamiento total para Mosaic se dividirá entre ventas de acciones comunes (\$5 000 000) y un préstamo con 8% de tasa de interés anual. La participación de Mosaic del flujo de efectivo neto anual se calcula en \$2.0 millones para cada uno de los próximos 6 años.

Mosaic está por iniciar el MPAC como su modelo de evaluación de acciones comunes. Un análisis reciente muestra que este modelo posee una puntuación de volatilidad de 1.05 y paga una prima del 5% de dividendos en acciones comunes. Los títulos del Tesoro de Estados Unidos pagan actualmente 4% anual. ¿Resulta económicamente atractivo el riesgo si la TMAR es igual a) al costo del capital patrimonial y b) al CPPC?

10.38 Trace la forma general de las tres curvas de costo de capital (deuda, capital propio y CPPC) utilizando la forma de la figura 10.2. Dibújelas bajo la condición de que una mezcla alta D-C ha estado presente durante algún tiempo para la empresa. Explique con ayuda gráfica y con palabras el movimiento del punto mínimo del CPPC, bajo las mezclas históricas D-C altamente apalan-

cadass. *Sugerencia:* Las mezclas D-C provocan que el costo de la deuda se eleve considerablemente. Esto hace más difícil obtener fondos patrimoniales; así que el costo del capital patrimonial también se incrementa.

10.39 En una compra apalancada de una compañía por otra, esta última por lo general obtiene dinero en préstamo y aporta lo menos posible de sus propios fondos. Explique algunas circunstancias en que un patrón de compra como el descrito podría poner en riesgo económico a la compañía compradora.

Evaluación de atributos múltiples

10.40 Un comité de cuatro personas presentó las siguientes afirmaciones sobre los atributos por utilizarse en un método de atributos ponderados. Emplee los enunciados para determinar los pesos normalizados si las puntuaciones asignadas van de 0 a 10.

Atributo	Comentario
1. Flexibilidad	El factor más importante
2. Seguridad	50% tan importante como el tiempo de operación
3. Tiempo de operación	La mitad de importante que la flexibilidad
4. Velocidad	Tan importante como el tiempo de operación
5. Tasa de rendimiento	El doble de importante que la seguridad

10.41 Se estudia el uso de vehículos excavadores de diferentes tipos y capacidades para usarlos en excavaciones grandes dentro de un proyecto de colocación de ductos. Varios supervisores de proyectos similares anteriores identificaron algunos atributos y sus puntos de vista sobre la importancia de éstos. La información sobre esto se presenta enseguida. Determine el orden de calificación pon-

derada, en una escala de 0 a 100 y las ponderaciones normalizadas.

Atributo	Comentario
1. Altura de carga de camión <i>versus</i> excavadora	Factor de importancia vital
2. Tipo de la capa superior del suelo	Por lo general sólo 10% del problema
3. Tipo de suelo subyacente	La mitad de importancia respecto a armonizar la excavación de trincheras con la colocación de tubería
4. Duración de la excavadora	75% de importancia frente a las capas superior y subyacente del suelo
5. Armonizar la excavación de trincheras con la colocación de tubería	Tan importante como el atributo número uno

10.42 Usted se graduó hace 2 años y tiene planes de comprar un nuevo automóvil. Ha evaluado el costo inicial y los costos anuales estimados de combustible y mantenimiento en tres diferentes modelos. Asimismo, ha evaluado el diseño de cada automóvil para el papel que usted desempeña como ingeniero profesional con edad cercana a los 25 años. Elabore una lista de algunos factores adicionales (tangibles e intangibles) que podrían utilizarse en la versión que usted elabore del método de atributos ponderados.

10.43 (*Nota para el profesor:* los dos problemas siguientes pueden plantearse como un solo ejercicio progresivo). John, quien labora para Swatch, decide aplicar el método de atributos ponderados para comparar tres sistemas para fabricar un extensible para reloj. El vicepresidente y su asistente han evaluado cada uno de los tres atributos, en términos de la importancia que representa para ellos, y John dio una evaluación de 0 a 100 sobre cada alternativa para los tres atributos. Las *puntuaciones* de John son las siguientes:

Atributo	Alternativa		
	1	2	3
Rendimiento económico > TMAR	50	70	100
Alta productividad	100	60	30
Bajo ritmo de desecho	100	40	50

Utilice los *pesos* indicados abajo para evaluar las alternativas. ¿Son los mismos resultados para los pesos de las dos personas? ¿Por qué?

Puntuación de importancia	Vicepresidente	Asistente del vicepresidente
Rendimiento económico > TMAR	20	100
Alta productividad	80	80
Bajo ritmo de desecho	100	20

- 10.44** En el problema 10.43 el vicepresidente y su asistente no son consistentes en sus pesos de los tres atributos. Suponga que usted es el consultor al que se le pide que asesore a John.
- ¿Cuáles son algunas de las conclusiones a las que usted puede llegar sobre el método de atributos ponderados como método de selección de alternativas, dadas las puntuaciones de las alternativas y los resultados del problema 10.43?
 - Utilice las nuevas puntuaciones de las alternativas que usted mismo ha hecho para elegir una alternativa. De acuerdo con las mismas puntuaciones del vicepresidente y de su asistente, que aparecen en el problema 10.33, haga comentarios sobre cualesquiera diferencias relativas a la alternativa elegida.
 - ¿Qué le indican las nuevas evaluaciones de las alternativas que usted realizó sobre las elecciones basadas en las puntuaciones de importancia del vicepresidente y de su asistente?

Atributo	Alternativa		
	1	2	3
Rendimiento económico > TMAR	30	40	100
Alta productividad	70	100	70
Bajo ritmo de desecho	100	80	90

10.45 La división de extensibles que se menciona en el problema 10.43 acaba de ser multada con \$1 millón por contaminar el ambiente con aguas residuales de baja calidad. Asimismo, John se convirtió en el vicepresidente y ya no hay vicepresidente auxiliar. John siempre ha estado de acuerdo con la importancia de los logros del vicepresidente auxiliar anterior y las calificaciones alternativas que había desarrollado (presentadas ya en el problema 10.43). Si agrega su propia calificación de 80 al nuevo factor de limpieza ambiental, y a las alternativas 1, 2, y 3 las califica con 80, 50 y 20, respectivamente, en cuanto a dicho factor, repita la evaluación para seleccionar la mejor alternativa.

10.46 Para el ejemplo 10.10, utilice una ponderación equivalente de 1 para cada atributo con el objetivo de elegir la alternativa. ¿La ponderación de atributos modificó la alternativa elegida?

10.47 La tienda Athlete's Shop ha evaluado dos propuestas de equipo de levantamiento de pesas y de ejercicio. Un análisis de valor presente a una tasa $i = 15\%$ de ingresos y costos estimados dio como resultado un $VP_A = \$420\,500$ y un $VP_B = \$392\,800$. Además de esta medida económica, el gerente de la tienda y el entrenador asignaron independientemente a tres atributos una puntuación de importancia relativa de 0 a 100.

Atributo	Puntuación de importancia	
	Gerente	Entrenador
Economía	100	80
Durabilidad	35	10
Flexibilidad	20	100
Mantenibilidad	20	10

Usted ha utilizado los cuatro atributos por separado, para evaluar las dos propuestas de equipo en una escala de 0.0 a 1.0. El atributo económico se evaluó utilizando valores VP.

Atributo	Propuesta A	Propuesta B
Economía	1.00	0.90
Durabilidad	0.35	1.00
Flexibilidad	1.00	0.90
Mantenibilidad	0.25	1.00

Elija la propuesta utilizando cada uno de los siguientes métodos:

- Valor presente.
- Evaluaciones ponderadas del gerente.
- Evaluaciones ponderadas del entrenador.

EJERCICIO AMPLIADO

ÉNFASIS EN LO CORRECTO

Un servicio esencial que se proporciona a los ciudadanos de una ciudad es la protección policiaca. Los crecientes niveles de criminalidad que incluyen las lesiones a las personas se han documentado en los suburbios cercanos de Belleville, un área histórica altamente poblada al norte de la capital. En la fase 1 del programa, el jefe de la policía ha elaborado y analizado con anticipación cuatro propuestas sobre la manera en que puede llevarse a cabo la supervisión y protección en las zonas residenciales objetivo. Como medida inmediata se dispone de más oficiales de policía con automóvil, bicicleta, a pie o a caballo. Cada alternativa ha sido evaluada por separado para calcular los costos anuales. La colocación de seis nuevos oficiales en bicicleta es evidentemente la opción menos costosa con un costo aproximado de \$700 000 anuales. La siguiente mejor propuesta es la asignación de 10 nuevos oficiales a pie con un costo de \$925 000 anuales. Las demás alternativas tendrán un costo ligeramente mayor que la opción de considerar policías a pie.

Antes de entrar a la fase II, que consiste en un estudio piloto de 3 meses para probar uno o dos de estos enfoques en los vecindarios, se le ha pedido a un comité compuesto por cinco miembros (del personal de la policía y residentes de la ciudad) que ayuden, como representantes de los residentes y oficiales de policía, a determinar y jerarquizar los atributos importantes para ellos en esta decisión. Los cinco atributos aprobados de común acuerdo después de 2 meses de discusión aparecen abajo, seguidos por el ordenamiento de los atributos por cada miembro del comité, empezando por el de mayor importancia (calificación de 1) al de menor importancia (calificación de 5).

Atributo	Miembro del comité					Suma
	1	2	3	4	5	
A. Habilidad para <i>acercarse</i> a la ciudadanía	4	5	3	4	5	21
B. Costo anual	3	4	1	2	4	14
C. Tiempo de respuesta a una llamada o envío	2	2	5	1	1	11
D. Número de manzanas (cuadras) en el área de cobertura	1	1	2	3	2	9
E. Seguridad de los oficiales	5	3	4	5	3	20
Totales	15	15	15	15	15	75

Preguntas

1. Defina los pesos que pueden utilizarse en el método de atributos ponderados para cada atributo. Los miembros del comité están de acuerdo en que el promedio simple de sus cinco puntuaciones de atributos ordenados puede considerarse un indicador de la importancia que cada atributo tiene para ellos como grupo.
2. Uno de los miembros del comité recomendó y obtuvo la aprobación del comité, para reducir los atributos que se tomaron en cuenta en la elección final, a sólo aquellos que fueron listados como número 1 por uno o más miembros del comité. Elija estos atributos y vuelva a calcular los pesos como se pidió en la pregunta 1.
3. Un analista de prevención de delitos del Departamento de Policía aplicó el método de atributos ponderados a los atributos ordenados en la pregunta 1. Los valores R_j obtenidos con la ecuación [10.11] se presentan abajo. ¿Qué dos opciones debería elegir el jefe de la policía para su estudio piloto?

Alternativa	Automóvil	Bicicleta	A pie	A caballo
R_j	62.5	50.5	47.2	35.4

ESTUDIO DE CASO

¿QUÉ ELEGIR: FINANCIAMIENTO DE DEUDA O PATRIMONIAL?

La oportunidad

Pizza Hut Corporation ha decidido ingresar al negocio de servicio de alimentos y bebidas en tres estados dentro de su sección al sureste de Estados Unidos, con el nombre de Pizza Hut en su Hogar. Para la entrega de alimentos y el personal de servicio, se comprarán aproximadamente 200 camionetas con interiores hechos por encargo, todo lo cual tendrá un costo de \$1.5 millones. Se espera que cada camioneta tenga un uso de 10 años y un valor de salvamento de \$1 000.

Un estudio de viabilidad llevado a cabo el año pasado indicó que un riesgo en un negocio de servicio a domicilio podría generar un flujo de efectivo neto anual de aproximadamente \$300 000 antes de impuestos en los tres estados. Las cuestiones después de impuestos tendrían que tomar en cuenta la tasa efectiva de impuestos de 35% que pagará Pizza Hut.

Un ingeniero que trabaja para Pizza Hut's Distribution Division ha laborado con la oficina de finanzas de la corporación, para determinar la mejor forma de

recabar los \$1.5 millones de capital que se requieren para la compra de las camionetas. Existen dos planes viables de financiamiento.

Opciones de financiamiento

El plan A consiste en el financiamiento de deuda para 50% del capital (\$750 000), con 8% anual con reembolso del préstamo a un interés compuesto durante 10 años y pagos uniformes de fin de año. (Se puede hacer la suposición simplificada de que \$75 000 del principal se pagan con cada pago anual.)

El plan B consiste en el 100% de capital patrimonial reunido de la venta de acciones comunes de \$15 por acción. El gerente de finanzas informó al ingeniero que las acciones están pagando \$0.50 por acción en dividendos, y que dicha tasa de dividendos ha estado elevándose a un promedio de 5% anual. Se espera que este patrón de dividendos continúe sobre la base del ambiente financiero actual.

Ejercicios del estudio de caso

1. ¿Qué valores de la TMAR debería utilizar el ingeniero para determinar el plan de financiamiento óptimo?
2. El ingeniero debe hacer recomendaciones sobre el plan de financiamiento al final del día. No sabe cómo considerar todos los ángulos tributarios para el financiamiento de deuda en el plan A. Sin embargo, cuenta con un manual que contiene fórmulas para el capital patrimonial y para deuda sobre impuestos y flujos de efectivo:

Capital patrimonial: no hay ventajas tributarias (impuesto sobre la renta).

$$\begin{aligned} \text{Flujo de efectivo neto después de impuestos} \\ = (\text{flujo de efectivo neto antes de impuestos}) \\ (1 - \text{tasa de impuestos}) \end{aligned}$$

Capital de deuda: la ventaja en impuestos sobre la renta proviene del pago de intereses sobre préstamos

$$\begin{aligned} \text{Flujo de efectivo neto después de impuestos} \\ = \text{flujo de efectivo neto antes de impuestos} \\ - \text{principal del préstamo} - \text{interés del préstamo} - \text{impuestos} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Impuestos} \\ = (\text{ingresos gravables})(\text{tasa tributaria}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Ingresos gravables} \\ = \text{flujo de efectivo neto} - \text{interés del préstamo} \end{aligned}$$

El ingeniero decide olvidar cualquier otra consecuencia sobre impuestos y utilizar esta información para formular una recomendación. ¿Es A o es B el plan óptimo?

3. Al gerente de área le agradaría saber cuánto varía el CPPC para diferentes mezclas D-C, en especial cerca del 15% al 20% a cada lado del 50% de la opción del financiamiento de deuda del plan A. Trace la curva del CPPC y compare su forma con la de la figura 10.2.

NIVEL TRES

TOMA DE DECISIONES EN PROYECTOS REALES

NIVEL UNO Así comienza todo	NIVEL DOS Herramientas para evaluación de alternativas	NIVEL TRES Toma de decisiones en proyectos reales	NIVEL CUATRO Redondeo del estudio
Capítulo 1 Fundamentos de ingeniería económica	Capítulo 5 Análisis del valor presente	Capítulo 11 Decisiones de reemplazo y conservación	Capítulo 14 Efectos de la inflación
Capítulo 2 Factores: cómo el tiempo y el interés afectan al dinero	Capítulo 6 Análisis del valor anual	Capítulo 12 Selección de proyectos independientes con limitaciones presupuestales	Capítulo 15 Estimación de costos y asignación de costos indirectos
Capítulo 3 Combinación de factores	Capítulo 7 Análisis de tasa de rendimiento: alternativa única	Capítulo 13 Análisis del punto de equilibrio	Capítulo 16 Métodos de depreciación
Capítulo 4 Tasas de interés nominales y efectivas	Capítulo 8 Análisis de tasa de rendimiento: alternativas múltiples		Capítulo 17 Análisis económico después de impuestos
	Capítulo 9 Análisis beneficio/costo y economía del sector público		Capítulo 18 Análisis de sensibilidad formalizado y decisiones con valor esperado
	Capítulo 10 Toma de decisiones: método, TMAR y atributos múltiples		Capítulo 19 Más sobre variaciones y toma de decisiones bajo riesgo

Los capítulos en este nivel amplían el uso de los instrumentos de evaluación económica a situaciones del mundo real. Un gran porcentaje de las evaluaciones económicas implican más que la selección de nuevos activos o proyectos. Probablemente la evaluación más común realizada es la del reemplazo o retención de un activo fijo. El *análisis de reemplazo* aplica los instrumentos de evaluación para tomar la decisión económica correcta.

Con frecuencia, la evaluación involucra la elección de *proyectos independientes* bajo la restricción de un presupuesto limitado. Esto requiere de una técnica especial basada en los capítulos anteriores.

Los estimados futuros ciertamente no son exactos. Por tanto, una alternativa no sería seleccionar sólo con base en los estimados fijos. El *análisis de punto de equilibrio* respalda el proceso de evaluación de un rango de estimados para P , A , F , i o n , y opera con variables como nivel de producción, tamaño de la fuerza de trabajo, diseño de costos, costo de materia prima y precio de venta. Las hojas de cálculo aceleran este importante, pero con frecuencia detallado, instrumento de análisis.

Nota importante: Si se consideran la depreciación del activo y los impuestos en un *análisis después de impuestos*, los capítulos 16 y 17 deben estudiarse antes o junto con estos capítulos. Véase el prefacio para más opciones.

11

CAPÍTULO

Decisiones de reemplazo y conservación

Uno de los análisis de ingeniería económica que se llevan a cabo con mayor frecuencia es el de reemplazo o conservación de un activo o sistema que se encuentre en uso corriente. Éste difiere de los estudios anteriores en que todas las alternativas eran nuevas. La pregunta fundamental que responde un análisis de reemplazo sobre un activo o sistema de uso actual es: *¿debería reemplazarse ahora o más adelante?* Cuando un activo se encuentra en uso y su función es necesaria en el futuro, tendrá que reemplazarse en algún momento. Por lo tanto, en realidad un análisis de reemplazo responde la pregunta de *cuándo*, no *si* se reemplazará el activo o sistema.

Por lo común, en un análisis de reemplazo primero se toma la decisión económica de conservar o reemplazar *ahora*. Si la decisión consiste en reemplazar, el estudio está completo. Si la decisión consiste en conservar, las estimaciones del costo y la decisión se revisarán anualmente para garantizar que la decisión de conservar todavía sea económicamente correcta. Este capítulo explica cómo llevar a cabo análisis de reemplazo el año inicial y los años subsiguientes.

Un análisis de reemplazo es una aplicación del método VA de comparación de alternativas de vida diferente, que se analizó en el capítulo 6. En un análisis de reemplazo con un periodo de estudio sin especificar, los valores VA se determinan con una técnica de evaluación de costo denominada *análisis de vida útil económica (VUE)*. Cuando se especifica el periodo de estudio, el procedimiento difiere de cuando éste no se especifica. En este capítulo se examinan tales procedimientos.

El estudio de caso se refiere a un análisis de reemplazo de la realidad, que implica equipo en su lugar adecuado y un posible reemplazo por un equipo mejorado.

Si la depreciación de un activo y los impuestos se consideran dentro de un análisis de reemplazo después de impuestos, los capítulos 16 y 17 deberán analizarse antes o junto con este capítulo. El análisis de reemplazo después de impuestos se incluye en la sección 17.7.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Objetivo general: realizar un estudio de reemplazo para un activo o sistema en uso y uno que podría reemplazarlo.

Fundamentos

Vida útil económica

Análisis de reemplazo

Consideraciones adicionales

Periodo de estudio

Este capítulo ayudará al lector a:

1. Comprender los fundamentos y los términos de un análisis de reemplazo.
2. Determinar la vida útil económica de un activo que disminuya el total del costo anual.
3. Realizar un análisis de reemplazo entre un defensor y el mejor retador.
4. Entender cómo abordar los diversos aspectos que podrían presentarse en un estudio de reemplazo.
5. Realizar un análisis de reemplazo a lo largo de un número específico de años.

11.1 FUNDAMENTOS DEL ANÁLISIS DE REEMPLAZO

La necesidad de llevar a cabo un análisis de reemplazo surge a partir de diversas fuentes:

Rendimiento disminuido. Debido al deterioro físico, la capacidad esperada de rendimiento a un nivel de *confiabilidad* (estar disponible y funcionar correctamente cuando sea necesario) o *productividad* (funcionar a un nivel dado de calidad y cantidad) no está presente. Esto por lo general da como resultado incrementos de costo de operación, altos niveles de desechos y costos de reelaboración, pérdida de ventas, disminución de calidad y seguridad, así como elevados gastos de mantenimiento.

Requisitos alterados. El equipo o sistema existente no puede cumplir con los nuevos requisitos de exactitud, velocidad u otras especificaciones. A menudo las opciones son reemplazar por completo el equipo, o reforzarlo mediante ajuste o intensificación.

Obsolescencia. Como consecuencia de la competencia internacional y del rápido avance tecnológico, los sistemas y activos actuales instalados funcionan aceptablemente, aunque con menor productividad que el equipo que se fabricará en breve. La disminución del tiempo que tardan los productos en llegar al mercado con frecuencia es la razón de los análisis de reemplazo anticipado, es decir, estudios realizados antes de que se alcance la vida útil económica calculada.

Los análisis de reemplazo emplean terminología nueva que, sin embargo, se encuentra estrechamente relacionada con los términos utilizados en capítulos anteriores.

Defensor y retador son las denominaciones para dos alternativas mutuamente excluyentes. El defensor es el activo actualmente instalado, y el retador es el posible reemplazo. Un análisis de reemplazo compara estas dos alternativas. El retador será el mejor cuando se haya elegido como la mejor opción de reemplazo para el defensor. (Es la misma terminología empleada anteriormente para la TR incremental y el análisis B/C de dos alternativas nuevas.)

Los **valores anuales** se utilizan como principal medida económica de comparación entre el defensor y el retador. El término CAUE (costo anual uniforme equivalente) se puede utilizar en vez del VA, debido a que en la evaluación frecuentemente sólo se incluyen los costos; se suponen iguales los ingresos generados por el defensor o el retador. Puesto que los cálculos de equivalencia para el CAUE son exactamente los mismos que para el VA, aplicaremos el término VA. Por lo tanto, todos los valores serán negativos cuando sólo se incluyan los costos. Por supuesto, el valor de salvamento es una excepción, pues constituye un ingreso de efectivo y lleva un signo positivo.

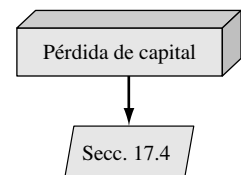
Vida útil económica (VUE) para una alternativa es el *número de años* en los que se presenta el VA de costo más bajo. Los cálculos de equivalencia para determinar la VUE establecen el valor n de la vida para el mejor retador, y también establecen el costo de vida menor para el defensor en un estudio de reemplazo. (La siguiente sección del capítulo explica cómo calcular la VUE a mano y por computadora, de cualquier activo actualmente instalado o nuevo.)

Costo inicial del defensor es el monto de la inversión inicial P empleado por el defensor. El *valor comercial actual* (VC) es el cálculo correcto de P aplicado al defensor en un análisis de reemplazo. El valor justo de mercado puede obtenerse de valuadores profesionales, revendedores o liquidadores que conozcan el valor de los activos usados. El valor de salvamento calculado al final del año 1 se convierte en el valor comercial al principio del siguiente año, siempre y cuando los cálculos permanezcan correctos con el paso de los años. Resulta incorrecto emplear lo siguiente como valor comercial para el costo inicial del defensor: el valor de intercambio que *no represente un valor comercial justo* o el valor depreciado en libros tomado de los registros contables. Si el defensor debe mejorarse o incrementarse para que sea equivalente al retador (en velocidad, capacidad, etcétera), este costo se suma al VC para obtener el cálculo del costo inicial del defensor. En el caso de incremento del activo para la alternativa del defensor, este activo separado y sus cálculos se incluyen en los cálculos del activo instalado, para completar la alternativa del defensor. Entonces, esta alternativa se compara con el retador a través de un análisis de reemplazo.

Costo inicial del retador es la cantidad de capital que deberá recuperarse (amortizarse) al reemplazar al defensor con un retador. Dicha cantidad es casi siempre igual a P , el costo inicial del retador. Ocasionalmente, un valor de intercambio elevado de manera no real pudiera ofrecerse por el defensor al compararlo con su valor de mercado justo. En tal caso, se reduce el flujo de efectivo *neto* requerido por el retador, y ello deberá considerarse en el análisis. La cantidad correcta que el retador debe recuperar y utilizar en el análisis económico es su costo inicial menos la diferencia entre el valor de intercambio (VI) y el valor comercial (VC) del defensor. En forma de ecuación sería $P - (VI - VC)$, lo cual representa el costo real para la compañía debido a que incluye tanto el costo de oportunidad (por ejemplo, valor comercial del defensor) como el desembolso en efectivo (por ejemplo, costo inicial – valor de intercambio) para adquirir al retador. Por supuesto, cuando los valores comerciales y de intercambio son los mismos, el valor P del retador se emplea en todos los cálculos.

El costo inicial del retador es la inversión inicial calculada necesaria para adquirirlo e instalarlo. En algunas ocasiones, el analista o el gerente buscará *incrementar* el costo inicial con una cantidad igual al *capital no recuperado* remanente del defensor, como aparece en los registros contables del activo. Esto se observa más frecuentemente cuando el defensor funciona bien en sus primeras etapas de vida, pero la obsolescencia tecnológica, o alguna otra razón, obliga a considerar un reemplazo. A este monto de capital no recuperado se le denomina *costo no recuperable* o *hundido*, el cual no deberá sumarse al costo inicial del retador, porque haría que el retador pareciera más costoso de lo que realmente es.

Los costos no recuperables o hundidos son pérdidas de capital que no pueden recobrase en un estudio de reemplazo. Los costos no recuperables o hundidos se manejan correctamente en la declaración de ingresos de la corporación y son deducibles de impuestos.



Un análisis de reemplazo se lleva a cabo más objetivamente si el analista toma en cuenta el *punto de vista de un asesor* de la compañía o de la unidad que utiliza al defensor. Así, la perspectiva tomada es que ninguna alternativa de uso corriente le pertenece a la compañía, y los servicios suministrados por el defensor podrían comprarse ahora con una “inversión” igual a su costo inicial (valor comercial). Esto es correcto en realidad debido a que el valor comercial será una oportunidad desperdiciada de ingreso de efectivo si se responde negativamente a la pregunta: ¿se debe reemplazar ahora? Por lo tanto, el punto de vista del asesor es una forma conveniente de permitir que la evaluación económica se lleve a cabo sin inclinarse por alguna alternativa. A este enfoque también se le denomina *punto de vista externo*.

Como se mencionó en la introducción, un análisis de reemplazo es una aplicación del método del valor anual. Por consiguiente, las suposiciones fundamentales para un análisis de reemplazo se comparan con las del análisis del VA. Si el *horizonte de planeación es infinito*, es decir, si se trata de un periodo de estudio no específico, las suposiciones serán las siguientes:

1. Los servicios suministrados serán necesarios durante un tiempo indefinido.
2. El retador es el mejor retador disponible ahora y en el futuro para reemplazar al defensor. Cuando este retador reemplaza al defensor (ahora o más adelante), esto se repetirá para ciclos de vida subsecuentes.
3. Los estimados de los costos para cada ciclo de vida del retador serán los mismos.

Como se esperaba, ninguna de estas suposiciones es precisamente correcta. Esto se analizó anteriormente con el método VA (y el método VP). Cuando el sentido de una o más suposiciones se vuelve incorrecto, los cálculos para las alternativas deberán actualizarse y se llevará a cabo un nuevo análisis de reemplazo. En la sección 11.3 se explica cómo realizar dicho procedimiento de reemplazo. Cuando *el horizonte de planeación está limitado a un periodo de estudio específico, no son válidas las suposiciones antes mencionadas*. El procedimiento que se indica en la sección 11.5 muestra cómo efectuar el análisis de reemplazo en este caso.

EJEMPLO 11.1

La División Arkansas de ADM, una enorme corporación de productos agrícolas, compró hace 3 años una niveladora de suelo moderna en \$120 000, para preparar el terreno de un sembradío de arroz. Cuando la adquirió tenía una vida útil estimada de 10 años y un valor de salvamento estimado de \$25 000 después de 10 años, así como un COA de \$30 000. El valor actual en libros es de \$80 000. El sistema se está deteriorando rápidamente; las expectativas son utilizarla por 3 años más y darle un valor de salvamento de \$10 000 en la red internacional de equipo agrícola. El COA se promedia en \$30 000.

Un modelo mejorado guiado por láser se cotiza hoy en \$100 000 con un valor de intercambio de \$70 000 por el sistema de uso actual. El precio se elevará la próxima semana a \$110 000 con un valor de intercambio de \$70 000. La división de ingenieros de ADM calcula que el sistema guiado por láser tendrá una vida útil de 10 años, un valor de salvamento de \$20 000 y un COA de \$20 000. Se realizó hoy una estimación del valor comercial del sistema de uso actual en \$70 000.

Si no se realiza otro análisis de las estimaciones, determine los valores correctos que se incluirán si el análisis de reemplazo se lleva a cabo hoy.

Solución

Tome en cuenta el punto de vista del asesor y emplee las estimaciones más actuales.

Defensor	Retador
$P = VC = \$70\,000$	$P = \$100\,000$
$COA = \$30\,000$	$COA = \$20\,000$
$S = \$10\,000$	$S = \$20\,000$
$n = 3$ años	$n = 10$ años

El costo original del defensor, el COA y los cálculos del valor de salvamento, así como el valor actual en libros, son *irrelevantes* para el análisis de reemplazo. *Sólo deberán emplearse los cálculos más actuales.* Desde la perspectiva del asesor, los servicios que suministre el defensor se pueden obtener a igual costo que el valor comercial del defensor de \$70 000. Por lo tanto, éste es el costo inicial del defensor para el estudio. Los otros valores aparecen en la tabla.

11.2 VIDA ÚTIL ECONÓMICA

Hasta ahora se ha establecido un valor estimado n de vida de una alternativa o activo. En realidad, inicialmente no se conoce la mejor estimación de vida que se empleará en un análisis económico. Cuando se lleva a cabo un análisis de reemplazo o un análisis entre alternativas nuevas, el mejor valor para n debería determinarse utilizando las estimaciones del costo actual. A la mejor estimación de vida se le denomina *vida útil económica*.

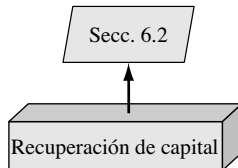
La vida útil económica (VUE) es el número de años n en que son mínimos los costos del valor anual (VA) uniforme equivalente, tomando en consideración las estimaciones del costo más vigentes, durante todos los años que el activo pudiera suministrar el servicio.

A la VUE también se le conoce como *vida económica* o *vida de costo mínimo*. Una vez que se determina, la VUE debería ser la vida estimada del activo aplicada a un estudio de ingeniería económica, si sólo se consideran los aspectos económicos. Cuando han pasado n años, la VUE indica que el activo debería reemplazarse para minimizar los costos totales. Para llevar a cabo correctamente un análisis de reemplazo, es importante que se determine la VUE del retador, así como la VUE del defensor, ya que generalmente sus valores n no están preestablecidos.

La VUE se determina calculando el VA total de los costos si el activo está en servicio 1 año, 2 años, 3 años, etcétera, hasta el último año en que el activo se considere útil. El VA total de costos es la suma de la recuperación de capital (RC), que es el VA de la inversión inicial y cualquier valor de salvamento, así como el VA del costo anual de operación (COA) estimado, es decir:

$$\begin{aligned} \text{VA total} &= -\text{recuperación de capital} - \text{VA del costo anual de operación} \\ &= -\text{RC} - \text{VA del COA} \end{aligned} \quad [11.1]$$

La VUE es el valor n del más pequeño VA de los costos. (Recuerde: estos VA son los estimados de *costo*, de manera que los valores VA serán números negativos. Por consiguiente, \$-200 es un costo menor que \$-500.) La figura 11.1 muestra la forma común del VA de la curva del costo. Un elemento del VA total disminuye, mientras que el segundo elemento aumenta, y de esta manera se crea la forma cóncava. Los dos factores del VA se calculan de la siguiente forma.



Costo disminuido de la recuperación de capital. La recuperación de capital es el VA de la inversión; ésta disminuye con cada año de posesión. La recuperación de capital se calcula por medio de la ecuación [6.3], que se repite aquí. El valor de salvamento S , que generalmente disminuye con el tiempo, es el valor comercial (VC) calculado para ese año.

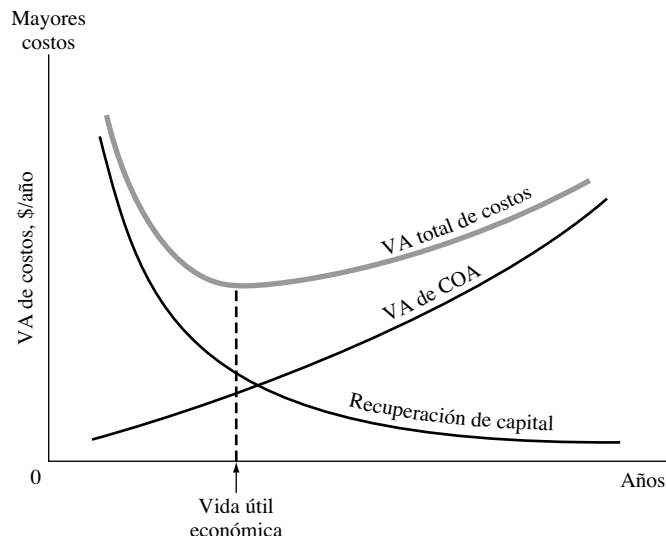
$$\text{Recuperación de capital} = -P(A/P, i, n) + S(A/F, i, n) \quad [11.2]$$

Incremento del costo del VA para el COA. Puesto que las estimaciones del COA generalmente se incrementan con el paso de los años, aumenta el VA del COA. Para calcular el VA de las series de los años 1, 2, 3, ... del COA, determine el valor presente de cada valor del COA con el factor P/F , y después redistribuya este valor P en los años de posesión, empleando el factor A/P .

La ecuación completa para el VA total de los costos en k años es:

$$\text{Total VA}_k = -P(A/P, i, k) + S_k(A/F, i, k) - \left[\sum_{j=1}^{j=k} \text{COA}_j(P/F, i, j) \right] (A/P, i, k) \quad [11.3]$$

Figura 11.1
Curvas de valor anual de los elementos de costo que determinan la vida útil económica.



donde P = inversión inicial o valor comercial actual
 S_k = valor de salvamento o valor comercial después de k años
 COA_j = costo anual de operación por año j ($j = 1$ a k)

El VC actual se emplea para P cuando el activo es el defensor, y los valores comerciales futuros estimados de VC se sustituyen por los valores S en los años 1, 2, 3,...

Para determinar la VUE por computadora, la función PAGO (incluyendo funciones de VPN cuando sean necesarias) se emplea repetidas veces para cada año en el cálculo de la recuperación de capital y del VA del COA. La suma de éstos será el VA total para k años de posesión. Los formatos de la función PMT para la recuperación de capital y los componentes del COA para cada año k , son los siguientes:

Recuperación de capital para el retador: $\text{PAGO}(i\%, \text{años}, P, -\text{VC\_en\_año\_k})$

Recuperación de capital para el defensor: $\text{PAGO}(i\%, \text{años}, \text{actual\_VC}, -\text{VC\_en\_año\_k})$

VA del COA: $-\text{PAGO}(i\%, \text{años}, \text{VPN}(i\%, \text{año\_1\_COA}:\text{año\_k\_COA})+0)$

Cuando se elabora una hoja de cálculo, es recomendable que las funciones PAGO en el año 1 se lleven a cabo empleando el formato de referencias a celdas; después se deberá arrastrar hacia abajo la función a través de cada columna. La columna final que suma los dos resultados PAGO mostrará el VA total. Al ampliarse la tabla con un diagrama de dispersión xy de Excel, las curvas de costo se despliegan con la forma general de la figura 11.1, y se identifica con facilidad la VUE. El ejemplo 11.2 ilustra el cálculo de VUE a mano y por computadora.



EJEMPLO 11.2

Un activo del proceso de manufactura con 3 años de uso se considera que deberá reemplazarse antes de tiempo. Su valor comercial actual es de \$13 000. Sus valores comerciales futuros estimados, así como sus costos anuales de operación para los próximos 5 años, se indican en la tabla 11.1, columnas 2 y 3. ¿Cuál es la vida útil económica del defensor si la tasa de interés es de 10% anual? Resuelva el problema a mano y por computadora.

TABLA 11.1 Cálculo de los datos de la vida útil económica

Año j (1)	VC _{j} (2)	COA _{j} (3)	Recuperación del capital (4)	VA del COA (5)	VA _{k} total (6) = (4) + (5)
1	\$9 000	\$-2 500	\$-5 300	\$-2 500	\$-7 800
2	8 000	-2 700	-3 681	-2 595	-6 276
3	6 000	-3 000	-3 415	-2 717	-6 132
4	2 000	-3 500	-3 670	-2 886	-6 556
5	0	-4 500	-3 429	-3 150	-6 579

Solución a mano

La ecuación [11.3] se emplea para calcular el VA_k total para $k = 1, 2, 3, \dots, 5$. La tabla 11.1, columna 4, muestra la recuperación de capital para el valor comercial actual de \$13 000 ($j = 0$) más el 10% de rendimiento. En la columna 5 se muestra el equivalente del VA del COA para k años. Por ejemplo, los cálculos para $k = 3$ de la ecuación [11.3] son:

$$\begin{aligned} VA_3, \text{total} &= -P(A/P, i, 3) + VC_3(A/F, i, 3) - [VP \text{ del } COA_1, COA_2 \text{ y } COA_3](A/P, i, 3) \\ &= -13\,000(A/P, 10\%, 3) + 6\,000(A/F, 10\%, 3) - [2\,500(P/F, 10\%, 1) \\ &\quad + 2\,700(P/F, 10\%, 2) + 3\,000(P/F, 10\%, 3)](A/P, 10\%, 3) \\ &= -3\,415 - 2\,717 = \$-6\,132 \end{aligned}$$

Se realiza un cálculo similar para cada año del 1 al 5. El costo equivalente menor (VA numéricamente mayor) se presenta en $k = 3$. Por lo tanto, la VUE del defensor es $n = 3$ años, y el VA es \$-6 132. En el análisis de reemplazo, este VA se comparará con el mejor retador VA determinado mediante un análisis similar de VUE.

**Solución por computadora**

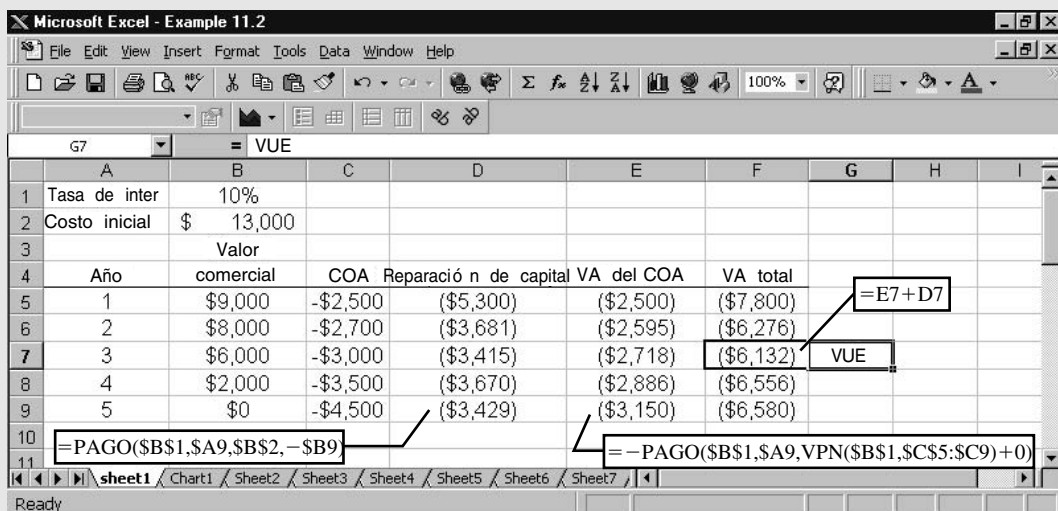
Observe la figura 11.2, donde se muestran la hoja de cálculo y el diagrama para este ejemplo. (Este formato es un modelo para cualquier análisis de VUE; solamente cambie las estimaciones y añada filas para más años.) Los contenidos de las columnas D y E se describen brevemente a continuación. Las funciones PAGO aplican los formatos para el defensor como antes se describió. Las etiquetas de las celdas muestran con detalle el formato de referencia a celdas para el año 5. Los símbolos \$ se incluyen para una referencia absoluta de la celda, necesaria cuando la entrada se arrastra hacia la columna.

Columna D: La recuperación de capital es el VA de la inversión de \$13 000 (celda B2) en el año 0, para cada año a partir del 1 y hasta el 5 con un VC estimado para ese año. Por ejemplo, en números reales, la función PAGO de la referencia a celda en el año 5 que aparece en la hoja de cálculo se lee: PAGO(10%, 5, 13,000, -0), que da como resultado \$-3,429. Esta serie se grafica en la figura 11.2b, donde, en la leyenda, se identifica la recuperación de capital.

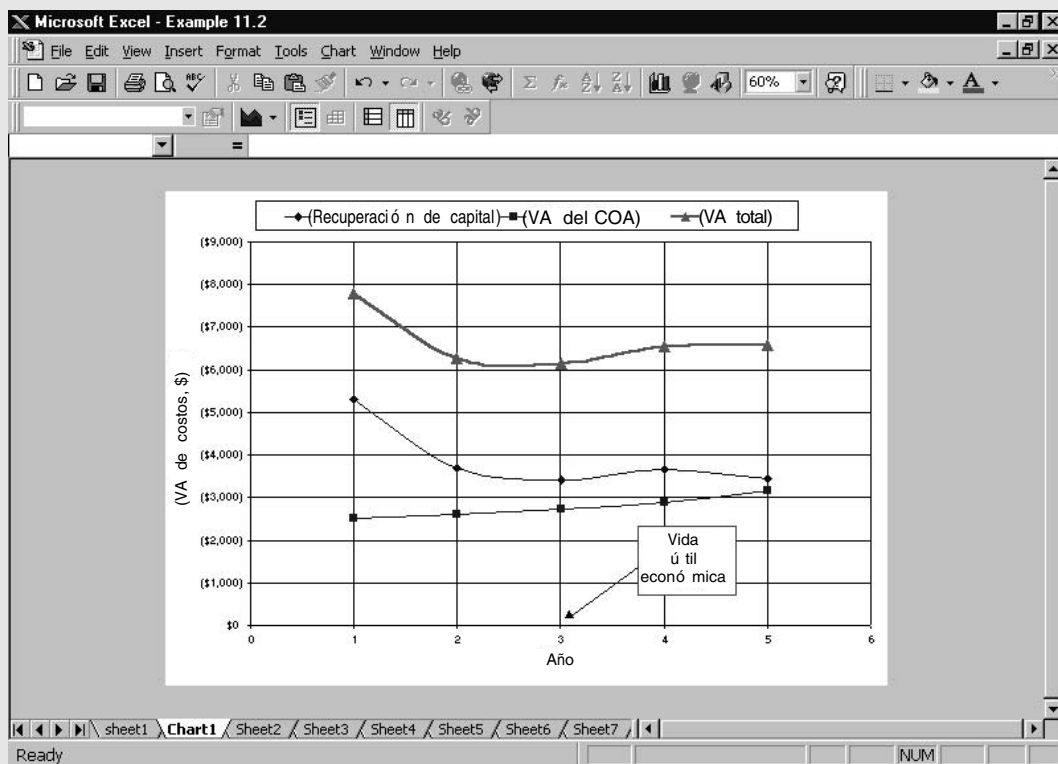
Columna E: La función VPN incorporada en la función PAGO calcula el valor presente en el año 0 de todos los estimados de COA en el año k . Después se calcula el VA del CAO durante k años. Por ejemplo, en el año 5, el PAGO en cifras es: PAGO(10%, 5, VPN(10%, C5:C9)+0). El “0” representa el COA del año 0 y es opcional. La gráfica muestra la curva de VA del COA que se incrementa constantemente debido a los aumentos anuales del cálculo del COA.

Comentario

La *curva de recuperación de capital* que aparece en la figura 11.2b (curva media) no es una forma realmente cóncava a consecuencia de los cambios en el valor comercial estimado anual. Si se calculó el mismo VC para cada año, entonces la curva sería similar a la que aparece en la figura 11.1. Cuando diversos valores anuales totales son aproximadamente iguales, la curva será plana durante varios periodos. Esto indica que la VUE es relativamente insensible a los costos.



a)



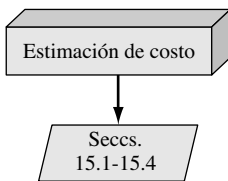
b)

Figura 11.2

a) Hoja de cálculo para determinar la vida útil económica (VUE), y b) gráfica del VA total y costo de los componentes, ejemplo 11.2.

Es razonable cuestionar la diferencia entre el análisis de VUE anterior y el análisis de VA que se realizó en capítulos previos. Antes teníamos una *vida estimada de n años* relacionada con otras estimaciones: costo inicial en el año 0, posiblemente un valor de salvamento en el año n y un COA que permanecía constante o variaba cada año. Para todos los análisis anteriores, el cálculo de VA que emplea dichos estimados determinó el VA durante n años. Esto también es la vida útil económica cuando se ajusta n . En todos los casos anteriores, no existían cálculos de VC anuales aplicables durante los años. Por lo tanto, se concluye lo siguiente:

Cuando la vida n esperada se conoce para el caso del retador o del defensor, su VA se determina a lo largo de los n años, utilizando el costo inicial o el valor comercial actual, el valor de salvamento estimado después de n años y los cálculos para COA. Este VA es el correcto para utilizar en el análisis de reemplazo.



No es difícil calcular las series de valores comercial/de salvamento para un activo nuevo o un activo actual. Por ejemplo, un activo con un costo inicial P puede perder valor comercial al 20% anual, así que la serie de valores comerciales para los años 0, 1, 2, ... es $P, 0.8P, 0.64P, \dots$, respectivamente. (En el capítulo 15 se ofrece un panorama de los enfoques y técnicas de estimación de costos.) Si es razonable predecir las series de VC con un fundamento anual, se pueden combinar con los cálculos del COA para producir lo que se denomina *costos marginales* para un activo.

Los costos marginales (CM) son los cálculos anuales de los costos de propiedad y operación de un activo para ese año.

Existen 3 elementos para cada estimado de costo marginal anual:

- Costo de propiedad (la pérdida en el valor comercial es la mejor estimación de dicho costo).
- El interés no ganado en el valor comercial al principio del año.
- COA de cada año.

Una vez que se determinan los costos marginales para cada año, puede calcularse su VA equivalente. La suma de los valores anuales de los primeros dos componentes es idéntica a la cantidad de la recuperación de capital. Debería estar claro ahora que el VA total de los tres elementos del costo marginal durante k años es el mismo valor que el valor anual total, para k años calculado en la ecuación [11.3]. Por lo tanto, es la siguiente relación:

$$\text{VA de costos marginales} = \text{VA total de costos} \quad [11.4]$$

Entonces, no es necesario llevar a cabo por separado un análisis de costo marginal detallado, cuando se calculan anualmente los valores comerciales. El análisis de VUE que aparece en el ejemplo 11.2 es suficiente siempre y cuando arroje los mismos valores numéricos. Esto se demuestra en el ejemplo 11.3 con los datos del ejemplo 11.2.

EJEMPLO 11.3

Un ingeniero determinó que un activo del proceso de manufactura con 3 años de uso actualmente tiene un valor comercial de \$13 000, así como los valores estimados de salvamento/comerciales y valores del COA que se indican en la tabla 11.1 (repetidos en la figura 11.3, columnas B y E). Determine el VA de los costos marginales por computadora, y compárelos con los valores anuales totales de la figura 11.2. Emplee la serie de costo marginal para determinar los valores correctos para n y VA si el activo es el defensor en un análisis de reemplazo.

Solución por computadora

Observe la figura 11.3. El primer elemento del costo marginal es la pérdida en el VC anual (columna C). El 10% de interés sobre el VC (columna D) es el segundo elemento, el interés no ganado sobre el VC. La suma de ellos es la cantidad de recuperación de capital anual. Con base en la descripción anterior, el costo marginal para cada año es la suma de las columnas C, D y E, como se indica en las etiquetas de celda en la hoja de cálculo. La serie de VA de los valores de los costos marginales en la columna G es idéntica a la que se determinó para el VA total de costos empleando el análisis de VUE de la figura 11.2a. Los valores correctos para un análisis de reemplazo son $n = 3$ años y $VA = \$-6,132$; lo mismo que para el análisis de VUE del ejemplo anterior.



Microsoft Excel - Example 11.3

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Tasa de inter	10%							
2	VC actual	\$ 13,000							
3									
4			P	Inter	COA	Costo marginal	VA del costo		
5	Año	VC	por año	en VC por año	estimado	para el año	marginal		
6	1	\$9,000	-\$4,000	-\$1,300	-\$2,500	-\$7,800	(\$7,800)		
7	2	\$8,000	-\$1,000	-\$900	-\$2,700	-\$4,600	(\$6,276)		
8	3	\$6,000	-\$2,000	-\$800	-\$3,000	-\$5,800	(\$6,132)		
9	4	\$2,000	-\$4,000	-\$600	-\$3,500	-\$8,100	(\$6,556)		
10	5	\$0	-\$2,000	-\$200	-\$4,500	-\$6,700	(\$6,580)		
11									
12									
13									
14									
15									
16									
17									
18									
19									
20									
21									

Formulas shown in the image:

- Cell B7: $=B8-B7$
- Cell D7: $=-B\$1*B7$
- Cell F7: $=C8+D8+E8$
- Cell G7: $=-PAGO(B\$1, \$A8, VPN(B\$1, \$F\$6:\$F\$8)+0)$

Figura 11.3

Cálculo del VA de las series de costos marginales, ejemplo 11.3.

En este momento ya es posible obtener dos conclusiones específicas acerca de n y el VA que se utilizan en un análisis de reemplazo. Estas conclusiones se basan en el grado para el que se realizan los estimados anuales del valor comercial.

1. **Se realizan cálculos de valor comercial cada año.** Tales cálculos se emplean para llevar a cabo un análisis de VUE y para determinar el valor n , con el VA total menor de costos. Éstos son la mejor n , así como los valores anuales del análisis de reemplazo.
2. **No se realizan cálculos del valor comercial cada año.** Aquí el único cálculo disponible es el valor comercial (valor de salvamento) en el año n . Emplee este valor para calcular el VA durante n años. Éstos serán los valores anuales y de n que se utilizarán; sin embargo, quizá no sean los “mejores” valores en caso de que no representen el mejor VA total equivalente del valor de costo.

Al completar el análisis de VUE, el procedimiento de un análisis de reemplazo en la siguiente sección se aplica utilizando los siguientes valores:

Alternativa del retador (R): VA_R para n_R años

Alternativa del defensor (D): VA_D para n_D años

11.3 REALIZACIÓN DE UN ANÁLISIS DE REEMPLAZO

Los análisis de reemplazo se llevan a cabo de dos maneras: sin especificar el periodo de estudio o con un periodo de estudio definido. La figura 11.4 muestra un panorama general del enfoque seguido para cada situación. El procedimiento que se analiza en esta sección se aplica cuando no se especifica el periodo de estudio (horizonte de planeación). Si se identifica un número específico de años en el análisis de reemplazo, por ejemplo durante los próximos 5 años, sin considerar una continuación posterior a este periodo de tiempo en el análisis económico, se aplica el procedimiento de la sección 11.5.

Un análisis de reemplazo determina cuándo un retador reemplaza al defensor. El estudio completo se termina si el retador (R) se elige para reemplazar al defensor (D) en ese momento. No obstante, si se mantiene el defensor, el estudio podría extenderse un número de años igual a la vida del defensor n_D , después del cual un retador reemplazará al defensor. Utilice el valor anual y los valores de vida de R y D determinados en el análisis de VUE, para aplicarlos en el siguiente procedimiento del análisis de reemplazo. Lo anterior supone que los servicios ofrecidos por el defensor podrían obtenerse a la cantidad VA_D .

Nuevo análisis de reemplazo:

1. Sobre la base del mejor valor de VA_R o VA_D , elija la mejor alternativa (R) o la mejor alternativa (D). Cuando se haya elegido al retador, reemplace al defensor en ese momento y espere conservar al retador por n_R años. Entonces el análisis de reemplazo estará completo. Por otra parte, si eligió al defensor, planea conservarlo hasta n_D años. (Se trata de la rama izquierda de la figura 11.4.) El próximo año, lleve a cabo los siguientes pasos.

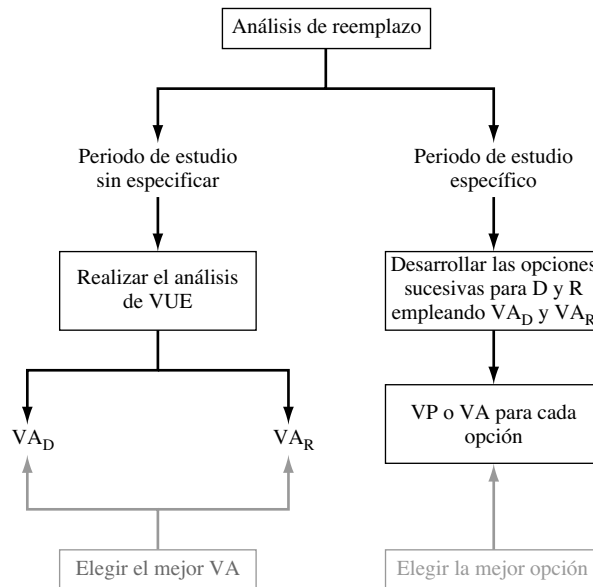


Figura 11.4

Panorama general para ambos enfoques del análisis de reemplazo.

Análisis posterior a un año:

- En el caso de que no todos los cálculos sean vigentes para ambas alternativas, especialmente el costo inicial, el valor comercial y el COA, proceda con el paso 3. En el caso que sean vigentes y éste es el año n_D , reemplace al defensor. Si no es el año n_D , conserve al defensor un año más y repita este mismo paso. Este paso podría repetirse en varias ocasiones.
- Si los estimados han cambiado, actualícelos y determine nuevos valores para VA_R y VA_D , e inicie un nuevo análisis de reemplazo (paso 1).

Si inicialmente se elige al defensor (paso 1), quizá sea necesario actualizar las estimaciones después de un año de conservarlo (paso 2). Posiblemente ya exista un nuevo mejor retador para compararlo con D. Cualquier cambio significativo en los cálculos del defensor o en la disponibilidad de un nuevo retador indica que deberá llevarse a cabo un nuevo análisis de reemplazo. En la actualidad, un análisis de reemplazo puede llevarse a cabo anualmente para determinar la conveniencia de reemplazar o conservar algún defensor, siempre y cuando esté disponible un retador competitivo.

El ejemplo 11.4 que aparece a continuación ilustra la aplicación del análisis de VUE para un retador y un defensor, seguido por la aplicación del procedimiento del análisis de reemplazo. El horizonte de planeación no se especifica en este caso.

EJEMPLO 11.4

Hace dos años, Toshiba Electronics realizó una inversión de \$15 millones en una maquinaria nueva de línea de ensamblado. Adquirió aproximadamente 200 unidades a \$70 000

cada una y las ubicó en plantas de 10 diferentes países. El equipo clasifica, prueba e inserta ordenadamente los componentes electrónicos en tableros de circuito impresos con propósitos específicos. Este año el nuevo estándar internacional de la industria requerirá una adecuación de \$16 000 por cada unidad, además del costo esperado de operación. Debido a estos nuevos estándares, aunados al rápido cambio tecnológico, un sistema nuevo desafía la conservación de esta maquinaria de 2 años de uso. El jefe de ingenieros de Toshiba EE.UU. se da cuenta que deberá tomarse en consideración los aspectos económicos, por lo que se cuestiona acerca de si el análisis de reemplazo deberá llevarse a cabo este año y anualmente en el futuro, si es necesario. A una $i = 10\%$ y con las estimaciones que aparecen a continuación, realice los cálculos para ambos procedimientos, a mano y por computadora.

- a) Determine los valores anuales y las vidas útiles económicas necesarias para realizar un análisis de reemplazo.
- b) Realice el análisis de reemplazo en este momento.

Retador: Costo inicial: \$50 000

Valores comerciales futuros: decremento de 20% anual

Periodo estimado de retención: no más de 5 años

Estimados del COA: \$5 000 el primer año, con incrementos anuales de \$2 000 de ahí en adelante

Defensor: Valor comercial internacional actual: \$15 000

Valores comerciales futuros: decremento de 20% anual

Periodo estimado de retención: no mayor a 3 años más

Estimados del COA: \$4 000 el próximo año, con incrementos anuales de \$4 000 de ahí en adelante, más \$16 000 por la adecuación en el próximo año

- c) Después de un año, es tiempo de llevar a cabo el análisis de seguimiento. El retador realiza grandes incursiones en el mercado de equipo de ensamblado de componentes electrónicos, especialmente con los nuevos estándares internacionales instaurados. El valor comercial esperado para el defensor todavía es de \$12 000 este año, pero se espera que caiga hasta un valor casi nulo en el futuro: \$2 000 el próximo año en el mercado mundial y posteriormente 0. Además debe tomarse en cuenta que el equipo obsoleto tiene un costo de servicio más elevado, por lo tanto, se estima que el COA se incrementará el siguiente año de \$8 000 a \$12 000, y en 2 años hasta \$16 000. Realice el análisis de seguimiento para el análisis de reemplazo.

Solución a mano

- a) Los resultados del análisis de VUE, que aparecen en la tabla 11.2, incluyen todas las estimaciones del VC y el COA para el retador en el inciso a de la tabla. Observe que $P = \$50\,000$ es también el valor comercial en el año 0. El VA total de costos es para cada año, el de ponerse en servicio el retador para ese número de años. Como ejemplo, el año $k = 4$ cuyo monto es \$-19 123 se determina mediante la ecuación [11.3]. El factor A/G se aplica en lugar de los factores P/F y A/P para encontrar el VA de las series gradiente aritmético en el COA.

$$\begin{aligned} \text{VA}_4 \text{ total} &= -50\,000(A/P, 10\%, 4) + 20\,480(A/F, 10\%, 4) \\ &\quad - [5\,000 + 2\,000(A/G, 10\%, 4)] \\ &= \$-19\,123 \end{aligned}$$

TABLA 11.2 Análisis de vida útil económica (VUE) para los costos de a) retador y b) defensor (ejemplo 11.4)

a) Retador			
Retador, año k	Valor comercial	COA	VA total si es propietario k años
0	\$50 000	—	—
1	40 000	\$-5 000	\$-20 000
2	32 000	-7 000	-19 524
3	25 600	-9 000	-19 245
4	20 480	-11 000	-19 123
5	16 384	-13 000	-19 126
b) Defensor			
Defensor, año k	Valor comercial	COA	VA total si es conservado k años
0	\$15 000	—	—
1	12 000	\$-20 000	\$-24 500
2	9 600	-8 000	-18 357
3	7 680	-12 000	-17 307

Los costos del defensor se analizan de la misma forma en la tabla 11.2b hasta un máximo periodo de conservación de 3 años.

Los valores del costo menor VA (numéricamente más grandes) para el análisis de reemplazo son:

Retador: $VA_R = \$-19\ 123$ para $n_R = 4$ años

Defensor: $VA_D = \$-17\ 307$ para $n_D = 3$ años

Si se grafica, la curva del costo de VA total del retador (tabla 11.2a) sería relativamente plana después de dos años; casi no existe diferencia en el valor anual total de los años 4 y 5. Para el defensor, note que los valores del COA varían sustancialmente durante los 3 años; sin embargo, su incremento o decremento no es constante.

Los incisos b y c se resuelven a continuación por computadora.

Solución por computadora

- a) La figura 11.5 incluye la hoja de cálculo completa y el costo total de VA graficado para el retador y el defensor. (Las tablas se generaron al copiar inicialmente la hoja de cálculo elaborada en la figura 11.2a. Todas las funciones PAGO que se indican en las columnas D y E, así como la función suma en la columna F, son idénticas. El costo inicial, valor comercial y monto del COA varían para este ejemplo.) Algunas funciones esenciales se detallan en las etiquetas de las celdas. El diagrama de dispersión xy muestra el VA total de las curvas de costo. Los valores anuales y de la VUE son los mismos que aparecen en la solución a mano.



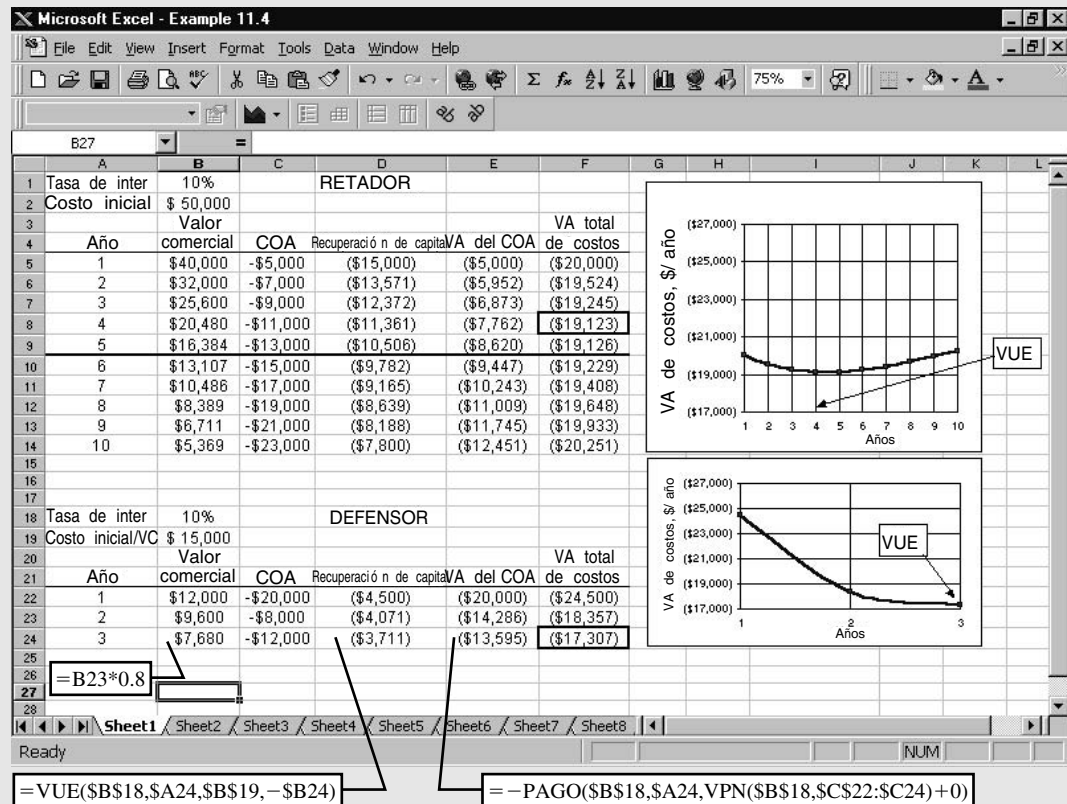


Figura 11.5

Vida útil económica (VUE) del retador y del defensor empleando una hoja de cálculo, ejemplo 11.4.
(El formato y funciones de tabulación son los mismos que se muestran en la figura 11.2a.)

Puesto que es muy fácil agregar años a un análisis de VUE, los años 5 a 10 se agregan al análisis del retador en las filas 10 a 14 de la hoja de cálculo. Note que la curva de VA total tiene una parte inferior relativamente plana, para después regresar al nivel de costo de VA de vida temprana (alrededor de \$-20 000) después de algunos años, 10 en este caso. Es una curva de VA clásica generada a partir del constante decremento de los valores comerciales y del constante incremento de los valores del COA. (El empleo de este formato de tabulación y estas funciones se recomienda también para el análisis donde todos los componentes de VA total necesitan mostrarse.)

- Para aplicar el estudio de reemplazo en este momento, realice sólo el primer paso del procedimiento. Después seleccione al defensor porque tiene el mejor VA de costos (\$-17 307) y espere conservarlo por 3 años más. Prepare un análisis posterior a 1 año para llevar a cabo a partir de ahora.
- Un año después, la situación ha cambiado significativamente para el equipo Toshiba, que se conservó el último año. Aplique los pasos del análisis posterior a 1 año:

1. Después de 1 año de conservar al defensor, los estimados del retador todavía son razonables, aunque el valor comercial del defensor y sus estimados del COA son significativamente diferentes. Vaya al paso 3 y realice un nuevo análisis de VUE para el defensor.
2. Los estimados del defensor que se indican en la tabla 11.2b se actualizan a continuación y se calculan nuevos valores anuales con la ecuación [11.3]. Existe ahora un máximo de 2 años más para conservar al defensor, 1 año menos que los tres años determinados el año pasado.

Año k	Valor comercial	COA	VA total si se retiene al defensor por k años más
0	\$12 000	—	—
1	2 000	\$-12 000	\$-23 200
2	0	-16 000	-20 819

El VA y los valores n para el nuevo estudio de reemplazo son los siguientes:

Retador: sin cambio en $VA_R = \$-19\,123$ para $n_R = 4$ años

Defensor: nuevo $VA_D = \$-20\,819$ para $n_D = 2$ años más

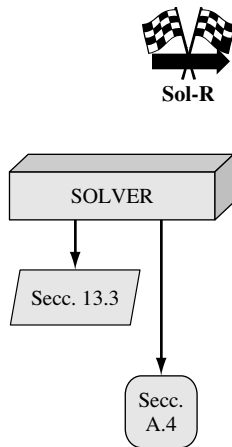
Ahora elija al retador tomando como base su VA favorable. A continuación, reemplace al defensor en este momento, y no dentro de 2 años. Espere conservar al retador por 4 años o hasta que un mejor retador aparezca en la escena.

A menudo resulta útil conocer el valor comercial mínimo del defensor necesario para que el retador sea atractivo en términos económicos. Si se puede obtener un valor comercial (de intercambio) de al menos dicha cantidad, el retador deberá elegirse inmediatamente desde una perspectiva económica. Éste es un *valor de equilibrio* entre VA_R y VA_D , y se le denomina *valor de reemplazo (VR)*. Establezca la relación $VA_R = VA_D$ con un valor comercial del defensor sustituido por VR, que se desconoce en ese momento. Si se conoce VA_R , se podrá determinar el VR. La dirección es la siguiente:

Si el valor de intercambio real excede el valor de reemplazo de equilibrio, el retador es la mejor alternativa y deberá reemplazarse al defensor en este momento.

Para el ejemplo 11.4b, el $VA_R = \$-19\,123$, y se eligió al defensor. Entonces, el VR debería ser mayor que el valor comercial estimado del defensor de \$15 000. La ecuación [11.3] se establece para 3 años de conservación del defensor y es igual a \$-19 123.

$$\begin{aligned}
 & -VR(A/P, 10\%, 3) + 0.8^3 VR(A/F, 10\%, 3) - [20\,000(P/F, 10\%, 1) \\
 & \quad + 8\,000(P/F, 10\%, 2) + 12\,000(P/F, 10\%, 3)](A/P, 10\%, 3) = \$-19\,123 \\
 & \quad VR = \$22\,341
 \end{aligned}
 \tag{11.4}$$



Cualquier valor comercial de intercambio por encima de esta cantidad es una indicación económica para reemplazar en ese momento con el retador.

Si la hoja de cálculo que aparece en la figura 11.5 se elaboró para el análisis de VUE, SOLVER de Excel (que se encuentra en el menú Herramientas) puede encontrar rápidamente el VR. Es importante comprender lo que SOLVER hace a partir de una perspectiva de ingeniería económica; por lo que deberá aplicarse y comprenderse la ecuación [11.4]. La celda F24 en la figura [11.5] es la “celda objetivo” para igualar \$-19 123 (la mejor opción del VA_R en F8). Se trata de la manera en que Excel elabora una hoja de cálculo equivalente a la ecuación [11.4]. SOLVER ofrece el VR de \$22 341 en la celda B19 con una nueva estimación del valor comercial de \$11 438 para el año 3. Al reflexionar en la solución del Ejemplo 11.4 (b), se observa que el valor de mercado es de \$15 000, cantidad inferior que el $VR = \$22\,341$. Por tanto, se prefiere al defensor por sobre el retador. Utilice el apéndice A o la función de ayuda en línea de Excel para aprender cómo utilizar SOLVER con eficacia. SOLVER se emplea más ampliamente en el capítulo 13 para el análisis de punto de equilibrio.

11.4 CONSIDERACIONES ADICIONALES EN UN ANÁLISIS DE REEMPLAZO

Hay algunos aspectos adicionales en un análisis de reemplazo que es necesario explicar. Tres de estos aspectos se identifican y analizan en orden.

- Las decisiones de reemplazo para años futuros en el momento del análisis de reemplazo inicial.
- Costo de oportunidad frente a enfoques de flujos de efectivo para la comparación de alternativas.
- Anticipación de futuros retadores mejorados.

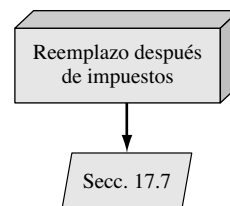
En la mayoría de los casos, cuando la gerencia inicia un análisis de reemplazo, la pregunta queda mejor planteada de la siguiente manera: ¿Se reemplaza ahora, dentro de 1 año, dentro de 2 años, etcétera? El procedimiento anterior responde, en efecto, la pregunta siempre y cuando los cálculos para R y D no varíen conforme transcurre cada año. En otras palabras, *en el momento en que se lleva a cabo, el paso 1 del procedimiento responde la pregunta referente al reemplazo para múltiples años*. Es sólo cuando las estimaciones cambian con el tiempo que la decisión de retener al defensor puede invertirse prematuramente a favor del entonces mejor retador, es decir, antes de n_p años.

Los costos iniciales (valores P) para el retador y el defensor se han tomado correctamente como la inversión inicial, en el caso del retador R; y el valor comercial actual, en el caso del defensor D. Esto recibe el nombre de *enfoque de costo de oportunidad*, en virtud de que reconoce que una entrada de fondos igual al valor comercial se desprecia al elegir al defensor. Dicho enfoque, también llamado enfoque convencional, es correcto para cada análisis de reemplazo. Un segundo enfoque, denominado *enfoque de flujo de efectivo*, reconoce que cuando se elige R, se recibe la entrada de efectivo del valor comercial para el caso del defensor y, en efecto, reduce de inmediato el capital necesario para invertir en el retador. La aplicación del enfoque de flujo de efectivo se recomienda muy poco a causa de, por lo menos, dos razones: la posible violación del supuesto de servicios iguales y el valor

incorrecto de recuperación de capital para R. Estamos conscientes de que todas las evaluaciones económicas deben comparar alternativas con servicios iguales. Por consiguiente, el enfoque de flujo de efectivo funciona solamente cuando las vidas del retador y del defensor son exactamente iguales. Normalmente éste no es el caso; de hecho, el análisis de VUE y el procedimiento del estudio de reemplazo se diseñan con el propósito de comparar dos alternativas mutuamente excluyentes y de *vidas diferentes*, utilizando el método del valor anual. Si esta razón relativa a la comparación de servicios iguales no es suficiente, considere lo que sucede a la cantidad de recuperación de capital del retador cuando disminuye su costo inicial por el valor comercial del defensor. Los términos de la recuperación de capital (RC) en la ecuación [11.3] se reducirán, lo que dará como resultado un falso valor bajo de RC para el retador, cuando se elige. Desde la perspectiva ventajosa del estudio económico mismo, la decisión para R o D no cambiará; sin embargo, cuando se elige e implementa R, el valor RC no resulta confiable. La conclusión es simple: *Emplee la inversión inicial de R y el VC de D como costos iniciales en el análisis de VUE y en el análisis de reemplazo.*

Una premisa fundamental de un análisis de reemplazo se refiere al hecho de que algún retador reemplazará al defensor en cierto momento en el futuro, siempre que el servicio se siga requiriendo y un retador que valga la pena se encuentre disponible. La expectativa de mejorar siempre los retadores puede estimular a retener al defensor hasta que se establezcan algunos elementos relacionados con la situación: tecnología, costos, fluctuaciones en el mercado, negociaciones por contrato, etcétera. Éste fue el caso del ejemplo anterior relativo al equipo de montaje electrónico. Un gasto considerable en equipo cuando las normas cambiaron inmediatamente después de la compra forzó un análisis de reemplazo prematuro y una pérdida cuantiosa de capital invertido. El análisis de reemplazo no sustituye la disponibilidad del retador predecible. *Es importante comprender las tendencias, avances y fuerzas competitivas que pueden complementar el resultado económico de un buen análisis de reemplazo.* Con frecuencia es mejor comparar al retador con un defensor fortalecido en el análisis de reemplazo. La añadidura de las características necesarias a un defensor actualmente instalado llega a prolongar su vida útil y su productividad hasta que las opciones del retador resulten más atractivas.

Es posible que ocurra un impacto tributario significativo cuando un defensor se cambia temprano en su vida esperada. Si los impuestos deben tomarse en cuenta, remítase ahora, o después de la siguiente sección, al capítulo 17 y al análisis de reemplazo después de impuestos en la sección 17.7.



11.5 ANÁLISIS DE REEMPLAZO DURANTE UN PERIODO DE ESTUDIO ESPECÍFICO

Cuando el periodo del análisis de reemplazo se limita a un periodo de estudio u horizonte de planeación específico, 6 años, por ejemplo, la determinación de los valores VA para el retador y para la vida restante del defensor normalmente no se basan en la vida útil económica. No se toma en cuenta lo que sucede con las alternativas después del periodo de estudio en el análisis de reemplazo. Por consiguiente, los servicios no se requieren más allá del periodo de estudio. De hecho, un periodo

fijo de estudio no se ajusta a los tres supuestos establecidos en la sección 11.1 (servicio necesario para un futuro indefinido, óptima disponibilidad del retador ahora y estimaciones que serán idénticas para futuros ciclos de vida).

Cuando se lleva a cabo un análisis de reemplazo durante un periodo fijo, resulta esencial que los cálculos para determinar los valores VA sean exactos y se utilicen en el estudio. Lo anterior es de particular importancia para el defensor. Si no se cumple con la siguiente condición, se viola la suposición de comparación de servicios iguales.

Cuando la vida restante del defensor es más breve que el periodo de estudio, el costo de suministrar los servicios del defensor, a partir del final de su vida restante esperada hasta el final del periodo de estudio, debe calcularse con tanta exactitud como sea posible e incluirse en el análisis de reemplazo.

La rama derecha de la figura 11.4 muestra una vista general del procedimiento del estudio de reemplazo para un periodo de estudio establecido.

1. *Opciones sucesivas y valores VA.* Se llevan a cabo todas las formas viables de utilizar al defensor y al retador durante el periodo de estudio. Puede haber una o varias opciones; cuanto más extenso sea el periodo de estudio, más complejo se torna el análisis. Los valores VA_D y VA_R se utilizan para formar la serie de flujo de efectivo equivalente para cada opción.
2. *Elección de la mejor opción.* Se calcula el VP o VA de cada opción durante el periodo de estudio. Se elige la opción con mínimo costo o mayores rendimientos en caso de que se estimen los ingresos. (Como antes, la mejor opción tendrá el mayor valor numérico para VP o VA.)

Los siguientes tres ejemplos aplican dicho procedimiento e ilustran la importancia de hacer estimaciones de costos para la alternativa del defensor, cuando su vida restante es menor que el periodo de estudio.

EJEMPLO 11.5

Claudia trabaja para Lockheed-Martin (LMCO) en la división de mantenimiento de aviones. Se prepara para lo que ella y su superior, el jefe de la división, esperan que resulte un nuevo contrato de defensa a 10 años con la Fuerza Aérea de Estados Unidos para aviones de carga C-5A. Una pieza esencial del equipo para operaciones de mantenimiento consiste en un sistema de diagnóstico de circuitos con aplicación para la aviación. El sistema actual se compró hace 7 años con un contrato anterior. No tiene costos de recuperación de capital restantes y los siguientes cálculos son confiables: valor comercial actual: \$70 000, vida restante de 3 años más, no hay valor de salvamento y el COA = \$30 000 anuales. Las únicas opciones para el sistema consisten en reemplazarlo o conservarlo los 3 años completos que le quedan.

Claudia descubrió que sólo existe un buen sistema retador con las siguientes estimaciones de costos: costo inicial de \$750 000, 10 años de vida, $S = 0$ y COA = \$50 000 anuales.

Al darse cuenta de la importancia de las estimaciones exactas de los costos de la alternativa del defensor, Claudia preguntó al jefe de la división qué sistema representaría una continuación lógica del actual dentro de 3 años, si LMCO consigue el contrato. El jefe predijo que LMCO compraría el mismo sistema que ella había identificado como retador, en virtud de que es el mejor en el mercado. La compañía lo conservaría los 10 años completos adicionales para utilizarlo con una extensión del contrato o en otra aplicación que permitiera recuperar los 3 años que quedan de capital invertido. Claudia interpretó que la respuesta significaba que los últimos 3 años también serían de recuperación de capital, aunque en algún otro proyecto distinto de éste. El estimado de Claudia del costo inicial de este sistema para dentro de 3 años es de \$900 000. Además, los \$50 000 anuales de COA constituyen la mejor estimación en este momento.

El jefe de la división señaló que cualquier estudio tenía que llevarse a cabo aplicando la tasa de interés del 10%, según lo indica la Oficina de Dirección y Presupuesto de Estados Unidos. Realice un análisis de reemplazo para el periodo fijo del contrato de 10 años.

Solución

Se fija el periodo de estudio en 10 años, de manera que el intento de establecer suposiciones de análisis de reemplazo no se encuentra presente. Esto implica que las estimaciones de seguimiento del defensor son muy importantes para el análisis. Además, cualquier análisis para determinar los valores de VUE son innecesarios e incorrectos en virtud de que las vidas alternativas ya se han establecido y no hay valores comerciales anuales previstos. El primer paso del procedimiento del análisis de reemplazo consiste en definir las opciones. Como el defensor será reemplazado ahora o en 3 años, sólo existen dos opciones:

1. Un retador para 10 años.
2. Un defensor para 3 años, seguido por un retador para 7 años.

Se calculan los valores VA para R y D. En el caso de la opción 1, se utiliza el retador para los 10 años. La ecuación [11.3] se aplica con los siguientes cálculos:

$$\begin{aligned} \text{Retador:} \quad & P = \$750\,000 \quad \text{COA} = \$50\,000 \\ & n = 10 \text{ años} \quad S = 0 \\ \text{VA}_R = & -750\,000(A/P, 10\%, 10) - 50\,000 = \$-172\,063 \end{aligned}$$

La segunda opción incluye estimaciones de costos más complejas. El VA para el sistema actual se calcula durante los primeros 3 años. *Sumada a este valor se encuentra la recuperación del capital para el seguimiento del defensor por los siguientes 7 años. No obstante, en este caso la cantidad RC se determina durante sus 10 años completos de vida.* (No es raro que la recuperación del capital invertido se mueva entre los proyectos, en particular en el caso del trabajo bajo contrato.) Refiérase a los elementos de VA, como VA_{DA} (el subíndice DA representa al defensor actual) y VA_{DS} (el subíndice DS representa al defensor de seguimiento). Los diagramas de flujo de efectivo finales se muestran en la figura 11.6.

$$\begin{aligned} \text{Defensor actual:} \quad & \text{valor comercial} = \$70\,000 \quad \text{COA} = \$30\,000 \\ & n = 3 \text{ años} \quad S = 0 \\ \text{VA}_{DA} = & [-70\,000 - 30\,000(P/A, 10\%, 3)](A/P, 10\%, 10) = \$-23\,534 \end{aligned}$$

Defensor de seguimiento: $P = \$900\,000$, $n = 10$ años exclusivamente para los cálculos de recuperación de capital, $\text{COA} = \$50\,000$ para los años 4 a 10, $S = 0$.

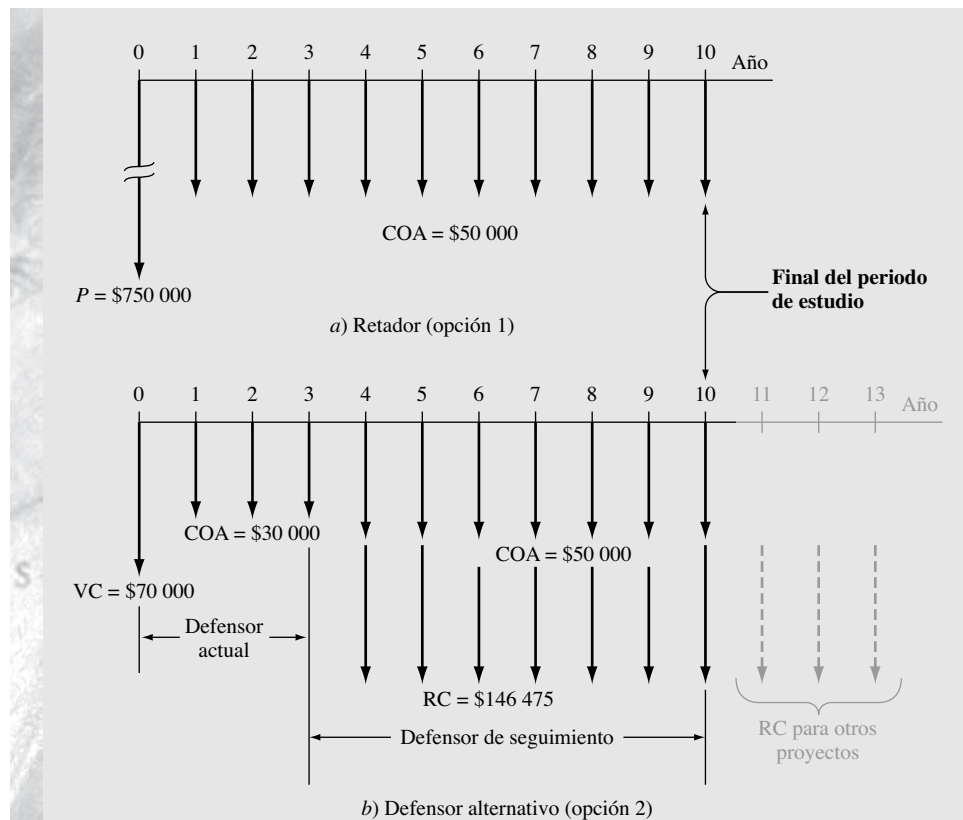


Figura 11.6

Diagramas de flujo de efectivo para un análisis de reemplazo con periodo de estudio de 10 años (ejemplo 11.5).

El RC y el VA para los 10 años son:

$$RC_{DS} = -900\,000(A/P, 10\%, 10) = \$-146\,475 \quad [11.5]$$

$$VA_{DS} = (-146\,475 - 50\,000)(F/A, 10\%, 7)(A/F, 10\%, 10) = \$-116\,966$$

El VA_D total del defensor es la suma de los dos valores anuales anteriores. Éste es el VA para la opción 2.

$$VA_D = VA_{DA} + VA_{DS} = -23\,534 - 116\,966 = \$-140\,500$$

La opción 2 incluye un costo menor ($\$-140\,500$ contra $\$-172\,063$). Conserve al defensor ahora y espere la compra del sistema de seguimiento dentro de 3 años.

Comentario

El costo de recuperación del capital para el defensor de seguimiento lo absorberá algún proyecto por identificarse para los años 11 a 13. Si no se realizara esta suposición, su costo de recuperación del capital se calcularía durante 7 años, no 10, en la ecuación [11.5], lo cual incrementaría el valor de RC a $\$-184\,869$. Esto eleva el valor anual a $VA_D = \$-163\,357$. La alternativa (opción 1) del defensor todavía se elegirá.

EJEMPLO 11.6

Hace 3 años, el aeropuerto O'hare de Chicago compró un nuevo carro de bomberos. Como consecuencia del incremento en el número de vuelos, se requiere de una nueva capacidad en la lucha contra los incendios. Ahora se puede adquirir otro camión de bomberos con la misma capacidad o un camión con el doble de capacidad puede sustituir al actual. A continuación aparecen las estimaciones. Compare las opciones al 12% anual aplicando a) un periodo de estudio de 12 años y b) un periodo de estudio de 9 años.

	El que se tiene en la actualidad	Nueva compra	De doble capacidad
Costo inicial P , \$	-151 000 (hace 3 años)	-175 000	-190 000
COA, \$	-1 500	-1 500	-2 500
Valor comercial, \$	70 000	—	—
Valor de salvamento, \$	10% de P	12% de P	10% de P
Vida, años	12	12	12

Solución

Identifique la opción 1 como retención del camión que se posee actualmente y el incremento con un nuevo vehículo de la misma capacidad. Defina la opción 2 como un reemplazo con el camión del doble de capacidad.

	Opción 1		Opción 2
	El que se tiene en la actualidad	Incremento	Capacidad doble
P , \$	-70 000	-175 000	-190 000
COA, \$	-1 500	-1 500	-2 500
S , \$	15 100	21 000	19 000
n , años	9	12	12

a) En el caso del periodo de estudio de 12 años de la opción 1,

$$\begin{aligned}
 VA_1 &= (\text{VA del camión que actualmente se tiene}) + (\text{VA del incremento}) \\
 &= [-70\,000(A/P, 12\%, 9) + 15\,100(A/F, 12\%, 9) - 1\,500] \\
 &\quad + [-175\,000(A/P, 12\%, 12) + 21\,000(A/F, 12\%, 12) - 1\,500] \\
 &= -13\,616 - 28\,882 \\
 &= \$-42\,498
 \end{aligned}$$

Estos cálculos suponen que los servicios equivalentes que proporciona el camión de bomberos actual pueden comprarse a \$-13 616 anuales durante los años 10 a 12.

$$\begin{aligned}
 VA_2 &= -190\,000(A/P, 12\%, 12) + 19\,000(A/F, 12\%, 12) - 2\,500 \\
 &= \$-32\,386
 \end{aligned}$$

Reemplace ahora con el camión de bomberos del doble de la capacidad (opción 2) pues representa una ventaja de \$10 112 anuales.

- b) El análisis para un periodo de estudio abreviado de 9 años es idéntico, salvo que $n = 9$ en cada factor; es decir, se admiten 3 años menos para que el incremento y los camiones del doble de capacidad recuperen la inversión del capital más 12% anual de rendimientos. Los valores de salvamento son los mismos en virtud de que se indican en forma de porcentaje de P todos los años:

$$VA_1 = \$-46\,539 \quad VA_2 = \$-36\,873$$

La opción 2 se elige nuevamente; no obstante, ahora la ventaja económica es menor. Si el periodo de estudio se abreviara más drásticamente, en algún momento la decisión debería invertirse. Si este ejemplo se resolviera con la ayuda de una computadora, los valores n en las funciones PAGO podrían reducirse para determinar si, y cuándo, la decisión de las opciones 2 a la 1 se invierte.

Si existen varias opciones para el número de años que el defensor puede mantenerse antes de reemplazarlo con el retador, el primer paso del análisis de reemplazo —opciones sucesivas y valores VA— debe incluir todas las opciones viables. Por ejemplo, si el periodo de estudio fuera de 5 años, y el defensor permaneciera en servicio 1, 2 o 3 años, deberían hacerse estimaciones de costos para determinar los valores VA para cada periodo de retención del defensor. En tal caso, hay cuatro opciones; llamémoslas W, X, Y y Z.

Opción	Defensor retenido	Servicio del retador
W	3 años	2 años
X	2	3
Y	1	4
Z	0	5

Los valores VA respectivos para la retención del defensor y el uso del retador definen los flujos de efectivo para cada opción. El ejemplo 11.7 ilustra el procedimiento.

EJEMPLO 11.7

Amoco Canada cuenta con equipo de yacimiento petrolífero que puso en servicio hace 5 años, para el cual se solicita un análisis de reemplazo. Como consecuencia del propósito específico del equipo, se decidió que el equipo actual sirva 2, 3 o 4 años antes de que se le reemplace. El equipo tiene un valor comercial actual de \$100 000, que se espera se reduzca en \$25 000 cada año. El COA es constante en este momento y se espera que permanezca así: \$25 000 anuales. El retador de reemplazo consiste en un contrato a precio fijo, que ofrecerá los mismos servicios a \$60 000 anuales por un mínimo de 2 años y un máximo de 5 años. Aplique una TMAR de 12% anual para llevar a cabo un análisis de reemplazo durante un periodo de 6 años y determine en qué momento vender el equipo actual y comprar los servicios contractuales.

Solución

Puesto que el defensor se retendrá 2, 3 o 4 años, existen tres opciones viables (X, Y y Z).

Opción	Defensor retenido	Servicio del retador
X	2 años	4 años
Y	3	3
Z	4	2

Los valores anuales del defensor se identifican mediante los subíndices D2, D3 y D4 para representar el número de años que se retiene.

$$VA_{D2} = -100\,000(A/P, 12\%, 2) + 50\,000(A/F, 12\%, 2) - 25\,000 = \$-60\,585$$

$$VA_{D3} = -100\,000(A/P, 12\%, 3) + 25\,000(A/F, 12\%, 3) - 25\,000 = \$-59\,226$$

$$VA_{D4} = -100\,000(A/P, 12\%, 4) - 25\,000 = \$-57\,923$$

En el caso de todas las opciones, el retador posee un valor anual de

$$VA_R = \$-60\,000$$

La tabla 11.3 muestra los flujos de efectivo y los valores VP para cada opción durante el periodo de estudio de 6 años. Un cálculo muestra del VP para la opción Y sería:

$$VP_Y = -59\,226(P/A, 12\%, 3) - 60\,000(F/A, 12\%, 3)(P/F, 12\%, 6) = \$-244\,817$$

La opción Z tiene el valor de VP del menor costo (\$-240 369). Conserve al defensor los 4 años, después reemplácelo. En efecto, se obtendrá la misma respuesta si el valor anual, o el valor futuro, de cada opción se calculan a la TMAR.

Comentario

Si el periodo de estudio es demasiado amplio, posiblemente debería calcularse la VUE del retador y su valor de VA utilizarse para generar las opciones y la serie de flujo de efectivo. Una opción quizá incluya más de un ciclo de vida del retador para su periodo de VUE. Los

TABLA 11.3 Flujos de efectivo equivalentes y valores de VP para un análisis de reemplazo en un periodo de estudio de 6 años (ejemplo 11.7)

Opción	Tiempo en servicio (años)		Flujos de efectivo de VA para cada opción, \$/año						Opción VP, \$
	Defensor	Retador	1	2	3	4	5	6	
X	2	4	-60 585	-60 585	-60 000	-60 000	-60 000	-60 000	-247 666
Y	3	3	-59 226	-59 226	-59 226	-60 000	-60 000	-60 000	-244 817
Z	4	2	-57 923	-57 923	-57 923	-57 923	-60 000	-60 000	-240 369

ciclos de vida parciales del retador pueden incluirse. Pase lo que pase, cualesquiera años más allá del periodo de estudio deben ignorarse para llevar a cabo el análisis de reemplazo, o se les debe considerar explícitamente con la finalidad de garantizar el hecho de que se mantenga la comparación de servicios iguales, en particular si se utiliza el VP para elegir la mejor opción.

RESUMEN DEL CAPÍTULO

En un análisis de reemplazo es importante comparar al mejor retador con el defensor. *El mejor retador (económicamente) es el que posee el menor valor anual (VA) de costos para algún periodo de años.* Si se especifican la vida restante esperada del defensor y la vida estimada del retador, se determinan los valores VA durante estos años y procede el análisis de reemplazo. Sin embargo, si pueden hacerse estimaciones razonables del valor comercial esperado (VC) y del COA para cada año de posesión, los costos (marginales) año por año permiten determinar al mejor retador.

El análisis de vida útil económica (VUE) se elaboró para la determinación de la mejor cantidad de años de servicio del retador y, como resultado, el menor VA total de los costos. Los valores n_R y VA_R que resultan se utilizan en el procedimiento del análisis de reemplazo. En el caso de la VUE del defensor se puede llevar a cabo el mismo análisis.

En los análisis de reemplazo donde no se especifica ningún periodo de estudio (horizonte de planificación), debe utilizarse el método del valor anual para comparar dos alternativas de vida diferentes. El mejor VA determina el tiempo de retención del defensor antes del reemplazo.

Cuando se especifica un periodo de estudio, en el caso de un análisis de reemplazo, es vital que las estimaciones del valor comercial y el costo para el defensor resulten tan exactas como sea posible. Cuando la vida restante del defensor sea más breve que el periodo de estudio, resulta esencial que el costo para continuar con el servicio se calcule con especial cuidado. Todas las opciones viables para utilizar al defensor y al retador se enumeran y se determinan sus flujos de efectivo equivalentes de VA. Para cada opción, se usa el valor de VP o VA para elegir la mejor opción. Tal opción determina el tiempo de retención del defensor antes del reemplazo.

PROBLEMAS

Fundamentos del reemplazo

11.1 Identifique las suposiciones fundamentales que específicamente se hace sobre la alternativa retadora al realizar un análisis de reemplazo.

11.2 En un análisis de reemplazo, ¿qué valor numérico debe usarse como costo inicial para el defensor? ¿Cuál es el mejor modo de obtener este valor?

- 11.3** ¿Por qué es importante solicitar el punto de vista de un consultor para hacer un análisis de reemplazo?
- 11.4** Chris está cansada de conducir el usado y anticuado automóvil que adquirió hace dos años por \$18 000. Estima que ahora su valor es de \$8 000. Un vendedor de carros le propuso el trato siguiente: “Mire, le daré \$10 000 por este modelo del año. Eso representa \$2 000 más de lo que usted esperaba obtener y \$3 000 más del valor que indica el Kelly Blue Book. Nuestro precio de venta de un coche nuevo para usted es de sólo \$28 000, lo que significa \$6 000 menos respecto al precio de lista de \$34 000 proporcionado por el fabricante. Si considera los \$3 000 adicionales del trato que propongo y la reducción de \$6 000 del precio de lista, usted pagaría \$9 000 menos por el carro nuevo. Por lo tanto, le estoy proponiendo un trato muy bueno, con el que obtendría \$2 000 más por su trasto viejo que lo que calculaba ganar. Así pues, cerremos el trato ahora, ¿sí?” Si Chris ejecutara un análisis de reemplazo en este momento, ¿cuál sería el costo inicial correcto por a) el defensor, y b) el retador?
- 11.5** Hace 2 años, Mytesmall Industries compró por \$600 000 equipo nuevo para pruebas de microelectrónica. En aquel momento, esperaba usarlo durante 5 años y después cambiarlo o venderlo por su valor de rescate de \$75 000. La expansión de los negocios en mercados internacionales de nuevo desarrollo empuja la decisión de cambiarlo hoy por una unidad nueva que cuesta \$800 000. Si fuera necesario, el equipo actual podría conservarse por otros dos años, tiempo en el que tendría un valor estimado en el mercado de \$5 000. La unidad actual se valúa en \$350 000 en el mercado internacional y si se usara otros 2 años ocasionaría costos de mantenimiento y operación (sin incluir costos del operador) de \$125 000 anuales. Determine los valores de P , n , s y COA para este defensor si el análisis de reemplazo se realizara hoy.
- 11.6** Hace exactamente 2 años, Buffett Enterprises instaló por \$450 000 un sistema nuevo para vigilar y controlar sus líneas de procesos de manufactura en California, con una vida esperada de 5 años. En aquel entonces el valor en el mercado quedó descrito por la relación $\$400\,000 - 50\,000k^{1.4}$, donde k son los años transcurridos desde el momento de la compra. La experiencia previa con equipo para vigilar el fuego indica que sus costos anuales de operación siguen la relación $10\,000 + 100k^3$. Si a lo largo del tiempo las relaciones son correctas, determine los valores de P , S y COA para este defensor si se llevara a cabo un análisis de reemplazo: a) ahora, con un periodo de estudio especificado de 3 años, y b) dentro de dos años, sin que se identificara algún periodo de estudio.
- 11.7** Una máquina que se compró hace 1 año por \$85 000 tiene un costo de operación más alto que el anticipado. Cuando se adquirió se esperaba que la máquina se utilizaría durante 10 años con un costo anual de mantenimiento de \$22 000 y un valor de salvamento de \$10 000. Sin embargo, el último año, el mantenimiento de la máquina le costó a la compañía \$35 000, y se espera que dicho costo ascienda a \$36 500 este año y que se incremente en \$1 500 cada año de ahí en adelante. El valor de salvamento se estima ahora en $\$85\,000 - \$10\,000k$, donde k es el número de años desde la compra de la máquina. Ahora se calcula que esta máquina será útil un máximo de 5 años más. Determine los valores de P , V , COA, n y S para un análisis de reemplazo que se lleve a cabo ahora.

Vida económica de servicio

- 11.8** Halcrow, Inc. espera reemplazar un sistema obsoleto de seguimiento instalado actualmente en máquinas CNC. El sistema retador tiene un costo inicial de \$70 000, otro de operación anual estimado en \$20 000, una vida útil máxima de 5 años, y un valor de rescate de \$10 000 en cualquier momento

en que se sustituya. Con una tasa de interés de 10% anual, determine la vida económica del servicio y el monto correspondiente. Resuelva este problema con ayuda de una calculadora portátil.

- 11.9** Utilice una hoja de cálculo para resolver el problema 11.8 y grafique la curva del VA total y sus componentes. *a)* con el empleo de las estimaciones que se hizo originalmente, y *b)* con estimaciones nuevas y más precisas, en particular con una vida máxima esperada de 10 años, un COA que se incrementaría 15% al año a partir de la estimación inicial de \$20 000, y un valor de rescate que se espera disminuya \$1 000 cada año a partir de la estimación de \$10 000 para el primer año.
- 11.10** Se espera que un activo con costo inicial de \$250 000 tenga vida útil máxima de 10 años y un valor de mercado que se reduzca \$25 000 por año. Se espera que tenga un costo de operación anual constante de \$25 000 anual durante 5 años y que en lo sucesivo se incremente de manera sustancial en 25% por año. La tasa de interés es un escaso 4% anual, debido a que la compañía, Public Services Corp., es propiedad mayoritaria del municipio y se le considera empresa semiprivada que goza de las tasas de interés propias de los proyectos públicos para obtener préstamos. *a)* Verifique que la Vida Económica de Servicio VES es de 5 años. ¿La VES es sensible al valor cambiante del mercado y a las estimaciones COA? *b)* El ingeniero a cargo de hacer el análisis del reemplazo determinó que este activo debería tener una VES de 10 años cuando se enfrentara contra cualquier retador. Si la serie COA fuera correcta, calcule el valor mínimo de mercado que haría la VES igual a 10 años. Resuelva el problema a mano o con hoja de cálculo.
- 11.11** Una trituradora nueva para materiales compuestos tiene un costo inicial de $P = \$100\,000$, y puede usarse durante un máximo de 6 años. Su valor de rescate se estima con la

relación $S = P(0.85)n$, en la que n es el número de años transcurridos después de la compra. El costo de operación sería de \$75 000 el primer año y aumentaría \$10 000 cada año a partir de entonces. Use una $i = 18\%$ anual.

- a)* Determine la vida económica de servicio y el VA correspondiente de este retador.
- b)* Se esperaba que se justificara económicamente la conservación de la máquina durante 6 años, pero no es así ya que la VES en parte *(a)* es considerablemente inferior a 6 años. Determine la reducción en el costo inicial que habría que negociarse para hacer que el costo anual equivalente para una posesión durante 6 años fuera igual en lo numérico a la estimación de VA determinado para la VES calculada. Suponga que todas las demás estimaciones permanecen sin cambio, e ignore el hecho de que este valor de P más bajo no haría aún una VES recalculada igual a 6 años.
- 11.12** *a)* Formule una hoja de cálculo general (en formato de referencia de celdas) que indique la VES y el VA asociado para cualquier activo retador que tenga una vida útil máxima de 10 años. La relación para el VA debe ser una fórmula de celda única para calcularlo por cada año de la propiedad, mediante todas las estimaciones que sean necesarias.
- b)* Use la hoja de cálculo para encontrar los valores de VES y VA para las estimaciones de la tabla siguiente. Suponga que $i = 10\%$ anual.

Año	Valor estimado de mercado, \$	COA estimado, \$
0	80 000	0
1	60 000	60 000
2	50 000	65 000
3	40 000	70 000
4	30 000	75 000
5	20 000	80 000

- 11.13** Un elemento para equipo tiene un costo inicial de \$150 000, una vida útil máxima de 7 años, y un valor de rescate descrito por la relación $S = 120\,000 - 20\,000k$, donde k es el número de años transcurridos desde que se efectuó la compra. El valor de rescate no es menor que cero. La serie de COA se estima por medio de la fórmula $\text{COA} = 60\,000 + 10\,000k$. La tasa de interés es de 15% anual. Determine la vida económica de servicio, *a)* a mano con cálculos del VA normales, y *b)* por computadora con estimaciones de costo anual marginal.
- 11.14** Calcule la vida económica de servicio y el VA correspondiente para una máquina que tiene las siguientes estimaciones de flujo de efectivo. Use una tasa de interés de 14% anual y obtenga la solución a mano.

Año	Valor de rescate, \$	Costo de operación, \$
0	100 000	—
1	75 000	-28 000
2	60 000	-31 000
3	50 000	-34 000
4	40 000	-34 000
5	25 000	-34 000
6	15 000	-45 000
7	0	-49 000

- 11.15** Use los costos anuales marginales para calcular la vida económica de servicio para el problema 11.14, por medio de una hoja de cálculo. Suponga que los valores de rescate son las mejores estimaciones del valor futuro de mercado. Desarrolle una tabla en Excel de los costos anuales marginales (CM) y el VA del CM durante los 7 años.

Análisis de reemplazo

- 11.16** Durante un periodo de 3 años, Shanna, gerente de proyectos en Sherholme Medical Devices, realizó análisis de reemplazo del equipo que se usa en los laboratorios de diagnóstico para detectar cáncer provocado por microondas. Ella tabuló los valores de VES y VA para cada año.

- a)* ¿Qué decisión debe tomarse cada año?
b) A partir de los datos, describa cuáles cambios tuvieron lugar en defensor y retador durante los 3 años.

	Vida máxima, años	Años, VES	VA, \$/año
Primer año, 200X			
Defensor	3	3	-10 000
Retador 1	10	5	-15 000
Segundo año, 200X + 1			
Defensor	2	1	-14 000
Retador 1	10	5	-15 000
Tercer año, 200X + 2			
Defensor	1	1	-14 000
Retador 2	5	3	-9 000

- 11.17** Un ingeniero aeroespacial consultor en la compañía Aerospacial estimó los montos de VA de un insertador de remaches de acero muy preciso que ya posee la empresa, con base en los registros que ésta tiene para equipo similar.

Si se conservara este número de años	Monto del VA, \$/año
1	-62 000
2	-50 000
3	-47 000
4	-53 000
5	-70 000

Un retador presenta $\text{VES} = 2$ años y $\text{VA}_C = \$-49\,000$ por año. Si el consultor debe recomendar ahora que se está tomando la decisión sobre reemplazar o conservar, ¿la empresa debe comprar al retador? la TMAR es de 15% anual.

- 11.18** Si se realizara un análisis de reemplazo y el defensor se seleccionara para conservarlo durante n_D años, explique lo que debiera hacerse 1 año después si se identificara un retador nuevo.
- 11.19** BioHealth, empresa de arrendamiento de sistemas biotecnológicos, estudia la adqui-

sición de un equipo nuevo que sustituya un activo que ya se posee y que se compró hace 2 años en \$250 000 y que se valuó en el mercado en \$50 000. Es posible actualizarlo por \$200 000 ahora, lo que lo volvería funcional durante otros 3 años de arrendamiento, después de lo cual el sistema completo podría venderse en el circuito internacional en una cifra estimada de \$400 000. El retador podría comprarse por \$300 000, tendría una vida esperada de 10 años y un valor de rescate de \$50 000. Determine si la empresa debe actualizar o reemplazar, con una TMAR de 12% anual. Suponga que las estimaciones de COA son las mismas para ambas alternativas.

11.20 Para las estimaciones del problema 11.19, utilice un análisis basado en una hoja de cálculo para determinar el costo inicial máximo para la actualización del sistema existente, que haría que tanto el defensor como el retador estuvieran en equilibrio. Si el sistema actual se va a conservar ¿se trata de una actualización máxima o mínima?

11.21 Una compañía maderera que tala pinos finos para ebanistería, evalúa si debe conservar el sistema existente para aclarar o reemplazarlo por uno nuevo. Los costos importantes para cada sistema ya se conocen o se estiman. Use una tasa de interés de 10% anual para: *a)* realizar el análisis del reemplazo, y *b)* determinar el precio mínimo de reventa que es necesario para seleccionar ahora al retador de reemplazo. ¿Es de esperarse una cantidad razonable por el sistema existente?

	Sistema existente	Sistema nuevo
Costo inicial hace 7 años, \$	-450 000	
Costo inicial, \$		-700 000
Vida restante, años	5	10
Valor actual en el mercado, \$	50 000	
COA, \$ por año	-160 000	-150 000
Valor futuro, \$	0	50 000

11.22 Hace cinco años, la Nuyork Port Authority compró varios vehículos de transporte de contenedores en \$350 000 cada uno. El año pasado se llevó a cabo un análisis de reemplazo con la decisión de conservar los vehículos 2 años más. Sin embargo, este año ha cambiado la situación, ya que se estima que cada uno de ellos ahora tiene un valor de sólo \$8 000. Si se mantuvieran en servicio, el costo de \$50 000 por actualizarlos los haría útiles hasta por 2 años más. Se espera que el costo de operación sea de \$10 000 el primer año y de \$15,000 el segundo, sin ningún valor de rescate. En forma alternativa, la compañía puede comprar un vehículo nuevo con VES de 7 años, sin valor de rescate y un costo anual equivalente a \$-55 540 por año. La TMAR es de 10% anual. Si el presupuesto para actualizar los vehículos existentes está disponible este año, utilice dichas estimaciones para determinar: *a)* cuándo debe reemplazar la compañía los vehículos actualizados, y *b)* el valor de rescate mínimo futuro de un vehículo nuevo necesario que indique cuál compra hecha ahora tiene ventajas económicas sobre la actualización.

11.23 Annabelle fue a trabajar este mes para Caterpillar, compañía fabricante de equipo pesado. Cuando se le pidió verificar los resultados de un análisis de reemplazo que había concluido a favor del retador (un elemento nuevo de metal pesado que es parte del equipo para la planta de procesamiento de excavadoras), ella estuvo de acuerdo al principio porque los resultados numéricos favorecían al retador.

	Retador	Defensor
Vida, años	4	6 más
VA, \$ por año	-80 000	-130 000

Llena de dudas sobre decisiones pasadas del mismo tipo, averiguó y supo que se habían realizado cada dos años análisis de reemplazo en tres ocasiones anteriores para la

misma categoría de equipo. La decisión era consistente para reemplazar con el retador de entonces. Durante su análisis, Annabelle concluyó que antes los valores de VES no se había determinado para comparar los montos de VA en los análisis efectuados hacía 6, 4 y 2 años. Reconstruyó en lo posible los análisis para la vida estimada, VES y VA, según aparecen en la tabla siguiente. Todas las

cantidades de costo están redondeadas y en unidades de \$1 000 por año. Determine los dos conjuntos de conclusiones del análisis de reemplazo (es decir, con base en la vida y en la VES) y decida si Annabelle estuvo en lo correcto en su conclusión inicial: de haberse calculado los valores de VES y VA, el patrón de las decisiones de reemplazo habría sido significativamente distinto.

Análisis realizado hace (años)	Defensor				Retador			
	Vida, años	VA, \$/año	VES, \$/año	VA, \$/año	Vida, años	VA, \$/año	VES, \$/año	VA, \$/año
6	5	-140	2	-100	8	-130	7	-80
4	6	-130	5	-80	5	-120	3	-90
2	3	-140	3	-80	8	-130	8	-120
Ahora	6	-130	1	-100	4	-80	3 o 4	-80

11.24 Herald Richter and Associates compró hace 5 años en \$45 000 un graficador de señales de microondas para detectar la corrosión en estructuras de concreto. Para el resto de su vida útil, de hasta 3 años, se espera que tenga los valores en el mercado y los costos de operación anual que se muestran en seguida. Podría negociarse hoy un valor en el mercado calculado en \$8 000.

Año	Valor en el mercado al final del año, \$	COA, \$
1	6 000	-50 000
2	4 000	-53 000
3	1 000	-60 000

Un graficador de reemplazo con tecnología digital basada en Internet cuesta \$125 000 y tiene un valor de rescate estimado de \$10 000 después de su vida de 5 años, y un COA de \$31 000 por año. Con una tasa de interés de 15% anual, determine cuántos años más debería Richter conservar el

graficador existente. Resuelva el problema: a) a mano, y b) con una hoja de cálculo.

11.25 ¿Qué significa el enfoque del costo de oportunidad en un análisis de reemplazo?

11.26 ¿Por qué se sugiere que no se use el enfoque del flujo de efectivo cuando se realiza un análisis de reemplazo?

11.27 Hace dos años Geo-Sphere Spatial, Inc. (GSSI) compró en \$1 500 000 un sistema de posicionamiento GPS. El valor de rescate estimado fue de \$50 000 después de 9 años. Actualmente, la vida esperada restante es de 7 años, con un COA de \$75 000 por año. Una corporación francesa, La Aramis, desarrolló un retador que cuesta \$400 000 y tiene una vida estimada en 12 años, un valor de rescate de \$35 000 y COA de \$50 000 por año. Si la TMAR = 12% anual, use una hoja de cálculo o solucione a mano (como se enseñó) para: a) encontrar el valor mínimo necesario para negociar ahora con la

finalidad de que el retador tenga ventajas económicas, y *b*) determinar el número de años para conservar al defensor en el equilibrio justo, aun si la oferta de negociación fuera de \$150 000. Suponga que el valor de rescate de \$50 000 puede obtenerse para todos los periodos de conservación durante 7 años.

11.28 Hace tres años, Mercy Hospital mejoró en forma significativa su equipo de terapia hiperbárica a base de oxígeno (HBO) para dar tratamiento avanzado a problemas de heridas, infecciones óseas crónicas y lesiones por radiación. El equipo cuesta \$275 000 y después puede usarse durante tres años más. Si el sistema HBO se reemplaza hoy, el hospital podría obtener \$20 000. Si lo conservara, se calcula los valores de mercado y costos de operación mostrados en la tabla. Un sistema nuevo, hecho de materiales

compuestos, durante sus años primeros es más barato de operar y comprar, en \$150 000. Tiene una vida máxima de 6 años pero después de tres los valores de mercado y COA cambian de modo significativo debido al deterioro previsto del material empleado en su fabricación. Además, después de 4 años de uso, se prevé un costo recurrente de \$40 000 por año para inspeccionar y repetir el trabajo con el material compuesto. Los valores de mercado, costo de operación y repetición del trabajo aparecen en la tabla. Basándose en estas estimaciones y con $i = 15\%$ anual, diga cuáles son los montos de la VES y VA para defensor y retador, y en cuántos años debe reemplazarse el sistema HBO actual. Resuelva este problema a mano (véanse los problemas 11.29 y 11.31 en los que aparecen más preguntas donde se usan estimaciones).

Año	Sistema HBO actual		Sistema HBO propuesto		
	Valor de mercado, \$	COA, \$	Valor de mercado, \$	COA, \$	Material del trabajo repetido, \$
1	10 000	-50 000	65 000	-10 000	
2	6 000	-60 000	45 000	-14 000	
3	2 000	-70 000	25 000	-18 000	
4			5 000	-22 000	
5			0	-26 000	-40 000
6			0	-30 000	-40 000

11.29 En relación con las estimaciones del problema 11.29:

a) Resuelva el problema con el empleo de una hoja de cálculo.

b) Use la herramienta SOLVER de Excel para determinar el costo máximo permitido de la repetición del trabajo de los materiales compuestos del retador, en los años 5 y 6, de modo que el monto del VA del retador para 6 años sea exactamente igual al VA del defensor en su VES. Explique el efecto que este costo más bajo

de la repetición de trabajo tiene sobre la conclusión del análisis de reemplazo.

Análisis de reemplazo durante un periodo de estudio

11.30 Piense en dos análisis de reemplazo que se ejecuten con el uso de los mismos defensores y retadores, así como con los mismos costos estimados. Para el primero no se especifica periodo de estudio; para el segundo se considera uno de 5 años.

- a) Mencione la diferencia en las suposiciones fundamentales de los dos análisis de reemplazo.
- b) Describa las diferencias en los procedimientos seguidos al realizar análisis de reemplazo para las condiciones.
- 11.31** Vuelva a consultar la situación y estimaciones del problema 11.28. a) Realice el análisis de reemplazo para un periodo de estudio fijo de 5 años. b) Si en lugar de la compra del retador se ofreciera al Mercy Hospital un contrato de servicios completos para terapia hiperbárica de oxígeno, en \$85 000 por año si lo contrata para 4 o 5 años, o en \$100 000 por un contrato de 3 años o menos, ¿qué opción o combinación de opciones es la mejor en cuanto a economía, entre el defensor y el contrato?
- 11.32** Una máquina colocada en su lugar de trabajo tiene un valor anual equivalente de \$-200 000 para cada año de su vida útil máxima restante de 2 años. Se ha determinado que un reemplazo apropiado tiene valores anuales equivalentes de \$-300 000, \$-225 000 y \$-275 000 por año, si se conservara durante 1, 2 o 3 años, respectivamente. ¿Cuándo debe la compañía reemplazar la máquina, si usa un horizonte de planeación de 3 años? Use una tasa de interés de 18% anual.
- 11.33** Utilice una hoja de cálculo para realizar un análisis de reemplazo para la siguiente situación: un ingeniero estima que el valor anual equivalente de una máquina durante la vida útil de 3 años que le resta es de \$-90 000 anuales. Puede reemplazarse ahora o después de 3 años por una máquina cuyo VA es de \$-90 000 por año si se conservara durante 5 años o menos, y de \$-110 000 anuales si se tuviera entre 6 y 8 años.
- a) Ejecute el análisis para determinar los VA para periodos de estudio de 5 a 8 años de duración, con tasa de interés de 10% anual. Seleccione el periodo de estudio con el VA más bajo. ¿Cuántos años se usan tanto el defensor como el retador?
- b) ¿Pueden usarse los VP para seleccionar la mejor duración del periodo de estudio y decidir conservar o reemplazar al defensor? ¿Por qué sí o no?
- 11.34** Nabisco Bakers emplea personal para operar el equipo usado en la esterilización de las instalaciones de mezcla, horneado y empaquetamiento en una planta grande productora de galletas y pastas, ubicada en Iowa. El gerente de la planta, quien se dedica a recortar costos sin sacrificar calidad y limpieza, tiene proyecciones de datos para conservar el sistema existente hasta su vida máxima esperada de 5 años. Una compañía contratista le ha propuesto un sistema de desinfección llave en mano por \$5 millones anuales si Nabisco firma por un periodo de 4 a 10 años, y de \$5.5 millones por año para un periodo más corto.
- a) Con una TMAR = 8% anual, lleve a cabo un estudio de reemplazo para el gerente de la planta, con un horizonte de planeación fijo de 5 años, lapso en el que se prevé el cierre de la planta debido al envejecimiento de sus instalaciones y a la obsolescencia tecnológica. Al realizar el análisis, tenga en cuenta que sin importar el número de años que se conserve el sistema de desinfección, se incurrirá en un costo único durante el último año de la operación debido al cierre, por concepto de personal y equipo.
- b) ¿Cuál es el cambio porcentual en el monto del VA en cada uno de los 5 años del periodo de estudio? Si se tomara la decisión de conservar el sistema de desinfección, ¿cuál sería la desventaja económica en el monto del VA en comparación con el del mejor periodo de conservación en cuanto a economía?

Años de conservación	Estimaciones actuales del sistema de desinfección	
	VA, \$/año	Gastos de cierre Último año de conservación, \$
0		-3 000 000
1	-2 300 000	-2 500 000
2	-2 300 000	-2 000 000
3	-3 000 000	-1 000 000
4	-3 000 000	-1 000 000
5	-3 500 000	-500 000

- 11.35** Una máquina que se compró hace 3 años en \$140 000 ahora es muy lenta para satisfacer una demanda creciente. La máquina puede mejorarse ahora a un costo de \$70 000 o venderse a una empresa pequeña en \$40 000. La máquina actual tendrá un

costo anual de operación de \$85 000. Si se mejora, la máquina que se posee actualmente se mantendrá en servicio 3 años más y después se reemplazará con una máquina que será utilizada en la fabricación de diversas líneas de productos. Esta máquina de reemplazo, que rendirá servicios a la empresa ahora y por lo menos 8 años más, tendrá un costo de \$220 000. Su valor de salvamento será de \$50 000 los años 1 a 5; de \$20 000 después de 6 años, y de \$10 000 de ahí en adelante. Ésta tendrá un costo de operación estimado de \$65 000 anuales. La empresa le solicita a usted que lleve a cabo un análisis económico al 20% anual utilizando un horizonte de tiempo de 5 años. ¿Debería la compañía reemplazar la máquina que posee actualmente o debería hacerlo en 3 años? ¿Cuáles son los VA?

PROBLEMAS DE REPASO FI

- 11.36** Se esperaba que cierto equipo comprado hace 2 años en \$70 000 tuviera una vida útil de 5 años, con un valor de rescate de \$5 000. Su rendimiento fue menor del esperado y se actualizó por \$30 000 hace un año. Ahora, la creciente demanda obliga a que el equipo se renueve otra vez por \$25 000 adicionales, o se reemplace por otro nuevo que costaría \$85 000. Si se sustituyera, el equipo existente se vendería en \$6 000. Al realizar un análisis de reemplazo, el costo inicial que debe usarse para la máquina que se posee en la actualidad es:
- \$50 000
 - \$15 000
 - \$7 000
 - \$22 000
- 11.37** En un análisis de fabricar/comprar durante un periodo de estudio de 4 años se adquiere hoy un subcomponente por contrato. El sistema retador necesario para fabricar el com-

ponente al interior de la empresa tiene una vida útil de 6 años, y una vida económica de servicio de 4 años. El contrato actual puede extenderse hasta por 2 años más y el número de opciones disponibles para tomar la decisión de fabricar/comprar es:

- Ninguna
- Una
- Dos
- Tres

- 11.38** La vida útil económica de un activo es:
- El tiempo más largo que el activo aún desempeñará la función por la cual se le compró originalmente.
 - El tiempo que generará el menor valor anual de los costos.
 - El tiempo que generará el menor valor presente de los costos.
 - El tiempo que se requiere para que su valor comercial alcance el valor de salvamento originalmente estimado.

11.39 En un análisis de reemplazo que se llevó a cabo hace un año, se determinó que el defensor debería conservarse 3 años más. Sin embargo, ahora resulta evidente que algunos de los cálculos realizados para este año y el siguiente estaban equivocados. El procedimiento correcto que debe seguirse es el siguiente:

- Reemplazar ahora el activo actual.
- Reemplazar el activo actual dentro de 2 años, según se determinó el año pasado.
- Llevar a cabo un nuevo análisis de reemplazo utilizando los nuevos cálculos.
- Llevar a cabo un nuevo análisis de reemplazo utilizando los cálculos del último año.

11.40 A continuación se presentan los VA calculados para decidir entre conservar o reemplazar sin periodo de estudio especificado.

Año	VA por reemplazar, \$/año	VA por conservar, \$/año
1	-25 500	-27 000
2	-25 500	-26 500
3	-26 900	-25 000
4	-27 000	-25 900

El defensor debe reemplazarse

- Después de 4 años más.
- Dentro de otros 3 años.
- Una vez transcurrido un año.
- Ahora.

EJERCICIO AMPLIADO

VIDA ÚTIL ECONÓMICA BAJO CONDICIONES CAMBIANTES

La planta de procesamiento químico Gulf Coast evalúa un nuevo sistema de bombeo. Una bomba estratégica desplaza líquidos altamente corrosivos de tanques especialmente revestidos en lanchas intercosteras a un muelle de carga con instalaciones de refinación previa y almacenamiento. Debido a la calidad variable de los químicos en estado natural y a las altas presiones que soporta el almacén de la bomba y los impulsores, se mantiene un registro sobre el número de horas por año que la bomba funciona. Los registros de seguridad, así como el deterioro de los componentes de la bomba, se consideran puntos críticos de control del sistema. Como se había planteado, las estimaciones de costo de reconstrucción de mantenimiento y de operación, se incrementaron de acuerdo con el tiempo acumulado de operación que alcanza la marca de 6 000 horas. Las estimaciones para esta bomba son las siguientes:

Costo inicial:	\$-800 000
Costo de reconstrucción:	\$-150 000 siempre y cuando se registren las 6 000 horas. Cada reconstrucción costará un 20% más que la anterior. Existe una tolerancia de 3 reconstrucciones como máximo
Costos de M&O:	\$25 000 para los años 1 a 4 \$40 000 anuales comenzando el año siguiente a la primera reconstrucción, más el 15% anual a partir de entonces
TMAR:	10% anual

Sobre la base del libro de registros, las estimaciones actuales para el número de horas de funcionamiento anual son las siguientes:

Año	Horas por año
1	500
2	1 500
3 en adelante	2 000

Preguntas

1. Determine la vida útil económica de la bomba.
2. El supervisor de la planta le dijo al nuevo ingeniero que sólo se debería planear una reconstrucción, debido a que este tipo de bombas por lo general tiene su costo mínimo de vida antes de la segunda reconstrucción. Determine el valor comercial para esta bomba, que obligará a la VUE a llegar a 6 años.
3. El supervisor de la planta también le indicó al ingeniero de seguridad que no deberían planear una reconstrucción después de cumplir las 6 000 horas de operación, porque la bomba será reemplazada después de un total de 10 000 horas de funcionamiento. El ingeniero de seguridad desea conocer el COA básico del año 1 para que el equipo tenga una vida útil económica de 6 años. El ingeniero supone ahora que la tasa de crecimiento de 15% entrará en vigor del año 1 en adelante. ¿Cómo se comparará el valor fundamental del COA con el costo de reconstrucción después de 6 000 horas?

ESTUDIO DE CASO

ANÁLISIS DE REEMPLAZO PARA EQUIPO MINERO

Tres Cementos, S. A., compró hace 3 años un equipo usado de traslado de materia prima de la mina a los trituradores de roca. Cuando adquirió el equipo, éste tenía un $P = \$85\,000$, $n = 10$ años, $S = \$5\,000$, con una capacidad anual de 180 000 toneladas métricas. Ahora se requiere un equipo adicional con capacidad de 240 000 toneladas métricas anuales. Dicho equipo se puede comprar por $P = \$70\,000$, $n = 10$ años, $S = \$8\,000$.

No obstante, un asesor ha señalado que la compañía puede construir un equipo de transporte para llevar el material desde la mina. Este equipo tiene un costo estimado de \$115 000 con una vida de 15 años y un valor de salvamento despreciable. Además cargará 400 000 toneladas métricas anuales. La compañía re-

quiere algún sistema para trasladar el material al equipo de transporte ubicado en la mina. Se puede utilizar el equipo actual, pero éste tendrá capacidad de sobra. Si se compra un equipo nuevo de menor capacidad, existe un valor comercial de \$15 000 para el equipo actual. El equipo de menor capacidad requerirá un desembolso de capital de \$40 000 con una estimación de vida $n = 12$ años y $S = \$3\,500$. La capacidad anual es de 400 000 toneladas métricas a lo largo de este corto tramo. Los costos mensuales de operación, mantenimiento y seguro promedian \$0.01 por tonelada-kilómetro para los transportadores. Se espera que los costos correspondientes al equipo de transporte sean de \$0.0075 por tonelada métrica.

La compañía quiere obtener 12% de esta inversión. Los registros muestran que el equipo deberá trasladar la materia prima un promedio de 2.4 kilómetros de la cantera al cojinete de trituración. El equipo de transporte se colocará con el objetivo de reducir esta distancia a 0.75 kilómetros.

Ejercicios del estudio de caso

1. Se le pide que determine si el equipo anterior debe ampliarse con nuevo equipo o si el equipo de traslado deberá considerarse como reemplazo. Si el reemplazo resulta más económico, ¿qué método de transporte de material deberá utilizarse en la cantera?
2. Debido a las nuevas normas de seguridad, el control de polvo en la cantera y en el sitio de trituración se ha convertido en un verdadero problema, e im-

plica que debe invertirse nuevo capital para mejorar el ambiente de trabajo, o de otra manera se impondrán multas elevadas. El presidente de Tres Cementos, S. A., obtuvo una cotización inicial del subcontratista, que se encargará de toda la operación de traslado de materia prima y se evaluará en una cantidad base anual de \$21 000 y un costo variable de 1 centavo por tonelada métrica trasladada. Los diez trabajadores de la cantera serán reubicados en otra área sin que haya algún impacto financiero sobre la estimación de la evaluación. ¿Debería tomarse en consideración esta oferta si la mejor estimación es de 380 000 toneladas métricas anuales trasladadas por el subcontratista? Identifique las suposiciones adicionales necesarias para replantear adecuadamente esta nueva pregunta del presidente de la compañía.

12

O

5

CAPÍTULO

Selección de proyectos independientes con limitaciones presupuestales

En la mayoría de las comparaciones económicas anteriores, las alternativas fueron mutuamente excluyentes: sólo podría elegirse una. Si los proyectos no son mutuamente excluyentes, son clasificados como independientes entre sí, tal como se analizó al principio del capítulo 5. Ahora aprenderemos técnicas para seleccionar de entre varios proyectos independientes. Es posible seleccionar cualquier número de proyectos desde ninguno (no hacer nada) hasta todos los proyectos viables.

Virtualmente siempre existe algún límite superior sobre la cantidad de capital disponible para invertir en nuevos proyectos. Dicho límite se considera conforme se evalúa económicamente cada proyecto independiente. La técnica aplicada se denomina *método de elaboración de presupuesto de capital*, también conocido como racionamiento de capital, que determina el mejor racionamiento económico de la inversión inicial de capital entre los proyectos independientes. El método de elaboración de presupuesto de capital es una aplicación del método del valor presente.

En el estudio de caso se echa un vistazo a los dilemas de selección de proyectos que tiene una asociación profesional de ingeniería, que se esfuerza por atender las necesidades de sus miembros con un presupuesto limitado en un mundo tecnológicamente cambiante.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Objetivo general: seleccionar entre diversos proyectos independientes cuando hay un límite a la inversión de capital.

Racionamiento de capital

Proyectos con vidas iguales

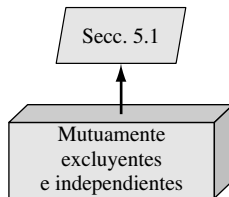
Proyectos con vidas desiguales

Modelo de programación lineal

Este capítulo ayudará al lector a:

1. Explicar el razonamiento utilizado en el racionamiento del capital entre proyectos independientes.
2. Utilizar el análisis VP para seleccionar entre diversos proyectos independientes con vidas iguales.
3. Emplear el análisis VP para seleccionar entre diversos proyectos independientes con vidas diferentes.
4. Resolver el problema de presupuesto de capital utilizando programación lineal tanto a mano como por medio de computadora.

12.1 PANORAMA GENERAL DEL RACIONAMIENTO DE CAPITAL ENTRE PROYECTOS



El capital de inversión es un recurso escaso para todas las corporaciones; en consecuencia, virtualmente siempre existe una cantidad limitada para distribuirse entre las oportunidades de inversión que compiten. Cuando una corporación tiene varias opciones para colocar su capital de inversión, se debe tomar una decisión de “rechazo o aceptación” para cada proyecto. Efectivamente, cada opción es independiente de las otras, de manera que la evaluación se realiza sobre la base de proyecto por proyecto. La selección de un proyecto no impacta la decisión de selección para cualquier otro proyecto. Ésta es la diferencia fundamental entre las alternativas mutuamente excluyentes y los proyectos independientes.

El término *proyecto* sirve para identificar cada opción independiente. Usamos el término *conjunto* para identificar una colección de proyectos independientes. El término alternativa mutuamente excluyente continúa identificando un proyecto cuando sólo puede elegirse uno entre varios.

Existen dos excepciones para los proyectos puramente independientes: un *proyecto contingente* es aquel que tiene una condición respecto de su aceptación o rechazo. Dos ejemplos de proyectos contingentes A y B serían los siguientes: A no puede aceptarse a menos que se acepte B; y A puede aceptarse en lugar de B, pero ambos no son necesarios. Un *proyecto dependiente* es aquel que debe aceptarse o rechazarse con base en la decisión acerca de otro(s) proyecto(s). Por ejemplo, B debe aceptarse si tanto A como C se aceptan. En la práctica, estas condiciones de complejidad pueden simplificarse mediante la formación de paquetes de proyectos relacionados, que sean económicamente evaluados por sí mismos como proyectos independientes con los proyectos restantes no condicionados.

El problema de *elaboración del presupuesto de capital* tiene las siguientes características:

1. Se identifican diversos proyectos independientes y están disponibles las estimaciones del flujo de efectivo neto.
2. Cada proyecto se selecciona o se rechaza totalmente; es decir, no es posible la inversión parcial en un proyecto.
3. Una limitante presupuestal establecida restringe la cantidad total invertida. Pueden existir varias limitantes presupuestales solamente durante el primer año o durante varios años. Este límite en la inversión se simboliza mediante b .
4. El objetivo es maximizar el retorno sobre las inversiones utilizando alguna medida de valor, usualmente el valor VP.

Por naturaleza, en general, los proyectos independientes son bastante diferentes entre sí. Por ejemplo, en el sector público, el gobierno de una ciudad puede desarrollar diversos proyectos para escoger: un proyecto de drenaje, un parque ciudadano, la ampliación de calles y el mejoramiento del sistema de autobuses públicos. En el sector privado puede haber diversos proyectos: una nueva instalación de bodegas, la expansión de la base de productos, la mejora en el programa de calidad, un nuevo sistema de información o la adquisición de otra compañía. El problema típico de la

elaboración del presupuesto de capital se ilustra en la figura 12.1. Para cada proyecto independiente hay una inversión inicial, una vida del proyecto y flujos de efectivo netos estimados, que pueden incluir un valor de salvamento.

Se recomienda el método de análisis de valor presente para seleccionar proyectos. El lineamiento de selección es el siguiente:

Acepte proyectos con los mejores valores VP determinados a la TMAR sobre la vida del proyecto, siempre que no se exceda el límite de capital para invertir.

Este lineamiento no es diferente del usado en la selección para proyectos independientes de los capítulos anteriores. Entonces, cada proyecto se compara con el proyecto *no hacer nada*; es decir, no es necesario el análisis incremental entre proyec-

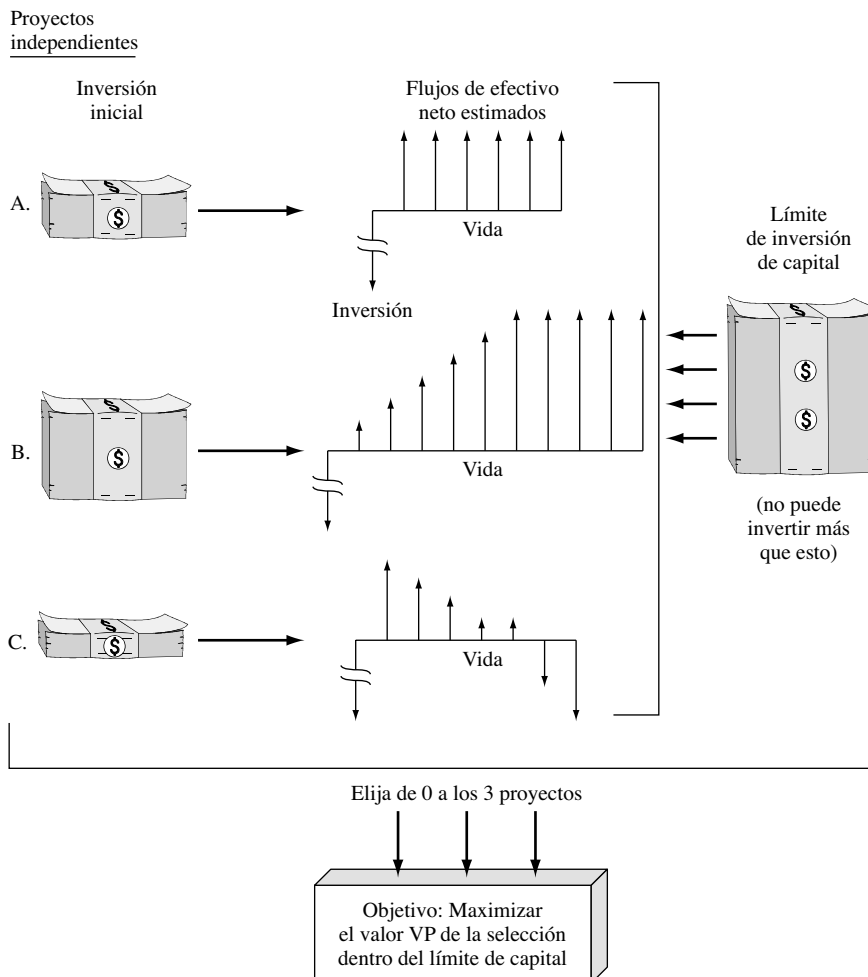
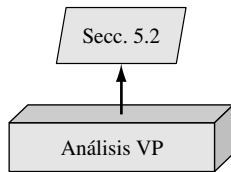


Figura 12.1

Características básicas de un problema de elaboración de presupuesto de capital.



tos. Ahora la diferencia principal radica en que la cantidad de dinero disponible para invertir está limitada. Por ende, se requiere un procedimiento de solución específico que incorpore dicha restricción.

Con anterioridad, el análisis VP requirió la suposición de servicio igual entre las alternativas. Tal suposición no es válida para el racionamiento de capital, toda vez que no hay ciclo de vida de un proyecto más allá de su vida estimada. Sin embargo, la directriz de la selección se basa en el VP *sobre la vida respectiva de cada proyecto independiente*. Esto significa que existe una suposición implícita de reinversión, que es el siguiente:

Todos los flujos de efectivo neto positivos de un proyecto se reinvierten a la TMAR desde el momento en que se realizan hasta el final del proyecto con vida más larga.

Al final de la sección 12.3 se demuestra que esta suposición fundamental es correcta, cuando se trata el racionamiento de capital con base en VP para proyectos con vidas diferentes.

Otro dilema del racionamiento de capital entre proyectos independientes tiene relación con la flexibilidad del límite b de inversión de capital. El límite llega a deshabilitar marginalmente un proyecto aceptable que se encuentra inmediatamente después de la línea de aceptación. Por ejemplo, suponga que el proyecto A tiene un valor VP positivo a la TMAR. Si A provocará que el límite de capital de \$5 000 000 se exceda por sólo \$1 000, ¿A debería incluirse en el análisis VP? Por lo general, un límite en la inversión de capital es algo flexible, de manera que el proyecto A debería incluirse. En los ejemplos contenidos en el capítulo no se excederán los límites de inversión establecidos.

Es posible usar un análisis TR para elegir entre proyectos independientes. Como se estudió en los capítulos anteriores, la técnica TR quizá no seleccione los mismos proyectos que el análisis VP, a menos que se desarrolle análisis TR incremental sobre el MCM de las vidas. Lo mismo es cierto en el caso del racionamiento de capital. Por lo tanto, se recomienda el método VP para el racionamiento de capital entre proyectos independientes.

12.2 RACIONAMIENTO DEL CAPITAL UTILIZANDO EL ANÁLISIS VP PARA PROYECTOS CON VIDA IGUAL

Para seleccionar entre proyectos que tienen la misma vida esperada y para no invertir más allá del límite b , es necesario formular, en un principio, todos los *conjuntos mutuamente excluyentes*: un proyecto a la vez, dos a la vez, etcétera. Cada paquete factible debe tener una inversión total que no exceda b . Uno de tales paquetes es el proyecto de no hacer nada (NHN). El número total de conjuntos para m proyectos se calcula usando la relación 2^m . El número aumenta rápidamente con m . Para $m = 4$ existen $2^4 = 16$ paquetes, y para $m = 6$, $2^6 = 64$ paquetes. Luego se determina el VP de cada paquete a la TMAR. Se selecciona el paquete con el mayor VP.

Para ilustrar el desarrollo de los paquetes mutuamente excluyentes, considere estos cuatro proyectos con vidas iguales.

Proyecto	Inversión inicial
A	\$-10 000
B	-5 000
C	-8 000
D	-15 000

Si el límite de inversión es $b = \$25\,000$, de los 16 conjuntos, hay 12 posibles para evaluar. Los paquetes ABD, ACD, BCD y ABCD tienen inversiones totales que exceden \$25 000. Los conjuntos aceptables son:

Proyectos	Inversión total inicial	Proyectos	Inversión total inicial
A	\$-10 000	AD	\$-25 000
B	-5 000	BC	-13 000
C	-8 000	BD	-20 000
D	-15 000	CD	-23 000
AB	-15 000	ABC	-23 000
AC	-18 000	No hacer nada	0

El procedimiento para resolver un problema de elaboración del presupuesto de capital utilizando el análisis VP es como sigue:

1. Desarrolle todos los conjuntos mutuamente excluyentes que tengan una inversión inicial total que no exceda el límite de capital b .
2. Sume los flujos de efectivo netos FEN_{jt} para todos los proyectos en cada conjunto j y cada año t desde 1 hasta la vida esperada del proyecto n_j . Remítase a la inversión inicial para el paquete j en el momento $t = 0$ como FEN_{j0} .
3. Calcule el valor presente, VP_j , para cada paquete a la TMAR.

$VP_j = \text{VP de los flujos de efectivo netos del conjunto} - \text{la inversión inicial}$

$$VP_j = \sum_{t=1}^{t=n_j} FEN_{jt} (P/F, i, t) - FEN_{j0} \quad [12.1]$$

4. Seleccione el conjunto con el valor VP_j (numéricamente) mayor.

La selección de un valor de paquete VP_j máximo significa que este paquete genera un retorno mayor que cualquier otro paquete. Se descarta todo conjunto con $VP_j < 0$, ya que éste no produce un retorno de la TMAR.

EJEMPLO 12.1

El comité de revisión de proyectos de Microsoft tiene \$20 millones para asignar el próximo año al desarrollo de nuevos productos de software. Cualquiera de (o todos) los cinco proyectos en la tabla 12.1 pueden aceptarse. Todas las cantidades están en unidades de \$1 000. Cada proyecto tiene una vida esperada de 9 años. Seleccione el proyecto si se espera un retorno de 15%.

TABLA 12.1 Cinco proyectos independientes de vida igual
(unidades de \$1 000)

Proyecto	Inversión inicial	Flujo de efectivo neto anual	Vida del proyecto, años
A	\$-10 000	\$2 870	9
B	-15 000	2 930	9
C	-8 000	2 680	9
D	-6 000	2 540	9
E	-21 000	9 500	9

Solución

Utilice el procedimiento anterior con $b = \$20\ 000$ para seleccionar un paquete que maximice el valor presente. Recuerde que las unidades representan \$1 000.

- Hay $2^5 = 32$ paquetes posibles. Los ocho paquetes que no requieren inversiones iniciales mayores de \$20 000 se identifican en las columnas 2 y 3 de la tabla 12.2. La inversión de \$21 000 elimina el proyecto *E* de todos los paquetes.

TABLA 12.2 Resumen del análisis de valor presente de proyectos independientes de vida igual

Paquete j (1)	Proyectos incluidos (2)	Inversión inicial, FEN_{j0} (3)	Flujo de efectivo neto anual, FEN_j (4)	Valor presente, VP_j (5)
1	A	\$-10 000	\$2 870	\$ +3 694
2	B	-15 000	2 930	-1 019
3	C	-8 000	2 680	+4 788
4	D	-6 000	2 540	+6 120
5	AC	-18 000	5 550	+8 482
6	AD	-16 000	5 410	+9 814
7	CD	-14 000	5 220	+10 908
8	No hacer nada	0	0	0

2. Los flujos de efectivo netos de paquete, columna 4, son la suma de los flujos de efectivo netos del proyecto individual.
3. Utilice la ecuación [12.1] para calcular el valor presente de cada conjunto. Puesto que el FEN anual y las estimaciones de vida son los mismos en un conjunto, VP_j se reduce a

$$VP_j = FEN_j(P/A, 15\%, 9) - FEN_{j0}$$

4. La columna 5 de la tabla 12.2 resume los valores VP_j con $i = 15\%$. El conjunto 2 no genera el 15%, puesto que $VP_2 < 0$. La medida de valor más grande es $VP_7 = \$10\,908$; por consiguiente, invierta \$14 millones en C y D. Esto deja \$6 millones sin invertir.

Comentario

Este análisis supone que los \$6 millones no utilizados en esta inversión inicial producirán la TMAR en alguna otra oportunidad de inversión no especificada. El retorno sobre el conjunto 7 excede el 15% anual. La tasa real de rendimiento, utilizando la relación $0 = -14\,000 + 5\,220(P/A, i^*, 9)$ es $i^* = 34.8\%$, que excede considerablemente la TMAR = 15%.

12.3 RACIONAMIENTO DE CAPITAL UTILIZANDO EL ANÁLISIS VP PARA PROYECTOS DE VIDA DIFERENTE

Generalmente, los proyectos independientes no tienen la misma vida esperada. Como se estableció en la sección 12.1, el método VP para la solución del problema de elaboración de presupuesto de capital supone que cada proyecto durará el periodo del proyecto con la vida más larga, n_L . *Adicionalmente, se supone que la reinversión de todos los flujos de efectivo netos positivos es a la TMAR, desde el momento en que ocurren hasta el final del proyecto con vida más larga, es decir, desde el año n_j hasta el año n_L .* Por consiguiente, no es necesario el empleo del mínimo común múltiplo de las vidas y es correcto utilizar la ecuación [12.1], con la finalidad de seleccionar conjuntos de proyectos de vida diferentes mediante el análisis VP con el procedimiento de la selección anterior.

EJEMPLO 12.2

Para una TMAR = 15% por año y $b = \$20\,000$, seleccione entre los siguientes proyectos independientes. Resuelva a mano y por computadora.

Proyecto	Inversión inicial	Flujo de efectivo neto anual	Vida del proyecto, años
A	\$-8 000	\$3 870	6
B	-15 000	2 930	9
C	-8 000	2 680	5
D	-8 000	2 540	4

Solución a mano

Los valores de vida diferente hacen que los flujos de efectivo netos cambien durante la vida del conjunto; no obstante, el procedimiento de selección es el mismo que el anterior. De los $2^4 = 16$ conjuntos, ocho son económicamente factibles. Sus valores VP con la ecuación [12.1] se resumen en la tabla 12.3. Como ilustración, para el paquete 7:

$$VP_7 = -16\,000 + 5\,220(P/A, 15\%, 4) + 2\,680(P/F, 15\%, 5) = \$235$$

Seleccione el conjunto 5 (propuestas A y C) para una inversión de \$16 000.

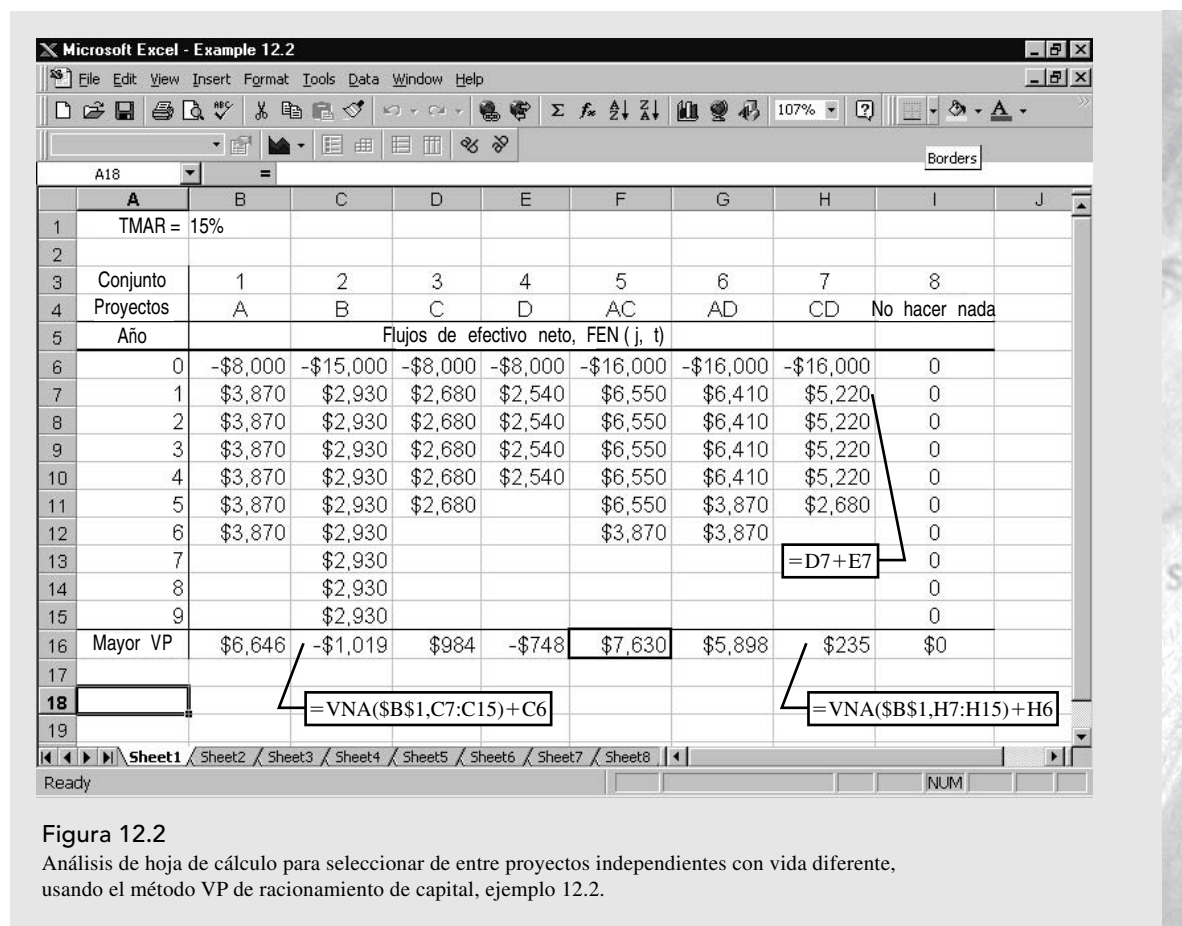
TABLA 12.3 Análisis del valor presente para propuestas independientes con vidas diferentes, ejemplo 12.2

Conjunto, <i>j</i> (1)	Proyecto (2)	Inversión inicial, FEN_{j0} (3)	Flujos de efectivo netos		Valor presente, VP_j (6)
			Año, <i>t</i> (4)	FEN_{jt} (5)	
1	A	\$-8 000	1-6	\$3 870	\$+6 646
2	B	-15 000	1-9	2 930	-1 019
3	C	-8 000	1-5	2 680	+984
4	D	-8 000	1-4	2 540	-748
5	AC	-16 000	1-5	6 550	+7 630
			6	3 870	
6	AD	-16 000	1-4	6 410	+5 898
			5-6	3 870	
7	CD	-16 000	1-4	5 220	+235
			5	2 680	
8	No hacer nada	0		0	0

Solución por computadora

La figura 12.2 presenta una hoja de cálculo con la misma información que la de la tabla 12.3. Es necesario iniciar con el desarrollo de los conjuntos mutuamente excluyentes y los flujos de efectivo netos totales para cada año. El conjunto 5 (proyectos A y C) tiene el mayor VP (celdas de la fila 16). La función VPN se utiliza para determinar VP para cada paquete *j* sobre su vida respectiva, usando el formato $VPN(TMAR, FEN\_año\_1:FEN\_año\_n_j)+inversión$.

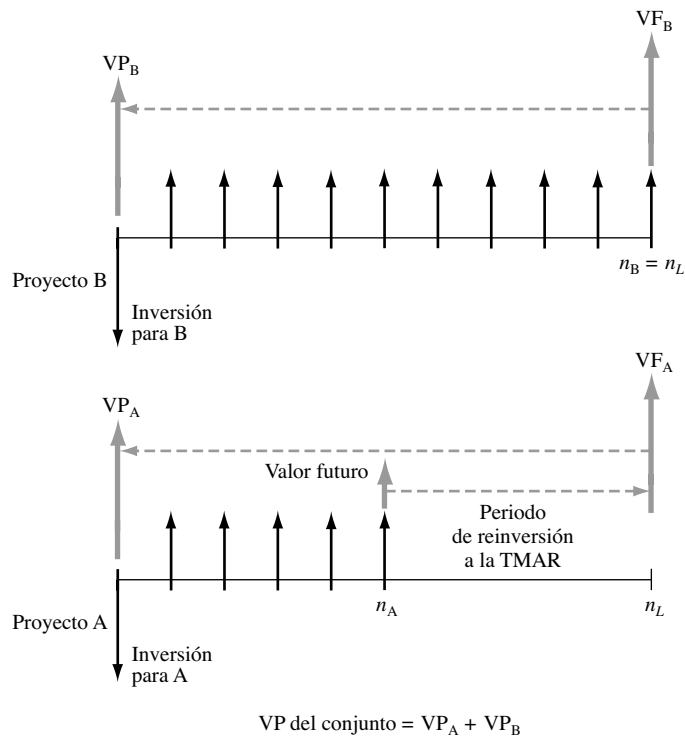




Es importante comprender por qué es correcta la solución del problema de elaboración de presupuesto de capital, mediante la evaluación VP usando la ecuación [12.1]. La siguiente lógica verifica la suposición de reinversión a la TMAR para todos los flujos de efectivo positivos netos, cuando las vidas de los proyectos son diferentes. Remítase a la figura 13.3 que utiliza la presentación general de un conjunto de dos proyectos. Suponga que cada proyecto tiene los mismos flujos de efectivo netos cada año. Se utiliza el factor P/A para el cálculo VP. Defina n_L como la vida del proyecto de vida más larga. Al final del proyecto de vida más corta, el conjunto tiene un valor futuro total de $FEN_j(F/A, TMAR, n_j)$ como se ha determinado para cada proyecto. Ahora se debe suponer una reinversión a la TMAR desde el año n_{j+1} hasta el año n_L (un total de $n_L - n_j$ años). El supuesto del rendimiento a la TMAR es importante; este enfoque VP no necesariamente selecciona los proyectos correctos si el rendimiento no se calcula a la TMAR. Los resultados son las dos flechas de valor futuro en el año n_L de la figura 12.3. Por último, se debe calcular el

Figura 12.3

Flujos de efectivo representativos usados para calcular VP para un conjunto de dos proyectos independientes de vida diferente mediante la ecuación [12.1].



valor VP del conjunto en el año inicial. Éste es el conjunto $VP \text{ del conjunto} = VP_A + VP_B$. En forma general, el valor presente del paquete j es:

$$VP_j = FEN_j(F/A, TMAR, n_j)(F/P, TMAR, n_L - n_j)(P/F, TMAR, n_L) \quad [12.2]$$

Ahora se sustituye el símbolo i para la TMAR y se utilizan las fórmulas de factor para simplificar.

$$\begin{aligned} VP_j &= FEN_j \frac{(1+i)^{n_j} - 1}{i} (1+i)^{n_L - n_j} \frac{1}{(1+i)^{n_L}} \\ &= FEN_j \left[\frac{(1+i)^{n_j} - 1}{i(1+i)^{n_j}} \right] \\ &= FEN_j(P/A, i, n_j) \end{aligned} \quad [12.3]$$

Puesto que la expresión entre corchetes de la ecuación [12.3] es el factor $(P/A, i, n_j)$, el cálculo del VP_j durante n_j años supone reinversión a la TMAR de todos los flujos de efectivo netos positivos hasta completar el proyecto de vida mayor en el año n_L .

Para demostrarlo numéricamente, considere el paquete $j = 7$ en el ejemplo 12.2. La evaluación está en la tabla 12.3 y el flujo de efectivo neto se ilustra en la figura

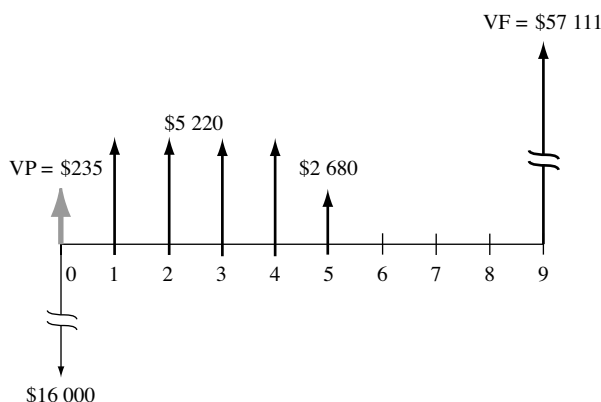


Figura 12.4
Inversión inicial y flujos de efectivo para el paquete 7, proyectos C y D, ejemplo 12.2.

12.4. Al valor futuro de 15% en el año 9, la vida de B, el proyecto con vida más larga de los cuatro, es

$$VF = 5\,220(F/A, 15\%, 4)(F/P, 15\%, 5) + 2\,680(F/P, 15\%, 4) = \$57\,111$$

El valor presente en el momento de la inversión inicial es

$$VP = -16\,000 + 57\,111 (P/F, 15\%, 9) = \$235$$

El valor VP es el mismo que VP_7 en la tabla 12.3 y la figura 12.2. Esto demuestra el supuesto de reinversión para flujos de efectivo netos positivos. Si tal suposición no es realista, debe realizarse el análisis VP utilizando el *MCM de todas las vidas de las propuestas*.

Asimismo, la selección de proyectos se logra utilizando el procedimiento *de tasa de rendimiento incremental*. Una vez que se desarrollan todos los paquetes factibles mutuamente excluyentes, éstos se ordenan por inversión inicial creciente. Determine la tasa de rendimiento incremental sobre el primer paquete relativo al conjunto de no hacer nada y el rendimiento para cada inversión incremental y la secuencia del flujo de efectivo neto incremental en todos los demás conjuntos. Si cualquier conjunto tiene un rendimiento incremental menor que la TMAR, se elimina. El último incremento justificado indica el mejor conjunto. Este enfoque producirá la misma respuesta que el procedimiento de valor presente. Hay diversas formas incorrectas de aplicar el método de la tasa de rendimiento, aunque el procedimiento de análisis incremental de paquetes mutuamente excluyentes asegura un resultado correcto, como en las aplicaciones previas de la tasa de rendimiento incremental.

12.4 FORMULACIÓN DE PROBLEMAS EN LA ELABORACIÓN DEL PRESUPUESTO DE GASTOS DE CAPITAL UTILIZANDO PROGRAMACIÓN LINEAL

El problema de elaboración del presupuesto de capital se establece en la forma de un modelo de programación lineal. El problema se formula utilizando un modelo de programación lineal entera (PLE), que simplemente quiere decir que todas las

relaciones son lineales y que la variable desconocida, x , puede tomar sólo valores enteros. En tal caso, las variables pueden tomar solamente los valores 0 o 1, lo cual hace de éste un caso especial denominado modelo PLE 0 o 1. A continuación se describe el modelo en palabras.

Maximizar: Suma del VP de los flujos de efectivo netos de proyectos independientes.

Restricciones:

- La restricción de inversión de capital es que la suma de las inversiones iniciales no debe exceder un límite específico.
- Cada proyecto se selecciona o se descarta por completo.

Para la formulación matemática, defina b como el límite de inversión de capital, y sea x_k ($k = 1$ hasta m proyectos) la variable que se busca determinar. Si $x_k = 1$, el proyecto k se selecciona completamente; si $x_k = 0$, el proyecto k no se elige. Observe que el subíndice k representa cada *proyecto independiente*, no un conjunto mutuamente excluyente.

Si la suma del VP de los flujos de efectivo netos es Z , la formulación de programación matemática es:

$$\begin{aligned} \text{Maximizar:} \quad & \sum_{k=1}^{k=m} \text{VP}_k x_k = Z \\ \text{Restricciones:} \quad & \sum_{k=1}^{k=m} \text{FEN}_{k0} x_k \leq b \\ & x_k = 0 \text{ o } 1 \quad \text{para } k = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \quad [12.4]$$

El VP_k de cada proyecto se calcula utilizando la ecuación [12.1] a una $\text{TMAR} = i$.

$$\begin{aligned} \text{VP}_k &= \text{VP de los flujos de efectivo neto del proyecto para } n_k \text{ años} \\ &= \sum_{t=1}^{t=n_k} \text{FEN}_{kt} (P/F, i, t) - \text{FEN}_{k0} \end{aligned} \quad [12.5]$$

La solución por computadora se logra con un paquete de software de programación lineal que considere el modelo PLE. También se pueden usar Excel y su herramienta de optimización SOLVER para desarrollar la formulación y seleccionar los proyectos, como se ilustra en el ejemplo 12.3.

EJEMPLO 12.3

Para el ejemplo 12.2, a) formule el problema de elaboración del presupuesto de capital utilizando el modelo de programación matemática que se presenta en la ecuación [12.4], e inserte la solución en el modelo para verificar que efectivamente éste maximiza el valor presente. b) Establezca y resuelva el problema usando Excel.

Solución

- a) Defina el subíndice $k = 1$ hasta 4 para los cuatro proyectos, los cuales se renombran como 1, 2, 3 y 4. El límite de inversión de capital es $b = \$20\,000$ en la ecuación [12.4].

$$\begin{aligned} \text{Maximizar:} \quad & \sum_{k=1}^{k=4} \text{VP}_k x_k = Z \\ \text{Restricciones:} \quad & \sum_{k=1}^{k=4} \text{FEN}_{k0} x_k \leq 20\,000 \\ & x_k = 0 \text{ o } 1 \quad \text{para } k = 1 \text{ hasta } 4 \end{aligned}$$

Calcule el VP_k para los flujos de efectivo netos estimados utilizando $i = 15\%$ y la ecuación [12.5].

Proyecto k	Flujo de efectivo neto, FEN_{kt}	Vida, n_k	Factor, $(P/A, 15\%, n_k)$	Inversión inicial, FEN_{k0}	Proyecto VP_k
1	\$3 870	6	3.7845	\$-8 000	\$+6 646
2	2 930	9	4.7716	-15 000	-1 019
3	2 680	5	3.3522	-8 000	+984
4	2 540	4	2.8550	-8 000	-748

Ahora, sustituya los valores VP_k en el modelo y coloque las inversiones iniciales en la restricción de presupuesto. Se usan signos positivos para todos los valores en la restricción de inversión de capital. Se tiene la formulación PLE 0 o 1 completa.

$$\begin{aligned} \text{Maximizar:} \quad & 6\,646x_1 - 1\,019x_2 + 984x_3 - 748x_4 = Z \\ \text{Restricciones:} \quad & 8\,000x_1 + 15\,000x_2 + 8\,000x_3 + 8\,000x_4 \leq 20\,000 \\ & x_1, x_2, x_3 \text{ y } x_4 = 0 \text{ o } 1 \end{aligned}$$

La solución para seleccionar los proyectos 1 y 3 se escribe como:

$$x_1 = 1 \quad x_2 = 0 \quad x_3 = 1 \quad x_4 = 0$$

para un valor VP de \$7 630.

- b) La figura 12.5 presenta una plantilla de hoja de cálculo desarrollada para seleccionar de entre seis o menos proyectos independientes, con 12 años o menos de flujo de efectivo neto estimado por proyecto. La plantilla de hoja de cálculo se expande en cualquier dirección, de ser necesario. La figura 12.6 muestra los parámetros SOLVER para solucionar este problema para cuatro proyectos y un límite de inversión de \$20 000. Las descripciones siguientes y las etiquetas de celda identifican los contenidos de filas y celdas en la figura 12.5, así como su vinculación con los parámetros SOLVER.



Filas 4 y 5: Los proyectos se identifican con números para distinguirlos de las letras de columna en la hoja de cálculo. La celda I5 es la expresión para Z , la suma de los valores VP para los proyectos. Es la celda que debe maximizar SOLVER (véase la figura 12.6).

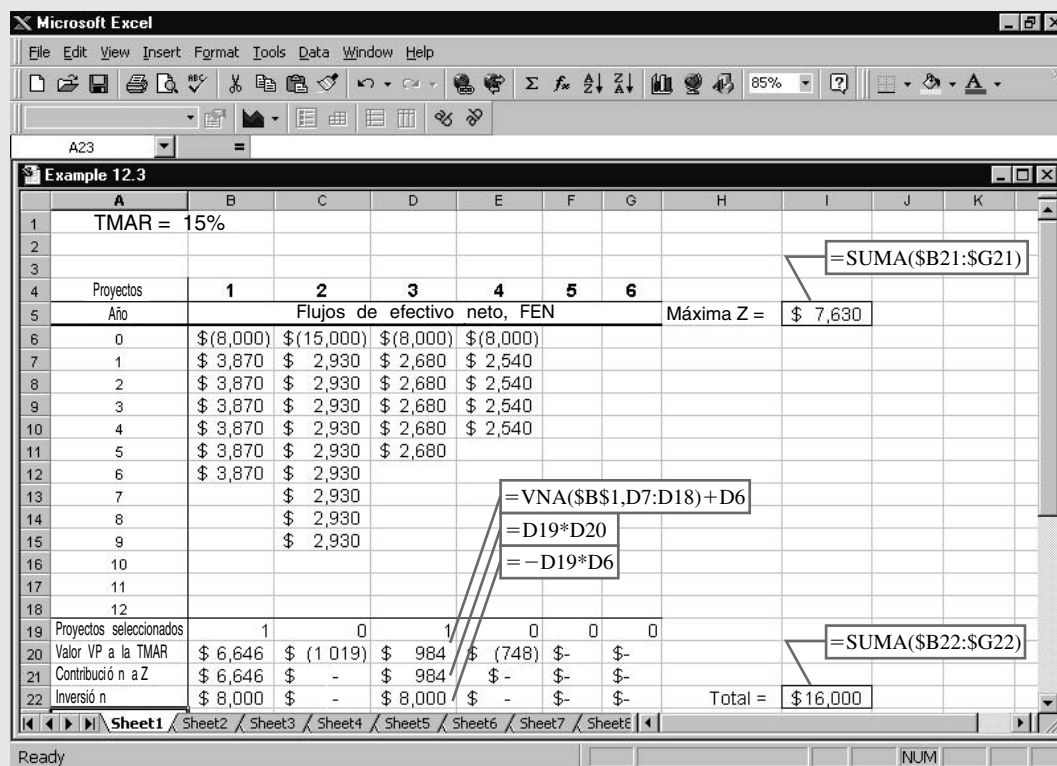


Figura 12.5

Hoja de cálculo de Excel configurada para resolver un problema de elaboración de presupuesto de capital, ejemplo 12.3.

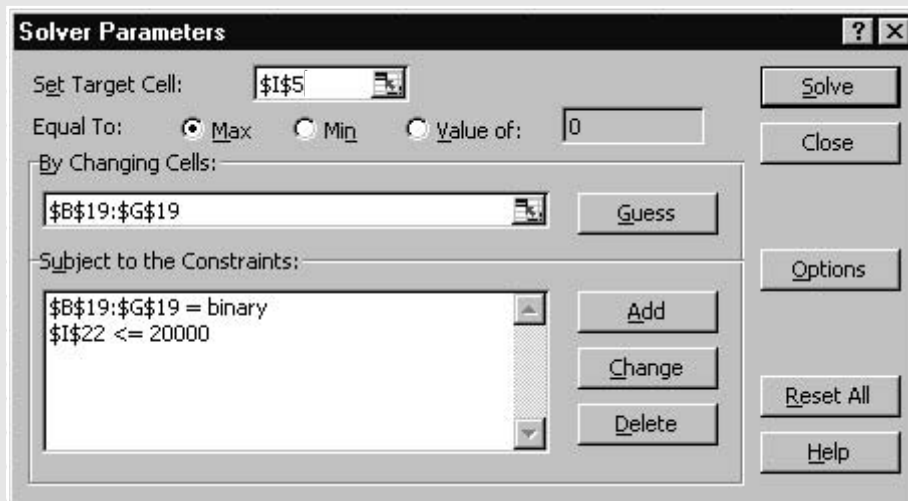


Figura 12.6

Parámetros SOLVER establecidos para resolver el problema de elaboración de presupuesto de capital en el ejemplo 12.3.

Filas 6 a 18: Éstas son las inversiones iniciales y las estimaciones de flujo de efectivo neto para cada proyecto. Los valores cero que ocurren después de la vida de un proyecto no necesitan ingresarse; no obstante, sí debe ingresarse cualquier estimación \$0 que ocurra durante la vida de un proyecto.

Fila 19: La entrada en cada celda es 1 para un proyecto seleccionado y 0 si no se selecciona. Éstas son las celdas cambiantes para SOLVER. Puesto que cada entrada debe ser 0 o 1, en todas las celdas de la fila 19 de SOLVER se coloca una restricción binaria, como se muestra en la figura 12.6. Cuando un problema debe resolverse, es mejor iniciar la hoja de cálculo con ceros para todos los proyectos. SOLVER encontrará la solución para maximizar Z.

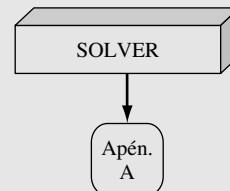
Fila 20: Se usa la función VNA para encontrar el VP de cada serie de flujo de efectivo neto. Las etiquetas de celda, que detallan las funciones VNA, se colocan para cualquier proyecto con una vida de hasta 12 años a la TMAR ingresada en la celda B1.

Fila 21: La contribución a la función Z ocurre cuando se selecciona un proyecto. No se realiza contribución donde la fila 19 tiene una entrada 0 para un proyecto.

Fila 22: Esta fila muestra la inversión inicial para los proyectos seleccionados. La celda I22 es la inversión total. Esta celda tiene la limitación presupuestaria colocada por la restricción en SOLVER. En este ejemplo, la restricción es $I22 \leq \$20,000$.

Para usar la hoja de cálculo en la resolución del ejemplo, establezca en 0 todos los valores de la fila 19, fije los parámetros SOLVER como antes se describió y pulse el botón “Resolver”. (Puesto que éste es un modelo lineal, la opción SOLVER “Suponga Modelo Lineal” puede marcarse, si se desea.) De ser necesario, más directrices acerca de guardar la solución, efectuar cambios, etcétera, se encuentran disponibles en el apéndice A, sección A.4, y en la función de ayuda de Excel.

Para este problema, la selección son los proyectos 1 y 3 (celdas B19 y D19) con $Z = \$7,630$, la misma que se determinó con anterioridad. Ahora se puede realizar un análisis de sensibilidad sobre cualquier estimación efectuada para los proyectos.



RESUMEN DEL CAPÍTULO

El capital de inversión es siempre un recurso escaso y debe racionarse entre diversos proyectos que compiten utilizando criterios específicos, económicos y no económicos. La elaboración del presupuesto de capital involucra alternativas propuestas, cada una con una inversión inicial y flujos de efectivo neto estimados durante la vida del proyecto. Las vidas pueden ser iguales o diferentes. El problema fundamental en la elaboración del presupuesto de capital tiene algunas características específicas (figura 12.1).

- Se realiza una selección entre proyectos independientes.
- Cada proyecto debe seleccionarse o rechazarse por completo.
- El objetivo es la maximización del valor presente de los flujos de efectivo neto.
- La inversión inicial total está limitada a un máximo específico.

El método del valor presente se utiliza para la evaluación. Para iniciar el procedimiento, formule todos los conjuntos mutuamente excluyentes que no excedan el límite de la inversión, incluyendo el conjunto de no hacer nada. Hay un máximo de 2^m conjuntos para m proyectos. Calcule el VP a la TMAR de cada conjunto y elija el conjunto con el mayor valor VP. Se supone la reinversión de los flujos de efectivo positivos netos a la TMAR para todos los proyectos con vidas menores que el proyecto con vida más larga.

El problema de elaboración de presupuesto de gastos de capital puede formularse como un problema de programación lineal para seleccionar proyectos directamente con la finalidad de maximizar el VP total. Los conjuntos mutuamente excluyentes no se desarrollan usando este enfoque de solución. Para resolver este problema por computadora, se emplea Excel y SOLVER.

PROBLEMAS

Comprensión del racionamiento de capital

- 12.1** Escriba un párrafo corto en que explique el problema del racionamiento de capital de inversión entre varios proyectos independientes unos de otros.
- 12.2** Enuncie la suposición de la reinversión sobre flujos de efectivo de proyectos, que se hace para resolver el problema de la elaboración de presupuestos de capital.
- 12.3** Perfect Manufacturing va a evaluar cuatro proyectos (1, 2, 3 y 4) con fines de inversión. Desarrolle todos los grupos aceptables mutuamente excluyentes con base en la siguiente restricción para seleccionarlos, desarrollada por el departamento de ingeniería de producción:

El proyecto 2 puede seleccionarse sólo si se elige el 3.

Los proyectos 1 y 4 no deben seleccionarse juntos; en esencia se duplican.
- 12.4** Desarrolle todos los agrupamientos mutuamente excluyentes que sean aceptables para los cuatro proyectos independientes descritos a continuación, si el límite de inversión es \$400 y se aplica la restricción siguiente

en la selección de proyectos: el proyecto 1 puede seleccionarse únicamente si también los proyectos 3 y 4 se eligen.

Proyecto	Inversión inicial, \$
1	-250
2	-150
3	-75
4	-235

Selección entre proyectos independientes

- 12.5 a)** Determine cuál de los siguientes proyectos independientes debería elegirse para invertir si están disponibles \$325 000 a la TMAR de 10% anual. Para realizar la selección, use el método VP para evaluar las alternativas mutuamente excluyentes.

Proyecto	Inversión inicial, \$	Flujo de efectivo neto, \$/año	Vida, años
A	-100 000	50 000	8
B	-125 000	24 000	8
C	-120 000	75 000	8
D	-220 000	39 000	8
E	-200 000	82 000	8

- b) Si los cinco proyectos son alternativas mutuamente excluyentes, realice el análisis de valor presente y seleccione la mejor alternativa.

12.6 Resuelva el problema 12.5 a) por medio de una hoja de cálculo.

12.7 El departamento de ingeniería de General Tire tiene para este año \$900 000 para no más de dos proyectos en mejoría de capital. Con el uso de un análisis de VP basado en una hoja de cálculo y un rendimiento mínimo de 12% anual, conteste lo siguiente:

- a) ¿Cuáles proyectos son aceptables de los tres descritos abajo?
- b) ¿Cuál es el flujo de efectivo neto mínimo necesario requerido para seleccionar el grupo que gaste tanto como sea posible, sin violar ni el límite presupuestal o la restricción de dos proyectos máximo?

Proyecto	Inversión inicial	FEN, \$/año	Vida, años	Valor de rescate, \$
A	-400 000	120 000	4	40 000
B	-200 000	90 000	4	30 000
C	-700 000	200 000	4	20 000

12.8 Jesse quiere elegir exactamente dos proyectos independientes de entre cuatro. Cada proyecto tiene una inversión inicial de \$300 000 y una vida de 5 años. Se dispone de las estimaciones de FEN para los tres primeros, pero no se ha preparado una estimación detallada para el cuarto. Con el empleo de una TMAR = 9% anual, determine el FEN mínimo para el proyecto número cuatro (Z), lo cual garantiza que formará parte de la pareja que se elija.

Proyecto	FEN anual, \$/año
W	90 000
X	50 000
Y	130 000
Z	Al menos 50 000

12.9 Un ingeniero de Clean Water Engineering ha establecido un límite de \$80 000 para el capital de inversión para el año próximo, destinado a proyectos que procuren la recuperación mejorada de agua subterránea muy confinada. Seleccione entre cualquiera o todos los proyectos siguientes, con el uso de una TMAR de 10% anual. Encuentre la solución con cálculos hechos a mano, no con Excel.

Proyecto	Inversión inicial, \$	FEN, \$/año	Vida, años	Valor de rescate, \$
A	-250 000	50 000	4	45 000
B	-300 000	90 000	4	-10 000
C	-550 000	150 000	4	100 000

12.10 Desarrolle una hoja de cálculo de Excel para los tres proyectos del problema 12.9. Suponga que el ingeniero desea que el proyecto C sea el único que se seleccione. Considere las opciones viables de proyectos y $b = \$800\,000$, determine a) la inversión inicial más grande para C, y b) la TMAR más grande que se permita para garantizar que C resulte seleccionado.

12.11 En Hum Vee Motors hay ocho proyectos disponibles para elegir. Los valores de VP que siguen se determinaron con la TMAR corporativa de 10% anual y están redondeados a \$1 000, la cantidad más cercana. Las vidas de los proyectos varían entre 5 y 15 años.

Proyecto	Inversión inicial, \$	Monto del VP al 10%, \$
1	-1 500 000	-50 000
2	-300 000	+35 000
3	-95 000	-9 000
4	-400 000	+75 000
5	-195 000	+125 000
6	-175 000	-27 000
7	-100 000	+62 000
8	-400 000	+110 000

Los lineamientos para seleccionar proyectos son los siguientes:

- 1. No se dispone de más de \$400 000 para inversión de capital.
 - 2. Ningún proyecto con VP negativo puede ser seleccionado.
 - 3. Debe seleccionarse al menos un proyecto, pero no más de tres.
 - 4. Se aplican las restricciones siguientes en la selección de proyectos específicos:
 - El proyecto 4 puede seleccionarse sólo si el 1 también lo es.
 - Los proyectos 1 y 2 se duplican; no se deben elegir juntos.
 - Los proyectos 8 y 4 también se duplican.
 - El proyecto 7 requiere que el 2 también se elija.
- a) Identifique los grupos de proyectos viables y seleccione aquellos que se justifiquen mejor económicamente. ¿Cuál es la suposición de inversión para cualquiera de los fondos de capital restantes?
- b) Si *debe* invertirse tanto como sea posible de los \$400 000, use las mismas restricciones y determine el (los) proyecto(s) a seleccionar. ¿Esta es una segunda opción viable para invertir los \$400 000? ¿Por qué?

12.12 Use el análisis que sigue de cinco proyectos independientes para seleccionar el mejor, si la limitación de capital es: a) \$30 000, b) \$60 000, y c) ilimitada.

Proyecto	Inversión inicial, \$	Vida, años	VP al 12% anual, \$
S	-15 000	6	8 540
A	-25 000	8	12 325
M	-10 000	6	3 000
E	-25 000	4	10
H	-40 000	12	15 350

12.13 El proyecto independiente estimado a continuación fue desarrollado por los directores de ingeniería y finanzas. La TMAR

corporativa es de 15% anual, y el límite en la inversión de capital es de \$4 millones.

- a) Use el método VP y solución manual para seleccionar los mejores proyectos en términos económicos.
- b) Use el método VP y solución por computadora para seleccionar los mejores proyectos en términos económicos.

Proyecto	Costo del proyecto, en millones de \$	Vida, años	FEN, \$ por año
1	-1.5	8	360 000
2	-3.0	10	600 000
3	-1.8	5	520 000
4	-2.0	4	820 000

12.14 Se define el problema que sigue sobre racionamiento de capital. Se van a evaluar tres proyectos con una TMAR de 12.5% anual. No es posible invertir más de \$3 millones.

- a) Use una hoja de cálculo para seleccionar entre los proyectos independientes.
- b) Use SOLVER para determinar el FEN mínimo del año 1 sólo para el proyecto 3, a fin de tener el mismo VP que el mejor agrupamiento del inciso anterior, si la vida del proyecto 3 puede incrementarse a 10 años para la misma inversión de \$1 millón. Todas las estimaciones restantes permanecen sin cambio. Con este FEN y vida incrementados, ¿cuáles son los mejores proyectos para invertir?

Proyecto	Inversión, millones de \$	Vida, años	FEN estimado, \$/año	
			Año 1	Gradiente después del año 1
1	-0.9	6	250 000	-5 000
2	-2.1	10	485 000	+5 000
3	-1.0	5	200 000	+10%

12.15 Use el método del VP para evaluar cuatro proyectos independientes y seleccione tres de ellos. La TMAR es de 12% anual y existe un límite de \$16 000 para el capital de inversión disponible.

	Proyecto			
	1	2	3	4
Inversión, \$	-5 000	-8 000	-9 000	-10 000
Vida, años	5	5	3	4
Año	Estimaciones de FEN, \$			
1	1 000	500	5 000	0
2	1 700	500	5 000	0
3	2 400	500	2 000	0
4	3 000	500		17 000
5	3 800	10 500		

12.16 Resuelva el problema 12.15 por medio de una hoja de cálculo.

12.17 Con las estimaciones de FEN del problema 12.15 para los proyectos 3 y 4, demuestre la suposición de reinversión cuando se resuelve el problema de elaborar presupuestos de capital para los cuatro proyectos por medio del método del VP (*recomendación*: consulte la ecuación [12.2]).

Programación lineal y elaboración de presupuestos de gastos de capital

12.18 Formule el modelo de programación lineal, desarrolle una hoja de cálculo y resuelva el problema de racionamiento de capital del ejemplo 12.1, *a*) como está presentado, y *b*) con el uso de un límite de \$13 millones para la inversión.

12.19 Para el problema 12.5, use Excel y SOLVER con la finalidad de: *a*) responder la pregunta del primer inciso, y *b*) seleccionar los proyectos si la TMAR = 12% anual y el límite de inversión se incrementa a \$500 000.

12.20 Utilice SOLVER para resolver el problema 12.10.

12.21 Use SOLVER para encontrar el FEN mínimo que se requiere para el proyecto Z, según lo detalla Jesse en el problema 12.8.

12.22 Emplee programación lineal y una técnica de solución basada en hoja de cálculo para seleccionar entre los proyectos independientes de vidas desiguales del problema 12.13.

12.23 Resuelva el problema de elaborar presupuestos de capital del problema 12.14, inciso *a*), por medio de un modelo de programación lineal y Excel.

12.24 Solucione la elaboración de presupuestos de capital presentado en el problema 12.15, con el uso de un modelo de programación lineal y Excel.

12.25 Con los datos del problema 12.15 y soluciones de Excel para situaciones con límites de presupuesto de capital que varían entre $b = \$5\ 000$ y $b = \$25\ 000$, desarrolle una gráfica en Excel de b versus el valor de Z.

ESTUDIO DE CASO

EDUCACIÓN EN INGENIERÍA PARA TODA LA VIDA EN UN AMBIENTE WEB

El informe

IME es una sociedad de ingeniería sin fines de lucro, con oficinas centrales en Nueva York y oficinas en varios países del mundo. El año pasado se estableció una fuerza de tarea con el encargo de sugerir formas de

mejorar los servicios a los miembros en el área de aprendizaje para toda la vida. Las ventas totales a personas, bibliotecas y negocios de periódicos, revistas, libros, monografías, CD y videos técnicos han disminuido en 35% durante los últimos 3 años. IME, como virtualmente todas las corporaciones no lucrativas, está reci-

biendo un impacto negativo por parte del comercio electrónico. El recién publicado informe de la fuerza de tarea contiene las siguientes conclusiones y recomendaciones:

Resulta esencial que IME tome rápidas medidas proactivas para iniciar materiales de aprendizaje con base en la web, por sí misma y/o en conjunción con otras organizaciones. De manera general, estos materiales deberán concentrarse en áreas como:

- Certificación y licenciamiento de profesionales en ingeniería.
- Temas técnicos de vanguardia.
- Temas de actualización en el manejo de herramientas para ingenieros expertos.
- Herramientas básicas para individuos que realizan análisis de ingeniería con entrenamiento o educación inadecuados.

Los proyectos deberán iniciar de inmediato y evaluarse durante los próximos tres años, para determinar las futuras direcciones de los materiales de aprendizaje electrónico para IME.

Los proyectos propuestos

En la sección de Líneas de Acción del informe se identifican cuatro proyectos, junto con los estimados de costos e ingresos netos efectuados sobre una base de 6 meses. Los resúmenes de los proyectos que se presentan a continuación requieren desarrollo y mercadotecnia de materiales de aprendizaje en línea.

Proyecto A, mercados nicho. IME identifica varias áreas técnicas nuevas y ofrece materiales de aprendizaje a los miembros y a quienes no lo son. Se requieren una inversión inicial de \$500 000 y una inversión de seguimiento de otros \$500 000 después de 18 meses.

Proyecto B, asociación. IME se une con otras sociedades profesionales para ofrecer materiales en un espectro relativamente amplio. Dicha estrategia de negocios podría brindar una mayor inversión en lo que atañe a materiales de aprendizaje para toda la vida. IME necesita realizar una inversión inicial de \$2 millones. Este proyecto requerirá que se lleve a cabo un pequeño proyecto para mejora en la red. Éste es el proyecto C, que sigue a continuación.

Proyecto C, motor de búsqueda web. Con una inversión de sólo \$200 000 dentro de seis meses, IME puede ofrecer a sus miembros un motor de búsqueda web para tener acceso a publicaciones actuales de IME. Un contratista externo puede instalar rápidamente esta capacidad en el equipo actual. Este punto de entrada al aprendizaje con base en la web es una medida temporal, que puede aumentar los servicios y los ingresos sólo durante el corto plazo. Este proyecto es necesario si se aspira a llevar a cabo el proyecto B, pero el proyecto C puede instaurarse separadamente de cualquier otro proyecto.

Proyecto D, mejora del servicio. Este proyecto es un sustituto completo del proyecto B. Se trata de un esfuerzo a largo plazo para mejorar la publicación electrónica y continuar los ofrecimientos de educación de IME. Serán necesarias inversiones de \$300 000 ahora, \$400 000 en 6 meses y otros \$300 000 después de otros 6 meses. El proyecto D es de más lento movimiento, aunque desarrollará una base firme para la mayoría de futuros servicios de aprendizaje basados en la web de IME.

Los flujos de efectivo neto estimados (en \$1 000) en periodos de 6 meses para IME se resumen a continuación.

Periodo	Proyecto			
	A	B	C	D
1	\$0	\$500	\$0	\$100
2	100	500	50	200
3	200	600	100	300
4	400	700	150	300
5	400	800	0	300
6	0	1 000	0	300

El Comité de Finanzas ha respondido que no se pueden asignar más de \$3.5 millones a estos proyectos. También ha establecido que la cantidad total por proyecto deberá asignarse desde ahora, sin importar en realidad cuándo ocurrirán los flujos de efectivo de las inversiones inicial y de seguimiento. El Comité de Finanzas y un comité directivo revisarán los progresos cada 3 me-

ses para determinar si deberían continuarse, expandirse o discontinuarse los proyectos seleccionados. El capital de IME, principalmente en inversiones de capital propio, rinde un promedio de 10% semestral durante los últimos 5 años. No existe deuda arrastrada por IME en este momento.

Ejercicios del estudio de caso

1. Formule todas las oportunidades de inversión para IME y los perfiles de flujo de efectivo, dada la información en el reporte de la fuerza de tarea.
2. ¿Qué proyectos debería recomendar el Comité de Finanzas sobre una base puramente económica?
3. El director ejecutivo de IME tiene gran interés en realizar el proyecto D debido a los efectos positivos de larga duración que percibe sobre el tamaño de la membresía del Instituto y los futuros servicios ofrecidos a los miembros nuevos y actuales. Usando una hoja de cálculo que detalle los estimados de flujo de efectivo neto del proyecto, determine algunos de los cambios que el director puede llevar a cabo para asegurar que se acepte el proyecto D. No debe colocar restricciones en este análisis; por ejemplo, pueden cambiar las inversiones y los flujos de efectivo, y eliminarse las restricciones entre los proyectos que se describen en el reporte de la fuerza de tarea.

13

CAPÍTULO

Análisis del punto de equilibrio

El análisis de punto de equilibrio tiene el propósito de determinar el valor de una variable o un parámetro de un proyecto o alternativa que iguala dos elementos, como por ejemplo, el volumen de ventas que igualará ingresos y costos. Un estudio de punto de equilibrio se lleva a cabo para dos alternativas con la finalidad de determinar cuándo una alternativa es igualmente aceptable; digamos, el valor de reemplazo del defensor en un estudio de reemplazo, que iguala al retador como una buena opción (sección 11.3). El análisis de punto de equilibrio casi siempre se aplica en *decisiones de hacer o comprar* cuando las corporaciones y los negocios deben decidir respecto de la fuente de los elementos fabricados, servicios de toda clase, etcétera.

Antes hemos aplicado el enfoque del punto de equilibrio en el análisis de reemplazo (sección 5.6) y en el análisis de TR de punto de equilibrio de dos alternativas (sección 8.4). La herramienta de optimización de Excel SOLVER, que se presentó y se aplicó apenas en el capítulo 12 para elegir entre proyectos independientes, constituye una herramienta primordial para llevar a cabo un análisis por computadora de punto de equilibrio entre dos alternativas. Este capítulo amplía nuestras perspectivas y comprensión sobre la forma de llevar a cabo un estudio de punto de equilibrio.

Los estudios de punto de equilibrio se valen de estimaciones que se consideran ciertas; es decir, si se espera que los valores estimados varíen suficientemente como para que influyan muy probablemente en el resultado, se requerirá otro análisis de punto de equilibrio con diferentes cálculos. Esto nos lleva a la observación de que el análisis de punto de equilibrio forma parte del más amplio esquema del *análisis de sensibilidad*. Si se permite que varíe la variable de interés en un análisis de punto de equilibrio, es necesario adoptar los enfoques del análisis de sensibilidad (capítulo 18). Además, si se toman en cuenta la probabilidad y evaluación con riesgo, se pueden aplicar las herramientas de simulación (capítulo 19) para complementar la naturaleza estática de un estudio de punto de equilibrio.

El estudio de caso del capítulo se concentra en las medidas de costo y eficiencia en un contexto del sector público (municipal).

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Objetivo general: determinar, para una o más alternativas, el nivel de actividad necesario o el valor de un parámetro para alcanzar el punto de equilibrio.

Punto de equilibrio

**Dos puntos de equilibrio
alternativo**

Hojas de cálculo

Este capítulo ayudará al lector a:

1. Determinar el valor del punto de equilibrio para un solo proyecto.
2. Calcular el valor del punto de equilibrio entre dos alternativas y utilizarlo para elegir una alternativa.
3. Elaborar una hoja de cálculo que aplique la herramienta SOLVER de Excel a la realización de un análisis de punto de equilibrio.

13.1 ANÁLISIS DE PUNTO DE EQUILIBRIO PARA UN PROYECTO ÚNICO

Cuando una de las literales de la ingeniería económica (P , F , A , i o n) se desconocen o no se han calculado, se puede determinar una cantidad de punto de equilibrio formulando una ecuación de equivalencia para VP o VA e igualándola a cero. Hasta ahora hemos utilizado esta forma de análisis de punto de equilibrio. Por ejemplo, despejamos la tasa de rendimiento i^* , calculamos el periodo de recuperación n_p y determinamos los valores P , F , A o el valor de salvamento S , a los que una serie de estimaciones de flujos de efectivo proporcionan rendimientos a una TMAR específica. Los métodos empleados para el cálculo de dicha cantidad son:

Solución directa a mano si uno de los factores se encuentra presente (digamos, P/A) o sólo se calculan cantidades únicas (por ejemplo, P y F).

Ensayo y error a mano cuando se encuentran presentes factores múltiples.

Hoja de cálculo por computadora cuando el flujo de efectivo y otros cálculos se introducen en celdas de la hoja de cálculo y se utilizan en funciones incorporadas, tales como VP, VF, TASA, TIR, VPN, PAGO y NPER.

Ahora nos concentraremos en la determinación de la *cantidad de punto de equilibrio para una variable de decisión*. Por ejemplo, la variable puede ser un elemento de diseño para minimizar costos, o el nivel de producción que se requiere para generar ingresos que excedan los costos un 10%. Dicha cantidad, llamada *punto de equilibrio* Q_{PE} , se determina utilizando fórmulas para los ingresos y costos con valores diferentes de la variable Q . La magnitud de Q puede expresarse en unidades anuales, porcentaje de capacidad, horas al mes y muchas otras dimensiones.

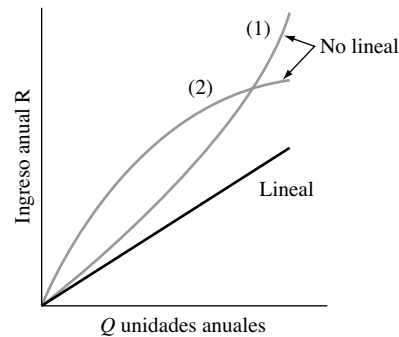
La figura 13.1a) muestra diferentes formas de una ecuación de ingresos, identificada como R . Por lo común, se adopta una ecuación de ingresos lineal, aunque generalmente una ecuación no lineal es más realista. Ésta puede representar un ingreso unitario creciente con grandes volúmenes (curva 1 en la figura 13.1a)), o un precio unitario decreciente que normalmente predomina cuando las cantidades son elevadas (curva 2).

Los costos, que pueden ser lineales o no lineales, normalmente incluyen dos elementos —fijos y variables—, como lo indica la figura 13.1b).

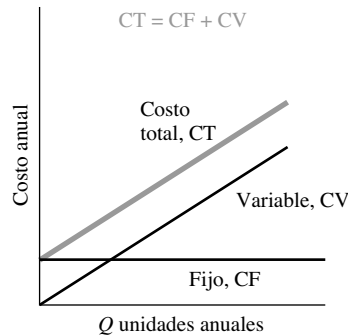
Costos fijos (CF). Incluyen costos como edificios, seguros, gastos generales fijos, un nivel mínimo de mano de obra, recuperación de capital de equipo y sistemas de información.

Costos variables (CV). Incluyen costos tales como la mano de obra directa, materiales, costos indirectos, contratistas, mercadotecnia, publicidad y garantías.

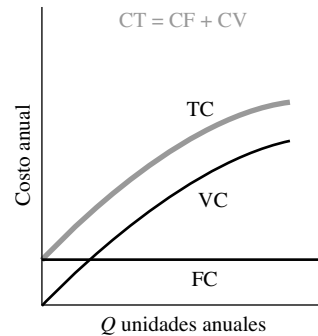
El componente de costo fijo es en esencia una constante para todos los valores de la variable, por lo que no cambia para un rango amplio de parámetros de operación, como el nivel de la producción o el tamaño de la fuerza de trabajo. Aun sin producción de unidades, los costos fijos se presentan en algún nivel de inicio. Por supuesto, esta situación no puede durar mucho antes de que la planta deba cerrarse con el objetivo de reducir los costos fijos. Los costos fijos se reducen mediante equipo mejorado, sistemas de información y la utilización intensiva de la plantilla laboral,



a) Relaciones de ingresos: ingreso unitario
1. creciente y 2. decreciente



b) Relaciones de costo lineales



c) Relaciones de costo no lineales

Figura 13.1
Relaciones de ingresos y
costos lineales y no
lineales.

paquetes de beneficios menos costosos, funciones específicas de subcontratación, etcétera.

Los costos variables cambian con el nivel de producción, el tamaño de la plantilla laboral y otros parámetros. Con frecuencia es posible reducir los costos variables a través de diseños de productos perfeccionados, eficiencia de fabricación, calidad y seguridad mejoradas y volumen de ventas más elevado.

Cuando se suman CF y CV, forman la ecuación del costo total CT. La figura 13.1b) muestra la ecuación de CT para los costos variables y fijos lineales. La figura 13.1c) muestra una curva general de CT para una CV no lineal donde los costos variables unitarios disminuyen conforme el nivel de la cantidad se incrementa.

Para un valor específico aunque desconocido de la variable de decisión Q , las relaciones de ingreso y costo total se intersecan para identificar el punto de equilibrio Q_{BE} (véase la figura 13-2). Si $Q > Q_{BE}$, existe una utilidad previsible; pero si $Q < Q_{BE}$, entonces hay una pérdida. En el caso de los modelos lineales de R y CV, a mayor cantidad habrá mayores utilidades. Las utilidades se calculan de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \text{Utilidades} &= \text{ingresos} - \text{costo total} \\ &= R - CT \end{aligned} \quad [13.1]$$

Si las funciones de ingreso y costo total son lineales de la cantidad Q , es posible obtener una relación para el punto de equilibrio al igualar las relaciones para R y CT, lo que indica una utilidad de cero.

Figura 13.2

Efecto sobre el punto de equilibrio cuando se reduce el costo variable unitario.

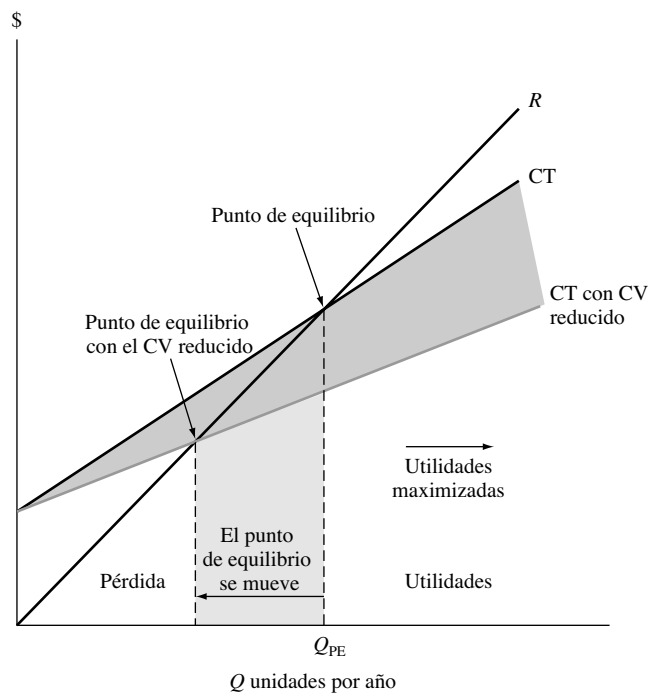
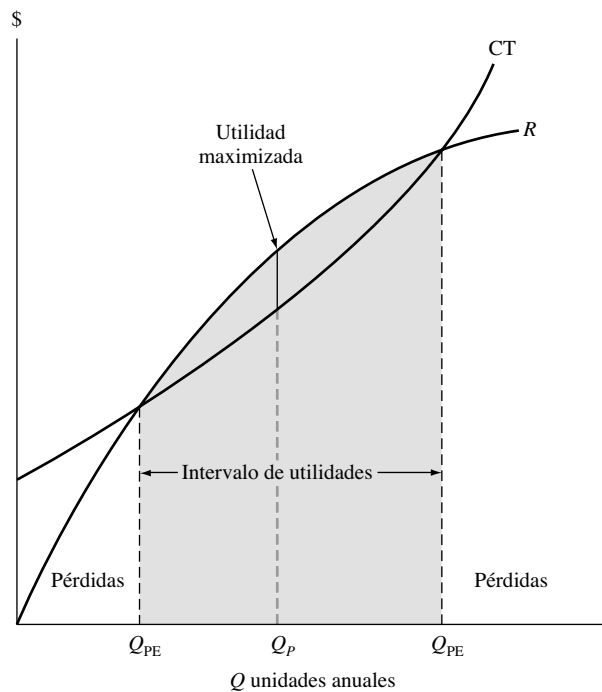


Figura 13.3

Puntos de equilibrio y punto de utilidad máxima para un análisis no lineal.



$$R = CT$$

$$rQ = FC + VC = FC + vQ$$

donde r = ingreso por unidad

v = costo variable por unidad

Al resolver para la cantidad de equilibrio Q_{BE} se obtiene

$$Q_{BE} = \frac{CF}{(r - v)} \quad [13.2]$$

La gráfica del punto de equilibrio es una herramienta importante en la administración porque es fácil de entender y puede utilizarse en la toma de decisiones y para varias formas de análisis. Por ejemplo, si se redujera el costo variable por unidad, la recta CT tendría una pendiente más pequeña (véase la figura 13-2) y el punto de equilibrio bajaría. Esto implicaría una ventaja porque entre más pequeño sea el valor de Q_{BE} , mayor es la utilidad para una cantidad dada de ingreso.

Si se utilizan modelos no lineales de R o CT , puede haber más de un punto de equilibrio. La figura 13-3 presenta dicha situación para dos puntos de equilibrio. La utilidad máxima ocurre con Q_p ubicado entre los dos puntos de equilibrio donde la distancia entre las relaciones R y CT es la mayor.

Por supuesto, ninguna relación estática —lineal o no— de R y CT es capaz de estimar durante un periodo extenso de tiempo los montos de ingreso y costo. Pero el punto de equilibrio es una excelente meta para propósitos de planeación.

EJEMPLO 13.1

Lufkin Trailer Corporation ensambla 30 remolques cada mes para camiones de 18 llantas en sus instalaciones de la costa este. La producción ha caído a 25 unidades mensuales durante los últimos 5 meses, como consecuencia de la recesión económica mundial en los servicios del transporte. Se dispone de la siguiente información:

Costos fijos	$CF = \$750\,000$ mensuales
Costo variable por unidad	$v = \$35\,000$
Ingreso por unidad	$r = \$75\,000$

- ¿Cómo se compara el nivel de producción reducido de 25 unidades mensuales con el punto de equilibrio actual?
- ¿Cuál es el actual nivel de utilidades mensual para las instalaciones?
- ¿Cuál es la diferencia entre los ingresos y el costo variable por remolque que es necesario equilibrar a un nivel de producción mensual de 15 unidades, si los costos fijos se mantienen constantes?

Solución

- Use la ecuación [13.2] para determinar el número de unidades de equilibrio. Todas las cantidades están expresadas en miles de dólares.

$$\begin{aligned}
 Q_{BE} &= \frac{CF}{(r - v)} \\
 &= \frac{750}{(75 - 35)} \\
 &= 18.75 \text{ unidades por mes}
 \end{aligned}$$

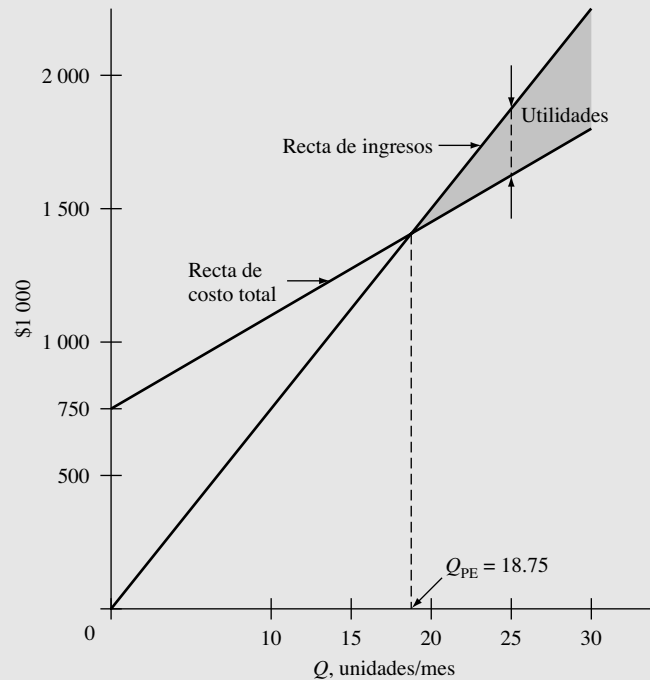


Figura 13.4

Gráfica del punto de equilibrio, ejemplo 13.1.

La figura 13.4 es una gráfica de las líneas R y CT . El valor del punto de equilibrio es 18.75 o 19 en unidades enteras de remolques. El nivel de producción reducida de 25 unidades se encuentra por encima del valor de equilibrio.

- b) Para calcular las utilidades en \$1 000 de $Q = 25$ unidades mensuales, se emplea la ecuación [13.1].

$$\begin{aligned}
 \text{Utilidades} &= R - CT = rQ - (CF + vQ) \\
 &= (r - v)Q - CF \\
 &= (75 - 35)25 - 750 \\
 &= \$250
 \end{aligned}
 \tag{13.3}$$

Actualmente hay una utilidad de \$250 000 mensuales.

- c) Para determinar la diferencia $r - v$ se emplea la ecuación [13.3], con una utilidad = 0, $Q = 15$ y $CF = \$75$. En unidades de \$1 000,

$$\begin{aligned}
 0 &= (r - v)(15) - 750 \\
 r - v &= \frac{750}{15} = \$50 \text{ por unidad}
 \end{aligned}$$

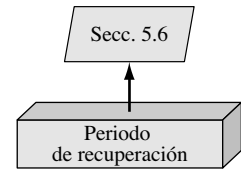
La dispersión entre r y v debe ser de \$50 000. Si v se mantiene en \$35 000, el ingreso por remolque debe incrementarse de \$75 000 a \$85 000 para alcanzar apenas el equilibrio a un nivel de producción de $Q = 15$ mensuales.

En ciertas circunstancias, el análisis del punto de equilibrio se realiza sobre una base por unidad y resulta más significativo. Aun en ese caso, el valor de Q_{BE} se calcula por medio de la ecuación [13.2], pero la relación CT se divide entre Q para obtener una expresión para el costo por unidad, también denominado *costo promedio por unidad* C_u .

$$C_u = \frac{CT}{Q} = \frac{(CF + vQ)}{Q} = \frac{CF}{Q} + v \quad [13.4]$$

En la cantidad de equilibrio $Q = Q_{BE}$, el ingreso por unidad es exactamente igual al costo por unidad. Si se grafica, el término del CF por unidad que aparece en la ecuación [13.4] adopta la forma de una hipérbola.

En el capítulo 5 se estudió el análisis del periodo de recuperación. La recuperación es el número de años n_p necesario para recuperar una inversión inicial. El análisis de la recuperación con tasa de interés igual a cero sólo se realiza cuando no existe ningún requerimiento para obtener una tasa de rendimiento mayor a cero, sino únicamente de la recuperación de la inversión inicial (como ya se mencionó, la técnica produce mejores resultados como suplemento del análisis del VP con la TMAR). Puede determinarse la cantidad de variables de decisión para periodos de recuperación distintos, si el análisis de la recuperación se complementa con el del equilibrio, como se ilustra en el siguiente ejemplo.



EJEMPLO 13.2

El presidente de una compañía local, Online Ontime, Inc., espera que un producto tenga una vida útil de entre 1 y 5 años. Desea conocer el número de unidades de equilibrio que deben venderse anualmente para lograr la recuperación dentro de cada uno de los periodos de 1 año, 2 años y así sucesivamente hasta 5 años. Encuentre las respuestas con soluciones a mano y por computadora. Los cálculos del costo y los ingresos son los siguientes:

Costos fijos: inversión inicial de \$80 000 con \$1 000 de costo de operación anual.

Costo variable: \$8 por unidad.

Ingresos: dos veces el costo variable para los primeros 5 años y 50% de costo variable de ahí en adelante.

Solución a mano

Defina X como el número de unidades vendidas anualmente para conseguir el equilibrio y n_p como el periodo de recuperación, donde $n_p = 1, 2, 3, 4$ y 5 años. Hay dos incógnitas y una ecuación, de manera que es necesario establecer valores de una variable y despejar la otra. Aplique el siguiente enfoque: establezca el costo anual y las ecuaciones de ingresos sin tomar en cuenta el valor del dinero en el tiempo; después utilice los valores n_p para determinar el valor de equilibrio de X .

Costos fijos	$\frac{80\,000}{n_p} + 1\,000$
Costo variable	$8X$
Ingresos	$\begin{cases} 16X & \text{años 1 a 5} \\ 4X & \text{año 6 y siguientes} \end{cases}$

Iguale los ingresos al costo total y despeje X .

Ingreso = costo total

$$16X = \frac{80\,000}{n_p} + 1\,000 + 8X \quad [13.5]$$

$$X = \frac{10\,000}{n_p} + 125$$

Sustituya los valores 1 a 5 en n_p y despeje X (figura 13.5). Por ejemplo, una recuperación en 2 años necesita ventas de 5 125 unidades anuales con el objetivo de alcanzar el punto de equilibrio. No se toma en cuenta ningún tipo de interés en esta solución; es decir, $i = 0\%$.

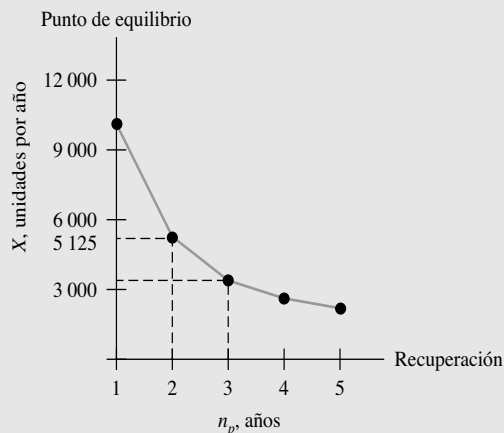
Solución por computadora

Despeje X de la ecuación 13.4 y mantenga las literales r y v para incluirlas en la hoja de cálculo.

$$X = \frac{(80\,000/n_p + 1\,000)}{r - v} \quad [13.6]$$

La hoja de cálculo de la figura 13.6 incluye la ecuación [13.5] relativa al punto de equilibrio en las celdas C9 a C13, según se detalla en la etiqueta de la celda. La columna C y el diagrama de dispersión xy muestran los resultados. Por ejemplo, una recuperación en 1 año requiere ventas de $X = 10\,125$, mientras que una recuperación de 5 años requiere de sólo 2 125 unidades al año.

Figura 13.5
Volúmenes de ventas de punto de equilibrio para diferentes periodos de recuperación (ejemplo 13.2).



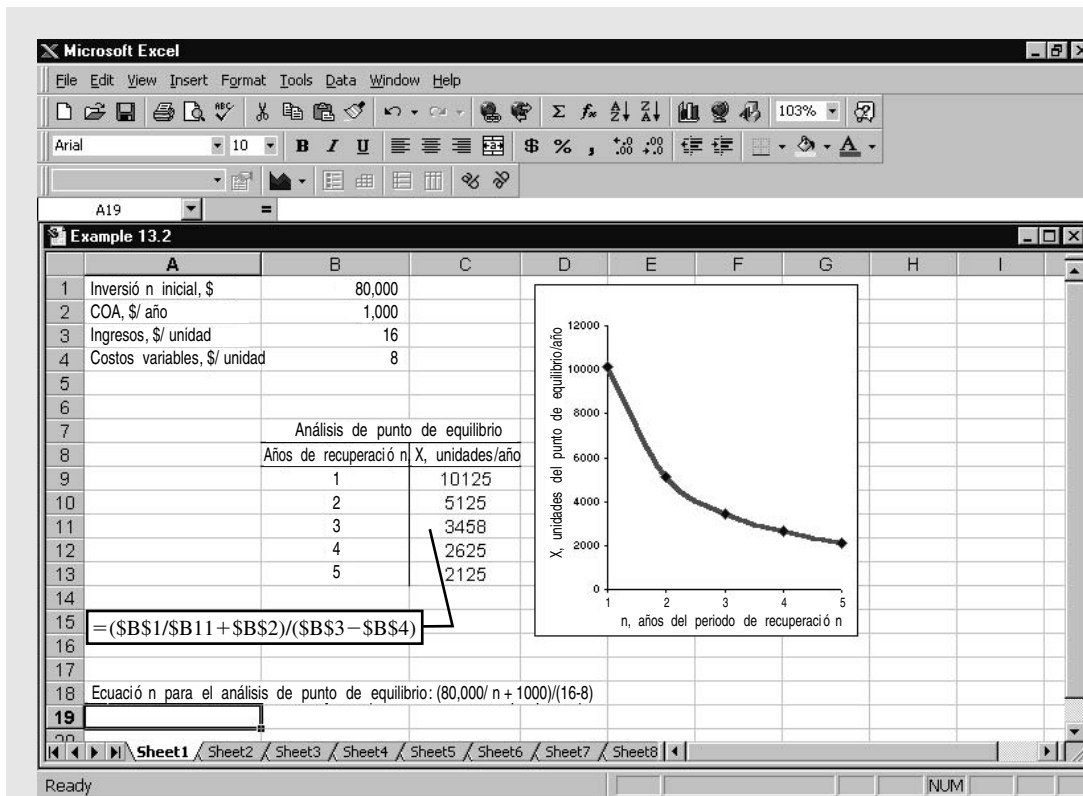


Figura 13.6

Solución en hoja de cálculo de los valores del punto de equilibrio para diferentes años de recuperación (ejemplo 13.2).

13.2 ANÁLISIS DE PUNTO DE EQUILIBRIO ENTRE DOS ALTERNATIVAS

El análisis de punto de equilibrio implica la determinación de una variable común o parámetro económico entre dos alternativas. El parámetro puede ser la tasa de interés i , el costo inicial P , el costo anual de operación (COA) o cualquier otro parámetro. Ya hemos llevado a cabo un análisis de punto de equilibrio entre alternativas con diversos parámetros. Por ejemplo, el valor incremental TR (Δi^*) es la tasa de punto de equilibrio entre alternativas. Si la TMAR es menor que Δi^* , se justifica la inversión adicional de la alternativa con mayor inversión. En la sección 11.3 se determinó el valor de reemplazo (VR) de un defensor. Si el valor comercial es mayor que el VR, la decisión debería favorecer al retador.

A menudo el análisis del punto de equilibrio implica ingresos o costos variables comunes a ambas alternativas, tales como precio unitario, costo de operación, costo de los materiales y costo de mano de obra. La figura 13.7 ilustra este concepto

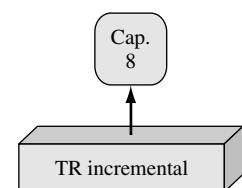
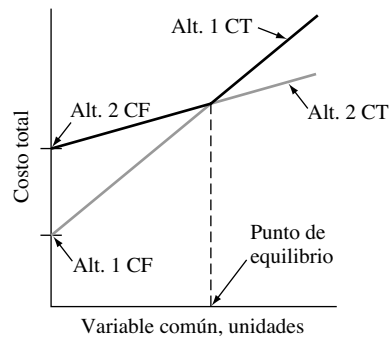


Figura 13.7

Punto de equilibrio entre dos alternativas con ecuaciones de costos lineales.



para dos alternativas con ecuaciones lineales de costo. El costo fijo de la alternativa 2 es mayor que el de la alternativa 1. Sin embargo, la alternativa 2 tiene un costo variable menor, como lo indica su pendiente de menor valor. La intersección de las líneas de costo total ubica el punto de equilibrio. Por lo tanto, si el número de unidades de la variable común es mayor que la cantidad del punto de equilibrio, se elige la alternativa 2, ya que será menor el costo total. Por el contrario, un nivel anticipado de operación por debajo del punto de equilibrio favorece la alternativa 1.

En lugar de trazar una gráfica de los costos totales de cada alternativa y de calcular gráficamente el punto de equilibrio, puede resultar más sencillo calcular numéricamente el punto de equilibrio usando expresiones de ingeniería económica para VP o VA a la TMAR. Se prefiere el VA cuando las unidades de la variable se expresan anualmente; además, los cálculos del VA son más sencillos para alternativas con vidas diferentes. Los siguientes pasos permiten determinar el punto de equilibrio de la variable común y la elección de una alternativa:

1. Defina la variable común y sus unidades de dimensión.
2. Aplique un análisis de VA o VP para expresar el costo total de cada alternativa como función de la variable común.
3. Iguale las dos ecuaciones y despeje el valor del punto de equilibrio de la variable.
4. Si el nivel anticipado es inferior al valor del punto de equilibrio, elija la alternativa con el costo variable más alto (pendiente de mayor valor). Si el nivel se ubica por encima del punto de equilibrio, elija la alternativa con el costo variable inferior (véase la figura 13.7).

EJEMPLO 13.3

Una pequeña empresa aeroespacial evalúa dos alternativas: la compra de una máquina de alimentación automática y una máquina de alimentación manual para un proceso de acabado. La máquina de alimentación automática tiene un costo inicial de \$23 000, un valor de salvamento calculado en \$4 000 y un pronóstico de vida de 10 años. Operará la máquina un trabajador con un salario de \$12 por hora. La producción que se espera es de 8 toneladas por hora. Se espera que los costos anuales de mantenimiento y operación sean de \$3 500.

La máquina de alimentación manual alternativa tiene un costo inicial de \$8 000, sin valor de salvamento, una vida de 5 años y una producción de 6 toneladas por hora. Sin embargo, se requerirán tres trabajadores con un salario de \$8 la hora para cada uno. La máquina tendrá un costo anual de mantenimiento y operación de \$1 500. Se espera que todos los proyectos generen un rendimiento de 10% anual. ¿Cuántas toneladas al año deben producirse con la finalidad de justificar el mayor costo de compra de la máquina automática?

Solución

Aplice los pasos anteriores para calcular el punto de equilibrio entre las dos alternativas.

1. Sea x el número de toneladas al año.
2. En el caso de la máquina de alimentación automática, el costo variable anual es:

$$\begin{aligned}\text{CV anual} &= \frac{\$12}{\text{hora}} \frac{1 \text{ hora}}{8 \text{ toneladas}} \frac{x \text{ toneladas}}{\text{año}} \\ &= 1.5x\end{aligned}$$

El CV se expresa en dólares por año. La fórmula del VA para la máquina de alimentación automática es:

$$\begin{aligned}\text{VA}_{\text{auto}} &= -23\,000(A/P, 10\%, 10) + 4\,000(A/F, 10\%, 10) - 3\,500 - 1.5x \\ &= \$-6\,992 - 1.5x\end{aligned}$$

Asimismo, el costo variable anual y el VA para la máquina de alimentación manual son:

$$\begin{aligned}\text{CV anual} &= \frac{\$8}{\text{hora}} (3 \text{ operadores}) \frac{1 \text{ hora}}{6 \text{ toneladas}} \frac{x \text{ toneladas}}{\text{año}} \\ &= 4x \\ \text{VA}_{\text{manual}} &= -8\,000(A/P, 10\%, 5) - 1\,500 - 4x \\ &= \$-3\,610 - 4x\end{aligned}$$

3. Iguale las ecuaciones de dos costos y despeje x .

$$\begin{aligned}\text{VA}_{\text{auto}} &= \text{VA}_{\text{manual}} \\ -6\,992 - 1.5x &= -3\,610 - 4x \\ x &= 1\,353 \text{ toneladas al año}\end{aligned}$$

4. Si se espera que la producción exceda las 1 353 toneladas al año, compre la máquina de alimentación automática, ya que su pendiente de CV es 1.5, menor que la pendiente del CV de la máquina de alimentación manual, que es de 4.

El enfoque del análisis de punto de equilibrio comúnmente se usa para tomar decisiones entre fabricar o comprar. Por lo general, la alternativa de comprar no tiene costo fijo y sí un costo mayor variable respecto a la opción de fabricar. En el punto donde se cruzan las dos relaciones de costo se encuentra la cantidad para decidir entre fabricar o comprar. Las cantidades anteriores indican que el artículo debe fabricarse, no comprarse a un proveedor externo.

EJEMPLO 13.4

Guardián es una empresa manufacturera nacional dedicada a los aparatos domésticos para el cuidado de la salud. Se enfrenta a la disyuntiva de hacer o comprar. Se puede instalar un elevador mecánico novedoso en la cajuela de un automóvil para subir y bajar una silla de ruedas. El brazo de acero del elevador puede comprarse a \$0.60 por unidad o construirse en la empresa. Si se fabrica en la compañía, se requerirán dos máquinas. Se calcula que la máquina A tendrá un costo de \$18 000, una vida útil de 6 años y un valor de salvamento de \$2 000; la máquina B tendrá un costo de \$12 000, una vida útil de 4 años y un valor de salvamento de \$-500 (costo *porque se la lleven*). La máquina A requerirá una revisión general después de 3 años, cuyo costo sería de \$3 000. Se espera que el costo anual de operación de la máquina A sea de \$6 000 anuales y el de la máquina B de \$5 000 anuales. Se requerirá un total de cuatro operadores con un salario de \$12.50 por hora cada uno para las dos máquinas. En una jornada normal de 8 horas, los operadores y las dos máquinas pueden producir suficientes partes para la fabricación de 1 000 unidades. Aplique una TMAR del 15% anual para determinar lo siguiente.

- Número de unidades por fabricar cada año para justificar la opción de fabricación en la empresa.
- El máximo de gastos de capital justificable para adquirir la máquina A, suponiendo que los demás cálculos para las máquinas A y B son los que se han establecido. La compañía espera producir anualmente 125 000 unidades.

Solución

- Lleve a cabo los pasos 1 a 3 antes indicados para determinar el punto de equilibrio.

- Defina x como el número de elevadores fabricados al año.
- Hay costos variables para los operadores y costos fijos para las dos máquinas para la opción de fabricación.

$$\begin{aligned}\text{CV anual} &= (\text{costo por unidad})(\text{unidades al año}) \\ &= \frac{4 \text{ operadores}}{1000 \text{ unidades}} \frac{\$12.50}{\text{hora}} (8 \text{ horas})x \\ &= 0.4x\end{aligned}$$

Los costos fijos anuales para las máquinas A y B son las cantidades de VA.

$$\begin{aligned}VA_A &= -18\,000(A/P, 15\%, 6) + 2\,000(A/F, 15\%, 6) \\ &\quad - 6\,000 - 3\,000(P/F, 15\%, 3)(A/P, 15\%, 6)\end{aligned}$$

$$VA_B = -12\,000(A/P, 15\%, 4) - 500(A/F, 15\%, 4) - 5\,000$$

El costo total es la suma de VA_A , VA_B y CV.

- La igualación de los costos anuales de la opción de compra (0.60x) y la opción de fabricación da como resultado:

$$\begin{aligned}-0.60x &= VA_A + VA_B - CV \\ &= -18\,000(A/P, 15\%, 6) + 2\,000(A/F, 15\%, 6) - 6\,000 \\ &\quad - 3\,000(P/F, 15\%, 3)(A/P, 15\%, 6) - 12\,000(A/P, 15\%, 4) \\ &\quad - 500(A/F, 15\%, 4) - 5\,000 - 0.4x & [13.7] \\ -0.2x &= -20\,352.43 \\ -x &= 101\,762 \text{ unidades al año}\end{aligned}$$

Debe elaborarse un mínimo de 101 762 elevadores cada año para justificar la opción de fabricación en la empresa, la cual posee el menor costo variable de $0.40x$.

- b) Sustituya x por 125 000 y P_A por el costo inicial por determinar de la máquina A (actualmente de \$18 000) en la ecuación [13.6]. La solución da como resultado: $P_A = \$35\,588$. Esto es aproximadamente el doble del costo inicial calculado de \$18 000, puesto que la producción de 125 000 unidades al año es mayor que la cantidad del punto de equilibrio de 101 762.

Aun cuando los ejemplos anteriores abordan el caso de dos alternativas, el mismo tipo de análisis se puede llevar a cabo para tres o más alternativas. Para hacerlo, se comparan las alternativas por pares para determinar sus respectivos puntos de equilibrio. Los resultados son los intervalos donde una alternativa resulta más económica. Por ejemplo, en la figura 13.8, si la producción es menor de 40 unidades por hora, debe elegirse la alternativa 1. Entre 40 y 60, la alternativa 2 resulta más económica; y por encima de 60, es preferible la alternativa 3.

Si las ecuaciones relacionadas con el costo variable no son lineales, el análisis se complica. Si los costos se elevan o disminuyen uniformemente, pueden formularse las expresiones matemáticas que permiten la determinación directa del punto de equilibrio.

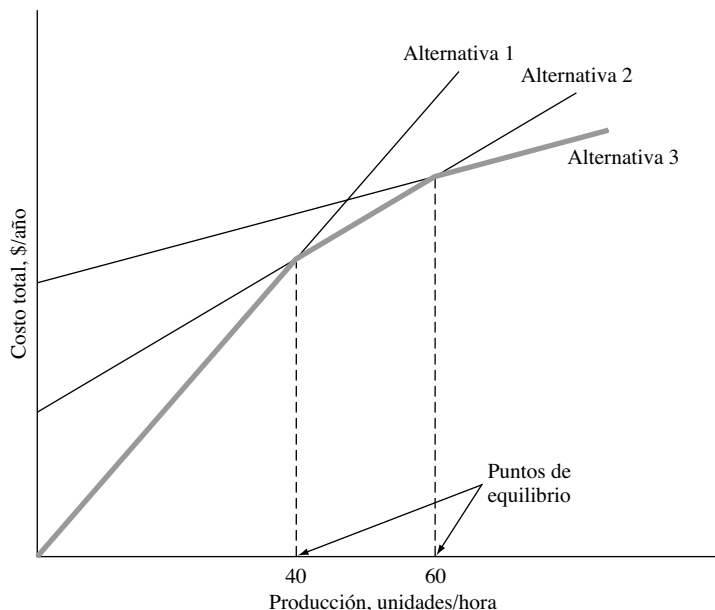


Figura 13.8
Puntos de equilibrio para tres alternativas.

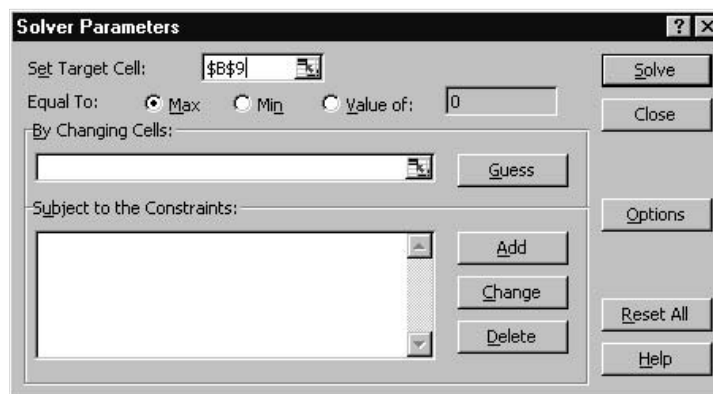
13.3 APLICACIÓN EN HOJA DE CÁLCULO: USO DE SOLVER DE EXCEL PARA EL ANÁLISIS DEL PUNTO DE EQUILIBRIO

Esta sección se concentra en la utilización de la herramienta de optimización SOLVER de Excel para un análisis básico del punto de equilibrio. Hemos utilizado antes esta herramienta, con mucho éxito en cuanto a la rapidez, para obtener la solución (sección 12.4 relativa a la formulación del modelo de programación lineal para elegir entre proyectos independientes; y la sección 11.3 para determinar el valor de reemplazo para un activo defensor en un estudio de reemplazo, que sería una aplicación de SOLVER para el análisis de punto de equilibrio). En este capítulo incluimos un análisis de SOLVER en caso de que el lector no haya empleado esta herramienta en capítulos anteriores. El apéndice A, sección A.4, contiene más información sobre el uso de ésta y sobre el sistema de ayuda de Excel.

SOLVER se localiza en la barra Herramientas de Excel. (Si SOLVER no se encuentra en la computadora, haga un clic en “Complementos” en el menú Herramientas para obtener instrucciones de instalación.) En esencia, la herramienta está diseñada para llevar a cabo un análisis condicional (¿qué pasa si?) del punto de equilibrio. Constituye una herramienta que muestra las verdaderas ventajas del empleo de una computadora para un análisis de ingeniería económica. La plantilla SOLVER se muestra en la figura 13.9. Dos denominaciones principales de SOLVER son la celda objetivo y las celdas de cambio.

Celda objetivo. Es la celda que fija el objetivo. Por ejemplo, para calcular la tasa de rendimiento, se establece que $VP = 0$. En la hoja de cálculo, la función VPN se iguala a 0. El objetivo es la celda con la función VPN. La celda objetivo debe contener una fórmula o función. La entrada puede maximizarse, minimizarse o asignársele un valor específico, como 0. Si se especifica, el valor debe ser un número, no una referencia a celdas. En el análisis de punto de equilibrio, la celda objetivo normalmente se iguala al valor de otra celda, por ejemplo, igualando los valores de VP de dos alternativas. Esto es el equivalente de la hoja de cálculo de la acción de igualar dos ecuaciones en el análisis del punto de equilibrio.

Figura 13.9
Plantilla de SOLVER de Excel utilizada para llevar a cabo un análisis de punto de equilibrio y otro tipo de análisis condicional.



Celdas de cambio. Se trata de la celda —o celdas— donde SOLVER hará los cambios. Éstas son las variables de decisión. Se identifican una o más celdas que directa o indirectamente se ven afectadas por una celda objetivo. SOLVER cambia el valor de esta celda hasta que se encuentra una solución que dé como resultado la celda objetivo, como se especificó. Si se hace clic en “Estimar”, aparecerán todas las celdas que pueden cambiarse, una vez que se identifica la celda objetivo.

Restricciones. Son los límites impuestos a las celdas objetivo y de cambio con el propósito de fijar cotas a los valores de la celda, mientras SOLVER busca una solución para igualar el valor de la celda objetivo.

EJEMPLO 13.5

Cheryl es una ingeniera de proyectos en la división ANCO de Federal Mogul. Ella busca un reemplazo para una antigua máquina de pruebas para plumas de parabrisas que saldrán a la venta. Uno de sus técnicos localizó dos máquinas equivalentes que esencialmente poseen las mismas estimaciones, salvo en lo referente a la vida esperada.



Microsoft Excel

File Edit View Insert Format Tools Data Window Help

105%

Ejemplo 13.5 (figura 13.10)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	TMAR	10%							
2									
3	Alternativa	#1	#2						
4	Costo inicial	-\$9,000	-\$9,000						
5	Flujo de efectivo neto/año	\$3,000	\$3,000						
6	Valor de salvamento	\$200	\$300						
7	Vida, años	4	6						
8	Año	FE real	FE real						
9	0	\$ (9,000)	\$ (9,000)						
10	1	\$ 3,000	\$ 3,000						
11	2	\$ 3,000	\$ 3,000						
12	3	\$ 3,000	\$ 3,000						
13	4	\$ 3,200	\$ 3,000						
14	5		\$ 3,000						
15	6		\$ 3,300						
16									
17	i*	13.24%	24.68%						
18	VA a la TMAR	\$204	\$972						
19	VP a la TMAR	\$1,389	\$6,626						
20									
21									

Formulas shown in the image:

- =C\$4
- =C\$5
- =PMT(\$B\$1,C7, -(NPV(\$B\$1,C10:C15)+C9))
- =PV(\$B\$1,LCM(\$B\$7,\$C\$7), -C18)

Ready NUM

Figura 13.10

Comparación en hoja de cálculo de dos alternativas donde se utiliza SOLVER para llevar a cabo un análisis de punto de equilibrio (ejemplo 13.5).

	Máquina 1	Máquina 2
Costo inicial, \$	\$-9 000	\$-9 000
Flujo de efectivo neto, \$/año	3 000	3 000
Valor de salvamento, \$	200	300
Vida, años	4	6

Cheryl sabe que la máquina 2 es la mejor opción debido a que su vida es más larga. Sin embargo, considera que las características de la alternativa 1 son mucho mejores. Ella decide llevar a cabo un análisis de punto de equilibrio para determinar las modificaciones necesarias en los valores calculados con el propósito de que resulte indiferente desde un punto de vista económico la elección de cualquiera de las máquinas. La TMAR es de 10% en la división ANCO. Utilice la hoja de cálculo de la figura 13.10 y la herramienta SOLVER

The screenshot shows a Microsoft Excel window titled "Microsoft Excel - Example 13.5 (Fig 13-11a)". The spreadsheet has columns A through J and rows 1 through 22. The data is as follows:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	TMAR	10%								
2										
3	Alternativa	#1	#2							
4	Costo inicial	-\$6,564	-\$9,000							
5	Flujo de efectivo neto/año	\$3,000	\$3,000							
6	Valor de salvamento	\$200	\$300							
7	Vida, años	4	6							
8	Año	FE real	FE real							
9	0	-\$6,564	-\$9,000							
10	1	\$3,000	\$3,000							
11	2	3000	3000							
12	3	3000	3000							
13	4	\$3,200	3000							
14	5		3000							
15	6		\$3,300							
16										
17	i*	30.05%	24.68%							
18	VA a la TMAR	\$972	\$972							
19	VP a la TMAR	\$6,626	\$6,626							
20										
21										
22										

The Solver Parameters dialog box is open, showing the following settings:

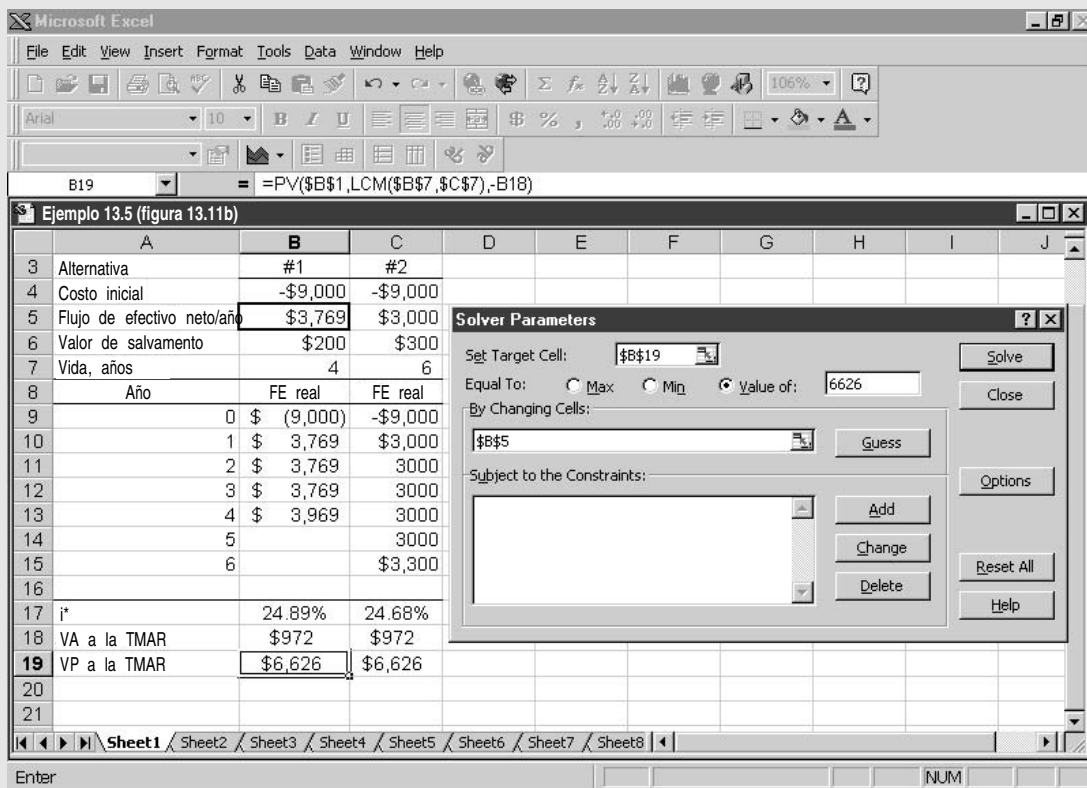
- Set Target Cell: $\$B\$19$
- Equal To: ☐ Max ☐ Min ☒ Value of: 6626
- By Changing Cells: $\$B\$4$
- Subject to the Constraints: (empty list)

The Solver has buttons for Solve, Close, Options, Add, Change, Delete, Reset All, and Help.

a) Costo inicial para la alternativa 1

Figura 13.11

Uso de SOLVER de Excel para llevar a cabo un análisis de punto de equilibrio de la alternativa 1: a) costo inicial y b) flujo de efectivo neto (ejemplo 13.5).



b) Flujo de efectivo neto para la alternativa 1

Figura 13.11
(Continuación.)

para analizar los valores del punto de equilibrio para a) el costo inicial de la máquina 1 y b) el flujo de efectivo neto para la máquina 1.

Solución en computadora

La hoja de cálculo (figura 13.10) se elabora en un formato de referencia a celdas, en preparación de cualquier tipo de análisis de punto de equilibrio o de sensibilidad. Por ejemplo, las funciones VP de la fila 19 utilizan una función incorporada de mínimo común múltiplo MCM(B7,C7). Con esta añadidura, SOLVER se utiliza para analizar las vidas estimadas, y los valores VP serán correctos si las vidas son diferentes.

- a) La figura 13.11a) muestra la solución de SOLVER para P_1 . La celda objetivo (B19) es el VP de la máquina 1 a la TMAR. Éste se iguala al valor de $VP_2 = \$6\,626$. La celda de cambio (B4) es la variable de decisión P_1 . El valor del punto de equilibrio es $P_1 = \$6\,564$. La interpretación consiste en que si la máquina 1 puede adquirirse a un precio de \$6 564, las dos alternativas son iguales desde un punto de vista económico, lo cual representa una reducción necesaria en el costo inicial de $\$9\,000 - \$6\,564 = \$2\,436$.

- b) La figura 13.11b) de nuevo incluye la celda B19 con el mismo valor de $VP_2 = \$6\,626$, pero ahora la celda de cambio (variable de decisión) es B5, el flujo de efectivo neto para la máquina 1. Como los valores FEN en las celdas B10 a B13 se encuentran determinados con respecto al valor en la celda B5, todos cambian al valor del punto de equilibrio de \$3 769. El valor de salvamento de \$200 se suma al FEN en la celda B13. La interpretación consiste en que si la estimación del flujo de efectivo neto anual puede elevarse de \$3 000 a \$3 769, las alternativas son económicamente iguales con un costo inicial de \$9 000 para ambas.

RESUMEN DEL CAPÍTULO

El punto de equilibrio para una variable X en un proyecto se expresa en términos tales como unidades por año u horas por mes. Con la cantidad del punto de equilibrio Q_{PE} , resulta indiferente si se acepta o se rechaza el proyecto. Utilice la siguiente directriz para la toma de una decisión:

Proyecto único (véase la figura 13.2).

La cantidad estimada es *mayor* que $Q_{PE} \rightarrow$ aceptación del proyecto

La cantidad estimada es *menor* que $Q_{PE} \rightarrow$ rechazo del proyecto

En el caso de dos o más alternativas, determine el valor del punto de equilibrio de la variable común X . Utilice la siguiente directriz para elegir una alternativa.

Dos alternativas (véase la figura 13.7).

El nivel estimado de X se encuentra *por debajo* del punto de equilibrio $\rightarrow$ elija la alternativa con el mayor costo variable (pendiente más grande)

El nivel estimado de X se encuentra *por encima* del punto de equilibrio $\rightarrow$ elija la alternativa con el menor costo variable (pendiente más pequeña)

El análisis del punto de equilibrio entre dos alternativas se lleva a cabo igualando las ecuaciones de VP o de VA, y despejando el parámetro en cuestión. La herramienta SOLVER resulta muy eficaz para llevar a cabo, con rapidez y precisión, un análisis del punto de equilibrio por computadora.

PROBLEMAS

Análisis del punto de equilibrio para un proyecto

- 13.1** Los costos fijos en Harley Motors son de \$1 millón por año. El producto principal tiene un precio de venta de \$8.50 por unidad y un costo variable de \$4.25. Determine lo que se pide a continuación.

- a) Cantidad del punto de equilibrio por año.
b) Utilidad anual si se venden 200 000 unidades y también si se vendieran 350 000. Para responder, use tanto una ecuación como una gráfica de las relaciones de ingresos y costo total.

- 13.2** Si se consideran relaciones de ingreso y costos totales tanto lineales como no lineales, mencione al menos una combinación de relaciones matemáticas para las que fácilmente pudieran existir exactamente dos puntos de equilibrio.
- 13.3** Un ingeniero metalúrgico estima que la inversión de capital para recuperar metales valiosos (níquel, plata, oro, etcétera) del agua residual producida por una refinería de cobre requeriría \$15 millones. El equipo tendría una vida útil de 10 años sin valor de rescate. La cantidad de metales que hoy se descarga es de 12 000 libras por mes. El costo de operación mensual está representado por $\$(4\,100\,000)E^{1.8}$, donde E es la eficiencia de la recuperación de metal expresada en forma decimal. Determine la eficiencia mínima de recuperación requerida para que la compañía alcance el equilibrio, si el precio de venta promedio de los metales es de \$250 por libra. Use una tasa de interés de 1% mensual.
- 13.4** Para las estimaciones que siguen, calcule lo que se pide a continuación.
- Cantidad de equilibrio por mes.
 - Utilidad (pérdida) por unidad con niveles de venta 10% por encima y 10% por debajo del equilibrio.
 - Grafique el costo promedio por unidad para cantidades dentro del rango de 25% debajo y 30% arriba del equilibrio.
- $$r = \$39.95 \text{ por unidad}$$
- $$v = \$24.75 \text{ por unidad}$$
- $$CF = \$4\,000\,000 \text{ por año}$$
- 13.5** Desarrolle una gráfica del costo promedio por unidad *versus* la cantidad de producción para el departamento de ensamblado de aparatos domésticos de Ace-One, Inc., cuyo costo fijo es de \$160 000 por año, y un costo variable de \$4 por unidad; use el resultado para responder las preguntas siguientes:
- ¿Con qué cantidad se justifica un costo promedio de \$5 por unidad?
 - Si se incrementara el costo fijo a \$200 000, grafique la curva nueva en la misma gráfica y estime la cantidad que justificaría un costo promedio de \$6 por unidad.
- 13.6** Un centro de telemarketing en India da atención a tarjetahabientes estadounidenses e ingleses y tiene una capacidad para atender 1 400 000 llamadas anuales. El costo fijo del centro es de \$775 000, con \$2 de costo variable promedio e ingresos de \$3.50 por llamada.
- Calcule el porcentaje de la capacidad que debe tenerse cada año para alcanzar el equilibrio.
 - El administrador del centro espera dedicar el equivalente de 500 000 llamadas de la capacidad total de las 1 400 000 a una línea nueva de producto. Se espera que esto incremente el costo fijo del centro a \$900 000, cantidad de la que el 50% será asignada a la línea nueva de producto. Determine el ingreso promedio necesario por llamada para que el punto de equilibrio se mantenga en 500 000 llamadas, sólo para el producto nuevo. ¿Cómo se compara este ingreso requerido con el ingreso actual del centro de \$3.50 por llamada?
- 13.7** Durante los dos últimos años, la compañía Homes-US ha experimentado un costo fijo de \$850 000 por año, y un valor $(r - v)$ de \$1.25 por unidad. La competencia internacional es tan intensa que obliga a hacer algunos cambios financieros para conservar en su nivel actual la participación en el mercado. Realice un análisis gráfico por medio de Excel para estimar el efecto que tendría el punto de equilibrio si la diferencia entre el ingreso y el costo variable por unidad se incrementa a una cantidad situada entre 1 y 15% de su valor actual. Si los costos fijos y el ingreso por unidad permanecieran en sus actuales valores, ¿qué debería cambiar a fin de hacer que el punto de equilibrio disminuyera?

- 13.8** (Esta es una continuación del problema 13.7.) Extienda el análisis realizado en el problema 13.7, en el que se estudió un cambio en el costo variable por unidad. El gerente financiero estima que los costos fijos disminuirán a \$750 000 si la tasa de producción alcanza el equilibrio en 600 000 unidades o menos. ¿Qué pasaría a los puntos de equilibrio en el rango $r - v$ de 1 y 15% de incremento, según se evaluó con anterioridad?
- 13.9** Una compañía automotriz investiga si es aconsejable convertir una planta que fabrica carros austeros en otra que manufacture deportivos. El costo inicial para la conversión del equipo sería de \$200 millones, con un valor de rescate de 20% en cualquier momento dentro de un periodo de 5 años. El costo por producir un carro sería de \$21 000, pero se espera que éste tenga un precio de venta de \$33 000 (para los distribuidores). La capacidad de producción durante el primer año sería de 4 000 unidades. Con una tasa de interés de 12% anual, ¿en qué cantidad uniforme tendría que incrementarse cada año la producción con la finalidad de que la compañía recuperara su inversión en 3 años?
- 13.10** Rod, gerente de ingeniería industrial de Zema Corporation, determinó con el método de mínimos cuadrados que el costo total anual de producir una caja de latas de un refresco muy exitoso en ventas está bien descrito por la ecuación cuadrática $CT = 0.001Q^2 + 3Q + 2$, y que el ingreso es aproximadamente lineal con $r = \$25$ por caja. Rod pide al lector que haga lo siguiente.
- a) Tabular la función de utilidad entre los valores de $Q = 5\,000$ cajas y $Q = 25\,000$ cajas. Estime la utilidad máxima y la cantidad en que ocurre.
 - b) Encontrar las respuestas para el inciso a) por medio de una gráfica de Excel.
 - c) Determinar una ecuación para $Q_{\text{máx}}$, en la que debe ocurrir la utilidad máxima, y determinar el monto de la utilidad en

dicho punto para CT y para r identificados por el gerente.

- 13.11** Un ingeniero civil fue ascendido a gerente de sistemas públicos de ingeniería, donde uno de los productos es una bomba interceptora de emergencia para agua potable. Si la calidad o volumen de agua examinada varía en un porcentaje preestablecido, la bomba cambia en forma automática a las opciones de tratamiento o a las fuentes de agua seleccionadas con anticipación. El proceso de manufactura de la bomba tiene los costos fijo y variable siguientes, para un periodo de 1 año.

	Costos fijos, \$		Costos variables, \$/unidad
Administrativos	30 000	Materiales	2 500
Salarios y prestaciones:		Mano de obra	200
20% de	350 000		
Equipo	100 000	Mano de obra indirecta	2 000
Espacio, herramientas, etc.		Subcontratistas	800
	55 000		
Computadoras: 1/3 de	150 000		

- a) Determine el ingreso mínimo por unidad para alcanzar el equilibrio con el volumen de producción actual de 5 000 unidades por año.
- b) Si se vendiera a nivel internacional y a grandes corporaciones, sería necesario un aumento en la producción de 3 000 unidades adicionales. Determine el ingreso por unidad que se requiere si se establece una meta de utilidad de \$500 000 para toda la línea de producto. Suponga que las estimaciones de costo anteriores permanecen sin cambio.

Análisis del punto de equilibrio entre alternativas

- 13.12** Una compañía que elabora la Sección Amarilla de directorios telefónicos tiene que decidir si debe diseñar los anuncios de sus clientes o pagar a una empresa de produc-

ciones que lo haga. Para desarrollar los anuncios internamente, la compañía tendría que comprar computadoras, impresoras y otros elementos periféricos con un costo de \$12 000. El equipo tendría una vida útil de 3 años, después de los cuales se vendería en \$2 000. El empleado que cree los anuncios recibiría un pago de \$45 000 por año. Además, cada anuncio tendría un costo promedio de \$8 por concepto de preparación para ser impreso. Se pronostica un total de 4 000 anuncios para los próximos años. De manera alternativa, la compañía podría contratar en el exterior el desarrollo de un anuncio a \$20 cada uno sin importar la cantidad que ordene. La tasa de interés actual es de 8% anual. ¿Cuál es el monto del equilibrio y qué alternativa es mejor en lo económico?

- 13.13** Una empresa de ingeniería puede arrendar un sistema de medición por \$1 000 al mes o comprar uno en \$15 000. El sistema arrendado no tendría ningún costo de mantenimiento mensual, pero el del otro sería de \$80 al mes. Con una tasa de interés de 0.5% mensual, ¿cuántos meses sería necesario el sistema a fin de que se alcanzara el punto de equilibrio?
- 13.14** Para bombear un líquido corrosivo es posible utilizar dos bombas. Una de ellas cuesta \$800, cuenta con impulsores de latón y se espera que dure 3 años. Otra con impulsores de acero inoxidable cuesta \$1 900 y duraría 5 años. Después de 2 000 horas de operación sería necesaria una reconstrucción que cuesta \$300 para la bomba con impulsores de latón, mientras que para la otra se requeriría una reparación mayor después de 8 000 horas, lo que costaría \$700. Si el costo de operación de ambas es de \$1 por hora, ¿cuántas horas por año debe usarse la bomba más cara para que se justifique su compra? Use una tasa de interés de 10% anual.
- 13.15** Se recibieron dos propuestas para pavimentar un estacionamiento comercial. La propuesta 1 incluye banquetas, carpeta y

pavimento nuevos, con un costo inicial de \$250 000. Se espera que la vida de la superficie del estacionamiento construida de este modo sea de 4 años con costos anuales de \$3 000 por mantenimiento y pintura para los señalamientos. La propuesta 2 ofrece pavimento de mucha mejor calidad cuya vida esperada es de 8 años. El costo de mantenimiento anual sería despreciable gracias al pavimento, pero los señalamientos tendrían que volverse a pintar cada 2 años, lo que tendría un costo de \$3 000. Con la propuesta 2, las marcas no se pintarían el último año de la vida esperada. Si la TMAR de la compañía es de 12% anual, ¿cuánto se puede gastar inicialmente en la propuesta 2, de modo que ambas se equilibren?

- 13.16** Jeremy evalúa los costos operacionales de los procesos de fabricación de componentes específicos que usa un sistema de seguridad doméstico inalámbrico. Los mismos componentes se producen en plantas ubicadas en Nueva York (NY) y Los Ángeles (LA). Los registros de los 3 últimos años para NY reportan un costo fijo de \$400 000 por año y un costo variable de \$95 por unidad en el año 1, que disminuyen anualmente \$3 por unidad. Los registros de LA indican un costo fijo de \$750 000 por año y un costo variable de \$50 por unidad, con un incremento anual de \$4 por unidad. Si dicha tendencia continuara, ¿cuántas unidades deben producirse en el año 4 para que los dos procesos estuvieran en equilibrio? Use una tasa de interés de 10% anual.
- 13.17** Alfred Home Construction estudia la compra de cinco contenedores de escombros y un camión de transporte para almacenar y transferir los desperdicios producidos por las obras en los sitios de construcción. Se estima que el equipo completo tenga: costo inicial de \$125 000, vida de 8 años, valor de rescate de \$5 000, costo de operación de \$40 por día y un costo anual de mantenimiento de \$2 000. En forma alternativa,

Alfred puede obtener del municipio los mismos servicios, según lo necesite cada obra, por un costo inicial de transporte de \$125 por contenedor por sitio y un cargo adicional por contenedor de \$20 por día. En un año promedio se estima que 45 obras necesitarán almacenamiento de los desechos. La tasa mínima atractiva de rendimiento es de 12% anual. a) Si el uso esperado por año es de 75 días, ¿cuál opción —comprar o rentar— debería seleccionarse con base en este análisis económico? Determine el costo anual esperado de esta decisión.

13.18 La máquina A tiene un costo fijo de \$40 000 por año y un costo variable de \$60 por unidad. La B tiene un costo fijo desconocido, pero con el proceso en curso es posible producir 200 unidades por mes con un costo variable total de \$2 000. Si los costos totales de las dos máquinas se equilibran con una tasa de producción de 2 000 unidades por año, ¿cuál es el costo fijo de la máquina B?

13.19 Un estanque para almacenar desechos que se localiza cerca de una importante planta recibe lodos diariamente. Cuando se llena, es necesario retirar su contenido a un sitio ubicado a 8.2 kilómetros. Actualmente, el estanque se encuentra lleno y el lodo se bombea a un camión tanque para transportarlo lejos. Este proceso requiere el uso de una bomba portátil cuyo costo inicial es de \$800 y que tiene una vida de 8 años. Por una tarifa de \$100 por día, la compañía paga un contrato individual para que se opere la bomba y se supervisen aspectos ambientales y de seguridad, pero por el camión y su conductor deben pagarse \$200 diarios.

La empresa tiene la opción de instalar otra bomba y una línea de conducción hasta algún sitio lejano. Esta bomba tendría un costo inicial de \$1 600, una vida de 10 años y su operación costaría \$3 por día. La TMAR de la compañía es de 10% anual.

a) Si la construcción de la línea de conducción costara \$12 por metro y tuviera

una vida de 10 años, ¿cuántos días de bombeo por año deben necesitarse para que se justifique la construcción de la línea?

b) Si la compañía espera bombear una vez a la semana durante todo el año, ¿cuánto dinero puede gastar durante la vida de 10 años de la línea de conducción, con la finalidad de que se alcance el equilibrio?

Uso de SOLVER para hacer análisis de equilibrio

13.20 Desarrolle una hoja de cálculo con formato de referencia de celdas para las estimaciones del problema 13.15, en el que se evaluaron dos propuestas para repavimentar un estacionamiento comercial. Con el empleo de SOLVER, responda las siguientes preguntas:

a) ¿Cuánto puede gastar inicialmente la empresa en la propuesta 2, de modo que se equilibren ambas? (Esta es la misma pregunta que se plantea en el problema 13.15.)

b) Suponga que $P_2 = \$-400\,000$ es el costo real de la propuesta 2, y que $P_1 = \$-250\,000$ es correcto. Use los resultados del análisis anterior para determinar si los costos anuales de la propuesta 1 por mantenimiento y pintura pueden reducirse lo suficiente para convertirla en una opción viable.

13.21 Una compañía que fabrica *jeans* evalúa la compra de una máquina cortadora automática nueva con características de lógica borrosa. La máquina tendría un costo inicial de \$40 000, una vida de 10 años y ningún valor de rescate. Se espera que el costo de mantenimiento de la máquina sea de \$2 000 por año y se requeriría un operador cuyo costo sería de \$30 por hora. Así, se podría cortar un total de 2 500 yardas de material. Una alternativa es usar la mano de obra de seis trabajadores, cada uno de los cuales ganaría \$14 por hora, para cortar 2 500 yardas por hora. La TMAR es de 8% anual. Determine las yardas mínimas por año para

que se justifique la compra de la máquina, *a)* a mano, y *b)* con computadora.

- 13.22** (Esta es una continuación del problema 13.21.) Suponga que se trata de una compañía de Norteamérica que decidió llevar algunas de sus operaciones de corte a Asia, cuando las tasas de interés comerciales eran altas (8% anual) y los salarios asiáticos se situaban en promedio en \$14 por hora. Hoy, la maquinaria costaría \$80 000 y las otras estimaciones permanecen sin cambio, la tasa de interés es de 6% anual y los costos de mano de obra asiática son en promedio de \$25 por hora. Además, suponga que la compañía decidió conservar las operaciones de corte realizadas por personas, toda vez que la línea de vestimenta para la que se efectuó el análisis tenía una tasa de producción anual de cerca de 300 000 yardas. Vuelva a calcular el nuevo punto de equilibrio y determine si la decisión anterior de conservar *cortadores humanos* sigue siendo válida.

- 13.23** Una casa de 3 años de antigüedad puede comprarse a un excelente precio de \$100 000. Los costos de remodelación inmediatos a la adquisición están estimados en \$12 000, los impuestos en \$3 800 por año, y las instalaciones en \$2 500 anuales, además de que debe pintarse cada 6 años con un costo de \$1 000. En la actualidad, las casas en reventa se venden a \$60 el pie cuadrado, pero este precio ha estado aumentando \$1.50 por pie cuadrado al año, tendencia que se espera continúe. La casa de 2 500 pies cuadrados puede rentarse en \$12 000 anuales a partir del año en que se vendiera. Se espera un rendimiento de 8% anual si la inversión se realiza. *a)* Determine cuánto tiempo debe conservar y rentar la casa el comprador con la finalidad de alcanzar el equilibrio y el precio de venta anticipado en el momento del equilibrio. *b)* Use Excel para aproximar los años de equilibrio y el precio de venta estimado.

- 13.24** Bovay Medical Labs estudia alternativas para tener un laboratorio completo u otro

parcial en el cual realizar análisis de diabetes y azúcar asociada en la sangre, en lugar de contratar a un laboratorio independiente para que los haga. Las alternativas y costos asociados son los que siguen:

Laboratorio completo propio: si estuviera equipado por completo, el costo inicial sería de \$50 000, se emplearía un técnico con tiempo parcial y un salario anual equivalente de \$26 000. El costo de los productos químicos y suministros se calculan en \$10 por muestra.

Laboratorio parcial propio: el equipamiento parcial tendría un costo inicial de \$35 000, el técnico con tiempo parcial tendría un salario anual equivalente de \$10 000. El costo de los análisis sería de sólo \$3 por muestra. Sin embargo, como los exámenes no podrían realizarse por completo en la empresa, se requeriría terminarlos externamente, lo que tendría un costo de \$40 por muestra.

Contratación total: El costo promedio sería de \$120 por muestra analizada.

Cualquier equipo de laboratorio adquirido tendría una vida de 6 años. Si la TMAR es de 10% anual, determine el número de muestras que debe analizarse cada año para que se justifique: *a)* el laboratorio completo, y *b)* el laboratorio parcial. *c)* Grafique las rectas de costo total de las tres opciones y establezca el rango de muestras para las que cada una de ellas tendría el costo más bajo. *d)* Si Bovay espera analizar 300 muestras por año, ¿cuál de las tres opciones es la mejor, desde el punto de vista económico?

- 13.25** El ingeniero en jefe Domingo County analiza dos métodos para impermeabilizar tanques de almacenamiento de agua. Puede aplicarse un impermeabilizante bituminoso que cuesta \$8 000. Si éste se retocara después de 3 años, lo que tendría un costo de

\$1 000, su vida se extendería otros 3 años. Como alternativa, podría instalarse un impermeabilizante plástico con vida útil de 15 años. Si la tasa de descuento fuera de 4% anual, ¿cuánto podría gastarse en el impermeabilizante plástico de modo que los dos métodos se equilibraran? Resuelva este problema *a)* a mano, y *b)* con computadora.

- 13.26** Un contratista evalúa dos alternativas para mejorar la apariencia externa de un edificio comercial pequeño que está remodelando. El edificio podría pintarse por completo con un costo de \$2 800, con lo que se espera que mantener su atractivo durante 4 años, tiempo tras el que sería necesario volver a pintar. Cada vez que se pintara el edificio,

el costo se incrementaría 20% respecto de la vez anterior. Como alternativa, el inmueble puede tratarse ahora con arena lanzada, y repetir esto cada 10 años, lo cual tendría un costo 40% más alto que la vez anterior. Se espera que la vida que resta al inmueble sea de 38 años. La TMAR es de 10% anual. ¿Cuál es la máxima cantidad que puede gastarse ahora en la alternativa del tratamiento con arena para que las dos alternativas alcancen el equilibrio? Use el análisis de valor presente *a)* a mano, y *b)* con computadora, para responder esta pregunta. *c)* Utilice una hoja de cálculo para encontrar el valor de equilibrio si el incremento en el costo del tratamiento con arena se redujera de 40 a 30%, o incluso a 20%, cada 10 años.

ESTUDIO DE CASO

COSTOS DEL PROCESO DE TRATAMIENTO DE AGUA EN UNA PLANTA

Introducción

El proceso de aeración y recirculación de fango se ha practicado por muchos años en plantas de tratamiento de aguas industriales y municipales. La aeración se utiliza principalmente para la eliminación física de gases o elementos volátiles; mientras que la recirculación de fango puede beneficiar la eliminación de la turbiedad del agua y reducir su dureza.

Cuando se reconocieron por primera vez las ventajas del proceso de aeración y de recirculación de fango en el tratamiento de agua, los costos de energía eran tan bajos que dichas consideraciones rara vez eran de importancia en el diseño y operación de una planta de tratamiento. Sin embargo, con el incremento de diez veces el costo de la electricidad, que ocurrió en algunas localidades, llegó a ser necesario revisar la efectividad en el costo de todos los procesos de tratamiento de agua que consumen grandes cantidades de energía. Este caso condujo a la planta municipal de tratamiento de agua para evaluar la efectividad del costo de los métodos de preaeración y recirculación del fango.

Procedimiento experimental

Este estudio se realizó a 106 metros cúbicos por minuto en una planta de tratamiento de agua, donde bajo condiciones normales de operación, el fango de los clarificadores secundarios regresa al aerador y subsecuentemente se remueve a los clarificadores primarios. La figura 13.12 es un diagrama de flujo de este proceso.

Para evaluar el efecto de la recirculación del fango se apagó la bomba de fango, aunque el proceso de aeración continuó. Enseguida, la bomba de fango se encendió de nuevo y la aeración se suspendió. Finalmente, ambos procesos se suspendieron. Los resultados que se obtuvieron se promediaron y compararon con los valores obtenidos cuando ambos procesos eran funcionales.

Resultados y análisis

Los resultados que se obtuvieron de las cuatro formas de operación mostraron que la dureza disminuyó en 4.7% cuando ambos procesos eran funcionales (por ejemplo, recirculación de fango y aeración). Cuando

sólo funcionaba la recirculación de fango, la reducción fue de 3.8%. No se obtuvo reducción debida solamente al proceso de aeración, o cuando ninguno de los dos procesos funcionaba. Para la turbiedad, la reducción fue de 28% cuando ambos procesos eran funcionales. La reducción fue de 18% cuando no se empleó *ninguno* de los dos procesos. La reducción también fue de 18% cuando se utilizó sólo el proceso de aeración, lo cual significa que la aeración por sí sola no fue de beneficio para la reducción de la turbiedad. Sólo con recirculación de fango, la reducción de la turbiedad fue únicamente de 6%, lo que significa que la recirculación de fango en realidad trae como consecuencia un *incremento* en la turbiedad (la diferencia entre 18 y 6%).

Como los procesos de aeración y recirculación de fango provocaron efectos reconocibles en la calidad del agua tratada (unos buenos y otros malos), se investigó la efectividad del costo de cada proceso de reducción de turbiedad y dureza. Los cálculos se basan en los siguientes datos:

Motor aerador = 40 hp
 Eficiencia del motor aerador = 90%
 Motor de recirculación de fango = 5 hp
 Eficiencia de la bomba de recirculación = 90%
 Costo de electricidad = 9¢/kwh

Costo de la cal = 7.9¢/kg
 Cal necesaria = 0.62 mg/L por mg/L de dureza
 Costo del coagulante = 16.5 ¢/kg
 Días/mes = 30.5

Como primer paso, se calculan los costos relacionados con la aeración y recirculación de fango. En cada caso, los costos son independientes de la tasa de flujo.

Costo de la aeración:

$$40 \text{ hp} \times 0.75 \text{ kw/hp} \times 0.09 \text{ \$/kwh} \times 24 \text{ h/día} \\ \div 0.90 = \$72 \text{ por día o } \$2 \text{ 196 por mes}$$

Costo de la recirculación de fango:

$$5 \text{ hp} \times 0.75 \text{ kw/hp} \times 0.09 \text{ \$/kwh} \times 24 \text{ h/día} \\ \div 0.90 = \$9 \text{ por día o } \$275 \text{ por mes}$$

Las estimaciones aparecen en las columnas 1 y 2 del resumen de costos en la tabla 13.1.

Los costos relacionados con la turbiedad y la eliminación de dureza están en función de la dosis de la sustancia química necesaria y del índice de flujo de agua. Los siguientes cálculos se basan en un flujo de diseño de 53 m³/minuto.

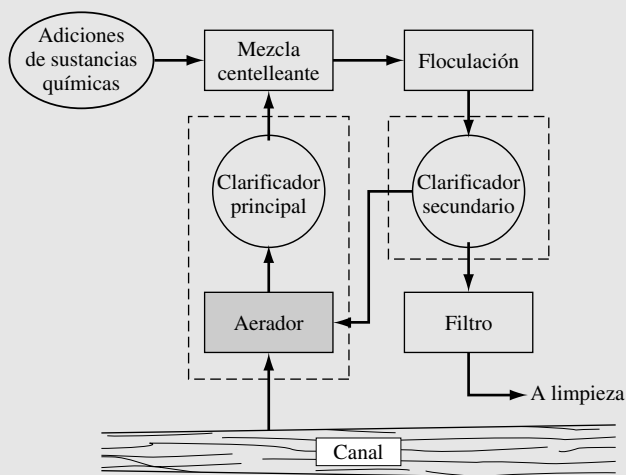


Figura 13.12

Esquema de la planta de tratamiento de agua.

TABLA 13.1 Resumen de costos en dólares por mes

I.D. Descripción Alt. de la alternativa	Ahorros generados por la suspensión de los procesos de		Ahorros totales (3) = (1) + (2)	Costo extra por eliminación de		Costo extra total (6) = (4) + (5)	Ahorros netos (7) = (3) - (6)
	Aeración (1)	Recirculación (2)		Dureza (4)	Turbiedad (5)		
Condiciones de operación normales							
1	Recirculación de fango y aeración						
2	—	275	275	1 380	469	1 849	-1 574
3	2 196	—	2 196	262	845	1 107	+1 089
4	2 196	275	2 471	1 380	469	1 849	+622
	Ni aeración ni recirculación de fango						

Como antes se señaló, hubo menor reducción de turbiedad con el primer clarificador sin aeración que con ella (28% frente a 6%). La turbiedad extra que alcanzaron los floculadores podría requerir añadir químicos coagulantes. Se supone que, en el peor caso, el añadir estos químicos sería proporcional a la turbiedad adicional y, por lo tanto, se requeriría 22% más de coagulante. Puesto que el promedio en la dosis antes de suspender el proceso de aeración fue de 10 mg/L, *el costo incremental de la sustancia química* que se debió al aumento en la turbiedad en el efluente clarificador sería:

$$(10 \times 0.22) \text{ mg/L} \times 10^{-6} \text{ kg/mg} \times 53 \text{ m}^3/\text{min} \\ \times 1\,000 \text{ L/m}^3 \times 0.165 \text{ \$/kg} \times 60 \text{ min/h} \\ \times 24 \text{ h/día} = \$27.70/\text{día u } \$845/\text{mes}$$

Los costos para otras condiciones de funcionamiento (por ejemplo, aeración únicamente, y sin aeración ni recirculación) revelan que el costo adicional por la eliminación de la turbiedad sería \$469 mensual en cada caso, como se muestra en la columna 5 de la tabla 13.1.

Los cambios en la dureza afectan los costos de los químicos, como consecuencia del efecto directo en la cantidad de la cal necesaria para la suavización del agua. Con la aeración y recirculación de fango, la reducción de la dureza en promedio fue de 12.1 mg/L (es decir, 258 mg/L $\times$ 4.7%). Sin embargo, con la recirculación de fango exclusivamente, la reducción fue de 9.8 mg/L, lo cual dio como resultado una diferencia de 2.3 mg/L, atribuida a la aeración. *El costo extra de cal* se debió a la suspensión de la aeración; por lo tanto, fue

$$2.3 \text{ mg/L} \times 0.62 \text{ mg/L de cal} \times 10^{-6} \text{ kg/mg} \\ \times 53 \text{ m}^3/\text{min} \times 1\,000 \text{ L/m}^3 \times 0.079 \text{ \$/kg} \\ \times 60 \text{ min/h} \times 24 \text{ h/día} = \$8.60/\text{día o} \\ \$262/\text{mes}$$

Cuando se suspendió la recirculación de fango no hubo reducción en la dureza a través del clarificador, de manera que la cal extra costaría \$1 380 mensuales.

Los ahorros totales y costos totales relacionados con los cambios en las condiciones de operación de la planta se tabulan en las columnas 3 y 6 de la tabla 13.1, respectivamente, con los ahorros netos que aparecen en la columna 7. En efecto, la condición óptima se represen-

ta únicamente por la recirculación de fango. Esta condición daría como resultado ahorros netos de \$1 089 mensuales, comparados con los ahorros netos de \$622 mensuales cuando se suspenden ambos procedimientos, y un *costo* neto de \$1 574 mensuales únicamente con el proceso de aeración funcionando. Ya que los cálculos representan las condiciones del peor de los casos, los ahorros reales que resulten de la modificación de los procesos de operación de la planta fueron mayores que los señalados.

En resumen, las prácticas de tratamiento de agua aplicadas generalmente, como la recirculación de fango y el proceso de aeración pueden afectar de manera significativa la eliminación de algunos elementos en el clarificador primario. Sin embargo, los costos incrementados de energía y de químicos garantizan investigaciones continuas caso por caso, con fundamento en la efectividad del costo de tales prácticas.

Ejercicios del estudio de caso

1. ¿Cuál sería el ahorro mensual en electricidad generado a partir de suspender el proceso de aeración, si el costo de la electricidad fuera de 6¢/kwh?
2. ¿Un decremento en la eficiencia del motor aerador haría parecer la alternativa seleccionada de recirculación de fango más atractiva, menos atractiva o igual que antes?
3. Si el costo de cal se incrementara un 50%, ¿la diferencia en el costo entre la mejor alternativa y la segunda mejor alternativa aumenta, disminuye o se mantiene igual?
4. Si la eficiencia de la bomba de recirculación de fango se redujera de 90 a 70%, ¿la diferencia de ahorros netos entre las alternativas 3 y 4 se incrementa, disminuye o permanece igual?
5. Si se suspendiera la eliminación de dureza en la planta de tratamiento, ¿qué alternativa sería la más eficaz y a menor costo?
6. Si el costo de la electricidad disminuyera a 4¢/kwh, ¿qué alternativa tendría la mejor efectividad en el costo?
7. ¿A qué costo de electricidad alcanzarían las siguientes alternativas el punto de equilibrio: a) alternativas 1 y 2, b) alternativas 1 y 3, c) alternativas 1 y 4?

NIVEL CUATRO

REDONDEO DEL ESTUDIO

NIVEL UNO Así comienza todo	NIVEL DOS Herramientas para evaluación de alternativas	NIVEL TRES Toma de decisiones en proyectos reales	NIVEL CUATRO Redondeo del estudio
Capítulo 1 Fundamentos de ingeniería económica	Capítulo 5 Análisis del valor presente	Capítulo 11 Decisiones de reemplazo y conservación	Capítulo 14 Efectos de la inflación
Capítulo 2 Factores: cómo el tiempo y el interés afectan al dinero	Capítulo 6 Análisis del valor anual	Capítulo 12 Selección de proyectos independientes con limitaciones presupuestales	Capítulo 15 Estimación de costos y asignación de costos indirectos
Capítulo 3 Combinación de factores	Capítulo 7 Análisis de tasa de rendimiento: alternativa única	Capítulo 13 Análisis del punto de equilibrio	Capítulo 16 Métodos de depreciación
Capítulo 4 Tasas de interés nominales y efectivas	Capítulo 8 Análisis de tasa de rendimiento: alternativas múltiples		Capítulo 17 Análisis económico después de impuestos
	Capítulo 9 Análisis beneficio/costo y economía del sector público		Capítulo 18 Análisis de sensibilidad formalizado y decisiones de valor esperado
	Capítulo 10 Toma de decisiones: método, TMAR y atributos múltiples		Capítulo 19 Más sobre variaciones y toma de decisiones bajo riesgo

Este nivel incluye los temas que ayudan a mejorar su habilidad para realizar un estudio de ingeniería económica completo sobre una o más alternativas. En los métodos de los capítulos previos, se incorporan los efectos de la inflación, la depreciación, los impuestos sobre la renta en todos los tipos de estudios y los costos indirectos. Se tratan varias técnicas de estimación de costos para predecir mejor los flujos de efectivo, con la finalidad de basar la selección de alternativas sobre estimaciones más precisas. Los últimos dos capítulos incluyen material adicional acerca del uso de la ingeniería económica en la toma de decisiones. Se desarrolla una versión ampliada del análisis de sensibilidad; se formaliza el enfoque para examinar parámetros que varían sobre un rango predecible de valores. Por último, se consideran de manera explícita los elementos de riesgo y probabilidad, usando valores esperados, análisis probabilístico y simulación en computadora con base en Monte Carlo.

Varios de dichos temas pueden cubrirse antes en el texto, dependiendo de los objetivos del curso. Utilice la carta en el "Prefacio" para determinar los puntos apropiados en los cuales presentar el material.

CAPÍTULO 14

Efectos de la inflación

Este capítulo se concentra en el entendimiento y la forma de considerar la inflación en los cálculos de valor del dinero en el tiempo. La inflación es una realidad con la cual todos los individuos se enfrentan casi de manera cotidiana en la vida tanto profesional como personal.

La tasa de inflación anual se observa de cerca y se analiza históricamente a través de unidades gubernamentales, negocios y corporaciones industriales. Un estudio de ingeniería económica puede tener diferentes resultados en un ambiente donde la inflación es una seria preocupación en comparación con aquel donde se le trate con menor consideración. En los últimos años del siglo XX, y a principios del siglo XXI, la inflación no ha sido una preocupación importante en Estados Unidos o las naciones más industrializadas. Sin embargo, la tasa de inflación es sensible a los factores reales, y percibidos, de la economía. Factores tales como el costo de la energía, las tasas de interés, la disponibilidad y costo de trabajadores capacitados, la escasez de materiales, la estabilidad política y otros rubros menos tangibles, tienen impactos a corto y largo plazos sobre la tasa de inflación. En algunas industrias, es vital que los efectos de la inflación se integren en un análisis económico. Aquí se cubren las técnicas básicas para hacerlo.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Objetivo general: considerar la inflación en un análisis de ingeniería económica.

Impacto de la inflación

VP con inflación

VF con inflación

VA con inflación

Este capítulo ayudará al lector a:

1. Determinar la diferencia que hace la inflación entre el dinero ahora y el dinero en el futuro.
2. Calcular el valor presente con un ajuste por la inflación.
3. Determinar la tasa de interés real y calcular el valor futuro con un ajuste por la inflación.
4. Calcular un monto de dinero anual en dólares futuros que sea equivalente a una suma presente o futura determinada.

14.1 COMPRENSIÓN DEL IMPACTO DE LA INFLACIÓN

La mayoría de las personas están bien conscientes del hecho de que \$20 hoy no compran la misma cantidad de lo que se compraba con \$20 en 1995 o en 1996, y mucho menos lo que se compraba en 1980. ¿Por qué? Principalmente debido a la inflación.

La inflación es un incremento en la cantidad de dinero necesaria para obtener la misma cantidad de producto o servicio antes del precio inflado.

La inflación ocurre porque el valor de la moneda ha cambiado: se ha reducido. El valor del dinero ha disminuido y, como resultado, se necesitan más dólares para menos bienes. Éste es un signo de *inflación*. Para comparar cantidades monetarias que ocurren en diferentes periodos, los dólares valorados en forma diferente deben convertirse primero a dólares de valor constante para representar el mismo poder de compra en el tiempo. Esto es especialmente importante cuando se consideran cantidades de dinero futuras, como es el caso con todas las evaluaciones de alternativas.

El dinero en un periodo de tiempo t_1 puede llevarse al mismo valor que el dinero en otro periodo de tiempo t_2 usando la ecuación:

$$\text{Dólares en el periodo } t_1 = \frac{\text{dólares en el periodo } t_2}{\text{tasa de inflación entre } t_1 \text{ y } t_2} \quad [14.1]$$

Los dólares en el periodo t_1 se denominan *dólares de valor constante o dólares de hoy*. Los dólares en el periodo t_2 se llaman *dólares futuros o dólares corrientes de entonces*. Si f representa la tasa de inflación por periodo (año) y n es el número de periodos de tiempo (años) entre t_1 y t_2 , la ecuación [14.1] se convierte en:

$$\text{Dólares de valor constante} = \text{dólares de hoy} = \frac{\text{dólares futuros}}{(1 + f)^n} \quad [14.2]$$

$$\text{Dólares futuros} = \text{dólares de hoy}(1 + f)^n \quad [14.3]$$

Es correcto expresar cantidades futuras (infladas) en términos de dólares de valor constante, y viceversa, mediante la aplicación de las últimas dos ecuaciones. Así es como se determinan el índice de precios al consumidor (IPC) y los índices de estimación de costos (del siguiente capítulo). Como ejemplo, utilice el precio de una hamburguesa de McDonald's en cierto lugar de Texas.

\$2.23 agosto de 2004

Si durante el año pasado la inflación fue de 4% en promedio, en *dólares de valor constante de 2003*, este costo es el equivalente al del año pasado

$$\$2.23/(1.04) = \$2.14 \quad \text{agosto de 2003}$$

El precio pronosticado en 2005 es

$$\$2.23(1.04) = \$2.32 \quad \text{agosto de 2005}$$

Si la inflación promedia anualmente 4% durante los 10 años siguientes, la ecuación [14.3] se usa para pronosticar en 2014 el precio de una Big Mac, de la siguiente manera:

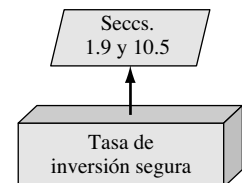
$$\$2.23/(1.04)^{10} = \$3.30 \quad \text{agosto de 2014}$$

Esto representa un incremento de 48% sobre el precio de 2004 con inflación de 4%, lo cual se considera un promedio bajo, tanto a nivel nacional como internacional. Si la inflación fuera de 6% en promedio, la Big Mac costaría dentro de 10 años \$3.99, lo que equivale a un incremento de 79%. En ciertas regiones del mundo, la hiperinflación puede promediar 50% en un año. En una economía tan desafortunada, la Big Mac pasaría en 10 años de \$2.23 dólares a su equivalente de \$128.59. Esta es la razón por la que los países que experimentan hiperinflación deben devaluar su moneda en factores de 100 y 1 000 si persisten tasas inaceptables de inflación.

En un contexto industrial o de negocios, a una tasa de inflación razonablemente baja que promedie 4% anual, el equipo o los servicios con un costo inicial de \$209 000 se incrementarán en 48% hasta \$309 000 durante un periodo de 10 años. Esto es antes de que cualquier consideración de la tasa de rendimiento requerida se coloque sobre la habilidad generadora de ingreso del equipo. *No cometa errores: la inflación es una fuerza formidable en nuestra economía.*

En realidad existen tres diferentes tasas que son importantes: la tasa de interés real (i), la tasa de interés del mercado (i_f) y la tasa de inflación (f). Sólo las dos primeras son tasas de interés.

Tasa de interés real o libre de inflación i . A esta tasa se genera el interés cuando se ha retirado el efecto de los cambios (inflación) en el valor de la moneda. Por lo tanto, la tasa de interés real presenta una ganancia real en el poder de compra. (La ecuación usada para calcular i , con la influencia de la inflación removida, se derivará más tarde, en la sección 14.3.) La tasa de rendimiento real que por lo común se aplica a los individuos es de cerca de 3.5% anual. Ésta es la tasa de “inversión segura”. La tasa real requerida para corporaciones (y muchos individuos) se coloca sobre esta tasa de seguridad cuando se establece una TMAR sin ajuste por inflación.



Tasa de interés ajustada a la inflación i_f . Como su nombre lo indica, se trata de la tasa de interés que se ha ajustado para tomar en cuenta la inflación. La *tasa de interés de mercado*, que es la que escuchamos mencionar todos los días, es una tasa ajustada a la inflación. Es una combinación de la tasa de interés real i y la tasa de inflación f , y, por consiguiente, cambia a medida

que cambia la tasa de inflación. Se conoce también como *tasa de interés inflada*.

Tasa de inflación f . Como se describió antes, es una medida de la tasa de cambio en el valor de la moneda.

Cuando la TMAR de una compañía se ajusta por la inflación, se hace referencia a ésta como una TMAR ajustada a la inflación. La determinación de este valor se analiza en la sección 14.3.

La *deflación* es lo opuesto de la inflación en el sentido en que cuando se presenta, el poder de compra de la unidad monetaria es mayor en el futuro que en el presente. Es decir, en el futuro se requeriría menos dinero para comprar la misma cantidad de bienes o servicios que el necesitado hoy. Es mucho más común que haya inflación que deflación, en especial al nivel de economías nacionales. En condiciones de economía deflacionaria, la tasa de interés del mercado siempre es menor que la tasa de interés real.

La deflación temporal de los precios puede ocurrir en sectores específicos de la economía debido a la introducción de productos mejorados, tecnología más barata o materiales y productos importados que obligan la disminución de los precios. En situaciones normales, los precios se igualan a un nivel competitivo después de un corto tiempo. Sin embargo, la deflación durante un periodo breve en un sector específico de la economía puede producirse mediante el *dumping*. Un ejemplo de *dumping* es la importación que un país hace de materiales como el acero, cemento o autos, que provienen de competidores internacionales a precios muy bajos en comparación con los del mercado local o del país objeto del *dumping*. Los precios bajarán para el consumidor, con lo que se obliga a los fabricantes nacionales a reducir sus precios para poder competir. Si los fabricantes nacionales no estuvieran en buenas condiciones financieras podrían fracasar y los artículos importados reemplazarían a los locales. Así, los precios regresarían a niveles normales y de hecho se inflarían con el tiempo si la competencia local se hubiera reducido en forma significativa.

Cuando la inflación ha estado presente en la economía durante periodos prolongados, tener una tasa moderada de deflación suena bien en apariencia. Sin embargo, si ocurre la deflación en un nivel más general, digamos nacional, es probable que vaya acompañada de escasez de dinero para capital nuevo. Otro resultado es que los individuos y familias tienen menos dinero para gastar debido a menos trabajos, ausencia de crédito, y dificultad para obtener préstamos; prevalece una *apretada* situación de dinero. Conforme éste escasea, se dispone de menos para dedicarlo al crecimiento industrial y a la inversión de capital. En caso extremo, esta situación podría evolucionar a una espiral deflacionaria que trastorne la economía en su totalidad. Esto ocurrió notablemente en una ocasión en Estados Unidos, durante la Gran Depresión de la década de los años treinta del siglo XX.

Los cálculos de ingeniería económica que toman en cuenta la deflación usan las mismas relaciones que para la inflación. Para una equivalencia básica entre el dinero de hoy y del futuro se emplean las ecuaciones [14.2] y [14.3], excepto que la tasa de inflación es un valor $-f$. Por ejemplo, si se estima que la deflación será de

2% anual, un activo que ahora cueste \$10 000 tendría un costo inicial dentro de 5 años determinado por la ecuación [14.3].

$$10\,000(1 - f)^n = 10\,000(0.98)^5 = 10\,000(0.9039) = \$9\,039$$

14.2 CÁLCULOS DE VALOR PRESENTE AJUSTADO POR INFLACIÓN

Cuando las cantidades de dólares en periodos diferentes están expresadas como *dólares de valor constante*, las cantidades equivalentes presentes y futuras se determinan utilizando la tasa de interés real i . Los cálculos implicados en dicho procedimiento se ilustran en la tabla 14.1, donde la tasa de inflación es de 4% anual. La columna 2 indica el incremento provocado por la inflación durante cada uno de los próximos 4 años, en el costo de un artículo que hoy vale \$5 000. La columna 3 muestra el costo en dólares futuros, y la columna 4 presenta el costo en dólares de valor constante mediante la ecuación [14.2]. Cuando los dólares futuros de la columna 3 se convierten en dólares de valor constante (columna 4), el costo es siempre de \$5 000, lo mismo que el costo al principio. Tal predicción resulta cierta cuando los costos están aumentando en una cantidad exactamente igual a la tasa de inflación. El costo real del artículo (ajustado a la inflación) dentro de 4 años será \$5 849; sin embargo, en dólares de valor constante el costo dentro de 4 años aun ascenderá a \$5 000. La columna 5 muestra el valor presente de los \$5 000 futuros a la tasa de interés real $i = 10\%$ anual.

Entonces se llega a dos conclusiones. Para $f = 4\%$, dentro de 4 años, los \$5 000 de hoy se incrementarán hasta \$5 849; mientras que \$5 000 dentro de 4 años tienen ahora un VP de solamente \$3 415 dólares de valor constante, a una tasa de interés real de 10% anual.

La figura 14.1 presenta las diferencias, durante un periodo de 4 años, de una cantidad de valor constante de \$5 000, los costos de dólares futuros con una inflación de 4%, y el valor presente a un interés real de 10% considerando inflación.

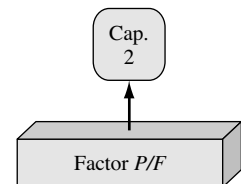
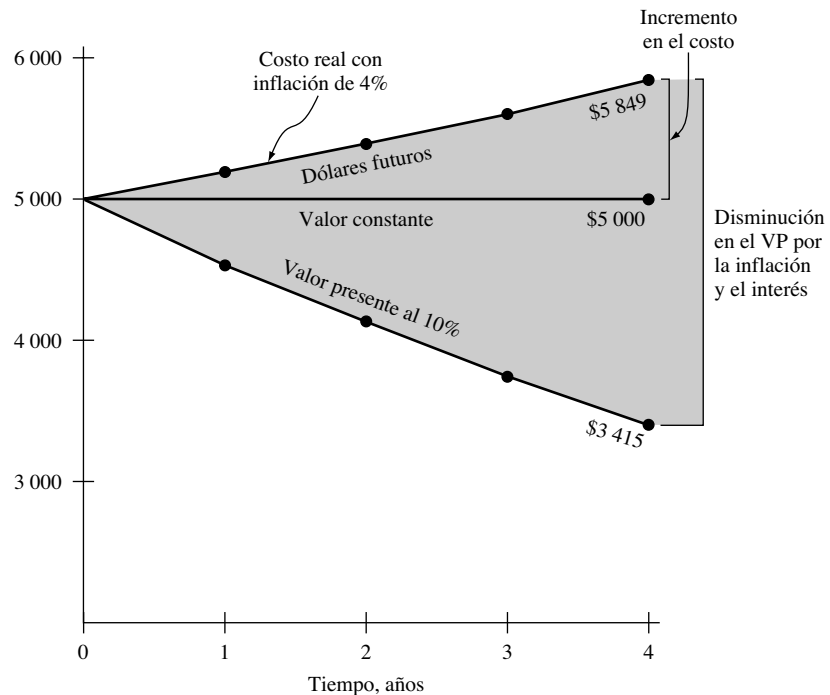


TABLA 14.1 Cálculos de inflación utilizando dólares de valor constante ($f = 4\%$, $i = 10\%$)

Año, n (1)	Incremento en costo debido a la inflación de 4% (2)	Costo en dólares futuros (3)	Costo futuro en dólares de valor constante (4) = (3)/1.04 ⁿ	Valor presente, a la i real = 10% (5) = (4)(P/F, 10%, n)
0		\$5 000	\$5 000	\$5 000
1	\$5 000(0.04) = \$200	5 200	5 200/(1.04) ¹ = 5 000	4 545
2	5 200(0.04) = 208	5 408	5 408/(1.04) ² = 5 000	4 132
3	5 408(0.04) = 216	5 624	5 624/(1.04) ³ = 5 000	3 757
4	5 624(0.04) = 225	5 849	5 849/(1.04) ⁴ = 5 000	3 415

Figura 14.1

Comparación de dólares de valor constante, dólares futuros y sus valores presentes.



Como se observa, en el área sombreada el efecto compuesto de la inflación y las tasas de interés es grande.

Un método alternativo, y menos complicado, para estimar la inflación en un análisis de valor presente implica el ajuste de las fórmulas mismas del interés para considerar la inflación. Considere la fórmula P/F, donde i es la tasa de interés real.

$$P = F \frac{1}{(1 + i)^n}$$

F es una cantidad en dólares futuros con la inflación incorporada. Y F puede convertirse en dólares de hoy utilizando la ecuación [14.2].

$$\begin{aligned} P &= \frac{F}{(1 + f)^n} \frac{1}{(1 + i)^n} \\ &= F \frac{1}{(1 + i + f + if)^n} \end{aligned} \quad [14.4]$$

Si el término $i + f + if$ se define como i_f , la ecuación se convierte en:

$$P = F \frac{1}{(1 + i_f)^n} = F(P/F, i_f, n) \quad [14.5]$$

TABLA 14.2 Cálculo del valor presente utilizando una tasa de interés inflada

Años, <i>n</i> (1)	Costo en dólares futuros (2)	(<i>P/F</i> , 14.4%, <i>n</i>) (3)	VP (4)
0	\$5 000	1	\$5 000
1	5 200	0.8741	4 545
2	5 408	0.7641	4 132
3	5 624	0.6679	3 757
4	5 849	0.5838	3 415

El símbolo i_f se denomina *tasa de interés ajustada a la inflación* y se define como:

$$i_f = i + f + if \quad [14.6]$$

donde i = tasa de interés real

f = tasa de inflación

Para una tasa de interés real de 10% anual y una tasa de inflación de 4% anual, la ecuación [14.6] produce una tasa de interés inflada de 14.4%.

$$i_f = 0.10 + 0.04 + 0.10(0.04) = 0.144$$

La tabla 14.2 muestra el uso de $i_f = 14.4\%$ en los cálculos de VP para una cantidad actual de \$5 000, que se infla hasta \$5 849 en dólares futuros, 4 años después de hoy. Como se muestra en la columna 4, el valor presente de cada año es igual al que se calcula en la columna 5 de la tabla 14.1.

El valor presente de cualquier serie de flujos de efectivo —igual, gradiente aritmético o gradiente geométrico— puede encontrarse en forma similar. Es decir, ya sea i o i_f se introduce en los factores P/A , P/G o P_g , dependiendo de si el flujo de efectivo está expresado en dólares de valor constante (de hoy) o en dólares futuros. Si la serie está expresada en dólares de hoy, entonces su VP es sólo el valor descontado utilizando la tasa de interés real i . Si el flujo de efectivo está expresado en dólares futuros, el VP se obtiene usando i_f . Por otro lado, todos los dólares futuros se pueden convertir primero a dólares actuales utilizando la ecuación [14.2] y luego encontrando el VP a la i .

EJEMPLO 14.1

Un ex alumno de un departamento de ingeniería desea efectuar una donación al Fondo de Becas de su alma mater. Hay disponibles tres opciones.

Plan A. \$60 000 ahora.

Plan B. \$15 000 anuales durante 8 años empezando dentro de 1 año.

Plan C. \$50 000 dentro de tres años y otros \$80 000 dentro de cinco años.

Desde la perspectiva de la universidad, ésta desea elegir el plan que maximiza el poder de compra de los dólares recibidos. El director del departamento ha pedido al profesor de ingeniería económica que evalúe los planes y que considere la inflación en los cálculos. Si la donación gana 10% anual real y se espera que la tasa de inflación promedie 3% anual, ¿cuál plan debe aceptar?

Solución

El método de evaluación más rápido consiste en estimar el valor presente de cada plan en dólares de hoy. Para los planes B y C, la forma más fácil de obtener el valor presente es usando la tasa de interés inflada. Mediante la ecuación [14.6],

$$i_f = 0.10 + 0.03 + 0.10(0.03) = 0.133$$

$$VP_A = \$60\,000$$

$$VP_B = \$15\,000(P/A, 13.3\%, 8) = \$15\,000(4.7508) = \$71\,262$$

$$\begin{aligned} VP_C &= \$50\,000(P/F, 13.3\%, 3) + 80\,000(P/F, 13.3\%, 5) \\ &= \$50\,000(0.68756) + 80\,000(0.53561) = \$77\,227 \end{aligned}$$

Puesto que VP_C es el mayor en términos de dólares actuales, elija el plan C.

Para análisis en hoja de cálculo, la función VP sirve para encontrar VP_B y VP_C : $VP(13.3\%, 8, -15,000)$ en una celda y $VP(13.3\%, 3, -50,000) + VP(13.3\%, 5, -80,000)$ en otra celda.



Comentario

Los valores presentes de los planes B y C también se habrían calculado convirtiendo primero los flujos de efectivo a dólares de hoy utilizando $f = 3\%$ en la ecuación [14.2] y luego usando la i real de 10% en los factores P/F . Este procedimiento toma más tiempo, aunque las respuestas son las mismas.

EJEMPLO 14.2

En este momento se pone a la venta un bono de \$50 000 a 15 años que tiene una tasa de dividendo de 10% anual, pagadera semestralmente. Si la tasa de rendimiento esperada por el comprador es de 8% anual, compuesto semestralmente, y si la tasa de inflación esperada es de 2.5% cada periodo de 6 meses, ¿cuál es el valor del bono ahora a) sin ajuste por inflación y b) cuando se considera la inflación? Encuentre las soluciones a mano y por computadora.

Solución a mano

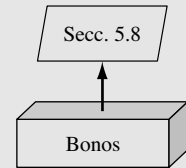
- a) Sin ajuste por inflación: el dividendo semestral es $I = [(50\,000)(0.10)]/2 = \$2\,500$. A un 4% nominal por 6 meses para 30 periodos, el VP es

$$VP = 2\,500(P/A, 4\%, 30) + 50\,000(P/F, 4\%, 30) = \$58\,645$$

b) Con inflación: Use la tasa inflada i_f .

$$i_f = 0.04 + 0.025 + (0.04)(0.025) = 0.066 \text{ por periodo semestral}$$

$$\begin{aligned} VP &= 2\,500(P/A, 6.6\%, 30) + 50\,000(P/F, 6.6\%, 30) \\ &= 2\,500(12.9244) + 50\,000(0.1470) \\ &= \$39\,660 \end{aligned}$$



Solución por computadora

a) y b) Ambos incisos requieren funciones sencillas de una sola celda en una hoja de cálculo (figura 14.2). Sin ajuste por inflación, la función VP se desarrolla en B2 a la tasa nominal de 4% para 30 periodos; con inflación, la tasa es $i_f = 6.6\%$, como antes se determinó. Vea las etiquetas de las celdas para los formatos.



Comentario

La diferencia de \$18 985 en los valores VP ilustra el inmenso impacto negativo hecho por sólo 2.5% de inflación cada 6 meses (5.06% anual). Comprar el bono de \$50 000 significa recibir \$75 000 en dividendos durante 15 años y los \$50 000 del principal en el año 15. Esto sólo valdrá \$39 660 en dólares de valor constante (de hoy).

Example 14.2						
	A	B	C	D	E	F
1						
2 a)	VP sin inflación	\$ 58,646	=VP(4%,30,-2500,-50000)			
3						
4						
5 b)	VP con inflación	\$ 39,660	=VP(6.6%,30,-2500,-50000)			
6						

Figura 14.2

Valor presente de un bono sin y con ajuste por inflación, ejemplo 14.2.

EJEMPLO 14.3

Una ingeniera química independiente está bajo contrato con Dow Chemical, y trabaja actualmente en un país con inflación relativamente elevada. Ella desea calcular un VP de proyecto con costos estimados de \$35 000 ahora y \$7 000 anuales durante 5 años, comenzando dentro de 1 año con aumentos de 12% anual a partir de entonces, durante los siguientes 8 años. Emplee una tasa de interés real de 15% anual para hacer los cálculos a) sin un ajuste por inflación y b) considerando una tasa de inflación de 11% anual.

Solución

- a) La figura 14.3 presenta los flujos de efectivo. El VP sin ajuste por inflación se encuentra usando $i = 15\%$ y $g = 12\%$ en las ecuaciones [2.23] y [2.24] para las series geométricas.

$$\begin{aligned} VP &= -35\,000 - 7\,000(P/A, 15\%, 4) \\ &\quad - \left\{ \frac{7\,000 \left[1 - \left(\frac{1.12}{1.15} \right)^9 \right]}{0.15 - 0.12} \right\} (P/F, 15\%, 4) \\ &= -35\,000 - 19\,985 - 28\,247 \\ &= \$ -83\,232 \end{aligned}$$

En el factor P/A , $n = 4$, ya que el costo de \$7 000 en el año 5 es el término A_1 en la ecuación [2.23].

- b) Para ajustar por inflación, calcule la tasa de interés inflada mediante la ecuación [14.6].

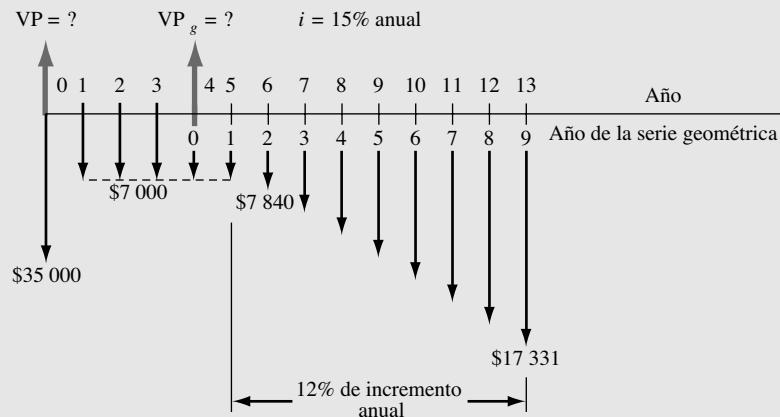


Figura 14.3
Diagrama de flujo de efectivo, ejemplo 14.3.

$$\begin{aligned}
 i_f &= 0.15 + 0.11 + (0.15)(0.11) = 0.2765 \\
 VP &= -35\,000 - 7\,000(P/A, 27.65\%, 4) \\
 &\quad - \left[\frac{7\,000 \left[1 - \left(\frac{1.12}{1.2765} \right)^9 \right]}{0.2765 - 0.12} \right] (P/F, 15\%, 4) \\
 &= -35\,000 - 7\,000(2.2545) - 30\,945(0.3766) \\
 &= \$ -62\,436
 \end{aligned}$$

Este resultado demuestra que, en una economía con alta inflación, cuando se negocia la cantidad de los pagos para reembolsar un préstamo, es económicamente ventajoso para el prestatario usar dólares futuros (inflados), siempre que sea posible, cuando realice los pagos. El valor presente de los dólares inflados futuros es significativamente menor cuando se incluye el ajuste por inflación. Y, cuanto mayor sea la tasa de inflación, mayor será el descuento, ya que los factores P/F y P/A disminuyen en tamaño.

Los dos últimos ejemplos parecen agregar credibilidad a la filosofía de los directivos financieros: “compre ahora, pague después”. Sin embargo, en cierto punto, la compañía o el individuo que contraen deuda tendrán que liquidar las deudas y los intereses generados con los dólares inflados. Si el efectivo no está fácilmente disponible, no pueden saldarse las deudas. Esto puede ocurrir, por ejemplo, cuando una compañía lanza sin éxito un nuevo producto, cuando existe una seria caída en la economía o cuando un individuo pierde su empleo. En el largo plazo, este enfoque de “compre ahora, pague después” debe ser atemperado con sólidas prácticas financieras ahora, y en el futuro.

14.3 CÁLCULOS DE VALOR FUTURO AJUSTADOS POR LA INFLACIÓN

En los cálculos de valor futuro, una cantidad futura puede tener cualquiera de cuatro interpretaciones distintas:

- Caso 1.** La *cantidad real* de dinero que se acumulará en el tiempo n .
- Caso 2.** El *poder de compra*, en términos de dólares de hoy (de valor constante), de la cantidad real acumulada en el tiempo n .
- Caso 3.** El número de *dólares futuros requeridos* en el tiempo n para mantener el mismo poder de compra que un dólar de hoy; es decir, se considera la inflación, pero no el interés.
- Caso 4.** El número de dólares requerido en el tiempo n para *mantener el poder de compra y obtener una tasa específica de interés real*.

Dependiendo de qué interpretación se está abordando, el valor F se calcula de manera diferente, como se describe a continuación. Cada caso se ilustra.

Caso 1: Cantidad real acumulada Debe ser claro que F , la cantidad real de dinero acumulado, se obtiene utilizando una tasa de interés ajustada (de mercado) a la inflación.

$$F = P(1 + i_f)^n = P(F/P, i_f, n) \quad [14.7]$$

Por ejemplo, cuando se menciona una tasa de mercado de 10%, se incluye la tasa de inflación. Durante un periodo de 7 años, \$1 000 se acumularán a

$$F = 1\,000(F/P, 10\%, 7) = \$1\,948$$

Caso 2: Valor constante con poder de compra El poder de compra de dólares futuros se determina utilizando primero una tasa de mercado i_f para calcular F y luego dividiendo entre $(1 + f)^n$ para deflacionar los dólares futuros.

$$F = \frac{P(1 + i_f)^n}{(1 + f)^n} = \frac{P(F/P, i_f, n)}{(1 + f)^n} \quad [14.8]$$

En efecto, este procedimiento reconoce que los precios aumentan por la inflación, de manera que \$1 en el futuro comprará menos que \$1 ahora. El porcentaje que se pierde en el poder de compra es una medida de cuánto menos. Como ilustración, suponga los mismos \$1 000 ahora, una tasa de mercado de 10% anual y una tasa de inflación de 4% anual. En 7 años, el poder de compra se ha incrementado, pero sólo hasta \$1 481.

$$F = \frac{1\,000(F/P, 10\%, 7)}{(1.04)^7} = \frac{\$1\,948}{1.3159} = \$1\,481$$

Esto es \$467 (o 24%) menos que los \$1 948 realmente acumulados a 10% (caso 1). En consecuencia, concluimos que 4% de inflación durante 7 años reduce el poder de compra del dinero en 24%.

También para el caso 2, podría determinarse en forma equivalente la cantidad futura de dinero acumulado con el poder de compra de hoy, calculando la tasa de interés real y utilizándola en el factor F/P para compensar el poder de compra reducido del dólar. Dicha *tasa de interés real* es i en la ecuación [14.6].

$$\begin{aligned} i_f &= i + f + i f \\ &= i(1 + f) + f \\ i &= \frac{i_f - f}{1 + f} \end{aligned} \quad [14.9]$$

La tasa de interés real i representa la tasa a la cual los dólares de hoy se expanden con su *mismo poder de compra* en dólares futuros equivalentes. Una tasa de inflación mayor que la tasa de interés del mercado lleva a una tasa de interés real negativa. El uso de dicha tasa de interés es apropiado al calcular el valor futuro de una inversión (como en una cuenta de ahorros o un fondo del mercado de dinero), cuan-

do no se consideran los efectos de la inflación. Para el ejemplo de \$1 000 en dólares de hoy, a partir de la ecuación [14.9]:

$$i = \frac{0.10 - 0.04}{1 + 0.04} = 0.0577, \text{ o } 5.77\%$$

$$F = 1\,000(F/P, 5.77\%, 7) = \$1\,481$$

La tasa de interés de mercado de 10% anual se ha reducido a una tasa real menor a 6% anual debido a los efectos erosivos de la inflación.

Caso 3: Cantidad futura requerida, sin interés Aquí se reconoce que los precios aumentan durante periodos inflacionarios. En términos simples, los dólares futuros valen menos, por lo que se requieren más. Ninguna tasa de interés se considera en este caso. Ésta es la situación presente si alguien pregunta: ¿cuánto costará un automóvil dentro de 5 años si su costo actual es \$20 000 y su precio aumentará 6% anual? (La respuesta es \$26 765.) Ninguna tasa de interés, sólo la inflación, está involucrada. Para encontrar el costo futuro, sustituya f por la tasa de interés en el factor F/P .

$$F = P(1 + f)^n = P(F/P, f, n) \quad [14.10]$$

Reconsidere los \$1 000 usados previamente. Si éstos ascienden exactamente con la tasa de inflación de 4% anual, el costo dentro de 7 años será:

$$F = 1\,000(F/P, 4\%, 7) = \$1\,316$$

Caso 4: Inflación e interés real Éste es el caso aplicado cuando se establece una TMAR. Mantener el poder de compra y ganar interés consideran tanto los precios crecientes (caso 3) como el valor del dinero en el tiempo. Si se debe mantener crecimiento real del capital, los fondos deben crecer a una tasa igual o superior a la tasa de interés real i más una tasa igual a la tasa de inflación f . En consecuencia, para obtener una tasa de rendimiento real de 5.77%, cuando la tasa de inflación es 4%, i_f es la tasa de mercado (ajustada a la inflación) que debe utilizarse. Para la misma cantidad de \$1 000,

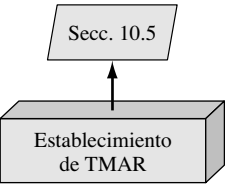
$$i_f = 0.0577 + 0.04 + 0.0577(0.04) = 0.10$$

$$F = 1\,000(F/P, 10\%, 7) = \$1\,948$$

Este cálculo muestra que \$1 948 dentro de 7 años será equivalente a \$1 000 ahora con un rendimiento real de $i = 5.77\%$ anual e inflación de $f = 4\%$ anual.

La tabla 14.3 resume qué tasa se utiliza en las fórmulas de equivalencia en función de las diferentes interpretaciones de F . Los cálculos efectuados en esta sección revelan que \$1 000 ahora a una tasa de mercado de 10% anual se acumularía hasta \$1 948 en 7 años; los \$1 948 tendrían el poder de compra de \$1 481 dólares de hoy si $f = 4\%$ anual; un artículo con un costo de \$1 000 ahora costaría \$1 316 dentro de 7 años a una tasa de inflación del 4% anual; y tomaría \$1 948 dólares futuros para ser equivalente a \$1 000 ahora, a una tasa de interés real de 5.77% con la inflación considerada en 4%.

TABLA 14.3 Métodos de cálculo para diversas interpretaciones de valor futuro		
Valor futuro deseado	Método de cálculo	Ejemplo para $P = \$1\,000$, $n = 7$, $i_f = 10\%$, $f = 4\%$
Caso 1: Dólares actuales acumulados	Use la tasa de mercado establecida i_f en las fórmulas de equivalencia	$F = 1\,000(F/P, 10\%, 7)$
Caso 2: Poder de compra de dólares acumulados en términos de dólares de hoy	Use la tasa de mercado i_f en equivalencia y divida entre $(1 + f)^n$ o Use la i real	$F = \frac{1\,000(F/P, 10\%, 7)}{(1.04)^7}$ o $F = 1\,000(F/P, 5.77\%, 7)$
Caso 3: Dólares requeridos para obtener el mismo poder de compra	Use la f en lugar de i en fórmulas de equivalencia	$F = 1\,000(F/P, 4\%, 7)$
Caso 4: Dólares futuros para mantener el poder de compra y ganar un rendimiento	Calcule i_f y úsela en las fórmulas de equivalencia	$F = 1\,000(F/P, 10\%, 7)$

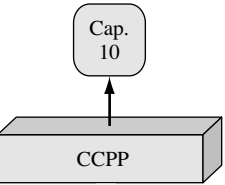


La mayor parte de las corporaciones evalúan las alternativas a una TMAR lo suficientemente grande para cubrir la inflación más algún rendimiento mayor que su costo de capital, y significativamente mayor que el rendimiento de inversión segura de aproximadamente 3.5% mencionado antes. Por consiguiente, para el caso 4, la TMAR resultante normalmente será mayor que la tasa de mercado i_f . El símbolo $TMAR_f$ se define como la TMAR ajustada a la inflación, la cual se calcula en una forma similar a i_f .

$$TMAR_f = i + f + i(f) \tag{14.11}$$

La tasa de rendimiento real i usada aquí es la tasa requerida por la corporación en relación con sus costos de capital. Ahora, el valor futuro se calcula como

$$F = P(1 + TMAR_f)^n = P(F/P, TMAR_f, n) \tag{14.12}$$



Por ejemplo, si una compañía tiene un CCPP (costo de capital promedio ponderado) de 10% anual y requiere que un proyecto rinda 3% anual por encima de su CCPP, el rendimiento real es $i = 13\%$. La TMAR ajustada a la inflación se calcula mediante la inclusión de la tasa de inflación de, digamos, 4% anual. Entonces, el VP, VA o VF del proyecto, se determinaría con la tasa obtenida por medio de la ecuación [14.11].

$$TMAR_f = 0.13 + 0.04 + 0.13(0.04) = 17.52\%$$

Se puede efectuar un cálculo similar para un individuo usando i como la tasa real esperada que está sobre la tasa de inversión segura. Cuando un individuo está

satisfecho con un rendimiento real requerido igual a una tasa de inversión segura, aproximadamente $i = 3.5\%$, o una corporación está satisfecha con un rendimiento real igual a una tasa de inversión segura, las ecuaciones [14.11] y [14.6] tienen el mismo resultado; es decir, $\text{TMAR}_f = i_f$, para la corporación o el individuo.

EJEMPLO 14.4

Abbott Mining Systems quiere determinar si debe “comprar” ahora o más tarde para mejorar un equipo usado en operaciones mineras profundas en una de sus operaciones internacionales. Si la compañía elige el plan A, se comprará el equipo necesario ahora por \$200 000. Sin embargo, si la compañía elige el plan I, la compra se diferirá durante 3 años y se espera que el costo aumente rápidamente hasta \$340 000. Abbott es ambiciosa; espera una TMAR real de 12% anual. La tasa de inflación en el país ha promediado 6.75% anual. Sólo desde una perspectiva económica, determine si la compañía debería comprar ahora o más adelante *a)* cuando no se considera la inflación y *b)* cuando se considera la inflación.

Solución

- a)* No se considera la inflación. La tasa real, o TMAR, es $i = 12\%$ anual. El costo del plan I es de \$340 000 dentro de tres años. Calcule F para el plan A dentro de 3 años y seleccione el plan con el menor costo.

$$FW_A = -200\,000(F/P, 12\%, 3) = \$-280\,986$$

$$FW_I = \$-340\,000$$

Elija el plan A (compre ahora).

- b)* Se considera la inflación. Éste es el caso 4; existe una tasa real (12%) y la inflación de 6.75% debe tomarse en consideración. Primero, calcule la TMAR ajustada por la inflación mediante la ecuación [14.11].

$$i_f = 0.12 + 0.0675 + 0.12(0.0675) = 0.1956$$

Utilice i_f en el cálculo del valor F para el plan A en dólares futuros.

$$FW_A = -200\,000(F/P, 19.56\%, 3) = \$-341\,812$$

$$FW_I = \$-340\,000$$

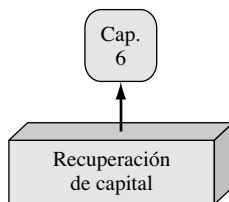
Ahora se elige el plan I (compre más tarde), puesto que requiere menos dólares futuros equivalentes. La tasa de inflación de 6.75% anual ha elevado el valor futuro equivalente de los costos, en 21.6%: hasta \$341 812. Esto es lo mismo que un incremento de 6.75% anual, compuesto durante 3 años, o $(1.0675)^3 - 1 = 21.6\%$.

La mayoría de los países con indicadores macroeconómicos estables tienen tasas de inflación en el rango de 2 a 8% anual, aunque la *hiperinflación* es un problema en naciones donde existe inestabilidad política, gastos excesivos por parte del gobierno, balanza comercial internacional débil, etcétera. Las tasas de hiperinflación llegan a ser muy altas: 10% a 100% *mensual*. En tales casos, el gobierno debe tomar medidas drásticas: redefine la cotización de la moneda en términos de

las monedas de otros países, controla bancos y corporaciones, y supervisa el flujo de capital que entra y sale del país, con el objetivo de reducir la inflación.

En general, en un contexto de hiperinflación, la gente gasta todo su dinero de inmediato, ya que el costo será mucho mayor en el próximo mes, semana o día. Para notar el efecto desastroso que la hiperinflación produce en la capacidad que una compañía tiene para mantenerse, es preciso trabajar de nuevo el ejemplo 14.4b utilizando una tasa de inflación de 10% mensual, es decir, 120% anual (sin considerar la capitalización de la inflación). La cantidad F_A debe dispararse y el plan I es una clara selección. Por supuesto, en dicho entorno, el precio de la compra de \$340 000 para el plan I dentro de 3 años, en efecto no estaría garantizado, de manera que la totalidad del análisis económico no es confiable. Las buenas decisiones económicas en un contexto de hiperinflación son muy difíciles de tomar utilizando los métodos tradicionales de ingeniería económica, ya que los valores futuros estimados son muy poco confiables y la disponibilidad futura del capital es incierta.

14.4 CÁLCULOS DE RECUPERACIÓN DEL CAPITAL AJUSTADOS POR INFLACIÓN



En los cálculos de recuperación del capital usados para los análisis de VA, es particularmente importante que éstos incluyan la inflación, debido a que los dólares de capital actual deben recuperarse en dólares futuros inflados. Como los dólares futuros tienen menos poder de compra que los dólares actuales, es obvio que se requerirán más dólares para recuperar la inversión presente. Lo anterior sugiere el uso de la tasa de interés inflada en la fórmula A/P . Por ejemplo, si se invierten \$1 000 hoy a una tasa de interés real del 10% anual, cuando la tasa de inflación es de 8% anual, la cantidad equivalente que debe recuperarse cada año durante 5 años en dólares futuros sería:

$$A = 1\,000(A/P, 18.8\%, 5) = \$325.59$$

Por otra parte, el valor reducido de los dólares a través del tiempo significa que los inversionistas pueden gastar menos dólares presentes (de mayor valor) para acumular la cantidad determinada de dólares (inflados) futuros. Así, se sugiere el uso de una mayor tasa de interés, es decir, la tasa i_f , para producir un valor A menor en la fórmula A/F . El equivalente anual (con ajuste por inflación) de $F = \$1\,000$ dentro de cinco años en dólares futuros es:

$$A = 1\,000(A/F, 18.8\%, 5) = \$137.59$$

Este método se ilustra en el siguiente ejemplo.

Por comparación, la cantidad anual equivalente para acumular $F = \$1\,000$ a una i real = 10% (sin ajuste por inflación) es $1\,000(A/F, 10\%, 5) = \$163.80$. Por lo tanto, cuando se fija F , los costos futuros distribuidos uniformemente deben repartirse durante el periodo más largo posible, de manera que la inflación tenga el efecto de reducir el pago involucrado (en este caso, \$137.59 contra \$163.80).

EJEMPLO 14.5

¿Qué cantidad anual se requiere durante 5 años para acumular la cantidad de dinero con el mismo poder de compra que \$680.58 hoy, si la tasa de interés de mercado es de 10% anual y la inflación es de 8% anual?

Solución

Primero, encuentre el número real de dólares (inflados) futuros que se requerirán dentro de 5 años. Éste es el caso 3.

$$F = (\text{poder de compra actual})(1 + f)^5 = 680.58(1.08)^5 = \$1\,000$$

La cantidad real del depósito anual se calcula utilizando la tasa de interés (inflada) de mercado de 10%. Éste es el caso 4 usando A en lugar de P .

$$A = 1\,000(A/F, 10\%, 5) = \$163.80$$

Comentario

La tasa de interés real es $i = 1.85\%$, como se determina con la ecuación [14.9]. Para poner los cálculos anteriores en perspectiva, si la tasa de inflación es cero, cuando la tasa de interés real es de 1.85% , la cantidad de dinero futura con el mismo poder de compra que \$680.58 de hoy es, en efecto, \$680.58. Entonces, la cantidad anual requerida para acumular este monto futuro en 5 años es $A = 680.58(A/F, 1.85\%, 5) = \$131.17$. Es decir, \$32.63 menor que los \$163.80 calculados antes, donde $f = 8\%$. Tal diferencia se debe al hecho de que durante periodos inflacionarios, los dólares depositados tienen más poder de compra que los dólares recuperados al final del periodo. Para compensar la diferencia en el poder de compra, se requieren más dólares de menor valor. En tal caso, para mantener el poder de compra equivalente en $f = 8\%$ anual, se requiere de \$32.63 adicionales anuales.

La lógica analizada aquí explica por qué, en épocas de inflación creciente, quienes prestan dinero (compañías de tarjetas de crédito, compañías hipotecarias y bancos) tienden a incrementar aún más sus tasas de interés de mercado. En cada pago, la gente tiende a pagar menos de la deuda en la que ha incurrido, ya que utiliza cualquier exceso de dinero para comprar artículos adicionales antes de que el precio se infle aún más. Además, las instituciones que prestan deben tener más dólares en el futuro para cubrir los costos mayores esperados del préstamo de dinero. Toda esta situación se debe al efecto en espiral de la inflación creciente. El rompimiento de dicho ciclo es difícil de lograr a nivel individual y es mucho más difícil de alterar a nivel nacional.

RESUMEN DEL CAPÍTULO

La inflación, tratada en su estimación como una tasa de interés, hace que el costo del mismo producto o servicio aumente con el tiempo, debido al valor reducido del dinero. Existe una diversidad de formas para considerar la inflación en los cálculos de ingeniería económica, en términos de dólares de hoy (valor constante) y en términos de dólares futuros. Algunas relaciones importantes son:

$$\text{Tasa de interés inflada: } i_f = i + f + if$$

$$\text{Tasa de interés real: } i = (i_f - f)/(1 + f)$$

VP de una cantidad futura considerando la inflación: $P = F(P/F, i_f, n)$

Valor futuro de una cantidad presente en dólares de valor constante con el mismo poder de compra: $F = P(F/P, i, n)$

Cantidad futura para cubrir una cantidad actual sin intereses: $F = P(F/P, f, n)$

Cantidad futura para cubrir una cantidad actual con intereses: $F = P(F/P, i_f, n)$

Equivalente anual de una cantidad futura de dólares: $A = F(A/F, i_f, n)$

Equivalente anual de una cantidad presente en dólares futuros: $A = P(A/P, i_f, n)$

La hiperinflación implica valores de f muy altos. Los fondos disponibles se gastan de inmediato puesto que los costos aumentan tan rápidamente que las mayores entradas de efectivo no pueden compensar el hecho de que la moneda esté perdiendo su valor. En general, esto puede ocasionar un desastre financiero nacional cuando continúa durante periodos extendidos.

PROBLEMAS

Ajustes por inflación

- 14.1 Describa cómo se convierte dinero inflado en dinero de valor constante.
- 14.2 ¿Cuál es la tasa de inflación si algo cuesta exactamente el doble que 10 años antes?
- 14.3 En un intento por reducir la rotura de tuberías, el golpe hidráulico y la agitación del producto, una compañía química planea instalar varios humidificadores de pulsación resistentes al ataque químico. El costo de los humidificadores es hoy de \$106 000, pero la empresa tiene que esperar hasta que se apruebe un permiso para su línea de conducción bidireccional entre el puerto y la planta. El proceso de aprobación tomará al menos 2 años por el tiempo que se requiere para preparar la declaración de impacto ambiental. Debido a la intensa competencia extranjera, el fabricante planea incrementar el precio sólo en un porcentaje igual a la tasa de inflación anual; si ésta fuera de 3% por año, calcule el costo de los humidificadores dentro de 2 años, en términos de: a) dólares corrientes de ese entonces, y b) dólares de hoy.
- 14.4 Convierta \$10 000 dólares presentes a dólares corrientes del año 10, si la tasa de inflación es de 7% anual.
- 14.5 Convierta \$10 000 dólares futuros, en el año 10, en *dólares de valor constante* (no dólares equivalentes) de hoy, si la tasa de interés ajustada por inflación (mercado) es de 11% anual y la tasa de inflación es de 7% por año.
- 14.6 Convierta \$10 000 dólares del futuro, en el año 10, en *dólares de valor constante* (no dólares equivalentes) de ahora, si la tasa de interés ajustada por inflación (mercado) es de 12% anual y la tasa de inflación es de 3% por año.
- 14.7 Se espera que los costos estimados para mantenimiento y operación de cierta máquina sean de \$13 000 anuales (dólares corrientes) en los años 1 a 3. Con una tasa de inflación de 6% por año, ¿cuál es la cantidad de valor constante (en términos de dólares de hoy) de la cantidad futura en dólares de *cada año*?
- 14.8 Si la tasa de interés del mercado es de 12% anual y la tasa de inflación es 5% anual,

determine el número de dólares futuros en el año 5 que tengan el *mismo poder de compra* que \$2 000 de hoy.

- 14.9** Ford Motor Company anunció que el precio de su modelo F-150 se incrementará durante los 2 años próximos únicamente en un porcentaje igual a la tasa de inflación. Si el precio actual de uno de estos vehículos es de \$21 000 y se espera que la tasa de inflación sea de 2.8% anual en promedio, ¿cuál es el *precio* esperado de la camioneta dentro de 2 años?
- 14.10** En un encabezado del *Chronicle of Higher Education* se lee: “Los costos de la educación se elevan más rápido que la inflación”. El artículo afirma que la colegiatura en colegios y universidades públicos se incrementó 56% durante los últimos 5 años. *a)* ¿Cuál es el porcentaje promedio anual del incremento en dicho tiempo? *b)* Si la tasa de inflación fue de 2.5% anual, ¿cuántos puntos porcentuales aumentó la colegiatura anual por sobre la tasa de inflación?
- 14.11** Una máquina comprada por Holtzman Industries tuvo un costo de \$45 000 hace cuatro años. Si un equipo similar cuesta hoy \$55 000 y su precio se incrementó sólo en la tasa de inflación, ¿cuál fue la tasa de inflación anual durante el periodo de 4 años?
- 14.15** Qué tasa de interés trimestral del mercado se asociaría con una tasa de inflación de 5% por trimestre y una tasa de interés real de 2% trimestral?
- 14.16** Si la tasa de interés del mercado es de 48% anual, capitalizable en forma mensual (debido a la hiperinflación), ¿cuál es la tasa de interés mensual si la tasa de interés real es de 6% anual, compuesto mensualmente?
- 14.17** ¿Qué tasa de rendimiento obtendría un inversionista sobre una tasa de rendimiento de 25% anual, cuando la tasa de inflación es de 10% por año?
- 14.18** ¿Cuál es la tasa de interés real por periodo semestral si la tasa de interés del mercado es de 22% anual, capitalizable semestralmente, y la tasa de inflación es de 7% cada 6 meses?
- 14.19** Una póliza de seguro de vida con valor en efectivo pagará una suma de \$1 000 000 si el asegurado alcanza la edad de 65 años. Si la persona asegurada tendrá 65 años dentro de 27, ¿cuál será el valor de la cifra de \$1 000 000 en términos de dólares con poder de compra de hoy, si la tasa de inflación es de 3% anual durante dicho periodo de tiempo?

Tasas de interés real y de mercado

- 14.12** Diga las condiciones en las que, respecto de la tasa de interés real, el interés del mercado es *a)* mayor que, *b)* menor que, y *c)* el mismo.
- 14.13** Calcule la tasa de interés ajustada por inflación cuando la tasa de inflación es de 27% anual (Caracas, 2004) y la tasa de interés real es de 4% por año.
- 14.14** ¿Qué tasa de inflación se obtiene a partir de una tasa de interés del mercado de 15% por año, cuando la tasa de interés real es de 4% anual?

Comparación de alternativas con ajuste por inflación

- 14.20** Un contratista que construye y da mantenimiento a infraestructura regional está por decidir si compra ahora una máquina compacta nueva de perforación horizontal direccional (PHD), o espera 2 años para la adquisición, momento en que el contrato para una tubería larga haría necesario el nuevo equipo. La máquina PHD incluiría un diseño innovador de cargador de tubo y un sistema acarreador maniobrable. El costo del sistema es de \$68 000 si se compra ahora, o \$81 000 si se adquiere dentro de 2 años. Con una TMAR de interés real de 10% anual e inflación de 5% por año, determine si la compañía debe

comprar ahora o después, *a*) sin ningún ajuste por inflación, y *b*) con la inflación tomada en cuenta.

14.21 Como una forma innovadora de pagar por varios paquetes de software, una compañía nueva de servicios de alta tecnología ofreció pagarle a usted, dueño de otra empresa, en una de tres maneras: 1) pagar ahora \$400 000, 2) pagar \$1.1 millones dentro de 5 años, o 3) pagar dentro de 5 años una cantidad que tenga el mismo *poder de compra* que \$750 000 de hoy. Si usted quiere obtener una tasa de interés real de 10% por año y la inflación es de 6% anual, ¿cuál oferta debe aceptar?

14.22 Considere las alternativas A y B, con base en sus valores presentes, con el uso de una tasa de interés real de 10% por año e inflación de 3% anual, *a*) sin hacer ningún ajuste por inflación, y *b*) con la inflación considerada.

	Máquina A	Máquina B
Costo inicial, \$	-31 000	-48 000
Costo de operación anual, \$/año	-28 000	-19 000
Valor de rescate, \$	5 000	7 000
Vida, años	5	5

14.23 Compare las alternativas que se presentan en seguida con base en sus costos capitalizados con ajustes incluidos por inflación. Use una $i_r = 12\%$ anual y $f = 3\%$ anual.

	Alternativa X	Alternativa Y
Costo inicial, \$	-18 500 000	-9 000 000
Costo de operación anual, \$/año	-25 000	-10 000
Valor de rescate, \$	105 000	82 000
Vida, años	∞	10

14.24 Una ingeniera debe recomendar una de dos máquinas para integrarla a una línea de manufactura actualizada. Ella obtiene estimaciones de dos vendedores: el vende-

dor A le da las estimaciones en dólares futuros (corrientes para entonces), mientras que el B le entrega estimaciones en dólares de hoy (de valor constante). La compañía tiene una TMAR de 15% real anual y espera que la inflación sea de 5% anual. Use el análisis del VP para determinar cuál máquina debería recomendar la ingeniera.

	Vendedor A, \$ futuros	Vendedor B, \$ de hoy
Costo inicial, \$	-60 000	-95 000
Costo de operación anual, \$/año	-55 000	-35 000
Vida, años	10	10

Valor futuro y otros cálculos con inflación

14.25 Un ingeniero compró un bono corporativo emitido por Finance Bank ligado a la inflación (es decir, el interés del bono cambia con la inflación), que tiene un valor nominal de \$25 000. En la época en que se compró el bono, el rendimiento era de 2.16% anual *más* la inflación, pagadero en forma mensual. La tasa de interés del bono se ajusta cada mes con base en el cambio del Índice de Precios al Consumidor (IPC) respecto al mismo mes del año anterior. En un mes en particular, el IPC fue 3.02% más alto que el del mes del año anterior.

- a*) ¿Cuál es el rendimiento nuevo del bono?
- b*) Si el interés se paga mensualmente, ¿cuánto interés recibió el ingeniero en dicho mes (es decir, después del ajuste)?

14.26 Un ingeniero deposita \$10 000 en una cuenta cuando la tasa de interés del mercado es de 10% anual y la inflación de 5% por año. La cuenta se mantiene sin movimiento durante 5 años.

- a*) ¿Cuánto dinero habrá en la cuenta?
- b*) ¿Cuál será el poder de compra (de adquisición) en términos de dólares de hoy?
- c*) ¿Cuál es la tasa de rendimiento real que se obtiene sobre la cuenta?

- 14.27** Una compañía química desea reservar dinero ahora para poder comprar dentro de 3 años registradores de datos nuevos. Se espera que el precio de los registradores se incremente sólo en el porcentaje inflacionario de 3.7% anual durante cada uno de los 3 próximos años. Si el costo total de los equipos es hoy de \$45 000, determine *a)* su costo esperado dentro de 3 años, y *b)* ¿cuánto tendrá que reservar la empresa ahora si percibe una tasa de interés de 8% anual?
- 14.28** Construir cierta rampa de emergencia en una autopista costó de \$625 000 hace 7 años. Un ingeniero diseña otra casi con las mismas estimaciones y su costo ahora sería de \$740 000. Si el costo se hubiera incrementado únicamente en el porcentaje de la inflación durante el periodo de tiempo mencionado, ¿cuál fue la tasa de inflación anual?
- 14.29** Si usted hiciera una inversión en bienes raíces comerciales que le garantizaran la obtención neta de \$1.5 millones dentro de 25 años, ¿cuál sería el *poder de compra* de ese dinero respecto a dólares de hoy, si la tasa de interés del mercado es de 8% anual y la inflación permanece en 3.8% por año durante ese periodo de tiempo?
- 14.30** Goodyear Tire and Rubber Corporation puede comprar equipo hoy por \$80 000 o adquirirlo dentro de 3 años en \$128 000. El requerimiento de TMAR para la planta es un rendimiento real de 15% por año. Si debe tenerse en cuenta una tasa de inflación de 4% anual, ¿debe la compañía comprar la máquina ahora o después?
- 14.31** En un periodo de inflación de 3% anual, ¿cuánto costará una máquina dentro de 3 años en términos de *dólares de valor constante*, si el costo hoy es de \$40 000 y se espera que el costo de la máquina se incremente solamente en el porcentaje de la inflación?
- 14.32** En un periodo de inflación de 4% anual, ¿cuánto costará una máquina dentro de 3 años en términos de *dólares de valor constante*, si hoy cuesta \$40 000 y el fabricante planea elevar el precio de modo que obtenga una tasa de rendimiento real de 5% anual durante dicho periodo de tiempo?
- 14.33** Convierta \$100 000 dólares de hoy a dólares corrientes del año 10, cuando la *tasa de deflación* es de 1.5% anual.
- 14.34** Una compañía ha sido invitada para que invierta \$1 000 000 en una sociedad y reciba una cantidad total garantizada de \$2.5 millones después de 4 años. La política corporativa establece que la TMAR siempre se establece 4% por arriba del costo real del capital. Si la tasa de interés real pagado sobre el capital es actualmente de 10% por año, y se espera que la tasa de inflación durante el periodo de 4 años sea de 3% anual, ¿se justifica económicamente la inversión?
- 14.35** El Premio Nobel se estableció en 1901 con \$150 000; en 1996 se elevó de \$489 000 a \$653 000. *a)* ¿Con qué tasa de inflación sería equivalente (en poder adquisitivo) el premio de \$653 000 de 1996, al premio original de 1901? *b)* Si la fundación espera que en promedio la inflación sea de 3.5% anual de 1996 a 2010, ¿qué monto debería tener el premio en 2010 para poseer el mismo valor que en 1996?
- 14.36** Los factores que incrementan los costos y precios —en especial para materiales y manufacturas sensibles al mercado, tecnología y disponibilidad de mano de obra— pueden considerarse por separado con el uso de la tasa de interés real i , la tasa de inflación f , e incrementos adicionales que crecen con tasa geométrica g . La cantidad futura se calcula con base en una estimación actual por medio de la relación:
- $$F = P(1 + i)^n(1 + f)^n(1 + g)^n$$
- $$= P[(1 + i)(1 + f)(1 + g)]^n$$
- El producto de los dos primeros términos encerrados entre paréntesis da como resultado la tasa de interés inflada i_f . La tasa geo-

métrica es la misma que la usada en la serie gradiente geométrico (véase el capítulo 2). Por lo común se aplica a incrementos en el costo de mantenimiento y reparaciones conforme la maquinaria envejece, lo que está por arriba de la tasa de inflación. Si el costo corriente de manufacturar un subcomponente electrónico es de \$250 000 anuales, ¿cuál es el valor equivalente dentro de 5 años si se estima que las tasas promedio anuales son: $i = 5\%$, $f = 3\%$, y $g = 2\%$, por año?

Recuperación de capital con inflación

- 14.37** Aquatech Mycosystems gastó \$183 000 en un protocolo de comunicaciones para lograr la operabilidad entre sus sistemas de utilerías. Si la compañía usa una tasa de interés real de 15% anual en dichas inversiones y un periodo de recuperación de 5 años, ¿cuál es el valor anual del gasto en dólares corrientes de ese entonces, con una tasa de inflación de 6% anual?
- 14.38** La compañía ADSL hizo una inversión de \$40 millones en equipo con la expectativa de recuperarlos en 10 años. La empresa tiene una TMAR basada en una tasa de rendimiento real de 12% anual. Si la inflación es de 7% por año, ¿cuánto debe obtener la compañía cada año para alcanzar su expectativa, a) en dólares de valor constante, y b) en dólares del futuro.
- 14.39** ¿Cuál es el valor anual en dólares corrientes durante los años 1 a 5 de una cuenta de \$750 000 de ahora si la *tasa de interés del mercado* es de 10% anual, y la tasa de inflación es de 5% por año?
- 14.40** Un ingeniero mecánico recién graduado quiere formar un fondo de reserva como seguro neto para pagar sus gastos en el improbable caso de quedarse desempleado durante un breve periodo. Se propone acumular \$15 000 durante los 3 años siguientes, con la previsión de que la cantidad tenga el mismo poder adquisitivo que \$15 000 de hoy. Si la tasa esperada del mercado sobre inversiones es de 8% por

año, y la inflación es en promedio de 2% anual, encuentre la cantidad por año necesaria para cumplir la meta.

- 14.41** Un laboratorio de investigación en ingeniería genética animal, con sede en Europa, planea hacer un gasto importante en equipo de investigación. El laboratorio necesita \$5 millones de dólares de hoy, de manera que pueda efectuar la adquisición dentro de 4 años. La tasa de inflación es estable de 5% por año. a) ¿Qué cantidad de dólares futuros se necesitaría al momento de comprarse el equipo si se mantuviera el poder adquisitivo? b) ¿Cuál es la cantidad requerida por año del depósito, en un fondo que gana la tasa del mercado de 10% anual, para garantizar que la cantidad calculada en el inciso a) logre acumularse?
- 14.42** a) Calcule el valor anual equivalente perpetuo en dólares del futuro (para los años 1 al ∞) para un ingreso de \$50 000 de hoy y \$50 00 cada año de ahí en adelante. Suponga que la tasa de interés del mercado es de 8% anual y la inflación es en promedio de 4% anual. Todas las cantidades se piden en dólares futuros.
b) Si las cantidades se solicitan en *dólares de valor constante*, ¿cómo se encuentra el valor anual en *dólares del futuro*?
- 14.43** Las dos máquinas de las que se dan detalles a continuación están en estudio para una operación de manufactura de chips. Suponga que la TMAR de la compañía es un rendimiento real de 12% anual y que la tasa de inflación es de 7% por año. ¿Cuál máquina debe seleccionarse con base en un análisis de valor anual, si las estimaciones están en a) dólares de valor constante, y b) dólares del futuro.

	Máquina A	Máquina B
Costo inicial, \$	-150 000	-1 025 000
Costo anual de mantenimiento y operación \$/año	-70 000	-5 000
Valor de rescate, \$	40 000	200 000
Vida, años	5	∞

PROBLEMAS DE REPASO FI

- 14.44** Para una tasa de interés de mercado de 12% anual y una tasa de inflación de 7% anual, la tasa de interés real anual es más cercana a:
- a) 4.7%
 - b) 7%
 - c) 12%
 - d) 19.8%
- 14.45** Cuando todos los flujos de efectivo futuros se expresan en dólares corrientes, la tasa que debe usarse para encontrar el valor presente es la:
- a) TMAR real
 - b) Tasa de inflación
 - c) Tasa de interés inflada
 - d) Tasa de interés real
- 14.46** Para convertir dólares de valor constante en dólares inflados, es necesario:
- a) Dividir entre $(1 + i_f)^n$
 - b) Dividir entre $(1 + f)^n$
 - c) Dividir entre $(1 + i)^n$
 - d) Multiplicar por $(1 + f)^n$
- 14.47** Para convertir dólares inflados en dólares de valor constante, es necesario:
- a) Dividir entre $(1 + i_f)^n$
 - b) Dividir entre $(1 + f)^n$
 - c) Dividir entre $(1 + i)^n$
 - d) Multiplicar por $(1 + f)^n$
- 14.48** Cuando la tasa de interés del mercado es menor que la tasa de interés real, entonces:
- a) La tasa de interés inflada es mayor que la tasa de interés real
 - b) La tasa de interés real es igual a cero
 - c) Existe una condición deflacionaria
 - d) Sucede todo lo anterior.
- 14.49** Cuando dólares del futuro se expresan en términos de dólares de valor constante, la tasa que debe usarse en los cálculos de valor presente es la:
- a) Tasa de interés real
 - b) Tasa de interés del mercado
 - c) Tasa de inflación
 - d) Tasa del mercado menos la tasa de inflación

EJERCICIO AMPLIADO

INVERSIONES DE INGRESO FIJO CONTRA LAS FUERZAS DE LA INFLACIÓN

Los ahorros e inversiones que un individuo mantiene deberían tener algún equilibrio entre patrimonio (por ejemplo, acciones corporativas que dependen del crecimiento del mercado e ingresos por dividendos) y las inversiones de ingreso fijo (es decir, bonos que pagan dividendos al comprador). Cuando la inflación es moderadamente elevada, los bonos convencionales ofrecen un bajo rendimiento en comparación con las acciones, ya que el potencial para el crecimiento de mercado no se presenta con los bonos. De manera adicional, la fuerza de la inflación hace que los dividendos valgan menos en los años futuros, debido a que no existe ajuste de inflación en la cantidad de dividendos pagados conforme pasa el tiempo. Sin embargo, los bonos en realidad ofrecen un ingreso estable que puede ser importante para un individuo, y sirven para preservar el capital invertido en el bono, pues el valor nominal se regresa al vencimiento.

Harold es un ingeniero que quiere un flujo de dinero predecible para viajar y vacacionar. Él tiene un salario lo suficientemente alto como para considerarse dentro de un rango impositivo relativamente elevado (28% o más). Como primer paso, decidió comprar un bono municipal, debido al ingreso predecible y al hecho de que el dividendo está completamente libre de impuestos sobre la renta, tanto federales como estatales. Él planea comprar un bono municipal exento de impuesto que tiene un valor nominal de \$25 000, una tasa de 5.9% pagada anualmente y con vencimiento en 12 años.

Preguntas

Ayude a Harold con algún análisis para responder lo siguiente, usando una hoja de cálculo:

1. ¿Cuál es la tasa de rendimiento global si el bono se conserva hasta su vencimiento? ¿Este valor de rendimiento tiene alguno de los efectos inherentes de la inflación incluidos en él?
 2. Harold puede decidir vender el bono inmediatamente después del tercer dividendo anual. ¿Cuál es el precio de venta mínimo si él quiere lograr un 7% de rendimiento real y desea ajustarlo para una inflación de 4% anual?
 3. Si Harold tuviese necesidad de dinero inmediatamente después del tercer pago de dividendo, ¿cuál sería el precio de venta mínimo del bono en dólares futuros, si él vendiera por una cantidad que es equivalente al poder de compra del precio original?
 4. Como seguimiento a la pregunta 3, ¿qué ocurre al precio de venta (en dólares futuros) 3 años después de la compra, si Harold desea incluir el poder de compra corriente de entonces de cada uno de los dividendos en el cálculo para determinar el precio de venta? Suponga que Harold gasta los dividendos inmediatamente después de recibirlos.
 5. Harold planea retener el bono hasta su vencimiento en 12 años, pero necesita un rendimiento de 7% anual ajustado al 4% anual de inflación. Tal vez él esté dispuesto a comprar el bono con un descuento, es decir, pagar menos de los \$25 000 ahora. ¿Cuál es el máximo que debería pagar por el bono?
-

15

CAPÍTULO

Estimación de costos y asignación de costos indirectos

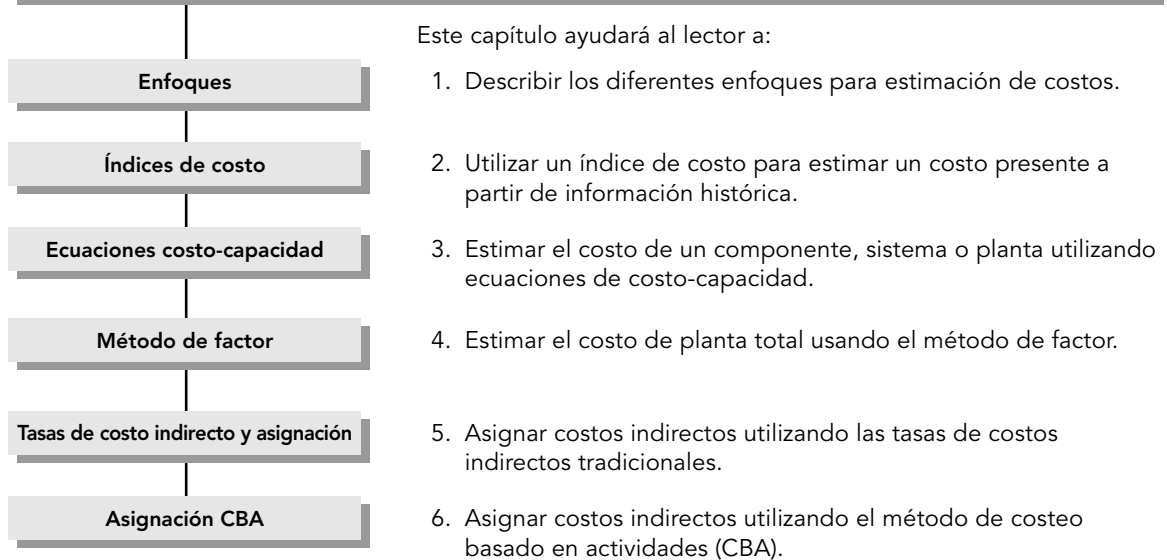
Hasta este momento, los valores del flujo de efectivo de costos e ingresos se han establecido o supuesto como conocidos. En realidad, no lo están; deben estimarse. Este capítulo explica qué implica la estimación de costos y aplica las técnicas de estimación de costos. La *estimación de costos* es importante en todos los aspectos de un proyecto, pero especialmente en las etapas de concepción del proyecto, el diseño preliminar, el diseño detallado y el análisis económico. Cuando se desarrolla un proyecto en los sectores público o privado, preguntas acerca de los costos e ingresos se formularán por parte de los individuos que representan diversas funciones: administración, ingeniería, construcción, producción, calidad, finanzas, seguridad, ambiental, legal y mercadotecnia, por mencionar algunas. En la práctica de la ingeniería, la estimación de costos recibe mucho más atención que la estimación de ingresos; los costos son el tema del presente capítulo.

A diferencia de los costos directos por mano de obra y materiales, los costos indirectos no son fácilmente ubicados en un departamento, máquina o línea de proceso específicos. Por lo tanto, la *asignación de costos indirectos* para funciones tales como servicios generales, seguridad, administración y dirección, compras y calidad, se realiza usando algunas bases racionales. En este capítulo se cubren tanto el método tradicional de asignación como el método de costeo basado en actividades (CBA). También se realiza la comparación entre estos dos enfoques.

Se presentan dos estudios de caso. El primero se centra en el análisis de sensibilidad de estimación de costos, mientras que el segundo examina la asignación de costos indirectos en un escenario manufacturero.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Objetivo general: efectuar estimaciones de costos e incluir la dimensión de asignación de costos indirectos en un estudio de ingeniería económica.



15.1 COMPRENSIÓN DE CÓMO SE LOGRA LA ESTIMACIÓN DE COSTOS

La estimación del costo es una importante actividad que se realiza en las etapas iniciales de prácticamente cada actividad de la industria, los negocios y el gobierno. En general, la mayoría de las estimaciones de costo se desarrollan ya sea para un *proyecto* o un *sistema*; sin embargo, son muy comunes las combinaciones de ambos. Por lo general un proyecto involucra objetos físicos, como edificios, puentes, plantas de manufactura y plataformas marinas de perforación, por mencionar sólo algunos. Un sistema es, en general, un diseño operacional que involucra procesos, software y otros conceptos no físicos; por ejemplo un sistema de órdenes de compra, algún paquete de software y un sistema de control remoto basado en Internet. En forma adicional, las estimaciones de costo generalmente se hacen para el desarrollo inicial del proyecto o sistema, con los costos del ciclo de vida de mantenimiento y actualización estimados como porcentaje del costo primario. Por supuesto, muchos proyectos tendrán elementos importantes que no son físicos, por lo que deben desarrollarse estimaciones de ambos tipos. Por ejemplo, considere un sistema de red de cómputo; no habría sistema operacional si únicamente se estimara el hardware de cómputo más los cables y conectores inalámbricos; tiene igual importancia la estimación de los costos del software, el personal y el mantenimiento. Gran parte del análisis que sigue se concentra en proyectos de base física. Sin embargo, la lógica se aplica mucho a la estimación del costo por proyecto y diseños de sistemas. Hasta este momento, se han proporcionado o dado por conocidas casi todas las estimaciones de flujo de efectivo en los ejemplos, problemas y ejercicios del libro. En la práctica del mundo real, los flujos de efectivo para costos e ingresos deben estimarse antes de la evaluación de un proyecto o de la comparación de alternativas. Nos concentramos en la estimación de costos porque los costos son los principales valores estimados para el análisis económico. Las estimaciones de ingreso utilizadas por los ingenieros a menudo se desarrollan por mercadotecnia, ventas y otros departamentos.

Los costos están constituidos por *costos indirectos* y *costos directos*. Históricamente, sólo los costos directos se han estimado con cierto detalle, y después se incorporan los costos indirectos usando tasas y factores estándar. Sin embargo, los costos directos en la mayor parte de los escenarios de manufactura y ensamble se han convertido en porcentajes pequeños del costo global de producto, mientras que los costos indirectos han llegado a ser mucho mayores. En concordancia, muchos escenarios industriales requieren también cierta estimación para los costos indirectos. La asignación de los costos indirectos se analiza con mayor detalle en secciones posteriores de este capítulo. Aquí se analizan primero los costos directos.

Debido a que la estimación de costos es una actividad compleja, las siguientes preguntas forman una estructura para nuestro análisis.

- ¿Qué componentes del costo deben estimarse?
- ¿Qué enfoque debe aplicarse para la estimación de costos?
- ¿Cuán precisas deben ser las estimaciones?
- ¿Qué técnicas de estimación se utilizarán?

Costos a estimar Si un proyecto gira alrededor de una pieza única de equipo, por ejemplo un robot industrial, los *componentes de costo* serán significativamente sencillos y menos abundantes que los de un sistema completo, como la línea de manufactura y prueba de un producto nuevo. En consecuencia, resulta importante conocer abiertamente cuánto requerirá la tarea de estimar costos. Ejemplos de componentes de costos son el costo inicial P y el costo anual de operación (COA), también llamado costos M&O (mantenimiento y operación) de equipo. Cada componente tendrá varios *elementos de costo*, algunos de los cuales se estiman de manera directa, y otros requieren el examen de registros de proyectos similares, e incluso otros deben modelarse usando una técnica de estimación. A continuación se listan algunos elementos-muestra de componentes del costo inicial y del COA.

Componente del costo inicial P :

- Elementos: Costo de equipo
- Cargos de entrega
- Costo de instalación
- Cobertura de seguro
- Entrenamiento inicial del personal que utilizará el equipo

El costo del equipo entregado es la suma de los dos primeros elementos; el costo del equipo instalado agrega el tercer elemento. La recuperación de capital (RC) para el costo inicial se determina usando la TMAR y el factor A/P durante la vida estimada del equipo.

Componente COA, una parte del costo anual equivalente A :

- Elementos: Costo directo de mano de obra para el personal de operación
- Materiales directos
- Mantenimiento (diario, periódico, reparaciones, etc.)
- Reelaboración y reconstrucción

Algunos de estos elementos, como el costo del equipo, pueden determinarse con mucha precisión; otros, como los costos de mantenimiento, son difíciles de calcular. Cuando deben estimarse los costos para un sistema completo, el número de los componentes y los elementos de los costos probablemente serán centenares. Por lo tanto, es necesario jerarquizar las tareas de estimación.

Para ciertos proyectos (casas, oficinas, carreteras y algunas plantas químicas) existen paquetes estándar para la estimación de costos, disponibles en formatos impresos o en *software*. Por ejemplo, los departamentos estatales de carreteras utilizan paquetes de *software* que facilitan la aplicación correcta de los componentes del costo (puentes, pavimento, perfiles de corte y llenado, etc.), y estiman los costos usando relaciones interconstruidas probadas en el tiempo. Una vez que se han calculado estos componentes, se incorporan las excepciones del proyecto específico. Sin embargo, no existen paquetes de *software* que vengan “enlatados” específicamente para un alto porcentaje de la estimación de costos en industrias, en negocios y en el sector público.

Enfoque de la estimación de costo Tradicionalmente, en la industria, negocios y sector público, se aplican enfoques ascendentes en la estimación del costo. Para una interpretación sencilla de dicho enfoque, véase la figura 15.1 (izquierda). El orden es el siguiente: se identifican los componentes del costo y sus elementos, se estiman los elementos del costo, y se suman los cálculos para obtener el costo directo total. Después se determina el precio al añadir costos indirectos y el margen de ganancia, que generalmente es un porcentaje del costo total. Este enfoque funciona adecuadamente cuando la competencia no es el factor dominante en la determinación del precio del producto o servicio.

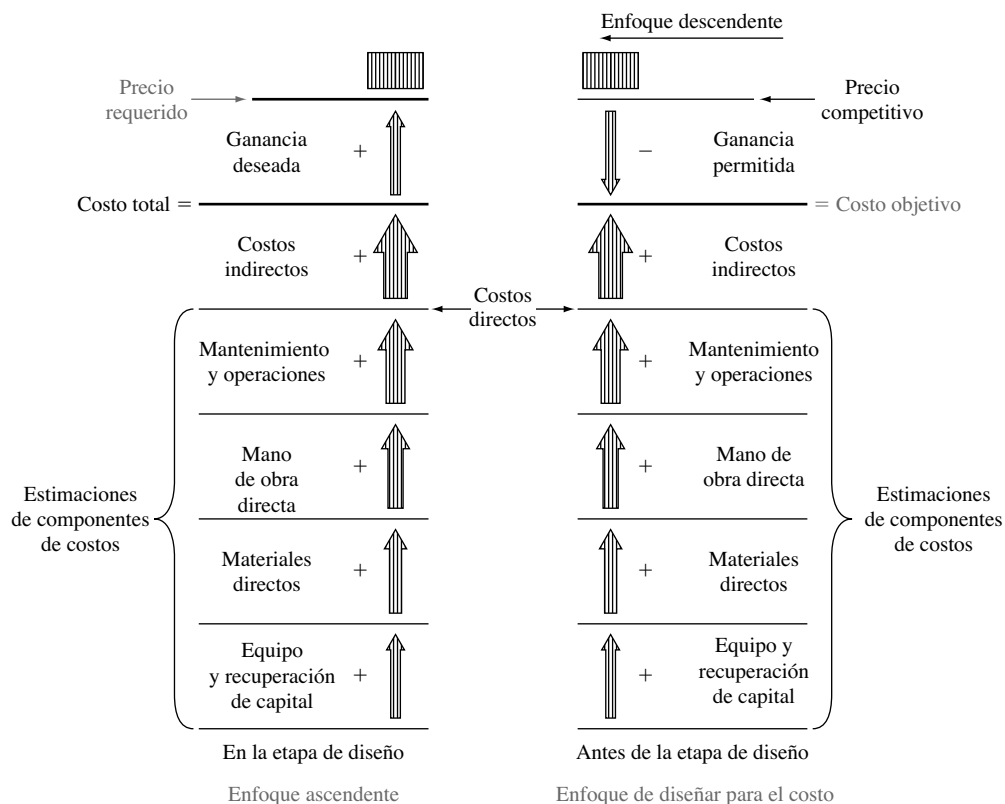
El enfoque ascendente considera el precio requerido como una variable de salida, y los cálculos de costos como variables de entrada.

La figura 15.1 (derecha) muestra un orden simplificado para el enfoque diseño-costo o descendentes. El precio competitivo establece el costo objetivo.

El enfoque diseñar para el costo o descendente considera el precio competitivo como una variable de entrada y las estimaciones de costo como variables de salida.

Figura 15.1

Procesos simplificados de estimación de costos para los enfoques ascendente y descendente.



Este enfoque le da mucho énfasis a la precisión de la actividad de estimación de precios. El costo objetivo deberá ser realista o podría desanimar al personal técnico y de diseño.

El enfoque diseñar para el costo se aplica mejor en las primeras etapas de diseño de un producto nuevo o mejorado. Los detalles del diseño, así como las opciones específicas del equipo, aún se desconocen; sin embargo, las estimaciones de precios ayudan a establecer los costos objetivo para los diferentes componentes. Este enfoque es útil para fomentar la innovación, los diseños nuevos, el mejoramiento del proceso de manufactura, así como su eficiencia. Éstos son algunos de los elementos esenciales en los sistemas de *ingeniería del valor* y *valor agregado*.

Por lo general, el enfoque resultante es cierta combinación de estas dos filosofías de estimación de costos. Sin embargo, es útil comprender de manera directa qué enfoque debe resaltarse. Históricamente, el enfoque ascendente es más predominante en las culturas de ingeniería occidentales, especialmente en Estados Unidos y Canadá. El enfoque diseñar para el costo se considera rutinario en las culturas de ingeniería orientales, especialmente en las naciones industrializadas como Japón y otros países asiáticos.

Precisión de las estimaciones Ninguna estimación de costo se espera que sea exacta; no obstante, se espera que sean lo suficientemente razonables y precisas para apoyar el escrutinio económico. La precisión requerida aumenta conforme el proyecto progresa, desde el diseño preliminar hacia el diseño detallado y hasta la evaluación económica. Se espera que los costos estimados realizados antes y durante la etapa del diseño preliminar sean buenas estimaciones “de primera mano”, que sirvan como entrada al presupuesto del proyecto. Las técnicas de estimación, como el método unitario, se aplican en esta etapa.

El *método unitario* es una técnica de estimación popular muy preliminar. El costo estimado total se obtiene al multiplicar el número de unidades por un factor de costo por unidad. Ejemplos de factores de costo son

El costo de operación por milla de un automóvil, incluido el combustible, los seguros, el uso y las descomposturas (es decir, 34.5 centavos por milla)

Costo de construcción de vivienda por superficie habitable (es decir, \$150 por pie cuadrado)

Costo de cable eléctrico subterráneo por milla

Costo de espacio de estacionamiento en un garage

Costo por milla de construcción de una calle suburbana con ancho estándar

En las actividades de negocios cotidianas son evidentes los casos del método unitario. Si los costos de construcción de vivienda son de \$150 en promedio por pie cuadrado, la estimación preliminar del costo para una casa de 200 pies cuadrados es de \$300 000. Si viajar en automóvil tiene un costo de \$0.345 por milla, un viaje de negocios de 200 millas cuesta aproximadamente \$70, en lo concerniente al coche.

Si se utiliza en las etapas tempranas y de diseño conceptual, es frecuente que las estimaciones anteriores se denominen como estimaciones del *orden de magnitud*. En la etapa de diseño detallado, se espera que las estimaciones de costo tengan suficiente exactitud para apoyar la evaluación económica de decisiones entre realizar o no. Toda especificación de proyecto tiene características propias, pero en la etapa

de diseño detallado se espera un rango de estimaciones de costos reales de entre $\pm 5\%$ y $\pm 15\%$.

Técnicas de estimación de costos Los métodos como la opinión de expertos y la comparación con instalaciones comparables sirven como excelentes estimadores. El uso de *índices de costos* basa la presente estimación de costos en experiencias de costos pasadas, considerando la inflación. Los modelos como las *ecuaciones costo-capacidad* y el *método de factor* son simples técnicas matemáticas aplicadas en la etapa de diseño preliminar. Estas *relaciones de estimación de costos (REC)* se presentan en las siguientes secciones. Existen muchos métodos adicionales analizados en manuales y publicaciones de diferentes sectores industriales y de negocios.

15.2 ÍNDICES DE COSTOS

Un *índice de costos* es una razón del costo actual de un artículo respecto de su costo en algún momento del pasado. Como tal, el índice es un número adimensional que muestra el cambio relativo del costo a lo largo del tiempo. De estos índices, el más familiar para la mayoría de la gente es el índice de precios al consumidor (IPC), que señala la relación entre los costos presentes y pasados para muchos de los artículos que los consumidores “típicos” deben comprar. Dicho índice incluye artículos como alquiler de vivienda, comida, transporte y ciertos servicios. Otros índices consideran el costo de equipos, bienes y servicios que son más pertinentes para aplicaciones de ingeniería. La tabla 15.1 es un listado de algunos de los índices más comunes.

La ecuación general para actualizar costos a través del uso de un índice de costos durante un periodo desde el tiempo $t = 0$ (base) hasta otro tiempo t es:

$$C_t = C_0 \left(\frac{I_t}{I_0} \right) \quad [15.1]$$

donde C_t = costo estimado en el tiempo presente t

C_0 = costo en el tiempo anterior t_0

I_t = valor del índice en el tiempo t

I_0 = valor del índice en el tiempo t_0

En general, los índices para equipo y materiales se elaboran a partir de una mezcla de componentes, a los cuales se asignan ciertos pesos, subdividiendo algunas veces los componentes en aspectos más básicos. Por ejemplo, el equipo, la maquinaria y los componentes de apoyo del índice de costo de las plantas químicas se subdividen en maquinaria de proceso, tuberías, válvulas y accesorios, bombas y compresores, etcétera. Estos subcomponentes, a su vez, se construyen a partir de artículos aún más básicos como tubería de presión, tubería negra y tubería galvanizada. La tabla 15.2 muestra el índice de costo de la planta de *Chemical Engineering*, el índice de costo de construcción de *Engineering News Record (ENR)*, y el índice de costo de equipo de Marshall & Swift (M&S) para varios años. Al periodo base de 1957-1959 se le asigna un valor de 100 para el índice del costo de planta de *Chemical Engineering (CE)*, 1913 = 100 para el índice *ENR*, y 1 926 = 100 para el índice de costo de equipo de M&S.

TABLA 15.1 Tipos y fuentes de diversos índices de costos

Tipo de índice	Fuente
Precios globales	
Consumidor (IPC)	Bureau of Labor Statistics
Productor (mayorista)	U.S. Department of Labor
Construcción	
Planta química global	<i>Chemical Engineering</i>
Equipo, maquinaria y apoyos	
Mano de obra de construcción	
Edificios	
Ingeniería y supervisión	
<i>Engineering News Record</i> global	<i>Engineering News Record (ENR)</i>
Construcción	
Edificación	
Mano de obra común	
Mano de obra calificada	
Materiales	
Índices de planta de tratamiento de la EPA	Environmental Protection Agency, EPA
Tratamiento avanzado en grandes ciudades (LCAT)	
Tratamiento convencional en pequeñas ciudades (SCCT)	
Autopistas federales	
Costo de contratistas	
Equipo	
Marshall and Swift (M&S) global	Marshall & Swift
Industrias específicas M&S	
Mano de obra	
Producto por hora-hombre por industria	U.S. Department of Labor

Los valores actuales y pasados de varios índices pueden obtenerse de Internet. Por ejemplo, el índice de costo *CE* se encuentra disponible en el sitio www.che.com/pindex. El índice de costos de construcción *ENR* se halla en www.construction.com, donde se ofrece una serie exhaustiva de recursos relacionados con la construcción, inclusive de varios índices de costo *ENR* y sistemas de estimación. El sitio www.eng-tips.com, usado por muchos profesionales de la ingeniería, aparece como *grupo de conversación técnica* acerca de todos los tipos de temas, incluyendo la estimación.

En las industrias manufacturera y de servicios, los índices de costos tabulados no están fácilmente disponibles. El índice de costos variará tal vez con la región del país, el tipo de producto o servicio, y muchos otros factores más. Cuando se estiman los costos para un sistema de manufactura, con frecuencia es necesario desarrollar

TABLA 15.2 Valores de índices seleccionados

Año	Índice de costo Planta CE	Índice de costo Construcción ENR	Índice de costo Equipo M&S
1985	325.3	4 195	789.6
1986	318.4	4 295	797.6
1987	323.8	4 406	813.6
1988	342.5	4 519	852.0
1989	355.4	4 615	895.1
1990	357.6	4 732	915.1
1991	361.3	4 835	930.6
1992	358.2	4 985	943.1
1993	359.2	5 210	964.2
1994	368.1	5 408	993.4
1995	381.1	5 471	1 027.5
1996	381.8	5 620	1 039.2
1997	386.5	5 826	1 056.8
1998	389.5	5 920	1 061.9
1999	390.6	6 059	1 068.3
2000	394.1	6 221	1 089.0
2001	394.3	6 343	1 093.9
2002	395.6	6 538	1 104.2
2003	401.7	6 694	1 123.6
2004	434.6	7 064	1 136.0
	(Mitad del año)	(Mitad del año)	(Estimado)

el índice de costos para las variables del costo de alta prioridad, tales como componentes subcontratados, materiales seleccionados y costos de mano de obra. El desarrollo del índice de costos requiere el costo real en diferentes momentos para una cantidad y calidad específicas del rubro. El *periodo base* es un tiempo seleccionado

EJEMPLO 15.1

Al evaluar la factibilidad de un proyecto de construcción importante, un ingeniero está interesado en determinar el costo de la mano de obra calificada para el trabajo. El ingeniero encuentra que un proyecto de complejidad y magnitud similares se terminó hace 5 años, con un costo de mano de obra calificada de \$360 000. El índice de mano de obra calificada *ENR* era entonces de 3 496 y ahora se encuentra en 4 038. ¿Cuál es el costo esperado de la mano de obra calificada para el nuevo proyecto?

Solución

El tiempo base t_0 es hace 5 años. Al utilizar la ecuación [15.1], la estimación del costo presente es

$$C_t = 360\,000 \left(\frac{4\,038}{3\,496} \right) \\ = \$415\,812$$

cuando el índice se define con un valor base de 100 (o 1). El índice de cada año (periodo) se determina como el costo dividido entre el costo del año base y multiplicado por 100. Los valores de índice futuro pueden obtenerse utilizando extrapolación simple o técnicas matemáticas más avanzadas, tales como un análisis de serie de tiempo. El desarrollo de índices de costo se ilustra en el siguiente ejemplo.

EJEMPLO 15.2

Un ingeniero de manufactura en Hughes Industries está en el proceso de estimar los costos para una expansión de la planta. Dos artículos importantes usados en el proceso de elaboración son una tarjeta de circuitos subcontratada y una aleación de platino preprocesada. Los puntos de verificación sobre los precios contratados a través del Departamento de Compras, a intervalos de 6 meses (primero y tercer trimestres, o Q1 y Q3), muestran los siguientes costos históricos. Sea el primer trimestre de 2001 el periodo base, y determine los índices de costos utilizando una base de 100.

Año	1999		2000		2001		2002
Trimestre	Q1	Q3	Q1	Q3	Q1	Q3	Q1
Tarjeta de circuito, \$/unidad	57.00	56.90	56.90	56.70	56.60	56.40	56.25
Aleación de platino, \$/onza	446	450	455	575	610	625	635

Solución

Para cada artículo, el índice (I/I_0) se calcula con el costo del primer trimestre de 2001 usado para el valor I_0 . Como se indica por los índices de costos mostrados, el índice para la tarjeta de circuitos es estable, mientras que el índice de la aleación de platino aumenta continuamente.

Año	1999		2000		2001		2002
Trimestre	Q1	Q3	Q1	Q3	Q1	Q3	Q1
Índice de costo tarjeta de circuito	100.71	100.53	100.53	100.17	100.00	99.65	99.38
Índice de costo aleación de platino	73.11	73.77	74.59	94.26	100.00	102.46	104.10

Comentario

El uso del índice de costos para predecir costos debería llevarse a cabo con una buena comprensión de la variable misma. Aumenta el índice de costos de la aleación de platino, aunque el platino es mucho más susceptible a las tendencias y condiciones del mercado económico, que el costo de la tarjeta de circuitos. Por consiguiente, los índices de costos con frecuencia son más confiables para estimar costos presentes y futuros a corto plazo.

Los índices de costos resultan sensibles, a través del tiempo, a los cambios tecnológicos. La cantidad y calidad predefinidas usadas para obtener valores de costo pueden ser difíciles de retener a lo largo del tiempo, así que puede ocurrir un “deslizamiento de índice”. La actualización del índice y su definición son necesarios cuando ocurren cambios identificables.

15.3 RELACIONES DE ESTIMACIÓN DE COSTO: ECUACIONES COSTO-CAPACIDAD

Las variables de diseño (velocidad, peso, empuje, tamaño físico, etcétera) para plantas, equipo y construcción se determinan en las etapas iniciales de diseño. Las relaciones de estimación de costos (REC) emplean estas variables de diseño para predecir costos. Por lo tanto, una REC es, por lo general, diferente del método de índice de costos, debido a que el índice se basa sobre el costo histórico de una cantidad y calidad definidas de una variable.

Uno de los modelos REC más ampliamente utilizado es la *ecuación de costo-capacidad*. Como el nombre lo indica, se trata de una ecuación que relaciona el costo de un componente, sistema o planta con su capacidad. A ésta también se le conoce como el *modelo del dimensionamiento y de la ley de la capacidad*. Puesto que muchas ecuaciones de costo-capacidad se representan gráficamente como una línea recta sobre papel logarítmico, una forma común es

$$C_2 = C_1 \left(\frac{Q_2}{Q_1} \right)^x \quad [15.2]$$

donde C_1 = costo a la capacidad Q_1
 C_2 = costo a la capacidad Q_2
 x = exponente de correlación

El valor del exponente para diversos componentes, sistemas o plantas completas se obtiene o se deriva de diversas fuentes, incluyendo *Plant Design and Economics for Chemical Engineers*, *Preliminary Plant Design in Chemical Engineering*, *Chemical Engineers' Handbook*, revistas técnicas (especialmente *Chemical Engineering*), la U.S. Environmental Protection Agency, organizaciones profesionales o comerciales, firmas consultoras, manuales y compañías de equipos. La tabla 15.3 es un listado parcial de valores habituales del exponente para diversas unidades. Cuando no se conoce el valor de un exponente para una unidad particular, se acostumbra utilizar el valor promedio de 0.6. De hecho, en la industria de procesamiento químico, la ecuación [15.2] es referida como el modelo de los seis décimos. Usualmente, $0 < x \leq 1$. Las economías de escala toman ventaja de los valores $x < 1$; si $x = 1$, está presente una relación lineal. Cuando $x > 1$, existen deseconomías de escala en cuanto que se espera que un mayor tamaño sea más costoso que el de una relación puramente lineal.

Es especialmente poderoso combinar el ajuste del tiempo del índice de costos (I_t/I_0) de la ecuación [15.1] con una ecuación costo-capacidad para estimar los costos que cambian con el tiempo. Si el índice está incluido en los cálculos de costo-capacidad de la ecuación [15.2], el costo en el tiempo t y en el nivel de capacidad 2 se escribe como el producto de dos términos independientes.

$$C_{2,t} = (\text{costo en el tiempo 0 de nivel 2}) \times (\text{índice de costo ajustado en el tiempo})$$

$$= \left[C_{1,0} \left(\frac{Q_2}{Q_1} \right)^x \right] \left(\frac{I_t}{I_0} \right)$$

TABLA 15.3 Valores exponenciales para ecuaciones de costo-capacidad

Componentes/sistema/planta	Tamaño del rango	Exponente
Planta de lodos activados	1-100 MGD	0.84
Clasificador aeróbico	0.2-40 MGD	0.14
Soplador	1 000-7 000 ft/min	0.46
Centrífuga	40-60 in	0.71
Planta de cloro	3 000-350 000 ton/año	0.44
Clarificador	0.1-100 MGD	0.98
Compresor, reciprocante (servicio de aire)	5-300 hp	0.90
Compresor	200-2 100 hp	0.32
Separador centrífugo	20-8 000 ft ³ /min	0.64
Secador	15-400 ft ²	0.71
Filtro de arena	0.5-200 MGD	0.82
Intercambiador de calor	500-3 000 ft ²	0.55
Planta de hidrógeno	500-20 000 pced	0.56
Laboratorio	0.05-50 MGD	1.02
Laguna de aireación	0.05-20 MGD	1.13
Bomba centrífuga	10-200 hp	0.69
Reactor	50-4 000 gal	0.74
Lecho de secado de lodos	0.04-5 MGD	1.35
Pozo de estabilización	0.01-0.2 MGD	0.14
Tanque, acero inoxidable	100-2 000 gal	0.67

NOTA: MGD = millón de galones por día; hp = caballos de fuerza; pced = pies cúbicos estándar por día.

Por lo general, esto se expresa sin el subíndice tiempo. Por lo tanto,

$$C_2 = C_1 \left(\frac{Q_2}{Q_1} \right)^x \left(\frac{I_t}{I_0} \right) \quad [15.3]$$

El siguiente ejemplo ilustra el uso de esta relación.

EJEMPLO 15.3

El costo total de diseño y construcción de un digestor para manejar flujo a una tasa de 500 000 galones diarios (MGD) fue de \$1.7 millones en el año 2000. Estime el costo actual para una tasa de flujo de 2 MGD. El exponente de la tabla 15-3 para el rango de 0.2 a 40 MGD es 0.14. El índice de costo en 2000 se ha actualizado de 131 a 225 para este año.

Solución

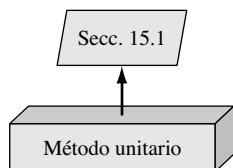
La ecuación [15.2] estima el costo del sistema más grande en 2000, pero debe actualizarse con el índice de costo para dólares de hoy. La ecuación [15.3] realiza ambas operaciones a la vez. El costo estimado en dólares corrientes es el siguiente:

$$\begin{aligned}
 C_t &= 1\,700\,000 \left(\frac{2.0}{0.5} \right)^{0.14} \left(\frac{225}{131} \right) \\
 &= 1\,700\,000(1.214)(1.718) = \$3\,546\,178
 \end{aligned}$$

15.4 RELACIONES DE ESTIMACIÓN DE COSTOS: MÉTODO DE FACTOR

Otro modelo ampliamente utilizado para obtener estimaciones de costos preliminares de plantas procesadoras se denomina *método de factor*. Mientras que los métodos antes analizados pueden utilizarse para estimar los costos de grandes artículos de equipo, procesos y los costos de planta totales, el método de factor se desarrolló específicamente para costos de planta totales. El método está basado en la premisa de que pueden obtenerse costos de planta totales bastante confiables multiplicando el costo del equipo principal por ciertos factores. Teniendo en cuenta que los costos del equipo principal están fácilmente disponibles, las estimaciones rápidas de planta son posibles si se conocen los factores apropiados. Con frecuencia se hace referencia a dichos factores como factores Lang en memoria de Hans J. Lang, quien fue el primero en proponer el método en 1947.

En su forma más simple, el método de factor se expresa en la misma forma que el método unitario:



$$C_T = hC_E \quad [15.4]$$

donde C_T = costo de planta total

h = factor del costo global o suma de factores de costo individuales

C_E = costo total del equipo más importante

Observe que h puede ser un factor de costo global o, de manera más realista, la suma de los componentes de costo individuales, tales como construcción, mantenimiento, mano de obra directa, materiales y elementos de costo indirecto. Esto sigue al enfoque de estimación de costos presentado en la figura 15.1.

En su trabajo original, Lang mostró que los factores de costo directo e indirecto pueden combinarse en un factor global, para diversos tipos de plantas, como las siguientes: plantas procesadoras de sólidos, 3.10; plantas procesadoras de fluidos y sólidos, 3.63, y plantas procesadoras de fluidos, 4.74. Tales factores revelan que el costo total de la planta instalada es cierto número de veces el costo inicial del equipo principal.

Refinamientos posteriores del método de factor llevaron al desarrollo de factores separados para componentes de los costos directos e indirectos. Los costos di-

EJEMPLO 15.4

Un ingeniero con Phillips Petroleum ha aprendido que una expansión de la planta de proceso de fluidos y sólidos tendría un costo de equipo entregado de \$1.55 millones. Si el factor de costo global para este tipo de planta es 3.63, estime el costo total de la planta.

Solución

El costo total de la planta se estima por la ecuación [15.4].

$$\begin{aligned} C_T &= 3.63(1\,550\,000) \\ &= \$5\,626\,500 \end{aligned}$$

rectos, como se analizaron en la sección 15.1, son específicamente identificables con un producto, función o proceso. Los costos indirectos son aquellos que no se atribuyen directamente a una sola función, sino que son compartidos por varias, ya que son necesarios para alcanzar el objetivo global. Ejemplos de costos indirectos son la administración general, servicios de cómputo, calidad, seguridad, impuestos, vigilancia y una diversidad de funciones de apoyo. Los factores tanto para costos directos como indirectos se desarrollan algunas veces a partir de los costos del equipo entregado y, otras veces, de los costos del equipo instalado. En el presente texto se supondrá que todos los factores se aplican a los costos del equipo entregado, a menos que se especifique lo contrario.

Algunos de los factores para los costos indirectos se aplican sólo a los costos del equipo, mientras que otros se aplican al costo directo total. En el primer caso, el procedimiento más simple consiste en agregar los factores de costos directos e indirectos antes de multiplicar por el costo del equipo entregado. El factor de costo global h se escribe como

$$h = 1 + \sum_{i=1}^n f_i \quad [15.5]$$

donde f_i = factor por cada componente de costo
 i = componentes 1 a n , incluyendo costo indirecto

Si se aplica el factor de costo indirecto al costo directo total, sólo se suman los factores de costo directo para obtener h . En consecuencia, la ecuación [15.4] se reescribe como

$$C_T = \left[C_E \left(1 + \sum_{i=1}^n f_i \right) \right] (1 + f_I) \quad [15.6]$$

donde f_I = factor de costo indirecto
 f_i = factores para componentes de costo directo

Los ejemplos 15.5 y 15.6 ilustran estas ecuaciones.

EJEMPLO 15.5

Se espera que el costo del equipo entregado para una pequeña planta de procesamiento de sustancias químicas sea de \$2 millones. Si el factor de costo directo es 1.61 y el factor de costo indirecto es 0.25, determine el costo total de la planta.

Solución

Puesto que todos los factores se aplican al costo del equipo entregado, se suman para obtener h , el factor de costo total en la ecuación [15.5].

$$h = 1 + 1.61 + 0.25 = 2.86$$

De acuerdo con la ecuación [15.4], el costo total de la planta es:

$$C_T = 2.86(2\,000\,000) = \$5\,720\,000$$

EJEMPLO 15.6

Se espera que una planta de tratamiento de agua de desecho tenga los siguientes costos iniciales de equipo entregado:

Equipo	Costo
Tratamiento preliminar	\$30 000
Tratamiento primario	40 000
Lodo activado	18 000
Clarificación	57 000
Clorinación	31 000
Digestión	70 000
Filtración de vacío	27 000
Costo total	\$273 000

El factor de costo para la instalación de tubería, concreto, acero, aislante, soportes, etcétera, es 0.49. El factor de construcción es 0.53, y el factor de costo indirecto es 0.21. Determine el costo total de la planta si *a*) todos los factores de costos se aplican al costo del equipo entregado y *b*) el factor de costo indirecto se aplica al costo directo total.

Solución

- a*) El costo de equipo total es \$273 000. Puesto que tanto los factores del costo directo como del indirecto se aplican sólo al costo del equipo, el factor de costo global de la ecuación [15.5] es

$$h = 1 + 0.49 + 0.53 + 0.21 = 2.23$$

El costo total de la planta es

$$C_T = 2.23(273\,000) = \$608\,790$$

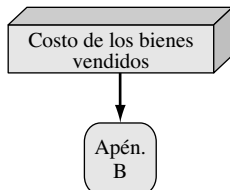
- b*) Ahora se calcula primero el costo directo total, y se usa la ecuación [15.6] para estimar el costo total de la planta.

$$h = 1 + \sum_{i=1}^n f_i = 1 + 0.49 + 0.53 = 2.02$$

$$C_T = [273\,000(2.02)](1.21) = \$667\,267$$

Comentario

Advierta la disminución en el costo estimado de la planta cuando se aplica el costo indirecto sólo al costo del equipo en la parte *a*). Esto ilustra la importancia de determinar con exactitud qué factores aplicar antes de utilizarlos.



15.5 TASA DE COSTOS INDIRECTOS TRADICIONALES Y ASIGNACIÓN

Los costos en que se incurre en la producción de un artículo o en la prestación de un servicio tienen un seguimiento y una asignación mediante un *sistema de contabilidad de costos*. En el ambiente manufacturero, generalmente se puede establecer que la

declaración del costo de los bienes vendidos es un producto final de dicho sistema. El sistema de contabilidad de costos acumula costos de materiales, costos de mano de obra y costos indirectos (llamados también costos generales o gastos de fábrica) utilizando los *centros de costos*. Todos los costos en los que incurre un departamento o línea de proceso se reúnen bajo un título de centro de costos, por ejemplo, el Departamento 3X. Puesto que los materiales directos y la mano de obra directa por lo común son asignables directamente a un centro de costos, el sistema sólo necesita identificar y hacer seguimiento a dichos costos. Por supuesto, esto en sí mismo no es una labor fácil y el costo del sistema de seguimiento llega a dificultar la recolección de toda la información de costos directos en el nivel de detalle que se desea.

Una de las labores primordiales y más difíciles de la contabilidad de costos es la asignación de los *costos indirectos* cuando es necesario asignarlos por separado a departamentos, procesos y líneas de producto. Los costos asociados con los impuestos a la propiedad, los departamentos de servicio y mantenimiento, el personal, asesoría legal, calidad, supervisión, compras, servicios públicos, desarrollo de *software*, etcétera, deben asignarse al centro de costos en uso. La recolección detallada de esta información es difícil en términos de costos y con frecuencia resulta imposible; por lo tanto, se utilizan esquemas de asignación para distribuir los gastos sobre una base razonable. En la tabla 15.4 se incluye un listado de las posibles bases. El costo de mano de obra directa, las horas de mano de obra directa, el espacio y los materiales directos son las bases históricamente comunes.

La mayor parte de la asignación se logra utilizando una *tasa de costo indirecto* predeterminada, calculada mediante la relación general:

$$\text{Tasa de costo indirecto} = \frac{\text{costos indirectos estimados}}{\text{nivel estimado de la base}} \quad [15.7]$$

El costo indirecto estimado es el monto asignado a un centro de costo. Por ejemplo, si una división tiene dos departamentos de producción, se utiliza el costo indirecto

TABLA 15.4 Bases de asignación de costos indirectos

Categoría de costos	Bases de asignación posibles
Impuestos	Espacio ocupado
Calefacción, luz	Espacio, uso, número de puntos de salida
Electricidad	Espacio, horas de mano de obra directa, costo de mano de obra directa, horas de máquina
Recepción, compra	Costo de materiales, número de pedidos, número de artículos
Personal, taller de máquinas	Horas de mano de obra directa, costo de mano de obra directa
Mantenimiento de edificaciones	Espacio ocupado, costo de mano de obra directa
Desarrollo de <i>software</i>	Número de accesos
Control de calidad	Número de inspecciones

EJEMPLO 15.7

EnviroTech, Inc., está calculando tasas de costos indirectos para la manufactura de productos de vidrio. La siguiente información se obtuvo del presupuesto del último año para las tres máquinas utilizadas en la producción.

Fuente de costo	Base de asignación	Nivel estimado de actividad
Máquina 1	Costo de mano de obra directa	\$100 000
Máquina 2	Horas de mano de obra directa	2 000 horas
Máquina 3	Costo de material directo	\$250 000

Determine las tasas para cada máquina si el presupuesto del costo indirecto anual estimado es \$50 000 por cada una.

Solución

Al aplicar la ecuación [15.7] para cada máquina, las tasas anuales son:

$$\begin{aligned} \text{Tasa de máquina 1} &= \frac{\text{presupuesto indirecto}}{\text{costo de mano de obra directa}} = \frac{50\,000}{100\,000} \\ &= \$0.50 \text{ por dólar de mano de obra directa} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Tasa de máquina 2} &= \frac{\text{presupuesto indirecto}}{\text{horas de mano de obra directa}} = \frac{50\,000}{2\,000} \\ &= \$25 \text{ por hora de mano de obra directa} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Tasa de máquina 3} &= \frac{\text{presupuesto indirecto}}{\text{costo de material}} = \frac{50\,000}{250\,000} \\ &= \$0.20 \text{ por dólar en material directo} \end{aligned}$$

Comentario

Una vez que se ha elaborado el producto, y se han calculado los costos y las horas de mano de obra directa reales y los costos de materiales, cada dólar de costo de mano de obra directa gastado en la máquina 1 implica que \$0.50 en el costo indirecto se agregarán al costo del producto. De manera similar, para las máquinas 2 y 3 se suman los gastos indirectos.

total asignado a un departamento como el numerador de la ecuación [15.7], para determinar la tasa del departamento. El ejemplo 15.7 ilustra la asignación cuando el centro de costos es una máquina.

Cuando se usa la misma base de asignación para distribuir costos indirectos a varios centros de costo, se puede determinar una *tasa global* o *general*. Por ejemplo, si los materiales directos son la base para la asignación a cuatro líneas de proceso separadas, la tasa general es

$$\text{Tasa de costo indirecto} = \frac{\text{total de costos indirectos}}{\text{total del costo de materiales directos}}$$

Si para las cuatro líneas se estiman totales de \$500 000 en costos indirectos y de \$3 millones en materiales para el próximo año, la tasa general indirecta por aplicar es $500\,000/3\,000\,000 = \$0.167$ por dólar de costo de materiales. Las tasas generales son más fáciles de calcular y aplicar, aunque no toman en cuenta las diferencias en el tipo de actividades logradas en cada centro de costo.

En la mayoría de los casos, la maquinaria o los procesos agregan valor al producto final a tasas diferentes por unidad u hora de uso. Por ejemplo, la maquinaria ligera puede contribuir menos por hora que la más pesada y cara. Esto es cierto en especial cuando se usa tecnología avanzada en el proceso, por ejemplo una celda de manufactura automatizada que se emplee junto con métodos tradicionales como lo es un equipo de acabados no automatizado. El uso de tasas globales o conjuntas no se recomienda en estos casos, ya que el costo indirecto se asignaría en forma incorrecta. La maquinaria que contribuye con un valor más bajo acumularía demasiado al costo indirecto. El enfoque de la asignación del costo indirecto debe ser la aplicación de bases diferentes para distintas máquinas, actividades, etcétera, según se estudió antes e ilustró con el ejemplo 15.7. Es frecuente que el uso de bases apropiadas y distintas se denomine *método de la tasa por hora de producción*, ya que la tasa de costo se determina con base en el valor agregado, no con una tasa uniforme o global. Darse cuenta que es normal usar más de una base para asignar los costos indirectos ha conducido al empleo de métodos de costeo basados en actividades, como se estudia en la siguiente sección.

Una vez transcurrido un periodo de tiempo (mes, trimestre o año), se utilizan las tasas de costo indirecto para obtener el *cargo* de costos indirectos, que luego se suma a los costos directos. Esto resulta en el costo total de producción, al cual se le denomina el costo de bienes vendidos, o *costo de fábrica*. Dichos costos son acumulados por el *centro de costo*.

EJEMPLO 15.8

Una vez determinadas las tasas de costos indirectos para EnviroTech (ejemplo 15.7), se calcula ahora el costo de fábrica total para un mes. Realice los cálculos utilizando los datos de la tabla 15.5. También calcule la varianza en la asignación de costos indirectos para el mes.

TABLA 15.5 Información mensual real utilizada para la asignación de costos indirectos

Fuente de costo	Número de máquina	Costo real	Horas reales
Material	1	\$3 800	
	3	19 550	
Mano de obra	1	2 500	650
	2	3 200	750
	3	2 800	720

Solución

Empiece con la relación del costo de los bienes vendidos (costo de fábrica) dada por la ecuación [B.1] en el apéndice B, la cual es

$$\text{Costo de los bienes vendidos} = \text{materiales directos} + \text{mano de obra directa} + \text{costos indirectos}$$

Para determinar los costos indirectos, se utilizan las tasas del ejemplo 15.7:

$$\text{Máquina 1, indirecto} = (\text{costo de mano de obra})(\text{tasa}) = 2\,500(0.50) = \$1\,250$$

$$\text{Máquina 2, indirecto} = (\text{horas de mano de obra})(\text{tasa}) = 750(25.00) = \$18\,750$$

$$\text{Máquina 3, indirecto} = (\text{costo de materiales})(\text{tasa}) = 19\,550(0.20) = \$3\,910$$

$$\text{Costo indirecto total cargado} = \$23\,910$$

El costo de fábrica es la suma de los costos de mano de obra y materiales reales de la tabla 15.5 y el cargo del costo indirecto para un total de \$55 760.

Con base en el presupuesto anual de costo indirecto de \$50 000 por máquina, un mes representa 1/12 del total o

$$\begin{aligned}\text{Presupuesto mensual} &= \frac{3(50\,000)}{12} \\ &= \$12\,500\end{aligned}$$

La varianza para el costo total indirecto es:

$$\text{Varianza} = 12\,500 - 23\,910 = \$-11\,410$$

Ésta es una enorme subasignación presupuestaria, ya que se carga mucho más que lo asignado. Los \$12 500 presupuestados para las tres máquinas representan una subasignación de 91.3% de los costos indirectos. Tal análisis sólo para un mes del año puede agilizar la revisión de las tasas y los costos indirectos para el presupuesto de Enviro Tech.

Si el presupuesto de costos indirectos totales es correcto, los costos indirectos cargados a todos los centros de costos para el periodo considerado deberían igualar esta cantidad de presupuesto. Sin embargo, debido a que siempre existe algún error en el presupuesto, habrá cierta sobreasignación o subasignación relativa a los cargos reales, lo cual se denomina *varianza en la asignación*. La experiencia en la estimación de costos indirectos ayuda a reducir la varianza al final del periodo contable. El ejemplo 15.8 ilustra la asignación de costos indirectos y el cálculo de la varianza.

Una vez determinadas las estimaciones de los costos indirectos, es posible efectuar un análisis económico de la operación presente *versus* una operación propuesta. Dicho estudio se describe en el ejemplo 15.9.

15.6 COSTEO BASADO EN ACTIVIDADES (CBA) PARA COSTOS INDIRECTOS

Puesto que las tecnologías de automatización, de *software* y de manufactura han progresado, el número de horas de mano de obra directa necesarias para fabricar un

EJEMPLO 15.9

Durante varios años la Cuisinart Corporation ha comprado la garrafa ensamblada de su principal línea de cafeteras a un costo anual de \$1.5 millones. Se ha hecho la sugerencia de elaborar el componente dentro de la empresa. En la tabla 15.6 se muestran las estimaciones de material, mano de obra y horas para los tres departamentos involucrados en las tasas de costo indirecto anual. La columna de horas asignadas es el tiempo necesario para producir las garrafas durante un año.

El equipo debe comprarse con las siguientes estimaciones: costo inicial de \$2 millones, valor de salvamento de \$50 000 y vida de 10 años. Realice un análisis económico para la alternativa de fabricar la garrafa, suponiendo que la TMAR es una tasa de mercado de 15% anual.

TABLA 15.6 Estimación del costo de producción para el ejemplo 15.9

Departamento	Base, horas	Tasa por hora	Horas asignadas	Costos indirectos	
				Costo de material	Costo mano de obra directa
A	Mano de obra	\$10	25 000	\$200 000	\$200 000
B	Máquina	5	25 000	50 000	200 000
C	Mano de obra	15	10 000	50 000	100 000
				<u>\$300 000</u>	<u>\$500 000</u>

Solución

Para fabricar los componentes dentro de la compañía, los COA están constituidos de mano de obra directa, material directo y costos indirectos. Use los datos de la tabla 15.6 para calcular la asignación de costos indirectos.

$$\text{Departamento A: } 25\,000(10) = \$250\,000$$

$$\text{Departamento B: } 25\,000(5) = 125\,000$$

$$\text{Departamento C: } 10\,000(15) = 150\,000$$

$$\underline{\$525\,000}$$

$$\text{COA} = 500\,000 + 300\,000 + 525\,000 = \$1\,325\,000$$

El valor anual de la alternativa de fabricar es el total de la recuperación de capital y el COA.

$$\begin{aligned} \text{VA}_{\text{fabricar}} &= -P(A/P, i, n) + S(A/F, i, n) - \text{COA} \\ &= -2\,000\,000(A/P, 15\%, 10) + 50\,000(A/F, 15\%, 10) - 1\,325\,000 \\ &= \$-1\,721\,037 \end{aligned}$$

En la actualidad, las garrafas se compran con un VA de

$$\text{VA}_{\text{compra}} = \$-1\,500\,000$$

Resulta más barato comprar, pues el VA de costos es menor.

producto se ha reducido de manera sustancial. Mientras en una época se consideraban porcentajes del 35 al 45% del costo final del producto como mano de obra, ahora el componente de mano de obra es por lo común del 5 al 10% del costo de manufactura total. Sin embargo, el costo indirecto puede ser ahora hasta de 35% del costo de manufactura total. El uso de bases, como las horas de mano de obra directa, para asignar el costo indirecto no tiene la exactitud suficiente para los ambientes automatizados y de tecnología avanzada. Este hecho ha conducido al desarrollo de nuevos métodos que complementan las asignaciones de costos tradicionales que se basan, de una forma u otra, en la ecuación [15.7]. Asimismo, se utilizan de ordinario bases de asignación diferentes de las tradicionales.

Es importante darse cuenta, desde el punto de vista de la ingeniería económica, de cuándo deben superarse los sistemas de asignación de costos tradicionales con mejores métodos. Un producto que, usando métodos tradicionales, en apariencia pudo haber contribuido con una gran porción de la utilidad, en realidad quizá sea un perdedor al asignarse los costos indirectos en forma más precisa. Las compañías que tienen una amplia variedad de productos y fabrican algunos en pequeños lotes pueden encontrar que los métodos tradicionales de asignación tienden a subasignar los costos indirectos a los productos de lotes pequeños. Esto puede indicar que son rentables, cuando en realidad se está perdiendo dinero con ellos.

Además, debe usarse el método de la tasa por hora de producción, el cual emplea bases de asignación distintas y que depende del valor agregado por hora de operación, según se estudió en la sección 15.5. Una técnica mejorada para asignar el costo indirecto es el *costeo basado en actividades*, CBA. Por su diseño, su meta es desarrollar un centro de costos, denominado una *agrupación de costos*, para cada evento, o *actividad*, que actúa como un *impulsor de costos*. En otras palabras, los impulsores de costos realmente *impulsan* o *conducen* el consumo de un recurso compartido y son cargados en forma congruente. En general, las agrupaciones de costos son departamentos o funciones: compras, inspección, mantenimiento y tecnología de información. Las actividades son eventos tales como pedidos de compras, adaptaciones, reparaciones, activaciones de *software*, configuración de máquinas, tiempo de espera y cambios de ingeniería.

Algunos defensores del método CBA recomiendan descartar los métodos tradicionales de contabilidad de costos de una compañía y utilizar exclusivamente el CBA. Éste no es un buen enfoque, puesto que el CBA no es un sistema de costos completo. El método CBA proporciona información que auxilia en el *control de costos*, en tanto que el método tradicional hace énfasis en la asignación y estimación del costo. Los dos sistemas funcionan bien de manera conjunta, con los métodos tradicionales asignando costos cuando existen bases directas identificables, por ejemplo, la mano de obra directa. El método CBA puede entonces utilizarse para continuar asignando los costos de servicios de apoyo que usan bases de actividad como la antes mencionada.

La metodología CBA involucra un proceso de dos pasos:

1. **Definir las agrupaciones de costos.** Generalmente, éstas son funciones de apoyo.
2. **Identificar los impulsores de costo.** Éstos ayudan a realizar un seguimiento de los costos hasta las agrupaciones de costo.

Como ilustración, una compañía que produce un láser industrial tiene tres departamentos de apoyo principales, identificados como agrupaciones de costos en el paso 1: A, B y C. El costo de apoyo anual para el orientador de costo de compra (paso 2) se asigna a estos departamentos con base en el número de órdenes de compra que cada departamento expide para apoyar sus funciones de producción de láser. El ejemplo 15.10 ilustra el proceso de aplicación del costo basado en actividades.

EJEMPLO 15.10

Una firma aeroespacial multinacional utiliza métodos tradicionales para asignar costos de manufactura y apoyo gerencial para su división europea. Sin embargo, cuentas tales como los viajes de negocios han sido históricamente asignadas con base en el número de empleados en las plantas de Francia, Italia, Alemania y Grecia.

El presidente afirmó recientemente que es probable que algunas líneas de producto quizá estén generando muchos más viajes de gerencia que otros. Se ha elegido el sistema CBA para mejorar el método tradicional, y asignar en forma más precisa los costos de viaje a las principales líneas de producto en cada planta.

- a) Primero, suponga que la asignación de los gastos de viaje totales observados de \$500 000 para las plantas, utilizando una base tradicional del tamaño de la fuerza laboral es suficiente. Si el total de 29 100 empleados se distribuye de la siguiente manera, asigne los \$500 000.

París, planta de Francia	12 500 empleados
Florescia, planta de Italia	8 600 empleados
Hamburgo, planta de Alemania	4 200 empleados
Atenas, planta de Grecia	3 800 empleados

- b) Ahora, suponga que la gerencia corporativa desea conocer más sobre los gastos de viaje con base en la línea de productos, no sólo la ubicación de la planta y el tamaño de la fuerza laboral. Se utilizará el método CBA con la finalidad de asignar costos de viaje para las principales líneas de producto. Los presupuestos de apoyo anual de la planta indican que se han gastado los siguientes porcentajes en viajes:

París	5% de \$2 millones
Florescia	15% de \$500 000
Hamburgo	17.5% de \$1 millón
Atenas	30% de \$500 000

Además, el estudio indica que en 1 año fueron procesados un total de 500 comprobantes de viaje por parte de la gerencia de las principales cinco líneas de producto generadas en las cuatro plantas. La distribución es de la siguiente manera.

París.	Líneas de producto: 1 y 2; número de comprobantes: 50 para la línea 1, 25 para la línea 2.
Florescia.	Líneas de producto: 1, 3 y 5; comprobantes: 80 para la línea 1, 30 para la línea 3, 30 para la línea 5.
Hamburgo.	Líneas de producto: 1, 2 y 4; comprobantes: 100 para la línea 1, 25 para la línea 2, 20 para la línea 4.
Atenas.	Línea de producto: 5; comprobantes: 140 para la línea 5.

Use el método CBA para determinar la forma en que las líneas de producto impulsan los costos de viaje en las plantas.

Solución

- a) La ecuación [15.7] toma la forma de una tasa base por empleado:

$$\begin{aligned}\text{Tasa de costos indirectos} &= \frac{\text{presupuesto de viaje}}{\text{fuerza laboral total}} \\ &= \frac{\$500\,000}{29\,100} = \$17.1821 \text{ por empleado}\end{aligned}$$

Al utilizar esta base tradicional de la tasa multiplicada por el tamaño de la fuerza laboral se obtiene una asignación para cada planta.

París:	\$17.1821(12 500) = \$214 777
Florenia:	\$147 766
Hamburgo:	\$72 165
Atenas:	\$65 292

- b) El método CBA se involucra más, ya que requiere la definición de una agrupación de costos y su tamaño (paso 1), así como la asignación a líneas de producto que utilizan el orientador de costos (paso 2). Las cantidades en las plantas serán diferentes de las de la parte a, ya que se están aplicando bases completamente diferentes.

Paso 1. La agrupación de costos es la actividad de viajar, y el tamaño de la agrupación se determina a partir de los porcentajes del presupuesto de apoyo dedicado a viajes para cada planta. Al utilizarse la información de gastos de viaje en el planteamiento del problema, la agrupación de costos total de \$500 000 debe asignarse a las cinco líneas de producto. Este número se determina a partir de la información del porcentaje del presupuesto, de la siguiente manera:

$$0.05(2\,000\,000) + \dots + 0.30(500\,000) = \$500\,000$$

Paso 2. El impulsor de costos del método CBA es el número de comprobantes de viaje obtenidos por la unidad gerencial responsable de cada línea de producto en cada planta. La asignación será directamente para los productos, no para las plantas. Sin embargo, la asignación de viaje a las plantas puede determinarse después, ya que se sabe cuáles líneas de producto se producen en cada planta. Para establecer una tasa de asignación CBA de los comprobantes de viaje mediante el impulsor de costos, puede utilizarse el formato de la ecuación [15.7].

$$\begin{aligned}\text{Asignación CBA por comprobante de viaje} &= \frac{\text{agrupación de costos de viaje total}}{\text{número total de comprobantes}} \\ &= \frac{\$500\,000}{500} \\ &= \$1\,000 \text{ por comprobante}\end{aligned}$$

TABLA 15.7 Asignación CBA del costo de viaje (\$ en miles), ejemplo 15.10

	Línea de producto					Total
	1	2	3	4	5	
París	50	25				75
Florenia	80		30		30	140
Hamburgo	100	25		20		145
Atenas					140	140
Total	\$230	\$50	\$30	\$20	\$170	\$500

La tabla 15.7 resume los comprobantes y su asignación por línea de producto y por ciudad. El producto 1 (\$230 000) y el producto 5 (\$170 000) impulsan los costos de viaje con base en el análisis CBA. La comparación de los totales por planta en la tabla 15.7 con los totales respectivos en el inciso *a* indica una diferencia sustancial en los montos asignados, especialmente a París, Hamburgo y Atenas. Esta comparación verifica la sospecha del presidente de que son las líneas de producto, no las plantas, las que orientan los requerimientos de viaje.

Comentario

Suponga que el producto 1 se ha elaborado en lotes pequeños en la planta de Hamburgo durante varios años. Este análisis, al compararse con el método tradicional de asignación de costos en el inciso *a* revela un hecho muy interesante. En el análisis CBA, a Hamburgo le ha sido asignado un total de \$145 000 dólares de viaje, \$100 000 de los cuales proceden del producto 1. En el análisis tradicional con base en el tamaño de la fuerza laboral, se asignó a Hamburgo sólo \$72 165, cerca del 50% del monto del análisis CBA de mayor precisión. Este hecho debe señalar a la gerencia la necesidad de examinar las prácticas de tamaño de lote de manufactura en Hamburgo y quizá en otras plantas, en especial cuando un producto se está manufacturando actualmente en más de una planta.

En general, el análisis CBA es más costoso y consume más tiempo que un sistema tradicional de asignación de costos, aunque en muchos casos puede ayudar a comprender el impacto económico de las decisiones gerenciales, y a determinar los impulsores del costo real para cierto tipo de costos indirectos. Con frecuencia, la combinación de análisis CBA y análisis tradicionales revela áreas donde se justifican análisis económicos adicionales.

RESUMEN DEL CAPÍTULO

Se espera que la estimación de costos no sea exacta, pero debería ser lo suficientemente precisa como para apoyar un análisis económico exhaustivo usando un enfoque de ingeniería económica. Existen enfoques ascendentes y descendentes; cada uno trata de manera diferente las estimaciones de precio y costo.

Los costos pueden actualizarse vía un índice de costos, el cual es una proporción de los costos para el mismo artículo en dos momentos separados. El índice de precios al consumidor (IPC) es un ejemplo frecuentemente citado de indexación de costos.

La estimación de costos se logra mediante una diversidad de modelos llamados relaciones de estimación de costos. Dos de ellos son:

Ecuación costo-capacidad. Sirve para estimar costos a partir de variables de diseño para equipo, materiales y construcción.

Método de factor. Sirve para estimar costos totales de planta.

La asignación de costos tradicional emplea una tasa de costos indirecta determinada para una máquina, departamento, línea de producto, etcétera. Se utilizan bases tales como el costo de mano de obra directa, el costo de materiales directos y horas de mano de obra directa. Con la mayor automatización y el acelerado avance de tecnología de información, se han desarrollado nuevas técnicas de asignación de costos indirectos. El método de costeo basado en actividades (CBA) es una excelente técnica para complementar el método tradicional de asignación.

El método CBA utiliza el razonamiento de que los impulsores de costo son actividades: órdenes de compra, inspecciones, instalaciones de máquinas, adaptaciones. Estas actividades *impulsan* los costos acumulados en agrupaciones de costos, que por lo común son departamentos o funciones, tales como calidad, compras, contabilidad y mantenimiento. Una mayor comprensión de la forma en que la compañía o la planta en realidad acumula los costos indirectos es un subproducto importante de implementación del método CBA.

PROBLEMAS

Enfoques de estimación de costos

- 15.1** Mencione tres elementos de los siguientes costos pertenecientes a un sistema nuevo de manufactura integrado por computadora.
- Costo inicial del equipo
 - COA
- 15.2** Identifique una diferencia notable entre los enfoques de abajo hacia arriba y de diseño por costo, para hacer la estimación de costos.
- 15.3** Clasifique como directo o indirecto a cada uno de los costos siguientes, asociados con la posesión de un automóvil. Suponga que el costo directo de la posesión es aquel que conserva el carro como una propiedad suya y opera para brindarle transporte en el momento que usted lo desee. Si no se decide,

establezca las condiciones en que el costo sea directo e indirecto.

- Gasolina
- Cuota en la autopista
- Costo de las reparaciones después de un accidente serio
- Tarifa de inspección anual
- Impuesto federal sobre la gasolina
- Pago mensual del préstamo

- 15.4** Estime el costo de comprar un lote suburbano, construir una casa y amueblarla, por medio de las siguientes estimaciones de costos unitarios:

Tamaño de la propiedad: 100×150 pies

Tamaño aproximado de la construcción:
6 recámaras, 50×46 pies con 75% de espacio habitable

Precio de la propiedad en el área sub-urbana: \$2.50 por pie cuadrado

Costo promedio de construcción: \$125 por pie cuadrado utilizable

Muebles y acabados: \$3 000 por recámara

- 15.5** Dos personas desarrollan estimaciones de costo inicial para construir un edificio nuevo de 130 000 pies cuadrados en un campus universitario. La persona A aplica una estimación de costo unitario de propósito general de \$120 por pie cuadrado. El individuo B es más específico; utiliza estimaciones del área y los factores de costo unitario que se muestran a continuación. ¿Cuáles son las estimaciones del costo que desarrollaron las dos personas? ¿Cómo se comparan?

Tipo de uso	Porcentaje de área	Costo por pie cuadrado, \$
Salón de clases	30	125
Laboratorio	40	185
Oficinas	30	110
Equipamiento de laboratorios	25	150
Equipamiento restante	75	25

Índices de costos

- 15.6** En 1995, el costo de un sistema estándar de enfriamiento era de \$78 000. Si se aplica el índice de costo de equipo *M&S*, ¿cuál sería el costo estimado para un sistema similar si el índice fuera de 1 200?
- 15.7** Use el índice de costos de construcción *ENR* para determinar cuánto costaría hacer una sección de autopista similar a otra construida en 1995 cuyo costo fue de \$2.3 millones. Use el valor más actual del índice que se encuentre el sitio web de *ENR*.
- 15.8** En el sitio web que contiene el índice de costos de la construcción *ENR* ([\[truction.com\]\(http://truction.com\)\) se reportan dos índices, el de costo de construcción y el de costo de edificación. Localice la sección donde se explique su uso, analice la diferencia entre ellos y explique en qué condiciones es apropiado uno u otro para elaborar estimaciones de costo.](http://enr.cons-</p>
</div>
<div data-bbox=)

- 15.9** Si el costo de una parte de cierto equipo fue de \$20 000 cuando el índice *M&S* fue de 915.1, ¿cuál fue el valor del índice cuando el costo del mismo equipo se estimaba en \$30 000?
- 15.10** a) Estime el valor del índice de costos de la construcción *ENR* para el año 2002, mediante la utilización del cambio porcentual promedio (compuesto) de su valor entre 1990 y 2000, con la finalidad de pronosticar el valor en 2002. b) ¿Qué tanta diferencia hay entre los valores estimado e histórico?
- 15.11** Un tipo específico de índice de costo de mano de obra tuvo un valor de 720 en 1985, y de 1 315 en 2004. Si el costo de mano de obra en la construcción de inmuebles fue de \$1.5 millones en 2004, ¿cuál habrá sido en 1985?
- 15.12** Use el índice de construcción *ENR* (véase la tabla 15-2) para actualizar el costo de \$325 000 de 1990 a su correspondiente en 2004.
- 15.13** En 1998 se volvió a comprar equipo para una planta de procesamiento químico cuyo costo fue de \$2.5 millones. En 1994 se había adquirido equipo similar para otro sitio y ocurrió de nuevo en 2002 para una tercera planta. El ingeniero desea saber la tasa compuesta del crecimiento del costo para el rango de tiempo en que ocurrieron las tres compras. Determine dicha tasa anual. Se aplica el índice de costos de plantas *CE*.
- 15.14** Si una persona hace de 1990 el año base con el valor de 100 para el índice de costos de plantas *CE* (véase tabla 15-2), ¿cuál es

el valor proyectado del índice en: *a)* 2002, y *b)* el mes calendario actual? (*Recomendación:* use el sitio web en que aparece el índice a fin de obtener el valor más actual de éste).

- 15.15** Determine el incremento porcentual promedio por año, entre 1990 y 2002, para el índice de costos de plantas *CE*.
- 15.16** Estime el valor para 1995 del índice de costos de equipo *M&S*, si en 1999 fue de 1 068.3 y se incrementa 2% anual.
- 15.17** Un espectrómetro de masas puede comprarse por \$60 000 hoy; el propietario de un laboratorio de análisis mineral espera que el costo del equipo aumente exactamente según la tasa de inflación de equipos durante los próximos 10 años. *a)* Si la tasa de inflación se estima en 2% anual durante los próximos 3 años y en 5% anual a partir de entonces, ¿cuánto costará el espectrómetro dentro de 10 años si la *TMAR* del laboratorio es de 10% anual? *b)* Si el índice de costos aplicable al equipo está en 1 203 ahora, ¿cuál será dentro de 10 años?

Relaciones entre costos y estimación

- 15.18** ¿Cuál es la diferencia fundamental entre estimar un costo usando una *REC* y un índice de costos?
- 15.19** El costo de compra de un compresor de alta calidad con 250 caballos de fuerza fue de \$13 000 hace poco tiempo. ¿Cuál sería el costo esperado de otro con 450 caballos de fuerza?
- 15.20** El año pasado Janus Corp. compró en \$20 000 una bomba centrífuga de 100 caballos de fuerza y el impulsor asociado. En otras dos de sus plantas la compañía necesita sistemas de bombeo adicionales, uno de 200 caballos y otro de 75. *a)* Calcule el costo de las dos bombas nuevas. *b)* En caso de que la adquisición de la bomba de 200 caballos se retrasara 3 años, estime su costo futuro si se espera que el índice de costo aumente durante dicho periodo 20% a partir de su valor actual de 185.
- 15.21** El costo de implantar un proceso de manufactura que tiene capacidad para 6 000 unidades por día fue de \$550 000. Si el costo de una planta con capacidad de 100 000 unidades diarias fue de \$3 millones, ¿cuál es el valor del exponente en la ecuación de costo-capacidad?
- 15.22** El costo estimado para un sistema ciclónico de tubos múltiples con capacidad para 60 000 pies cúbicos por minuto es de \$450 000. *a)* Si en la ecuación de costo-capacidad se sustituye el costo real de \$200 000 por un sistema de 35 000 pies por minuto, ¿cuál es el valor del exponente que se usó en ella? *b)* ¿Qué puede concluirse acerca de las economías de escala de los costos entre los dos sistemas?
- 15.23** El costo para construir un sistema de desulfurización para combustible de quemadores en una planta de 600 MW se estimó en \$250 millones. Si una planta más pequeña tiene un costo de \$55 millones y el exponente en la ecuación de costo-capacidad es 0.67, ¿cuál fue el tamaño de la planta más pequeña que sirvió como base para la proyección del costo?
- 15.24** El costo anual de operación de una planta de tratamiento de agua por filtración en una línea de fabricación de semiconductores se estimó en \$1.5 millones por año. El estimado se basó en un costo de \$200 000 anuales de una planta de 1 MGD. Si el exponente en la ecuación de costo-capacidad es 0.80, ¿cuál fue el tamaño de la planta más grande?
- 15.25** En 2002 se instaló en el edificio de las oficinas generales de IDS un equipo telefónico

- de tecnología nueva con un costo total de \$1 millón. En el mismo año se hizo la estimación de que dentro de 2 años se necesitaría un sistema del mismo tipo con el triple de capacidad, de que esas economías de escala y desarrollo tecnológico garantizaban un exponente de 0.2 en la ecuación para el costo-capacidad, y de que sería suficiente un incremento de 10% en el índice de costo. Finalmente se instaló en 2004 un sistema con el triple de capacidad cuyo costo fue de \$2 millones, mientras que el índice de costo había ascendido a 25% en lugar del 10% previsto. a) ¿Cuál es la diferencia entre la estimación que se hizo en 2002 y el costo real de 2004? b) ¿Qué valor del exponente debe usarse en la ecuación de costo-capacidad para estimar en forma correcta el costo real de \$2 millones?
- 15.26** Calcule el costo que tenía en 2002 cierto equipo de procesamiento, si el costo de una unidad con la mitad del tamaño fue de \$50 000 en 1998. El exponente en la ecuación de costo-capacidad es de 0.24. Use el índice de costo de plantas *CE* para actualizar el costo.
- 15.27** Estime el costo que tuvo en 2002 un compresor de aire de turbina de vapor con 1 000 caballos de fuerza si en 1995 el costo de otro con 200 caballos fue de \$160 000. El exponente en la ecuación de costo-capacidad es de 0.35. El índice de costo de equipo se incrementó 35% entre los dos años.
- 15.28** En 1990 se construyó en Chicago una instalación de 10 000 metros cuadrados dentro de una planta procesadora de alimentos, para manejar el proceso, con un costo de \$220 000. En 2002 se pidió a un ingeniero que estimara el costo de una estructura similar, pero para una planta nueva en Londres de 5 000 metros cuadrados. ¿Cuál fue la estimación para 2002 si se aplica el modelo de 6 décimas?
- 15.29** El costo del equipo para eliminar el fósforo de las aguas residuales en una planta de 50 MGD será de \$16 millones. Si el factor de costo conjunto para este tipo de plantas es de 2.97, ¿cuál es el costo total esperado de la planta?
- 15.30** El costo del equipo de un sistema de filtración y recolección de partículas de tela es de \$1.6 millones. El factor de costo directo es 1.52 y el indirecto es 0.31. Estime el costo total de la planta si se aplica el factor de costo indirecto a) sólo al costo del equipo entregado, y b) al costo directo total.
- 15.31** Durante una importante expansión que tuvo lugar en 1994, Douwalla's Import Company desarrolló una línea nueva de procesamiento en la que el costo del equipo entregado fue de \$1.75 millones. 11 años después el consejo de directores decidió incursionar en nuevos mercados y espera construir la versión actual de la misma línea. Estime el costo si son aplicables los siguientes factores: el de costo de la construcción es de 0.20, el de instalación de 0.509, el de costo indirecto que se aplica al equipo de 0.25, y el índice de costo total de la planta se ha incrementado de 2 509 a 3 713 durante los años mencionados.
- 15.32** Josefina es una ingeniera en asignación temporal en una operación de refinamiento en Seaside. Ella ha revisado una estimación de costos por \$450 000, que incluye algunos equipos de procesamiento nuevos para la línea de etileno. El equipo en sí se estima en \$250 000 con un factor de costo de construcción de 0.30 y un factor de costo de instalación de 0.30. No se indica factor de costo indirecto, pero ella sabe de otras partes que el costo indirecto es una cantidad ajustable que aumenta el costo directo total del equipo de la línea. a) Si el factor de costo indirecto debería ser 0.40, determine si la estimación actual incluye un factor comparable a este valor. b) Determine el costo

estimado si se usa el factor de costo indirecto de 0.40.

Asignación de costo indirecto

15.33 Las horas de mano de obra directa se usan como base de asignación de los costos indirectos por trimestre. Se va asignar una cantidad total de \$450 000 a cada planta, trimestralmente.

- a) Determine las tasas de costo indirecto para la planta de Humboldt para cada trimestre, si cada tipo de maquinado recibirá una asignación de 50% del costo indirecto.
- b) Determine la tasa global para el primer trimestre en Humboldt. Calcule la cantidad de costo indirecto que se carga a la maquinaria ligera con el uso exclusivo de esta tasa global trimestral, y el monto que se carga con el empleo de la tasa determinada en el inciso a). Si la tasa que es sensible al tipo de maquinado es correcta, ¿cuánto se carga de más o de menos a la maquinaria ligera, cuando se usa la tasa global?
- c) Determine la tasa global de costo indirecto para la planta de Concourse, para cada trimestre.

Horas de mano de obra directa				
Maquinado	Trimestre T1		Trimestre T2	
	Pesada	Ligera	Pesada	Ligera
Humboldt	2 000	800	1 500	1 500
Concourse	1 000	800	800	2 000

15.34 Un departamento industrial tiene cuatro líneas de procesamiento, cada uno de estos es considerado un centro de costos separado para fines de asignación del costo indirecto. Las horas de operación de la máquina se usan como base de asignación para todas las líneas. Para el próximo año se asignará un total de \$500 000 al departamento. Use los datos recabados este año para determinar la tasa de costo indirecto para cada línea.

Centro de costos	Costos indirectos asignados, \$	Horas de operación estimadas
1	50 000	600
2	100 000	200
3	150 000	800
4	200 000	1 200

15.35 Dirk, gerente de departamento en Chassis Fabrication, obtuvo los registros de finanzas y contabilidad que indican las tasas de asignación del costo indirecto para los 3 meses anteriores, así como las estimaciones para este mes y el próximo (septiembre y octubre). La base de asignación no se indica. El gerente de finanzas y contabilidad dice que no hay registro de la base utilizada; sin embargo, comunica a Dirk que no se preocupe por la asignación total, ya que ahora la tasa es constante de \$1.25 y más baja que las anteriores.

Mes	Costo indirecto, \$		
	Tasa	Asignación	Cargado
Junio	1.50	20 000	22 000
Julio	1.33	34 000	38 000
Agosto	1.37	35 000	35 000
Septiembre	1.25	36 000	
Octubre	1.25	36 250	

Durante su evaluación, Dirk encuentra esta información adicional en los registros departamentales y contables.

Mes	Mano de obra directa		Costo de materiales, \$	Pies cuadrados de espacio en departamento
	Horas	Costo, \$		
Junio	13 330	53 000	54 000	20 000
Julio	6 400	25 560	46 000	20 000
Agosto	6 400	25 560	57 000	29 000
Septiembre	6 400	27 200	63 000	29 000
Octubre	8 000	33 200	65 000	29 000

- a) Determine la base de asignación para cada mes, y b) comente la aseveración del gerente de finanzas y contabilidad acerca de que la tasa ahora es constante y más baja que las anteriores.

15.36 Un fabricante que atiende la industria del transporte marítimo tiene cinco departamentos. Las asignaciones de costo indirecto durante 1 mes se detallan a continuación, junto con el espacio asignado, las horas de mano de obra directa y los costos de mano de obra directa, para cada departamento que fabrica directamente radares y equipos de sonar.

Departamento	Asignación de costos indirectos, \$	Información real para 1 mes		
		Espacio, pies cuadrados	Mano de obra directa	
			Horas	Costos, \$
Preparación	20 000	10 000	480	31 680
Subensambles	45 000	18 000	1 000	103 250
Ensamble final	10 000	10 000	600	12 460
Aseguramiento de calidad	15 000	1 200		
Ingeniería	19 000	2 000		

Determine las tasas de asignación por departamento de manufactura con la finalidad de redistribuir la asignación de costos indirectos para los departamentos de Aseguramiento de Calidad e Ingeniería (\$34 000) a los otros departamentos. Utilice las siguientes bases para determinar las tasas referentes a: a) espacio, b) horas de mano de obra directa y c) costos de mano de obra directa.

15.37 Para el problema 15.29, determine los cargos del costo indirecto real usando las tasas determinadas. Para cargos reales, use bases de horas de mano de obra directa para los departamentos de Preparación y Subensambles, y costos laborales directos para el departamento de Ensamble Final.

15.38 Calcule los cargos de costos indirectos reales y las varianzas de asignación para a) cada centro y b) el total para todos los centros planteados en el problema 15.27 utilizando las tasas de asignación de cuentas individuales. Las horas reales acreditadas a cada centro son las siguientes: #101 tiene 700 horas; #102, 450 horas; #103, 650 horas, y #104, 1 400 horas.

15.39 Las tasas de costos indirectos y las bases para los seis departamentos productores en Thunder Computers se indican a continuación. a) Utilice los datos registrados para distribuir costos indirectos a los departamentos. b) Determine la varianza de asignación en relación con un presupuesto de asignación de costos indirectos totales de \$800 000.

Departa- mento	Asignación		Horas de mano de obra directa	Costos de mano de obra directa, \$	Horas de máquina
	Base*	Tasa, \$			
1	HLD	2.50	5 000	20 000	3 500
2	HM	0.95	5 000	35 000	25 000
3	CLD	1.25	10 500	44 100	5 000
4	CLD	5.75	12 000	84 000	40 000
5	CLD	3.45	10 200	54 700	10 200
6	HLD	0.75	19 000	69 000	60 500

*HLD = horas de mano de obra directa; HM = horas de máquina; CLD = costos laborales directos.

15.40 En Haycrow Industries fue asignado un nuevo gerente de planta, quien revisó la información que aparece en la tabla del problema 15.39 y determinó que es demasiado complejo tener más de una base de asignación de costo indirecto. La base seleccionada es el costo de la mano de obra directa, por tanto, para este año se usará el promedio simple de las tasas de CMD en los departamentos 3, 4 y 5 para calcular los cargos indirectos reales. Determine la cantidad de cargos para los seis departamentos y la variación total relativa al presupuesto de \$800 000 para asignar el costo indirecto.

15.41 Tocomo Industries atiende la industria del transporte marítimo. Las asignaciones de costos indirectos para 1 mes se detallan a continuación, junto con el espacio asignado, las horas de mano de obra directa y los costos de mano de obra directa para los tres departamentos que fabrican directamente radares y equipo de sonar. (Para referencia, ésta es la misma información presentada en el problema 15.29, aunque no se necesita haberlo resuelto para solucionar este problema.)

Departamento	Asignación de costos indirectos, \$	Información real para 1 mes		
		Espacio, pies cuadrados	Mano de obra directa	
			Horas	Costos, \$
Preparación	20 000	10 000	480	31 680
Subensambles	45 000	18 000	1 000	103 250
Ensamble final	10 000	10 000	600	12 460
Aseguramiento de calidad	15 000	1 200		
Ingeniería	19 000	2 000		

La compañía elabora actualmente todos los componentes requeridos por el departamento de Preparación; además está considerando la compra de estos componentes en lugar de su fabricación. Un contratista externo ha ofrecido fabricar los artículos por \$87 500 mensuales.

- a) Si los costos de Preparación en el mes específico mostrado se consideran buenas estimaciones para un estudio de ingeniería económica, y si se cargaron a Preparación materiales con valor de \$41 000, haga una comparación de las alternativas de fabricar *versus* comprar. Suponga que los costos compartidos de los departamentos de preparación, de Aseguramiento de Calidad y de Ingeniería ascienden en total a \$3 500 por mes.

- b) Una tercera alternativa para la compañía es comprar equipo nuevo para el departamento de Preparación y continuar fabricando los componentes. La maquinaria costará \$375 000, tendrá una vida de 5 años, sin valor de salvamento y un costo mensual de operación de \$5 000. Se espera que dicha compra reduzca los costos de Aseguramiento de Calidad y de Ingeniería en \$2 000 y \$3 000, respectivamente, y que reduzca también las horas de mano de obra directa cada mes a 200, y los costos de mano de obra directa mensuales a \$20 000 para el departamento de Preparación. La redistribución de los costos indirectos de Aseguramiento de Calidad e Ingeniería a los tres departamentos de producción se basa en las horas de mano de obra directa. Si los demás costos permanecen iguales, compare tres costos: el costo actual de fabricar los componentes, el costo estimado si se compra el nuevo equipo y el costo del contratista externo. Elija la alternativa más económica. Se usa una TMAR de mercado de 12% anual, compuesta mensualmente, sobre la inversión de capital.

- 15.42** Una corporación opera tres plantas en un estado. Todas ellas fabrican las mismas líneas de accesorios de precisión y de alta presión para una gran variedad de las industrias procesadoras de petróleo, gas y químicos. Las oficinas corporativas venden y embarcan los productos terminados. Adicionalmente, los tres sitios comparten los mismos servicios de apoyo para compras, cómputo, ingeniería de diseño, ingeniería de procesos, recursos humanos, seguridad industrial y muchas otras funciones, cuyos costos se distribuyen anualmente a las tres plantas como una asignación de costos indirectos. Esta asignación reduce el ingreso total de la planta como fue determinado por el departamento de finanzas. Una de las

medidas principales de rendimiento para cada gerente de planta es la contribución del ingreso neto de la planta al ingreso corporativo. En consecuencia, la asignación de costo indirecto anual es una reducción directa a la línea base de la planta.

Durante los últimos 5 años, un total de \$10 millones anuales se han asignado a las tres plantas, sobre la base de las horas de mano de obra directa (HLD), que tienen los siguientes promedios anuales.

Planta	A	B	C
HLD por año	200 000	100 000	1 800 000

La contratación de personal y las HLD han sido relativamente constantes durante el periodo de 5 años. Entonces, la asignación de costo indirecto se determina usando una tasa conocida por cada gerente de planta.

$$\begin{aligned}
 \text{Tasa de costo indirecto} &= \frac{\text{costos indirectos totales}}{\text{HLD totales}} \\
 &= \frac{\$10 \text{ millones}}{2.1 \text{ millones}} \\
 &= \$4.762 \text{ por HLD}
 \end{aligned}$$

Históricamente, la planta más antigua, A, ha establecido el estándar para la capacidad de planta anual. Se trata de 500 unidades diarias por cada 200 000 HLD, que es exactamente la capacidad de la planta A. Por lo tanto, a 250 días laborales por año, la capacidad para cada planta que se usa por la oficina corporativa es como sigue:

Planta	A	B	C
Capacidad, unidades/año	125 000	62 500	1 125 000

El gerente de la planta B ha sido diligente en cuanto a mejorar la calidad, minimizar

desperdicios y trabajar más sobre algún proceso, incentivar a los trabajadores, etcétera. Él cree que el estándar de HLD para asignación indirecta no es representativo de la planta B, cuando se le compara con las estadísticas por el “número embarcado” de las plantas A y C.

- Asigne los \$10 millones de costo indirecto con base en las HLD.
- El gerente de la planta A propuso que se utilice una nueva tasa general de costo indirecto, empleando la base de la capacidad de producción total de la corporación, en unidades por año. Determine esta tasa y asigne los \$10 millones de costo indirecto sobre esta base.
- Los registros indican que en los últimos dos años el número de unidades embarcadas con control de calidad promediaron 100 000 para A, 60 000 para B y 900 000 para C. El gerente de la planta B está convencido de que a su planta se le asigna, y se le seguirá asignando, más costo indirecto de lo que debería ser, en parte debido al hecho de que la planta B consistentemente embarca un mayor porcentaje de su capacidad que las plantas A y C. Él propondrá que se desarrolle un incentivo para embarcar un número de unidades ya verificadas en calidad tan cercano como sea posible a la capacidad de cada planta. La fórmula de asignación usará la tasa basada en la capacidad de la planta de la parte b), aunque modificada con una proporción adimensional que mida la salida real en relación con la capacidad de la planta.

Asignación de costo indirecto

$$= \frac{(\text{tasa}) (\text{capacidad de planta})}{\text{salida real/capacidad de planta}}$$

Determine la asignación por planta usando este método, y compárela con las cantidades asignadas determinadas por los dos métodos anteriores.

Método CBA

15.43 Utilice la ecuación [15.7] y las bases presentadas en la tabla 15.4 para explicar por qué una reducción en las horas de mano de obra directa, junto con un incremento en las horas de mano de obra indirecta debido a la automatización en una línea de producción, quizá requieran el uso de nuevas bases para asignar los costos indirectos.

15.44 Si el método tradicional de asignación de costo indirecto ayuda a calcular el costo de fabricar una unidad de producto, ¿qué es a lo que el método CBA ayuda con frecuencia cuando se estudia el costo de hacer una unidad de producto?

15.45 SNTTA Travel distribuye los costos de la comida para sus cuatro hoteles en Europa con base en el tamaño de su presupuesto. Para este año, en números redondos, los presupuestos y asignación de costos indirectos por \$1 millón se distribuyen a razón de 10% del presupuesto total de los hoteles.

	Sitio			
	A	B	C	D
Presupuesto, \$	2 millones	3 millones	4 millones	1 millón
Asignación, \$	200 000	300 000	400 000	100 000

a) Use el método de asignación CBA con un grupo de costo de \$1 millón en costos de comida. La actividad es el número de huéspedes durante el año.

Sitio	A	B	C	D
Huéspedes	3 500	4 000	8 000	1 000

b) Use nuevamente el método CBA, pero ahora la actividad es el número de

noches-huésped. El número promedio de noches de alojamiento de los huéspedes en cada sitio es el que se muestra enseguida:

Sitio	A	B	C	D
Periodo de estancia, noches	3.0	2.5	1.25	4.75

- c) Comente acerca de la distribución de los costos de la comida, con el empleo de ambos métodos. Identifique cualquiera de las otras actividades (orientadores de costo) que deban considerarse para el enfoque del método CBA que pudieran reflejar una asignación realista de los costos indirectos.
- d) Si se estableciera un esquema nuevo de distribución de \$1 millón de costo indirecto (es decir, uno distinto al de 10% del presupuesto total del hotel), explique la diferencia que habría en los montos finales reales que se cargarán en los incisos a) y b). ¿Habría alguna diferencia en las variaciones de la asignación si, por ejemplo, la distribución fuera de 30% a presupuestos de \$3 millones o más, y sólo 20% a los de \$3 millones o menos, por año?

15.46 Los costos indirectos se asignan cada trimestre del calendario a las tres líneas procesadoras utilizando como base las horas de mano de obra directa. El equipo nuevo automatizado ha reducido en forma significativa la mano de obra directa y el tiempo para producir una unidad, de manera que el gerente de división planea utilizar como base el tiempo de ciclo por unidad producida. Sin embargo, inicialmente, el gerente quiere determinar lo que habría sido la asignación, si el tiempo de ciclo hubiera sido la base anterior a la automatización. Utilice los siguientes datos para determinar la tasa de asignación y los cargos indirectos

reales para las tres situaciones diferentes, si el monto a ser asignado en un trimestre promedio es \$400 000. Comente sobre los cambios en la cantidad de los costos indirectos asignados por línea de procesamiento.

Línea de procesamiento	10	11	12
Horas de mano de obra directa por trimestre	20 000	12 700	18 600
Tiempo de ciclo por unidad ahora, segundos	3.9	17.0	24.8
Tiempo de ciclo por unidad anteriormente, segundos	13.0	55.8	28.5

15.47 Este problema consta de tres partes que se construyen una a partir de cada una de las otras. El objetivo es comparar y formular comentarios sobre la cantidad de los costos indirectos asignados a las instalaciones generadoras de electricidad ubicadas en dos estados, para las diversas situaciones descritas en cada parte.

- a) Históricamente, Mesa Power Authority ha asignado los costos indirectos asociados con su programa de seguridad laboral, en sus plantas de California y Arizona, con base en el número de empleados. La información para asignar un presupuesto de \$200 200 para este año es la siguiente:

Estado	Tamaño de la fuerza laboral
California	900
Arizona	500

- b) El jefe del departamento de contabilidad recomienda que se abandone el método tradicional y se utilice el costo basado en actividades para asignar los

\$200 200, utilizando los gastos en el programa de seguridad como la agrupación de costos y el número de accidentes como las actividades que impulsan los costos. Las estadísticas de accidentes indican lo siguiente para el año.

Estado	Número de accidentes
California	425
Arizona	135

- c) Un estudio adicional indica que el 80% de los costos indirectos del programa de seguridad se gasta en los trabajadores de las áreas de generación, y el 20% restante va para los empleados del área de oficinas. Debido a este aparente desequilibrio en gastos, se propone una asignación dividida de la cantidad de \$200 200: 80% de los dólares totales asignados mediante CBA, siendo las actividades el número de accidentes que ocurren en las áreas de generación y siendo la agrupación de costos el 80% de los gastos totales del programa de seguridad, y 20% de los dólares totales utilizando el método de asignación tradicional de costos indirectos, siendo la base el número de empleados en el área de oficinas. Se han reunido los siguientes datos.

Estado	Número de empleados		Número de accidentes	
	Área de generación	Área de oficinas	Área de generación	Área de oficinas
California	300	600	405	20
Arizona	200	300	125	10

PROBLEMAS DE REPASO FI

- 15.48** El costo de construir cierto edificio en 1999 fue de \$400 000. El índice de costos de construcción *ENR* fue de 6 059 para ese momento. Si ahora dicho índice es de 6 950, el costo de construir un edificio similar es lo más cercano a:
- a) Menos de \$450 000
 - b) \$508 300
 - c) \$458 800
 - d) Más de \$600 000
- 15.49** Un robot de la línea de montaje, el cual costó \$75 000 en 1995, tuvo un costo de \$89 750 en 2004. Si el índice de costos de equipo *M&S* fue de 1 027 en 1995, y el costo del robot se incrementó exactamente en proporción a dicho índice, el valor del índice en 2004 fue lo más cercano a:
- a) Ligeramente menor a 1 250
 - b) 1 105.2
 - c) 914.6
 - d) Ligeramente mayor a 1 400
- 15.50** Una bomba de turbina de 50 caballos de fuerza fue comprada en \$2 100. Si el exponente en la ecuación de costo-capacidad tiene un valor de 0.76, es de esperarse que el costo de una turbina de 200 caballos sea de:
- a) Menos de \$5 000
 - b) \$6 020
 - c) \$5 975
 - d) Más de \$6 100
- 15.51** En el año 2000 el costo de cierta máquina fue de \$15 000, cuando el índice de costo *M&S* fue de 1 092. Si el índice actual es de 1 164 y el exponente en la ecuación de costo-capacidad tuvo un valor de 0.65, el costo que tendría hoy una máquina similar con el doble de capacidad se estima en:
- a) Menos de \$24 000
 - b) \$25 100
 - c) \$28 500
 - d) Más de \$30 000

ESTUDIO DE CASO

ESTIMACIONES DE COSTO TOTAL PARA OPTIMIZAR DOSIS DE COAGULANTES

Antecedentes

En el tratamiento del agua potable se realizan diversos procesos, aunque tres de los más importantes están asociados con la remoción de materia suspendida, que se conoce como turbiedad. La remoción de la turbiedad se lleva a cabo agregando sustancias químicas que provocan el aglutinamiento (coagulación) de los pequeños sólidos suspendidos, formando partículas más grandes que pueden retirarse mediante el asentamiento (sedimentación). Las escasas partículas que quedan después de la sedimentación se extraen empleando filtros de arena o carbón (filtración).

En general, conforme se aumenta la dosis de sustancias químicas, ocurre más “aglutinamiento” (hasta cierto punto), de manera que hay una mayor remoción de partículas a través del proceso de sedimentación. Esto significa que deben removerse menos partículas a través de la filtración, lo cual, en efecto, significa que el filtro no tendrá que limpiarse con tanta frecuencia mediante retrolavado. Por lo tanto, más químicos significa menos agua de retrolavado, y viceversa. Puesto que tanto el agua de retrolavado como los químicos implican costos, la pregunta principal sería: ¿qué cantidad de químicos

generará un costo global menor cuando los procesos químicos de coagulación y de filtración se consideran en conjunto?

Formulación

Para minimizar el costo total asociado con la coagulación y con la filtración, es necesario obtener la relación entre la dosis de sustancias químicas y la turbiedad del agua después de la coagulación y la sedimentación, pero antes de la filtración. Este procedimiento permite determinar los costos de los químicos para las diferentes estrategias de operación. Esta relación de costos, derivada utilizando el análisis de regresión polinomial, se muestra en la figura 15.2 y se describe en la siguiente ecuación:

$$T = 37.0893 - 7.7390F + 0.7263F^2 - 0.0233F^3 \quad [15.8]$$

donde T = turbiedad del agua asentada y F = dosis de coagulante en miligramos/litro (mg/L).

En forma similar, la información de agua de retrolavado se describe por la ecuación:

$$B = -0.549 + 1.697T \quad [15.9]$$

donde B = tasa de agua de retrolavado, $\text{m}^3/1\,000\,\text{m}^3$ de agua producto.

Al sustituir la ecuación [15.8] en la ecuación [15.9] y multiplicar por el costo unitario del agua de \$0.0608/ m^3 , se encuentra el costo del agua de lavado frente a la turbiedad, C_B .

$$C_B = -0.0024F^3 + 0.0749F^2 - 0.798F + 3.791 \quad [15.10]$$

donde C_B = costo del agua de lavado, \$/1 000 m^3 de agua producto.

El costo del químico para coagulación C_C es \$0.183 por kilogramo o

$$C_C = 0.183F \quad [15.11]$$

El costo total para el agua de retrolavado y los químicos, C_T , se obtiene sumando las dos últimas ecuaciones.

$$C_T = C_B + C_C \quad [15.12]$$

$$= -0.0024F^3 + 0.0749F^2 - 0.615F + 3.791$$

Las ecuaciones [15.10] a [15.12] se representan gráficamente en la figura 15.3.

Resultados

Como muestra la figura 15.3, el costo mínimo ocurre a una dosis de 5.6 mg/L. Cuando se utiliza esta dosis, el

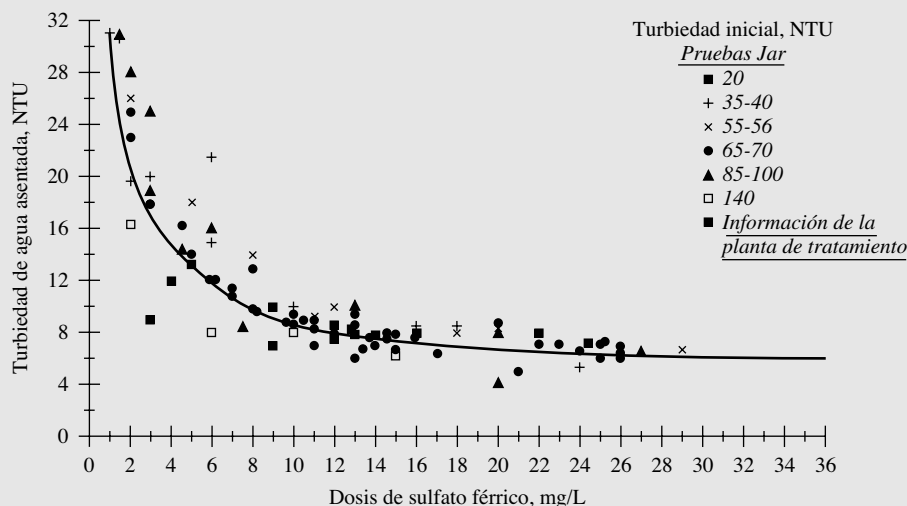


Figura 15.2

Relación no lineal entre dosis de coagulación y turbiedad efluente de sedimentación en estanque.

FUENTE: A. J. Tarquin, Diana Tsimis y Doug Rittmann, "Water Plant Optimizes Coagulant Dosages", *Water Engineering and Management* 136, núm. 5 (1989), pp. 43-47.

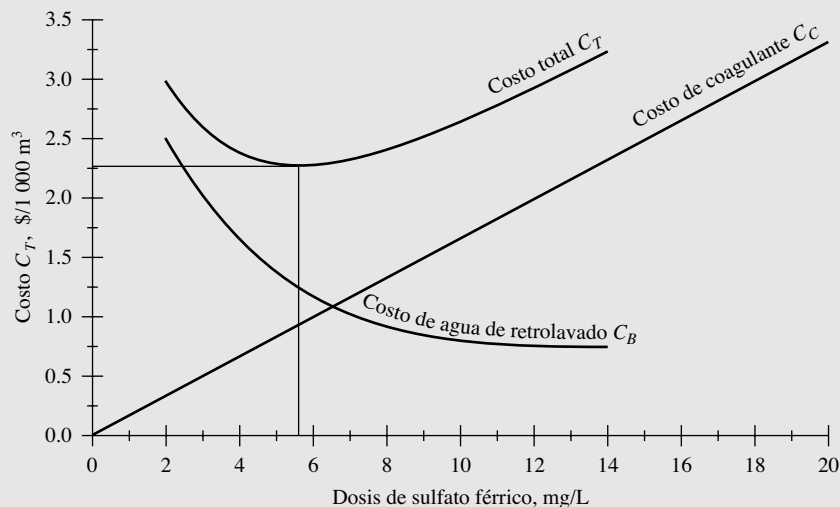


Figura 15.3

Curva de costo total para dosis de coagulante y agua de retrolavado.

FUENTE: A. J. Tarquin, Diana Tsimis y Doug Rittmann, "Water Plant Optimizes Coagulant Dosages", *Water Engineering and Management* 136, núm. 5 (1989), pp. 43-47.

costo total para coagulación y filtración es aproximadamente $C_T = \$2.27$ por $1\,000\text{ m}^3$ de agua producto. Antes de este análisis, la planta estaba utilizando 12 mg/L . Los costos en 5.6 y 12 mg/L se muestran en la tabla 15.8. Como ilustración, a la tasa flujo promedio de $189\,250\text{ m}^3/\text{día}$, resulta un ahorro del 26%, el cual representa un ahorro en dólares anuales de más de $\$53\,000$.

Ejercicios para el estudio de caso

1. ¿Qué efecto tiene un incremento en el costo de los químicos sobre la dosis óptima?
2. ¿Qué efecto tiene un incremento en el costo del agua para retrolavado sobre la dosis óptima?
3. ¿Cuál es el costo de los químicos para una dosis de 10 mg/L ?
4. ¿Cuál es el costo del agua de retrolavado para una dosis de 14 mg/L ?
5. Si el costo de los químicos cambia a $\$0.21/\text{kg}$, ¿cuál será el costo total de coagulación y de filtración a una dosis de 6 mg/L ?
6. ¿Con qué costo de los químicos ocurrirá el costo total mínimo a 8 mg/L ?

TABLA 15.8 Costos operacionales para dosis de coagulante de 5.6 y 12 mg/L

Dosis de coagulante, mg/L	Costo de coagulante, \$/1 000 m ³	Núm. de retrolavados por día*	Costo de agua para lavado, \$/1 000 m ³	Costo total, \$/1 000 m ³	Ahorro en costos
5.6	1.25	5.93	1.02	2.27	26%
12.0	2.20	4.12	0.85	3.05	

* Cantidad promedio de agua por retrolavado es 305 m^3 , y tasa de flujo promedio por día es $94\,625\text{ m}^3/\text{día}$ (25 MGD).

ESTUDIO DE CASO

COMPARACIÓN DE COSTO INDIRECTO DE UNA UNIDAD DE ESTERILIZACIÓN DE EQUIPO MÉDICO

El producto

Hace tres años, Medical Dynamics, una unidad de equipo médico de Johnson and Sons, Inc., inició la fabricación y venta de una unidad de esterilización portátil (Quik-Sterz), que puede colocarse en el cuarto de hospital de un paciente. Esta unidad esteriliza y permite tener disponibles junto a la cama algunos de los instrumentos reutilizables que las enfermeras y médicos usualmente tendrían que recoger o recibirlos de un área central. Esta nueva unidad hace que los instrumentos estén disponibles en el lugar y momento de uso para pacientes con quemaduras y lesiones serias, que se encuentran internados en un cuarto normal de hospital.

Existen a la venta dos modelos del Quik-Sterz. La versión estándar se vende en \$10.75, y una versión *premium* con bandejas personalizadas y un sistema de batería de respaldo se vende en \$29.75. El producto se ha vendido muy bien en hospitales, unidades de conva-

lecencia y asilos al nivel aproximado de 1 millón de unidades al año.

Procedimientos de asignación de costos

Medical Dynamics históricamente ha usado un sistema de asignación de costo indirecto con base en las horas directas de fabricación para todas sus otras líneas de producto. Se aplicó el mismo cuando se asignó el precio del Quik-Sterz. Sin embargo, Arnie, la persona que desarrolló el análisis de costo indirecto y estableció el precio de venta, ya no trabaja en la compañía, y el análisis detallado ya no está disponible. Mediante conversaciones telefónicas y por correo electrónico, Arnie mencionó que el precio actual se estableció aproximadamente 10% sobre el costo de fabricación total determinado hace 2 años, y que ciertos registros estaban disponibles en los archivos del departamento de diseño. Una búsqueda de estos archivos reveló la

TABLA 15.9 Registros históricos de análisis de costos directo e indirecto para Quik-Sterz

Evaluación de costo directo (CD) para Quik-Sterz				
Modelo	Mano de obra directa, \$/unidad*	Material directo, \$/unidad	Mano de obra directa, horas/unidad	Total de horas de mano de obra directa
Estándar	\$ 5.00	\$2.50	0.25	187 500
<i>Premium</i>	10.00	3.75	0.50	125 000
Evaluación de costo indirecto (CID) para Quik-Sterz				
Modelo	Mano de obra directa, horas/unidad	Fracción CID asignada	CID asignado	Ventas, unidades/año
Estándar	0.25	$\frac{1}{3}$	\$1.67 millones	750 000
<i>Premium</i>	0.50	$\frac{2}{3}$	\$3.33 millones	250 000

*La tasa de mano de obra directa promedio es de \$20 por hora.

TABLA 15.10 Agrupaciones de costos, impulsores de costos y niveles de actividad para el Quik-Sterz mediante el método de asignación de costos indirectos con base en CBA

Función de agrupación de costos	Actividad del impulsor de costos	Actividad, volumen/año	Costo real, \$/año
Calidad	Inspecciones	20 000 inspecciones	\$ 800 000
Compras	Órdenes de compra	40 000 órdenes	1 200 000
Programación	Órdenes de cambio	1 000 órdenes	800 000
Preparación de la producción	Preparaciones	5 000 preparaciones	1 000 000
Operaciones de máquina	Horas-máquina	10 000 horas	1 200 000

Nivel de actividad para el año		
Actividad	Estándar	Premium
Inspecciones de calidad	8 000	12 000
Órdenes de compra	30 000	10 000
Órdenes para cambio de la programación	400	600
Preparaciones de la producción	1 500	3 500
Horas-máquina	7 000	3 000

información de manufactura y costos de la tabla 15.9. Es claro, a partir de éstos y otros registros, que Arnie empleó un análisis tradicional de costo indirecto con base en las horas de mano de obra directa para estimar el costo de fabricación total: de \$9.73 por unidad para el modelo estándar, y de \$27.07 por unidad para el modelo *premium*.

El año pasado, la gerencia decidió colocar toda la planta en el sistema CBA de asignación de costo indirecto. Las cifras de costos y ventas recopilados por Quik-Sterz el año anterior todavía eran precisas. Se identificaron cinco agrupaciones de costos y sus respectivos impulsores de costos para las operaciones de manufactura de Medical Dynamics (tabla 15.10). Además, el número de actividades de cada modelo se resume en dicha tabla.

De aquí en adelante se usará el modelo CBA, con la intención de determinar el costo total y el precio con base en sus resultados. La primera impresión del personal de producción es que el nuevo sistema mostrará que los costos indirectos para el Quik-Sterz son aproximadamente los mismos que los de otros productos durante los últimos años, cuando se vendieron un modelo estándar y uno mejorado (*premium*). De

manera predecible, dicen, el modelo estándar recibirá cerca de 1/3 del costo indirecto, y el *premium* recibirá los 2/3 restantes. Básicamente, existen tres razones por las que la gerencia de producción no está a favor de producir versiones *premium*: cuestan demasiado en términos de costos directos e indirectos, son menos rentables para la compañía y requieren significativamente más tiempo y más operaciones en su fabricación.

Ejercicios del caso de estudio

1. Emplee asignación tradicional de costo indirecto para verificar los estimados de Arnie acerca de costo y precio.
2. Utilice el método CBA para estimar la asignación de costo indirecto y el costo total para cada modelo.
3. Si los precios y el número de unidades vendidas son los mismos el próximo año (750 000 estándar y 250 000 *premium*), y todos los demás costos permanecen constantes, compare la ganancia del Quik-Sterz bajo el método CBA con la ganancia usando el método tradicional de asignación de costo indirecto.

4. ¿Qué precios debe cargar Medical Dynamics el próximo año con base en el método CBA y un 10% de margen de ganancia sobre el costo? ¿Cuál será la ganancia total que se espera del Quik-Sterz si las ventas se mantienen estables?
5. Usando los resultados anteriores, comente acerca de las observaciones de primera impresión y las predicciones del personal de la gerencia de producción acerca del Quik-Sterz cuando se anunció la aplicación del método CBA.

16

CAPÍTULO

Métodos de depreciación

En general, las compañías recuperan en libros sus inversiones de capital en activos tangibles —equipo, computadores, vehículos, maquinaria y edificaciones— mediante un proceso llamado *depreciación*. Aunque el monto de depreciación no es un flujo de efectivo real, el proceso de depreciar un activo, al cual se hace referencia también como *recuperación de capital*, explica la pérdida del valor del activo debido a la antigüedad, uso y obsolescencia. Aunque un activo se conserve en excelente condición de funcionamiento, el hecho de que valga menos a través del tiempo se considera en los estudios de evaluación económica. Después de la introducción acerca de los métodos clásicos de depreciación se analizará el *sistema modificado acelerado de recuperación de costos (SMARC)*, que es un sistema estándar utilizado en Estados Unidos con propósitos impositivos. Es común que otros países usen los métodos clásicos para calcular impuestos.

¿Por qué es importante la depreciación en la ingeniería económica? Porque es un *gasto que permite la deducción de impuestos* que se incluye en el cálculo de éstos en prácticamente todos los países industrializados. La depreciación disminuye el impuesto sobre la renta mediante la relación:

$$\text{Impuestos} = (\text{ingreso} - \text{deducciones})(\text{tasa de impuestos})$$

Los impuestos sobre la renta se estudian con mayor detalle en el capítulo 17.

El presente capítulo concluye con una introducción a los dos métodos de *agotamiento*, los cuales se utilizan con el propósito de recuperar inversiones de capital en depósitos de recursos naturales, como minerales, metales y madera.

Nota importante: En un curso, para considerar inicialmente la depreciación y el análisis después de impuestos, cubra este capítulo y el siguiente “Análisis económico después de impuestos” después de los capítulos 6 (VA), 9 (B/C) u 11 (Análisis de reemplazo). Consulte el prefacio para tener más opciones acerca del ordenamiento de los temas.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Objetivo general: usar los métodos clásicos y aprobados por el gobierno para reducir el valor de la inversión de capital en un activo o recurso natural.

Términos de depreciación

Línea recta

Saldo decreciente

SMARC

Periodo de recuperación

Agotamiento

Este capítulo ayudará al lector a:

1. Comprender y usar la terminología básica de la depreciación.
2. Aplicar el modelo de depreciación en línea recta.
3. Aplicar los modelos de depreciación de saldo decreciente y doble decreciente.
4. Aplicar el sistema modificado acelerado de recuperación de costos (SMARC) de la depreciación para las corporaciones de Estados Unidos.
5. Elegir el periodo de recuperación de un activo para la depreciación del SMARC.
6. Utilizar los métodos de agotamiento en costos y porcentual para inversiones en recursos naturales.

Apéndices del capítulo

- A1. Aplicar el método de depreciación de la suma de los dígitos anuales.
- A2. Determinar cuándo cambiar de un modelo de depreciación a otro.
- A3. Calcular tasas de depreciación del SMARC usando el cambio de modelo de depreciación.

16.1 TERMINOLOGÍA DE DEPRECIACIÓN

A continuación se definen algunos términos comúnmente utilizados en depreciación. La mayoría es aplicable tanto a corporaciones como a individuos que poseen activos depreciables.

Depreciación es la reducción en el valor de un activo. El método empleado para depreciar un activo es una forma de tomar en consideración el valor decreciente del activo para el propietario y para representar el valor (monto) de disminución de los fondos de capital invertidos en él. El monto de la depreciación anual D_t no representa un flujo de efectivo real, ni refleja necesariamente el patrón del uso real del activo durante su posesión.

Depreciación en libros y depreciación para efecto de impuestos son términos empleados para describir el propósito de reducir el valor del activo. La depreciación se toma en cuenta por dos razones:

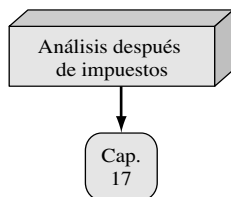
1. Para la contabilidad financiera interna de una empresa o negocio. Ésta es la depreciación en libros.
2. Para cálculos impositivos por disposiciones gubernamentales. Ésta es la depreciación para efectos de impuestos.

Los métodos aplicados para estos dos propósitos pueden utilizar o no las mismas fórmulas, como se analiza más adelante. La *depreciación en libros* indica la inversión reducida en un activo con base en el patrón vigente y la vida útil esperada de dicho activo. Hay métodos clásicos de depreciación aceptados internacionalmente que se usan para determinar la depreciación en libros: en línea recta, de saldos decrecientes y el que rara vez se utiliza es el de la suma de los dígitos del año. El monto de la *depreciación para efecto de impuestos* es importante en los estudios de ingeniería económica después de impuestos por lo siguiente:

En Estados Unidos y muchos países industrializados, la depreciación del impuesto anual es deducible de impuestos; es decir, se resta del ingreso cuando se calcula la cantidad de impuestos que se adeuda cada año. Sin embargo, el monto de la depreciación para efecto de impuestos debe calcularse con un método aprobado por el gobierno.

La depreciación de impuestos se puede calcular y referir de manera distinta en países distintos a Estados Unidos. Por ejemplo, el equivalente en Canadá es el TCC (tolerancia del costo de capital), el cual se calcula con base en el valor no depreciado de todas las propiedades corporativas que forman una clase particular de activos, mientras que en Estados Unidos la depreciación puede determinarse para cada activo por separado.

Donde se permite, la depreciación para efecto de impuestos usualmente está basada en un método acelerado; por consiguiente, la depreciación para los primeros años de uso es mayor que para los años posteriores. En Estados Unidos, este método se denomina SMARC, según se estudiará en las secciones que siguen. De hecho, los métodos acelerados difieren parte del impuesto sobre la renta que se carga a periodos posteriores de la vida del activo; no reducen la cantidad total de impuestos.

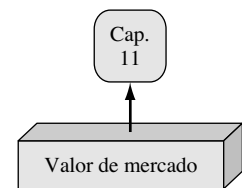


Costo inicial o base no ajustada es el costo del activo entregado e instalado que incluye precio de compra, comisiones de entrega e instalación, y otros costos directos depreciables en los que se incurre con la finalidad de preparar el activo para su uso. El término base no ajustada B , o simplemente base, se utiliza cuando el activo es nuevo; se emplea el término base ajustada cuando se ha cargado alguna depreciación.

El **valor en libros** representa la inversión restante y no depreciada en los libros, después de que el monto total de cargos de depreciación a la fecha se restó de la base. En general, el valor en libros, VL_n , se determina al final de cada año, lo cual es consistente con la habitual convención de final de año.

El **periodo de recuperación** es la vida depreciable, n , del activo en años. Con frecuencia, existen diferentes valores n para las depreciaciones en libros y para efecto de impuestos. Estos valores pueden ser diferentes de la vida productiva estimada del activo.

El **valor de mercado**, un término también empleado en el análisis de reemplazo, es la cantidad estimada que ingresaría si el activo se vendiera en el mercado abierto. Debido a la estructura de las leyes de depreciación, el valor en libros y el valor de mercado llegan a ser sustancialmente diferentes. Por ejemplo, el valor de mercado de un edificio comercial tiende a aumentar, pero el valor en libros se reducirá a medida que se consideren los cargos de depreciación. En contraste, una terminal de computadora puede tener un valor de mercado mucho más bajo que su valor en libros debido a la tecnología rápidamente cambiante.



El **valor de salvamento** es el valor estimado de intercambio o de mercado al final de la vida útil del activo. El valor de salvamento, S , expresado como una cantidad estimada en dólares o como un porcentaje del costo inicial, puede ser positivo, cero o negativo debido a los costos de desmantelamiento y de remoción.

La **tasa de depreciación o tasa de recuperación** es la fracción del costo inicial que se elimina cada año por depreciación. Dicha tasa, denotada por d_n , puede ser la misma cada año, denominándose entonces tasa en línea recta, o diferente para cada año del periodo de recuperación.

La **propiedad personal**, uno de los dos tipos de propiedad para los que se permite la depreciación, está constituida por las posesiones tangibles de una corporación, productoras de ingresos, utilizadas para efectuar negocios. Se incluye la mayor parte de la propiedad industrial y de servicio: vehículos, equipo de manufactura, dispositivos para el manejo de materiales, computadoras y equipos de red, teléfonos, mobiliario de oficina, equipo para procesos de refinación, activos de la construcción y muchos más.

La **propiedad inmobiliaria** incluye el predio y todas sus mejoras: edificios de oficinas, estructuras de manufactura, instalaciones de prueba, bodegas, apartamentos y otras estructuras. *El terreno en sí se considera propiedad inmobiliaria, pero no es depreciable.*

La **convención de medio año** supone que se empieza a utilizar los activos o se dispone de ellos a mitad de año, sin importar cuándo ocurren realmente tales eventos durante el año. En este texto y en la mayoría de los métodos de depreciación para efecto de impuestos aprobados en Estados Unidos se considera dicha convención. Existen también convenciones de mitad de mes y de mitad de trimestre.

Como se dijo antes, existen varios modelos para depreciar activos, el de línea recta (LR) se ha usado a nivel internacional en forma histórica. Sin embargo, modelos acelerados tales como el modelo de saldo decreciente (SD), reducen el valor en libros a cero (o al valor de salvamento) con más rapidez que el método en línea recta, como lo muestran las curvas generales de valor de la figura 16.1.

Para los métodos clásicos —línea recta, saldo decreciente y suma de los dígitos anuales (SDA)— existen funciones de Excel disponibles para determinar la depreciación anual. Cada función se presentará e ilustrará conforme se explique el método. Puesto que el SDA se aplica con menor frecuencia, se resumirá en el apéndice de este capítulo.

Como es de esperar, existen muchas reglas y excepciones a las leyes que rigen la depreciación en un país. Una de ellas que podría ser de interés cuando se lleva a cabo un análisis económico para un *negocio pequeño* en Estados Unidos, es la *Deducción de la Sección 179*. Se trata de un incentivo económico que cambia con rapidez y está dirigido sobre todo a pequeñas empresas que invierten capital en equipo usado en forma directa. Hasta un monto especificado, toda la base de un activo se maneja como gasto de negocios en el año de compra. Este tratamiento fiscal reduce los impuestos federales sobre la renta, igual que lo hace la depreciación, pero se permite en lugar de depreciar el costo inicial durante varios años. El límite cambia con el tiempo; en 2002

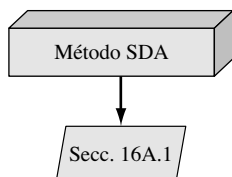
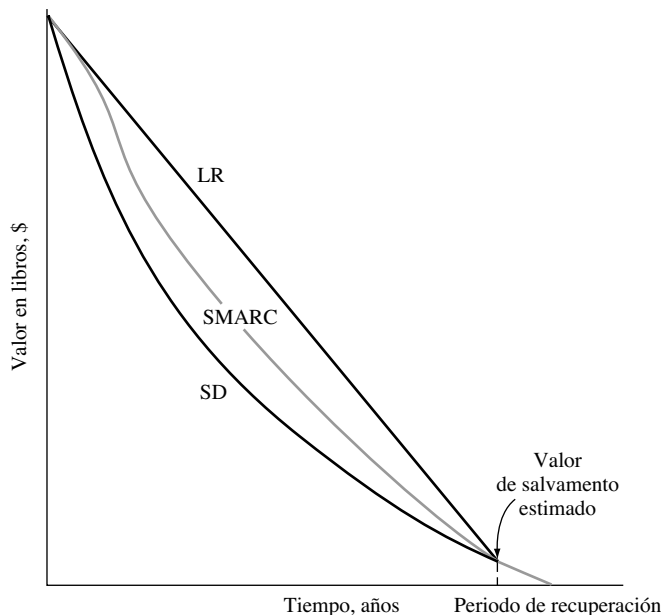


Figura 16.1

Forma general de las curvas de valor en libros para diferentes modelos de depreciación.



era de \$24 000, pero se incrementó a \$100 000 en 2003 y a \$102 000 en 2004. Las inversiones por arriba de estos límites se deprecian por medio del SMARC. Las leyes fiscales de 2004 establecen que para inversiones de capital superiores a \$410 000 la Deducción de la Sección 179 se reduce dólar por dólar.

En la década de 1980 el gobierno estadounidense estandarizó los métodos acelerados para propósitos de *depreciación impositiva federal*. En 1981, todos los métodos clásicos, incluyendo las depreciaciones en línea recta, saldo decreciente y suma de dígitos anuales, se inhabilitaron como deducibles de impuestos y se reemplazaron por el sistema acelerado de recuperación de costos (SARC). En una segunda vuelta de estandarización, el SMARC (SARC modificado) se eligió como el método de depreciación impositiva requerido en 1986. Hasta esta fecha, lo siguiente es la ley en Estados Unidos.

La depreciación para efectos de impuestos debe calcularse usando el SMARC; la depreciación en libros puede calcularse utilizando algún método clásico o el SMARC.

El SMARC incluye, de formas ligeramente diferentes, los métodos SD y LR, aunque estos dos métodos no pueden utilizarse de manera directa si la depreciación anual será deducible de impuestos. Muchas compañías estadounidenses todavía aplican los métodos clásicos para llevar sus propios libros, debido a que estos métodos son más representativos de cómo los patrones de uso del activo reflejan la inversión de capital restante. Además, la mayor parte de los países aún reconocen los métodos clásicos en línea recta y de saldo decreciente para fines fiscales o de libros. A causa de la importancia vigente de los métodos de LR y SD, éstos se explican en las siguientes dos secciones, antes del SMARC.

Con frecuencia ocurren revisiones a las leyes impositivas, y las reglas de depreciación cambian de tiempo en tiempo en Estados Unidos y otros países. Aunque las tasas impositivas y los lineamientos de depreciación en el momento en que usted lea este material sean ligeramente diferentes, los principios y las ecuaciones generales son universales. Para mayor información acerca de las leyes de depreciación e impositivas, consulte al Departamento del Tesoro y el “Internal Revenue Service” de Estados Unidos en la página www.irs.gov. Publicaciones afines se descargan vía Acrobat Reader. La Publicación 946, “Cómo depreciar la propiedad”, es especialmente aplicable a este capítulo. En ella se analizan el SMARC y la mayor parte de las leyes de depreciación impositiva para empresas.

16.2 DEPRECIACIÓN EN LÍNEA RECTA (LR)

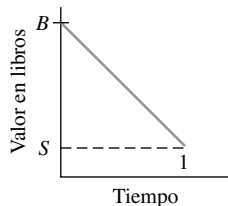
La depreciación en línea recta deriva su nombre del hecho de que el valor en libros disminuye linealmente con el tiempo. La tasa de depreciación $d = 1/n$ es la misma cada año del periodo de recuperación n .

La línea recta se considera el estándar contra el cual se comparan los otros modelos de depreciación. Para propósitos de *depreciación en libros*, ofrece una excelente representación del valor en libros para cualquier activo que se utilice de manera regular a lo largo de un número estimado de años. Como se dijo antes, en Estados Unidos no se usa directamente para la *depreciación impositiva*, pero es común que se utilice

para fines fiscales en la mayor parte de los países. Sin embargo, el método estadounidense del SMARC incluye una versión de depreciación por LR con un valor de n más grande que el que permite regularmente el SMARC (véase la sección 16.5).

La depreciación LR anual se determina al multiplicar el costo inicial menos el valor de salvamento, por d . En forma de ecuación:

$$\begin{aligned} D_t &= (B - S)d \\ &= \frac{B - S}{n} \end{aligned} \quad [16.1]$$



donde $t = \text{año } (t = 1, 2, \dots, n)$

D_t = cargo anual de depreciación

B = costo inicial o base no ajustada

S = valor de salvamento estimado

d = tasa de depreciación = $1/n$

n = periodo de recuperación

Puesto que el activo se deprecia por la misma cuantía cada año, el valor en libros después de t años de servicio, VL_t , será igual al costo inicial B menos la depreciación anual, por t .

$$VL_t = B - tD_t \quad [16.2]$$

Anteriormente se definió d_t como la tasa de depreciación para un año específico t . No obstante, el modelo LR tiene la misma tasa para todos los años, es decir,

$$d = d_t = \frac{1}{n} \quad [16.3]$$



El formato para que la función de Excel despliegue la depreciación anual D_t en una sola operación de celda es el siguiente:

$$SLN(B, S, n)$$

EJEMPLO 16.1

Si un activo tiene un costo inicial de \$50 000 con un valor estimado de salvamento de \$10 000 después de 5 años, a) calcule la depreciación anual, y b) determine y represente gráficamente el valor en libros del activo después de cada año, utilizando el modelo de depreciación en línea recta.

Solución

a) La depreciación de cada año para 5 años se encuentra mediante la ecuación [16.1].

$$D_t = \frac{B - S}{n} = \frac{50\,000 - 10\,000}{5} = \$8\,000$$

Ingresa la función $SLN(50\,000, 10\,000, 5)$ en cualquier celda para desplegar la D_t de \$8 000.



- b) El valor en libras después de cada año t se calcula mediante la ecuación [16.2]. Los valores VL_t se representan gráficamente en la figura 16.2. Para los años 1 y 5, por ejemplo,

$$VL_1 = 50\,000 - 1(8\,000) = \$42\,000$$

$$VL_5 = 50\,000 - 5(8\,000) = \$10\,000 = S$$

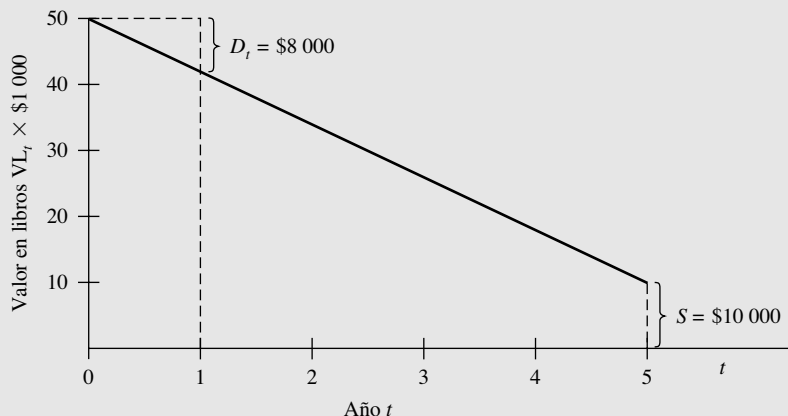


Figura 16.2

Valor en libras de un activo depreciado, utilizando el modelo en línea recta, ejemplo 16.1.

16.3 DEPRECIACIÓN DE SALDO DECRECIENTE (SD) Y DE SALDO DOBLE DECRECIENTE

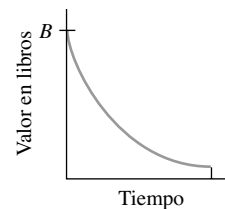
El método de saldo decreciente por lo general se aplica como el método de depreciación en libras. Al igual que el método LR, el SD está inherente en el método SMARC, aunque el método SD por sí mismo no puede utilizarse para determinar la depreciación anual deducible de impuestos en Estados Unidos. Este método se usa de manera rutinaria en la mayoría de los países para fines de depreciación fiscal y en libras.

El método de saldo decreciente también se conoce como el método de porcentaje uniforme o fijo. La depreciación de SD acelera la reducción del valor del activo debido a que la depreciación anual se determina multiplicando *el valor en libras al principio de cada año* por un porcentaje fijo (uniforme) d , expresado en forma decimal. Si $d = 0.1$, entonces cada año se elimina el 10% del valor en libras. Por lo tanto, la cantidad de depreciación disminuye año con año.

La tasa de depreciación anual máxima por el método SD es el doble de la tasa en línea recta, esto es,

$$d_{\text{máx}} = 2/n \quad [16.4]$$

En este caso, el método se conoce como de *saldo decreciente doble (SDD)*. Si $n = 10$ años, la tasa SDD sería $2/10 = 0.2$, de manera que 20% del valor en libras se



remueve anualmente. Otro porcentaje muy utilizado para el método SD es 150% de la tasa LR, donde $d = 1.5/n$.

La depreciación para el año t es la tasa fija d , multiplicada por el valor en libros al final del año anterior.

$$D_t = (d)VL_{t-1} \quad [16.5]$$

La tasa de depreciación real para cada año t , relativa al costo inicial B , es:

$$d_t = d(1 - d)^{t-1} \quad [16.6]$$

Si el VL_{t-1} no se conoce, la depreciación en el año t se calcula usando B y d_t de la ecuación [16.6].

$$D_t = dB(1 - d)^{t-1} \quad [16.7]$$

El valor en libros en el año t se determina en una de dos formas: o utilizando la tasa d y el costo inicial B , o restando el cargo de depreciación actual anterior valor en libros. Las ecuaciones son:

$$VL_t = B(1 - d)^t \quad [16.8]$$

$$VL_t = VL_{t-1} - D_t \quad [16.9]$$

Es importante entender que el valor en libros en el método SD nunca llega a cero, porque el valor en libros siempre está disminuyendo en un porcentaje fijo. El valor de salvamento implícito después de n años es la cantidad VL_n , es decir,

$$\text{Valor de salvamento implícito} = S \text{ implícito} = VL_n = B(1 - d)^n \quad [16.10]$$

Si se estima un valor de salvamento para el activo, este *valor S estimado no se emplea en los métodos SD o SDD* para calcular la depreciación anual. Sin embargo, si el S implícito $< S$ estimado, es correcto dejar de cargar posteriores depreciaciones cuando el valor en libros esté en o por debajo del valor de salvamento estimado. En la mayoría de los casos, el S estimado está en el rango de cero al valor S implícito. (Este lineamiento es importante cuando el método del saldo decreciente puede usarse directamente con fines de depreciación fiscal.)

Si no se establece el porcentaje fijo d , es posible determinar una tasa fija implícita usando el valor S estimado, si $S > 0$. El rango para d es $0 < d < 2/n$.

$$d \text{ implícita} = 1 - \left(\frac{S}{B}\right)^{1/n} \quad [16.11]$$

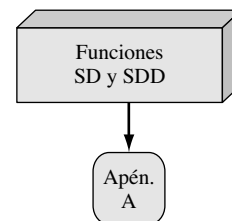


Las funciones DDB y DB de Excel se usan para desplegar cantidades de depreciación para años específicos (o cualquier otra unidad de tiempo). La función se repite en celdas contiguas de una hoja de cálculo pues la cantidad de depreciación D_t cambia con t . Para el método de saldo decreciente doble es

$$DDB(B, S, n, t, d)$$

La entrada d es la tasa fija expresada como un número entre 1 y 2. Si se omite, se supone que esta entrada opcional será 2 para DDB. Una entrada de $d = 1.5$ hace que la función DDB despliegue cantidades del método de saldo decreciente al 150%. La función DDB automáticamente verifica para determinar cuándo el valor en libros es igual al valor S estimado. Ninguna depreciación posterior se carga cuando esto ocurre. (Con la finalidad de permitir que se realicen cargos de depreciación *completos*, asegúrese que el S ingresado está entre cero y el S implícito a partir de la ecuación [16.10].) Advierta que $d = 1$ es el mismo que la tasa en línea recta $1/n$, pero D_t no será la cantidad LR porque la depreciación en saldo decreciente está determinada como un porcentaje fijo del valor en libros del año previo, que es completamente diferente de los cálculos LR en la ecuación [16.1].

La función DB debe utilizarse con cuidado. Su formato es $DB(B, S, n, t)$. La tasa fija d no se ingresa en la función DB; d es un cálculo inherente usando un equivalente en hoja de cálculo de la ecuación [16.11]. Además, sólo se mantienen tres dígitos significativos para d , de manera que el valor en libros puede ir por abajo del valor de salvamento estimado debido a errores de redondeo. En consecuencia, *si se conoce la tasa de depreciación, siempre use la función DDB para asegurar los resultados correctos*. Los siguientes dos ejemplos ilustran las depreciaciones SD y SDD y sus funciones en hojas de cálculo.



EJEMPLO 16.2

Un dispositivo para prueba de fibras ópticas será depreciado con el método SDD. El dispositivo tiene un costo inicial de \$25 000 y un valor de salvamento estimado de \$2 500 después de 12 años. a) Calcule su depreciación y su valor en libros para los años 1 y 4. Escriba las funciones de Excel para mostrar la depreciación para los años 1 y 4. b) Calcule el valor de salvamento implícito después de 12 años.

Solución

- a) La tasa de depreciación fija de SDD es $d = 2/n = 2/12 = 0.1667$ anual. Use las ecuaciones [16.7] y [16.8].

$$\text{Año 1:} \quad D_1 = (0.1667)(25\,000)(1 - 0.1667)^{1-1} = \$4\,167$$

$$VL_1 = 25\,000(1 - 0.1667)^1 = \$20\,833$$

$$\text{Año 4:} \quad D_4 = (0.1667)(25\,000)(1 - 0.1667)^{4-1} = \$2\,411$$

$$VL_4 = 25\,000(1 - 0.1667)^4 = \$12\,054$$

Las funciones de SDD para D_1 y D_4 son, respectivamente, $DDB(25\,000, 2\,500, 12, 1)$ y $DDB(25\,000, 2\,500, 12, 4)$.

- b) De acuerdo con la ecuación [16.10], el valor de salvamento implícito después de 12 años es:

$$S \text{ implícito} = 25\,000(1 - 0.1667)^{12} = \$2\,803$$

Puesto que el S estimado = \$2 500 es menor que \$2 803, el activo no está completamente depreciado cuando alcanza su duodécimo año de vida esperada.



Sol-R

EJEMPLO 16.3

Freeport-McMoRan Mining Company compró una unidad para calificar minerales áureos controlada por computadora por \$80 000. La unidad tiene una vida anticipada de 10 años y un valor de salvamento de \$10 000. Utilice los métodos SD y SDD para comparar el programa de depreciación y el valor en libros para cada año. Resuelva a mano y por computadora.

Solución a mano

Mediante la ecuación [16.11] se determina una tasa de depreciación SD implícita.

$$d = 1 - \left(\frac{10\,000}{80\,000} \right)^{1/10} = 0.1877$$

Observe que $0.1877 < 2/n = 0.2$, de manera que este modelo SD no excede el doble de la tasa en línea recta. La tabla 16.1 presenta los valores D_t utilizando la ecuación [16.5] y los valores VL_t , de la ecuación [16.9] redondeada al dólar más cercano. Por ejemplo, en el año $t = 2$, los resultados SD son:

$$D_2 = d(VL_1) = 0.1877(64\,984) = \$12\,197$$
$$VL_2 = 64\,984 - 12\,197 = \$52\,787$$

Debido a que se redondea a dólares, se ha calculado una depreciación de \$2 312 en el año 10, aunque se deducen \$2 318 para hacer $VL_{10} = S = \$10\,000$ en forma exacta. Cálculos similares para SDD con $d = 0.2$ resultan en las series de depreciación y de valor en libros en la tabla 16.1.

TABLA 16.1 Valores D_t y VL_t para depreciación SD y SDD, ejemplo 16.3

Año t	Saldo decreciente		Decreciente doble	
	D_t	VL_t	D_t	VL_t
0	—	\$80 000	—	\$80 000
1	\$15 016	64 984	\$16 000	64 000
2	12 197	52 787	12 800	51 200
3	9 908	42 879	10 240	40 960
4	8 048	34 831	8 192	32 768
5	6 538	28 293	6 554	26 214
6	5 311	22 982	5 243	20 972
7	4 314	18 668	4 194	16 777
8	3 504	15 164	3 355	13 422
9	2 846	12 318	2 684	10 737
10	2 318	10 000	737	10 000



Solución por computadora

La hoja de cálculo en la figura 16.3 despliega los resultados para los métodos SD y SDD. Las gráficas de dispersión xy representan gráficamente los valores en libros para cada año.

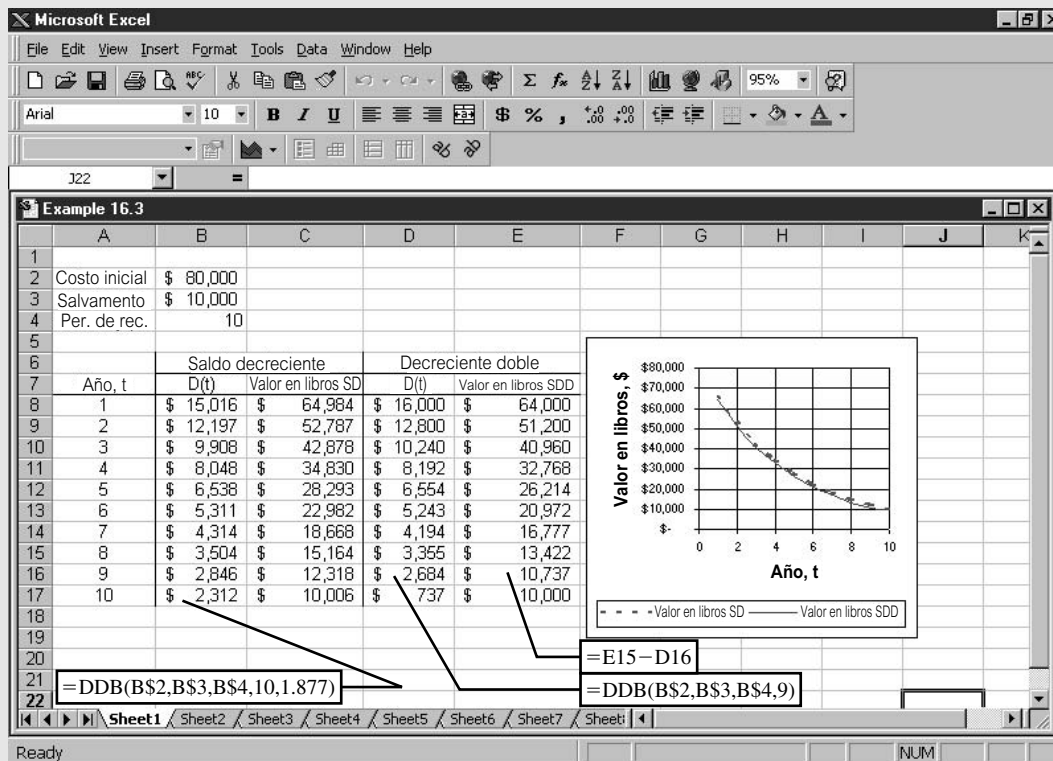


Figura 16.3

Solución en hoja de cálculo para depreciación anual y valores en libros para las depreciaciones SD y SDD, ejemplo 16.3.

Como las tasas fijas son cercanas (0.1877 para SD y 0.2 para SDD) las series de depreciación anual y de valor en libros son aproximadamente iguales para los dos métodos.

Comentario

Advierta en las etiquetas de las celdas que la función DDB se utiliza en las columnas B y D para determinar la depreciación anual. La función DDB para el método de saldo decreciente tiene la tasa d ingresada como 1.877. Esto se hace por exactitud. Como se mencionó anteriormente, la función DB automáticamente calcula la tasa implícita mediante la ecuación [16.11] y la mantiene sólo en tres dígitos significativos. En consecuencia, si la función DB se utilizara en la columna B (figura 16.3), la tasa fija aplicada sería 0.188. Los valores resultantes D_t y VL_t para los años 8, 9 y 10 serían como sigue:

t	D_t	VL_t
8	\$3 501	\$15 120
9	2 842	12 277
10	2 308	9 969

También es destacable el hecho de que la función DB usa la tasa implícita sin una verificación para detener el valor en libros en el valor de salvamento estimado. Entonces, VL_{10} estará ligeramente por debajo de $S = \$10\,000$, como se indicó antes. Sin embargo, la función DDB utiliza una relación diferente de la función DB para determinar la depreciación anual, aquella que detiene correctamente la depreciación en el valor de salvamento estimado, como se muestra en la figura 16.3, celda E17.

16.4 SISTEMA MODIFICADO ACELERADO DE RECUPERACIÓN DE COSTOS (SMARC)

Durante la década de 1980, en Estados Unidos se introdujo el SMARC como el método de depreciación impositiva requerido para todos los activos depreciables. Mediante el SMARC, el acta de reforma impositiva de 1986 definió las tasas de depreciación estatutarias que tomaban ventaja de los métodos acelerados SD y SDD. Las corporaciones tienen libertad de aplicar cualquiera de los métodos clásicos para depreciación en libros.

Muchos aspectos del SMARC hacen referencia a asuntos específicos de la contabilidad de depreciación de la ley de impuestos. En este capítulo se estudian sólo los elementos que afectan materialmente el análisis económico después de impuestos. Información adicional sobre cómo los métodos SD, SDD y LR se incluyen en el SMARC y cómo derivar las tasas de depreciación se presenta y se ilustra en el apéndice del capítulo, secciones 16A.2 y 16A.3.

El SMARC calcula los montos de depreciación anual utilizando la relación:

$$D_t = d_t B \quad [16.12]$$

donde la tasa de depreciación d_t está dada en forma tabulada. Como para otros métodos, el valor en libros en el año t se determina restando la cantidad de depreciación del valor en libros del año anterior,

$$VL_t = VL_{t-1} - D_t \quad [16.13]$$

o restando la depreciación total durante los años 1 hasta $(t - 1)$ del costo inicial.

$$\begin{aligned} VL_t &= \text{costo inicial} - \text{suma de la depreciación acumulada} \\ &= B - \sum_{j=1}^{j=t} D_j \end{aligned} \quad [16.14]$$

El costo inicial B siempre se deprecia completamente, puesto que el SMARC supone que $S = 0$, aunque haya un salvamento positivo que sea realizable.

Los periodos de recuperación del SMARC están estandarizados a los valores de 3, 5, 7, 10, 15 y 20 años para la propiedad personal. El periodo de recuperación de la propiedad inmobiliaria para estructuras comúnmente es de 39 años, aunque es posible justificar una recuperación de 27.5 años para la propiedad residencial en renta. La sección 16.5 explica la forma de determinar un periodo de recuperación

TABLA 16.2 Tasas de depreciación, d_t , aplicadas al costo inicial B mediante el método SMARC

Año	Tasa de depreciación (%) para cada periodo de recuperación de SMARC en años					
	$n = 3$	$n = 5$	$n = 7$	$n = 10$	$n = 15$	$n = 20$
1	33.33	20.00	14.29	10.00	5.00	3.75
2	44.45	32.00	24.49	18.00	9.50	7.22
3	14.81	19.20	17.49	14.40	8.55	6.68
4	7.41	11.52	12.49	11.52	7.70	6.18
5		11.52	8.93	9.22	6.93	5.71
6		5.76	8.92	7.37	6.23	5.29
7			8.93	6.55	5.90	4.89
8			4.46	6.55	5.90	4.52
9				6.55	5.91	4.46
10				6.55	5.90	4.46
11				3.28	5.91	4.46
12					5.90	4.46
13					5.91	4.46
14					5.90	4.46
15					5.91	4.46
16					2.95	4.46
17-20						4.46
21						2.23

de SMARC permisible. Las tasas SMARC de depreciación sobre propiedad personal (valores d_t) para $n = 3, 5, 7, 10, 15$ y 20 para su uso en la ecuación [16.12] se presentan en la tabla 16.2. (Tales valores se utilizan con frecuencia en los capítulos restantes del texto, de manera que sería conveniente marcar esta página.)

Las tasas de depreciación SMARC incorporan el método SDD ($d = 2/n$) y se cambian a la depreciación LR durante el periodo de recuperación como un componente inherente para la depreciación de la *propiedad personal*. Las tasas SMARC empiezan con la tasa SDD o con la tasa SD de 150%, y se cambian cuando el método LR permite una depreciación más rápida.

Para la *propiedad inmobiliaria*, el SMARC utiliza el método LR para $n = 39$ a lo largo del periodo de recuperación. El porcentaje anual de la tasa de depreciación es $d = 1/39 = 0.02564$. Sin embargo, el SMARC obliga a una recuperación parcial en los años 1 y 40. Las tasas SMARC de propiedad inmobiliaria, en cantidades porcentuales, son

Año 1	$100d_1 = 1.391\%$
Años 2-39	$100d_t = 2.564\%$
Año 40	$100d_{40} = 1.177\%$

Advierta que todas las tasas de depreciación SMARC se presentan para 1 año más que el periodo de recuperación dado. También observe que la tasa del año extra es

la mitad de la tasa del año anterior. Este hecho sucede porque hay una *convención de mitad de año* incorporada dentro del SMARC. Tal convención supone que toda la propiedad entra en servicio en el punto medio del año fiscal de instalación. Por consiguiente, para fines impositivos, se aplica sólo el 50% de la depreciación SD del primer año. Así se elimina parte de la ventaja de la depreciación acelerada y requiere que se tome la depreciación de medio año en el año $n + 1$.



En Excel no existe función alguna para el SMARC; es necesario ingresar las tasas d_i y configurar una función para $D_i = d_i B$.

EJEMPLO 16.4

Baseline, una franquicia a nivel nacional de servicios de ingeniería ambiental, ha adquirido nuevas estaciones de trabajo, y un *software* para elaboración de modelos en 3D para sus 100 filiales a un costo de \$4 000 por sitio. Se espera que el valor de salvamento estimado para cada sistema después de 3 años sea el 5% del costo inicial. El administrador de la franquicia en la oficina matriz de San Francisco desea comparar la depreciación de un modelo SMARC de 3 años (depreciación impositiva) con la de un modelo SDD de 3 años (depreciación en libros). El administrador de la franquicia tiene curiosidad de conocer la depreciación total durante los próximos 2 años. Use soluciones a mano y por computadora.

- a) Determine cuál modelo ofrece la depreciación total mayor después de 2 años.
- b) Calcule el valor en libros para cada modelo después de 2 años y al final del periodo de recuperación.

Solución a mano

La base es $B = \$400\,000$ y el S estimado $= 0.05(400\,000) = \$20\,000$. Las tasas SMARC para $n = 3$ se obtuvieron de la tabla 16.2 y la tasa de depreciación para SDD es $d_{\text{máx}} = 2/3 = 0.6667$. La tabla 16.3 presenta los montos de depreciación y los valores en libros. La depreciación en el año 3 para SDD sería $\$44\,444(0.6667) = \$29\,629$, excepto que esto haría el $VL_3 < \$20\,000$. Sólo puede eliminarse el monto restante de $\$24\,444$.

- a) Los valores de depreciación acumulada de 2 años de la tabla 16.3 son:

SMARC: $D_1 + D_2 = \$133\,320 + 177\,800 = \$311\,120$

SDD: $D_1 + D_2 = \$266\,667 + 88\,889 = \$355\,556$

TABLA 16.3 Comparación entre SMARC y depreciación SDD, ejemplo 16.4

Año	Tasa	SMARC		SDD	
		Depreciación impositiva	Valor en libros	Depreciación en libros	Valor en libros
0			\$400 000		\$400 000
1	0.3333	\$133 320	266 680	\$266 667	133 333
2	0.4445	177 800	88 880	88 889	44 444
3	0.1481	59 240	29 640	24 444	20 000
4	0.0741	29 640	0		

La depreciación SDD es mayor. (Recuerde que para fines impositivos, Baseline, en Estados Unidos, no tiene posibilidad de elegir el modelo SDD como aquí se aplica.)

- b) Después de 2 años, el valor en libros de SDD en \$44 444 es 50% del valor en libros de SMARC de \$88 880. Al final de la recuperación (4 años para SMARC debido a la convención de mitad de año incorporada, y 3 años para SDD), el valor en libros SMARC es $VL_4 = 0$ y el valor SDD es $VL_3 = \$20\,000$. Tal hecho ocurre porque la depreciación SMARC siempre deduce todo el costo inicial, independientemente del valor de salvamento estimado. Ésta es una ventaja para la depreciación impositiva del método SMARC (a menos que el activo se deseche por más de su valor en libros depreciado con el SMARC, como se estudiará en la sección 17.4).

Solución por computadora

La figura 16.4 presenta la solución en hoja de cálculo utilizando la función DDB, en la columna E, las tasas SMARC en la columna B, y la ecuación [16.12] en la columna C.



- a) Los valores de depreciación acumulada a 2 años son:

SMARC, sume las celdas C6 + C7: $\$133,320 + \$177,800 = \$311,120$

SDD, sume las celdas E6 + E7: $\$266,667 + \$88,889 = \$355,556$

Microsoft Excel

File Edit View Insert Format Tools Data Window Help

Arial 10 B I U

H4

Example 16.4

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Costo inicial	\$400,000			Valor de salvamento	\$20,000		
2								
3			SMARC		SDD			
4	Año	Tasa	Depreciación	Valor en libros	Depreciación	Valor en libros		
5	0							
6	1	0.3333	\$133,320	\$266,680	\$266,667	\$133,333		
7	2	0.4445	\$177,800	\$88,880	\$88,889	\$44,444		=F6-E7
8	3	0.1481	\$59,240	\$29,640	\$24,444	\$20,000		
9	4	0.0741	\$29,640	\$0				
10	Totales	1.0000	\$400,000		\$380,000			
11								
12								
13								
14								
15								
16								
17								

Ready

NUM

Formulas: =B\$1*B7, =SDD(B\$1,F\$1,3,A7)

Figura 16.4

Comparación de los métodos de depreciación SMARC y SDD usando una hoja de cálculo, ejemplo 16.4.

b) Los valores en libros después de 2 años son:

SMARC, celda D7: \$88 880

SDD, celda F7: \$44 444

Los valores en libros al final de los periodos de recuperación están en las celdas D9 y F8.

Comentario

Es recomendable establecer una *plantilla de hoja de cálculo* para usarla con problemas de depreciación en éste y en los próximos capítulos. El formato y las funciones de la figura 16.4 son una buena plantilla para los métodos SMARC y SDD.

El SMARC simplifica los cálculos de depreciación, pero cancela la flexibilidad para seleccionar el modelo para un negocio o corporación. En general, puede hacerse una comparación económica que incluya la depreciación con más rapidez y sin alterar la decisión final, con la aplicación a las estimaciones de flujo de efectivo del modelo clásico en línea recta, en vez del SMARC.

16.5 DETERMINACIÓN DEL PERIODO DE RECUPERACIÓN DEL SMARC

La vida útil esperada de una propiedad se estima en años y se utiliza como el valor n en la evaluación de alternativas y en los cálculos de depreciación. Para la depreciación en libros, el valor n debería ser la vida útil esperada. Sin embargo, cuando la depreciación se aplicará como deducible de impuestos, el valor n deberá ser menor. La ventaja de un periodo de recuperación más corto que la vida útil anticipada se capitaliza mediante el uso de modelos de depreciación acelerada, que deprecian más de la base B en los años iniciales. Existen tablas que ayudan a determinar la vida y el periodo de recuperación para fines impositivos.

El gobierno de Estados Unidos exige que toda la propiedad depreciable se clasifique dentro de una *clase de propiedad* que identifique el periodo de recuperación permitido por su SMARC. La tabla 16.4, un resumen de material de la Publicación 946 de la IRS, ofrece un ejemplo de los activos y de los valores n del SMARC. Prácticamente toda la propiedad considerada en un análisis económico tiene un valor n de SMARC de 3, 5, 7, 10, 15 o 20 años.

La tabla 16.4 proporciona dos valores n de SMARC para cada propiedad. El primero es el valor del *sistema de depreciación general (SDG)* que se utiliza en los ejemplos y problemas de este libro. Las tasas de depreciación en la tabla 16.2 corresponden a los valores n para la columna SDG y ofrecen la depreciación más rápida permitida. Las tasas utilizan el método SDD o el modelo SD del 150% con un cambio a la depreciación LR. Observe que bajo SDG a cualquier activo no señalado en alguna clase, se le asigna automáticamente un periodo de recuperación de 7 años.

La columna de la extrema derecha de la tabla 16.4 lista el rango del periodo de recuperación del *sistema de depreciación alternativa (SDA)*. Este método alternativo permite el uso de la *depreciación LR durante un periodo de recuperación más*

TABLA 16.4 Ejemplo de periodos de recuperación SMARC para diversas descripciones de activos

Descripción del activo (propiedad personal e inmobiliaria)	SMARC Valor de n , años	
	SDG	Rango del SAD
Dispositivos especiales para manufactura y manejo, tractores, caballos de carreras	3	3-5
Computadoras y periféricos, equipo de duplicación, automóviles, camiones, autobuses, contenedores de carga, algún equipo de manufactura	5	6-9.5
Muebles de oficina; algún equipo de manufactura; vagones de ferrocarril, motores, rieles; maquinaria agrícola; equipo para petróleo y gas natural; <i>toda la propiedad no contenida en otra clase</i>	7	10-15
Equipo para transporte de agua, refinación de petróleo, procesamiento de producto agrícola, manufactura de bienes duraderos, construcción de barcos	10	15-19
Mejoramiento a terrenos, muelles, carreteras, drenajes, puentes, jardinería, tuberías, equipos de producción de energía nuclear, distribución de teléfonos	15	20-24
Alcantarillados municipales, construcciones agrícolas, cambio de líneas telefónicas, equipo de producción de energía (vapor e hidráulica), servicios de agua	20	25-50
Propiedad residencial para arrendar (casa, vivienda móvil)	27.5	40
Propiedad no residencial adherida al terreno, pero no el terreno en sí	39	40

largo que el SDG. La convención de mitad de año se aplica y se ignora cualquier valor de salvamento, como sucede en el SMARC regular. Por lo común, el uso del SDA es una opción que tienen las compañías, aunque es requerido en algunas situaciones de activos especiales. Puesto que requiere más tiempo para depreciar el activo, y como se requiere el modelo LR (eliminando así la ventaja de la depreciación acelerada), en general, el SDA no se considera una opción en los análisis económicos. Sin embargo, algunas veces esta opción LR elegible es preferida por negocios jóvenes, quienes no necesitan el beneficio fiscal de la depreciación acelerada durante los primeros años de operación y de propiedad de los activos. De seleccionarse el SDA, existen tablas de tasas d_t disponibles.

16.6 MÉTODOS DE AGOTAMIENTO

Hasta este punto, se ha estudiado la depreciación para activos que pueden reemplazarse. El agotamiento, aunque similar a la depreciación, es aplicable sólo a los recursos naturales. Cuando se extraen los recursos, éstos no pueden reemplazarse o comprarse de nuevo en la misma forma que puede serlo una máquina, una compu-

tadora o una estructura. El agotamiento es aplicable a depósitos naturales extraídos de minas, pozos, canteras, depósitos geotérmicos, bosques y similares. Hay dos métodos de agotamiento: el *agotamiento por costos* y el *agotamiento porcentual*. En la *IRS Publication 535, Business Expenses*, se dan detalles sobre los impuestos en Estados Unidos.

El *agotamiento por costos*, al cual se hace referencia algunas veces como agotamiento de factor, se basa en el nivel de actividad o uso, no en el tiempo, como en la depreciación. Éste puede aplicarse a la mayoría de los recursos naturales. El factor de agotamiento por costos para el año t , denotado por p_t , es la razón del costo inicial del recurso con respecto al número estimado de unidades recuperables.

$$p_t = \frac{\text{costo inicial}}{\text{capacidad de recursos}} \quad [16.15]$$

El cargo por agotamiento anual es p_t multiplicado por el uso o volumen del año. *El agotamiento por costo total no puede exceder el costo inicial del recurso*. Si la capacidad de la propiedad se estima nuevamente en algún año futuro, se determina un nuevo factor de agotamiento por costos, con base en la cantidad no agotada y en la nueva estimación de capacidad.

EJEMPLO 16.5

Temple-Inland Corporation ha negociado los derechos para cortar madera en una extensión de bosques de propiedad privada por \$700 000. Se estima que pueden obtenerse 350 millones de pies de tabla de madera.

- Determine la cuantía del agotamiento durante los 2 años iniciales, si se cortan 15 y 22 millones de pies de tabla de madera.
- Después de 2 años, los pies de tabla recuperables totales se estiman en 450 millones desde el momento en que se compraron los derechos. Calcule el nuevo factor de agotamiento por costos durante el año 3 y posteriores.

Solución

- Utilice la ecuación 16.15 para calcular p_t en dólares por millón de pies de tabla.

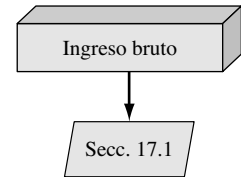
$$P_t = \frac{\$700\,000}{350} = \$2\,000 \text{ por millón de pies de tabla}$$

Multiplique p_t por la cosecha anual para obtener el agotamiento de \$30 000 en el año 1 y de \$44 000 en el año 2. Continúe utilizando p_t hasta haber agotado un total de \$700 000.

- Después de 2 años se ha agotado un total de \$74 000. Un nuevo valor p_t debe calcularse con base en la inversión restante, $\$700\,000 - \$74\,000 = \$626\,000$. Además, con la nueva estimación de 450 millones de pies de tabla, queda un total de $450 - 15 - 22 = 413$ millones de pies de tabla. Para los años $t = 3, 4, \dots$, el factor de agotamiento por costos es ahora:

$$P_t = \frac{\$626\,000}{413} = \$1\,516 \text{ por cada millón de pies de tabla}$$

El *agotamiento porcentual*, el segundo método de agotamiento, es una consideración especial dada para recursos naturales. Cada año puede agotarse un porcentaje constante dado del ingreso bruto del recurso, *siempre que éste no exceda el 50% del ingreso gravable de la compañía*. Para petróleo y gas, el límite es 100% de ingreso gravable. Entonces, anualmente la cantidad agotada se calcula como:



$$\text{Valor del agotamiento personal} = \text{porcentaje} \times \text{ingreso bruto de la propiedad} \quad [16.16]$$

Utilizando el agotamiento porcentual, los cargos totales por agotamiento pueden exceder el costo inicial sin límite. Generalmente, el gobierno de Estados Unidos no permite que el agotamiento porcentual se aplique a pozos de petróleo y de gas (excepto los pequeños productores independientes) ni a la madera.

La cuantía del agotamiento cada año se determina utilizando ya sea el método de costo o el método de porcentaje, como lo permita la ley. Por lo común, la cuantía del agotamiento porcentual se prefiere debido a la posibilidad de descontar más del costo original de la inversión. Sin embargo, la ley también exige que se prefiera la cuantía de agotamiento por costos, si el agotamiento porcentual es menor en cualquier año. De esta manera:

Se deben calcular ambos montos de agotamiento (el agotamiento por costos [\$Agot] y el agotamiento porcentual [% Agot]) y aplicar cada año la siguiente lógica.

$$\text{Agotamiento anual} = \begin{cases} \% \text{Agot} & \text{si } \% \text{Agot} \geq \$\text{Agot} \\ \$\text{Agot} & \text{si } \% \text{Agot} < \$\text{Agot} \end{cases} \quad [16.17]$$

Los agotamientos porcentuales anuales para ciertos depósitos naturales se indican a continuación para leyes impositivas estadounidenses. Dichos porcentajes llegan a cambiar de tiempo en tiempo.

Depósito	Porcentaje
Azufre, uranio, plomo, níquel, zinc y algunos otros metales y minerales	22%
Oro, plata, cobre, mineral de hierro y algunas arenas bituminosas	15
Petróleo y pozos de gas natural (varía)	15-22
Carbón, lignito, cloruro de sodio	10
Gravilla, arena, turba, algunas rocas	5
La mayoría de otros minerales, minerales metálicos	14

EJEMPLO 16.6

Se compró una mina de oro por \$10 millones, que tiene un ingreso bruto anticipado de \$5.0 millones anualmente durante los años 1 a 5 y de \$3.0 millones anuales después del

año 5. Suponga que los cargos de agotamiento no exceden el 50% del impuesto gravable. Calcule las cantidades de agotamiento anual para la mina. ¿Cuánto tiempo tardará recuperar la inversión inicial a $i = 0\%$?

Solución

Se aplica el 15% de agotamiento al oro. Las cantidades de agotamiento son:

Años 1 a 5: $0.15(5.0 \text{ millones}) = \$750\,000$

Años de allí en adelante: $0.15(3.0 \text{ millones}) = \$450\,000$

Un total de \$3.75 millones se descuenta en 5 años, y los restantes \$6.25 millones se descuentan a \$450 000 anuales. El número total de años es

$$5 + \frac{\$6.25 \text{ millones}}{\$450\,000} = 5 + 13.9 = 18.9$$

La inversión inicial podría ser completamente agotada en 19 años.

RESUMEN DEL CAPÍTULO

La depreciación puede determinarse para registros internos de las compañías (depreciación en libros) o para propósitos de impuesto sobre la renta (depreciación impositiva). En Estados Unidos, el método SMARC es el único autorizado para realizar la depreciación impositiva. En diversos países se aplican los métodos en línea recta y de saldo decreciente para fines de depreciación tanto fiscal como en libros. La depreciación no resulta directamente en un flujo de efectivo real. Es un método de libro mediante el cual se recupera la inversión de capital en propiedad tangible. La cuantía de la depreciación anual es deducible de impuestos, lo cual puede generar cambios reales del flujo de efectivo.

Se presentan aquí algunos puntos importantes sobre los modelos de línea recta, saldo decreciente y SMARC. En la tabla 16.5 se resumen las relaciones comunes para cada modelo.

Línea recta (LR)

- Cancela linealmente la inversión de capital durante n años.
- Se considera siempre el valor de salvamento estimado.
- Es el modelo de depreciación no acelerada clásico.

TABLA 16.5 Resumen de las relaciones comunes de modelos de depreciación

Modelo	SMARC	LR	SDD
Tasa de depreciación fija d	No se define	$\frac{1}{n}$	$\frac{2}{n}$
Tasa anual d_t	Tabla 16.2	$\frac{1}{n}$	$d(1-d)^{t-1}$
Depreciación anual D_t	$d_t B$	$\frac{B-S}{n}$	$d(VL_{t-1})$
Valor en libros VL_t	$VL_{t-1} - D_t$	$B - tD_t$	$B(1-d)^t$

Saldo decreciente (SD)

- El modelo acelera la depreciación en comparación con el modelo en línea recta.
- El valor en libros se reduce cada año en un porcentaje fijo.
- La tasa más común es el doble de la tasa LR, denominada depreciación mediante saldo decreciente doble (SDD).
- Ésta tiene un salvamento implícito que puede ser menor que el salvamento estimado.
- No es un método de depreciación impositiva aprobado en Estados Unidos. Frecuentemente se le emplea con propósitos de depreciación en libros.

Sistema modificado acelerado de recuperación de costos (SMARC)

- Es el único sistema de depreciación impositiva aprobado en Estados Unidos.
- Cambia automáticamente de SD o SDD a depreciación LR.
- Siempre se deprecia hasta llegar a cero; es decir, supone que $S = 0$.
- Los periodos de recuperación se especifican por tipos de propiedad.
- Las tasas de depreciación se tabulan.
- El periodo de recuperación real es 1 año más largo debido a la convención impositiva de mitad de año.
- La depreciación en línea recta SMARC es una opción, aunque los periodos de recuperación son más largos que para SMARC regulares.

Los métodos de agotamiento por costo y porcentual recuperan la inversión en recursos naturales. El factor de agotamiento de costo anual se aplica a la cantidad extraída del recurso. Con el agotamiento por costos no puede recuperarse más de la inversión inicial. El agotamiento porcentual, que puede recuperar más que la inversión inicial, reduce el valor de la inversión en un porcentaje constante de ingreso bruto cada año.

PROBLEMAS

Fundamentos de la depreciación

- 16.1** Escriba un término diferente que pueda usarse en lugar de los siguientes, y que tenga la misma interpretación respecto de la depreciación de activos: *tasa de depreciación*, *valor de mercado justo*, *periodo de recuperación* y *propiedades tangibles*.
- 16.2** Establezca la diferencia entre depreciación en libros y depreciación impositiva.
- 16.3** Explique por qué el periodo de recuperación usado con propósitos de depreciación impositiva puede ser diferente del valor n estimado en un estudio de ingeniería económica.
- 16.4** Explique por qué en Estados Unidos la consideración explícita de la depreciación y los impuestos sobre la renta en un estudio de ingeniería económica pueden hacer la diferencia entre la decisión de aceptar o rechazar una alternativa para adquirir un activo sujeto a depreciación.
- 16.5** Visite el sitio www.irs.gov del U.S. Internal Revenue Service y responda las siguientes preguntas acerca de la depreciación y el SMARC con la consulta en línea de la versión actual de la *Publication 946 How to Depreciate Property*.
- ¿Cuál es la definición de *depreciación*, de acuerdo con el IRS?
 - ¿Cuál es la descripción del término *valor de rescate*?
 - ¿Cuáles son los dos sistemas de depreciación dentro del SMARC y cuáles las principales diferencias entre ellos?
 - ¿Cuáles son las propiedades enlistadas que no pueden depreciarse con el SMARC?
- 16.6** Visite el sitio web del Canada Customs and Revenue Agency, ccra-adrc.gc.ca/tax, y responda las preguntas que siguen acerca de la depreciación en Canadá, con el uso del glosario ubicado bajo los impuestos, en la sección de negocios.
- ¿Cuál es la definición de depreciación?
 - ¿Cuál es la tolerancia en el costo de capital (TCC) y cuál el término equivalente más parecido en el sistema estadounidense de depreciación?
 - ¿Cuál es la definición completa de propiedad real?
- 16.7** Durante el último mes de 2002, Status Corporation compró un controlador numérico nuevo en \$350 000, del que los costos adicionales de instalación fueron por \$40 000 y un periodo de recuperación de 7 años con valor de rescate estimado de 10% del precio de compra original. Status vendió en \$45 000 el sistema a finales de 2005.
- ¿Cuáles son los valores necesarios para desarrollar un programa de depreciación en el momento de la compra?
 - Mencione los valores numéricos de lo siguiente: vida remanente en el momento de la compra, valor de mercado en 2005, valor en libros en el momento de la compra si se había depreciado 65% de la base no ajustada.
- 16.8** Un equipo para realizar pruebas con valor de \$100 000 fue instalado y depreciado durante 5 años. Cada año, el valor en libros al final de año se redujo a una tasa de 10% del valor en libros al principio del año. El sistema se vendió por \$24 000 al final de los 5 años.
- Calcule el monto de la depreciación anual.

- b) ¿Cuál es la tasa de depreciación real para cada año?
- c) En el momento de la venta, ¿cuál es la diferencia entre el valor en libros y el valor de mercado?
- d) Represente gráficamente el valor en libros para cada uno de los 5 años.
- 16.9** Se depreció un activo con base no ajustada de \$50 000 durante $n_{\text{imp}} = 10$ años para fines de depreciación fiscal, y de $n_{\text{libros}} = 5$ años con fines de depreciación en libros. La depreciación anual fue $1/n$ con el uso del valor de vida remanente. Use Excel para hacer una gráfica del valor anual en libros para ambos métodos de depreciación.
- Depreciación en línea recta**
- 16.10** Home Health Care, Inc. (HHCI) adquirió una unidad nueva de imágenes por sonar en \$300 000 y la montó sobre un camión por \$100 000 adicionales, que incluyen el chasis del vehículo. El sistema formado por la unidad y el camión van a depreciarse como un solo activo. La vida funcional es de 8 años y el valor de rescate se estima en 10% del precio de compra de la unidad de imágenes.
- a) Haga a mano los cálculos de la depreciación clásica en línea recta para determinar el valor de rescate, la depreciación anual y el valor en libros después de 4 años. b) Desarrolle la hoja de cálculo de referencia a celdas para obtener las respuestas del inciso a) para los datos originales. c) Use la hoja de cálculo de Excel para obtener las respuestas, si el costo de la unidad de imágenes por sonar rebasara los \$350 000 y su vida esperada disminuyera a 5 años.
- 16.11** Cierta equipo para manejar aire cuesta \$12 000 y tiene una vida de 8 años con valor de rescate de \$2 000. a) Calcule el monto de la depreciación en línea recta para cada año. b) Determine el valor en libros después de 3 años. c) ¿Cuál es la tasa de depreciación?
- 16.12** Un activo tiene base no ajustada de \$200 000, un valor de rescate de \$10 000 y un periodo de recuperación de 7 años. Escriba una función única de Excel para desplegar el valor en libros después de 5 años de depreciación en línea recta.
- 16.13** En 2004, Simpson and Jones Pharmaceuticals compró en \$750 000 una máquina para formar tabletas medicinales que requieren receta. La empresa planeaba usar la máquina durante 10 años, pero debido a la aceleración de su obsolescencia debe retirarla después de 4. Desarrolle la hoja de cálculo para obtener los montos de la depreciación y el valor en libros, necesarios para responder lo siguiente:
- a) ¿Cuál es el monto de la inversión de capital remanente cuando el activo se retira por obsoleto?
- b) Si el activo se vendiera en \$75 000 al final de 4 años, ¿cuál sería el monto de la inversión de capital perdido, con base en la depreciación en línea recta?
- c) Si la máquina de tecnología nueva tuviera un costo estimado de \$300 000, ¿cuántos años más debe la empresa conservar y depreciar la máquina que actualmente posee para que fueran iguales su valor en libros y el costo inicial de la máquina nueva?
- 16.14** Una estación de trabajo de cómputo especializado tiene un valor de $B = \$50 000$, con un periodo de recuperación de 4 años. Haga una tabla y grafique los valores para la depreciación en LR, depreciación acumulada y valor en libros para cada año, si: a) no hay valor de rescate, y b) $S = \$16 000$. c) Use una hoja de cálculo para resolver este problema.
- 16.15** Una compañía posee el mismo activo tanto en una planta ubicada en Estados Unidos como en otra en la Unión Europea. Tiene un valor de $B = \$2 000 000$ con valor de rescate de 20% de B . Para fines de depre-

ciación fiscal, Estados Unidos permiten una baja por línea recta en 5 años, mientras que la Unión Europea permite la baja en 8 años. Los gerentes generales de las dos plantas desean conocer la diferencia entre: *a)* el monto de la depreciación para el año 5, y *b)* el valor en libros después de 5 años. Use Excel y escriba las ecuaciones en *única-mente* dos celdas a fin de responder a estas preguntas.

Depreciación de saldo decreciente

- 16.16** Para el método de depreciación de saldo decreciente, explique las diferencias entre las tres tasas: tasa porcentual fija d , $d_{\text{máx}}$ y la tasa de recuperación anual d_r .
- 16.17** General Food Stores comprará equipo nuevo para leer códigos de 96 bits que reemplazarán los antiguos códigos de barras. Como prueba, inicialmente se adquirirán 1 000 equipos. Va a usarse el método SDD para depreciar la cantidad total de \$50 000 durante un periodo de recuperación de 3 años. Calcule y grafique las curvas de depreciación acumulada y valor en libros, *a)* a mano, y *b)* con computadora.
- 16.18** Un activo tiene costo inicial de \$12 000, un periodo de recuperación de 8 años y un valor de rescate estimado de \$2 000. *a)* Use una hoja de cálculo para desarrollar el programa de depreciación por los métodos tanto de LR como de SDD. Grafique el valor de la depreciación LR y SDD en la misma gráfica del tipo dispersión xy . *b)* Calcule la tasa anual de depreciación SDD para cada año 1 a 8.
- 16.19** La construcción de un almacén para la empresa Ace Hardware cuesta \$800 000, el cual tendrá una vida de 15 años con valor de reventa estimado de 80% del costo de construcción. Sin embargo, el inmueble va a depreciarse a cero durante un periodo de recuperación de 30 años. Calcule el cargo por depreciación anual para los años 5, 10 y 25, con depreciación: *a)* en línea recta, y *b)* por SD. *c)* ¿Cuál es el valor de rescate implícito para la SDD?
- 16.20** Allison y Carl son ingenieros civiles que poseen un negocio de estudios de suelos y agua, para el cual han comprado un equipo de cómputo por \$25 000. Ellos no esperan que las computadoras tengan un salvamento positivo o valor de comercialización después de la vida anticipada de 5 años. Con propósitos de depreciación en libros, quieren que el valor en libros se programe usando los siguientes métodos: LR, SD y SDD. Quieren usar una tasa de depreciación fija de 25% anual para el modelo SD. Utilice una hoja de cálculo, o cálculos manuales, para desarrollar los programas.
- 16.21** Equipo para enfriamiento por inmersión de componentes electrónicos tiene un valor instalado de \$182 000 con un valor de comercialización de \$50 000 después de 18 años.
a) Para los años 2 y 18, determine el cargo anual por depreciación con SD, y SD a mano. *b)* Use una hoja de cálculo para responder las preguntas anteriores y para determinar el año en que se alcanza el valor de rescate de \$50 000 por depreciación con SD
- 16.22** Use las estimaciones $B = \$182\,000$, $S = \$50\,000$ y $n = 18$ años (del problema 16.14) para escribir la función SDD y determinar la depreciación en el año 18, usando la tasa de depreciación implícita.
- 16.23** Con propósitos de depreciación en libros, se utiliza la depreciación de saldo decreciente, a una tasa 1.5 veces la tasa de línea recta, para equipo de control de procesos automatizados, con $B = \$175\,000$, $n = 12$ y $S = \$32\,000$. *a)* Calcule la depreciación y el valor en libros para los años 1 y 12. *b)* Compare el valor de salvamento estimado y el valor en libros después de 12 años. *c)* Escriba la función SD de Excel, a fin de calcular la depreciación en cada año.

Depreciación SMARC

- 16.24** a) Desarrolle una plantilla de hoja de cálculo para calcular la depreciación SMARC para cualquier valor de B y todos los periodos de recuperación permitidos.
b) Pruebe su plantilla con el cálculo del programa de depreciación para $B = \$10\,000$, donde $n = 3$ y $n = 10$ años.
- 16.25** Señale al menos dos ejemplos específicos de propiedad personal y de propiedad inmobiliaria que deben depreciarse con el método SMARC.
- 16.26** Zahra es una ingeniera civil que trabaja para Halcrow Engineering Consultants en el Medio Oriente, donde se utiliza el método de depreciación en línea recta y (en algunos países) el de saldo decreciente. Está por realizar un análisis después de impuestos que involucra un elemento de equipo de \$500 000 y una vida de 10 años para el que es muy importante la baja acelerada de la inversión de capital. El valor de rescate estimado es de \$100 000. Para mostrarle el efecto de los diferentes métodos, calcule la depreciación para el primer año con los siguientes métodos: LR clásico, SDD, 150% del SD, y SMARC.
- 16.27** Claude es un ingeniero economista en Reynolds. Un nuevo activo de propiedad personal de \$30 000 debe depreciarse utilizando SMARC durante 7 años. Se espera que el valor de salvamento sea \$2 000. a) Compare los valores en libros para la depreciación SMARC y la depreciación clásica LR durante 7 años. b) Represente gráficamente los valores en libros usando una hoja de cálculo.
- 16.28** Cierta activo perteneciente a una corporación agrícola comercial con sede en Estados Unidos se compró en \$50 000 y tiene una vida útil de 7 años, con valor de reventa esperado de 20% del costo inicial. El SMARC permite un periodo de recuperación abreviado de 5 años. a) Prepare el programa de depreciación anual SMARC y los valores en libros. b) Compare los resultados anteriores con la depreciación SD y el valor en libros durante $n = 7$ años que pudiera determinarse en otro país. c) Desarrolle dos gráficas del tipo de dispersión xy en Excel para hacer las comparaciones solicitadas.
- 16.29** Un robot para ensamble automatizado, que cuesta \$450 000 instalado, tiene una vida depreciable de 5 años sin valor de salvamento. Un analista de la gerencia de finanzas utilizó la depreciación LR clásica, para determinar valores en libros al final del año para el robot al realizar la evaluación económica original. Usted está realizando ahora un análisis de reemplazo después de 3 años de servicio y se da cuenta de que el robot debería haberse depreciado usando SMARC con $n = 5$ años. ¿Cuál es el monto de la diferencia en el valor en libros causado por el método LR clásico después de 3 años?
- 16.30** Desarrolle el programa de depreciación SMARC para un edificio comercial comprado en \$1 800 000 por Alpha Enterprises.
- 16.31** Bowlers.com acaba de instalar equipo y *software* depreciables por valor de \$100 000, el cual representa lo último en juegos en línea automatizados que pretenden que el jugador de bolos disfrute el deporte en la red o la línea de tiro. No se estima un valor de salvamento. La compañía puede depreciar utilizando SMARC durante un periodo de recuperación de 5 años, u optar por el sistema alterno SDA durante 10 años utilizando el modelo en línea recta. Las tasas LR exigen la convención de mitad de año, es decir, sólo el 50% de la tasa anual regular se aplica para los años 1 y 11. a) Construya las curvas de valor en libros para ambos modelos en la misma gráfica. Responda lo siguiente por medio de cálculos hechos a mano

o en computadora: *b)* Después de 3 años de uso, ¿cuál es el porcentaje de la base de \$100 000 eliminada por cada modelo?

16.32 Una compañía compró equipo especializado para la manufactura de productos de hule (activo clase 30.11 en la *IRS Publication 946*) y espera usarlo sobre todo fuera de Estados Unidos. En este caso se requiere la alternativa SDA del SMARC para fines de depreciación fiscal. El gerente quiere conocer la diferencia en las tasas de recuperación anual entre la LR clásica, el SMARC, y la alternativa SDA del SMARC. Con el empleo de un periodo de recuperación de 3 años, excepto para la alternativa SDA (la cual requiere una recuperación con LR de 4 años), prepare con la convención del medio año incluida una sola gráfica donde se muestre las tasas de recuperación anual (en porcentaje) para los tres métodos.

16.33 Explique por qué la combinación de tasas de recuperación acortadas y tasas de depreciación más altas en los años iniciales de la vida de un activo pueden ser financieramente ventajosas para una corporación.

Agotamiento

16.34 Cuando hace 3 años WTA Corporation adquirió los derechos para explotar plata en una mina, por un precio total de \$1 100 000, se estimó que iban a obtenerse 350 000 onzas del metal durante los 10 años siguientes. Hasta hoy se ha extraído y vendido un total de 175 000 onzas. *a)* ¿Cuál es el costo total de agotamiento permitido durante los 3 años? *b)* Nuevos ensayos exploratorios indican que en las vetas de la mina sólo quedan 100 000 onzas. ¿Cuál es el factor de costo por agotamiento aplicable para el año próximo? *c)* Si este año se extrajeran 35 000 onzas adicionales y se vendieran a \$5.50 cada una, determine si el monto del costo por agotamiento o cantidad porcentual de agotamiento está permitido para fines de

ingreso sobre la renta en Estados Unidos. Suponga que no se excede el 50% del ingreso gravable de la compañía.

16.35 Una compañía realiza operaciones mineras de cobre en varios estados. Una mina tiene los siguientes ingresos gravables y resultados de ventas. Determine el porcentaje anual de agotamiento para la mina. Use 2 000 libras por tonelada.

Año	Ingreso gravable, \$	Ventas, ton	Precio de venta, \$/libra
1	1 500 000	2 000	0.80
2	2 000 000	4 500	0.78
3	1 000 000	2 300	0.65

16.36 Una compañía que construye autopistas ha explotado una cantera durante los últimos 5 años, tiempo durante el que se ha extraído el siguiente volumen (toneladas) por año: 60 000; 50 000, 58 000, 60 000 y 65 000. Se estima que la mina contiene un total de 2.5 millones de toneladas útiles y grava. El terreno de la cantera tuvo un costo inicial de \$3.2 millones y la compañía tuvo un ingreso bruto de \$30 por tonelada en el primer año, \$25 en el segundo, \$35 en los dos siguientes y \$40 en el último.

- a)* Calcule los cargos por agotamiento en cada año, con el empleo de los valores más grandes para los dos métodos de agotamiento.
- b)* Calcule el porcentaje del costo inicial que se ha dado de baja en estos 5 años, con el uso de los cargos por agotamiento que obtuvo en el inciso *a)*.
- c)* Use una hoja de cálculo para resolver los incisos *a)* y *b)*.
- d)* Vuelva a resolver los incisos *a)* y *b)* para el caso en que se reevaluara la explotación de la cantera después de los 3 primeros años de operación, y se pensara que contiene 1.5 millones de toneladas más.

PROBLEMAS DE REPASO FI

- 16.37** Una máquina con 5 años de vida tiene un costo inicial de \$20 000 y un valor de salvamento de \$2 000. Su costo anual de operación es de \$8 000. De acuerdo con el método clásico de línea recta, el cargo de depreciación en el año 2 es más cercano a:
- \$3 600
 - \$4 000
 - \$11 600
 - \$12 000
- 16.38** Una máquina con vida útil de 10 años va a depreciarse por medio del SMARC durante 7 años. La máquina tiene un costo inicial de \$35 000 con valor de rescate de \$5 000, mientras que su costo de operación es de \$7 000 por año. El cargo por depreciación en el año 3 es lo más cercano a:
- \$3 600
 - \$4 320
 - \$5 860
 - \$6 120
- 16.39** Un activo con un costo inicial de \$50 000 se depreciará con el método de línea recta durante un periodo de 5 años. El activo tendrá un costo anual de operación de \$20 000 y un valor de salvamento de \$10 000. De acuerdo con el método de línea recta, el valor en libros al final del año 3 será más cercano a:
- \$8 000
 - \$26 000
 - \$24 000
 - \$20 000
- 16.40** Un activo con un costo inicial de \$50 000 se deprecia con el método SMARC durante un periodo de 5 años. Si el activo tendrá un valor de salvamento de \$20 000, su valor en libros al final del año 2 será más cercano a:
- \$10 000
 - \$16 000
 - \$24 000
 - \$30 000
- 16.41** Un activo con un costo inicial de \$50 000 se deprecia con el método en línea recta durante su vida de 5 años. Su costo de operación anual es de \$20 000 y se espera que su valor de salvamento sea de \$10 000. El valor en libros al final del año 5 será más cercano a:
- cero
 - \$8 000
 - \$10 000
 - \$14 000
- 16.42** Un activo tiene un costo inicial de \$50 000, un valor de salvamento estimado de \$10 000 y se depreció con el método SMARC. Si su valor en libros al final del año 3 fue de \$21 850 y su valor de mercado fue de \$25 850, la cantidad de depreciación cargada contra el activo hasta ese momento fue más cercana a:
- \$18 850
 - \$21 850
 - \$25 850
 - \$28 150
- 16.43** La tasa de recuperación por depreciación que se usa para compararla con la de cualquier otro método es comúnmente:
- Tasa por línea recta
 - Tasa por SMARC
 - $2/n$
 - Suma de los dígitos del año

APÉNDICES DEL CAPÍTULO 16

16A.1 DEPRECIACIÓN DE LA SUMA DE DÍGITOS ANUALES (SDA)

El método SDA constituye una técnica clásica de depreciación acelerada que elimina gran parte de la base durante el primer tercio del periodo de recuperación; sin embargo, la cancelación no es tan rápida como con SDD o SMARC. Dicha técnica puede utilizarse en los análisis de ingeniería económica, especialmente en las cuentas de depreciación de activos múltiples (depreciación de grupo y compuesta).

La mecánica del método implica la suma de los dígitos del año 1 hasta el periodo de recuperación n . El cargo de depreciación para cualquier año dado se obtiene multiplicando la base del activo, menos cualquier valor de salvamento, por la razón del número de años restantes en el periodo de recuperación sobre la suma de los dígitos anuales, SUM.

$$D_t = \frac{\text{años depreciables restantes}}{\text{suma de dígitos anuales}} (\text{base} - \text{valor de salvamento})$$

$$D_t = \frac{n - t + 1}{\text{SUM}} (B - S) \quad [16A.1]$$

donde SUM es la suma de los dígitos del 1 a n .

$$\text{SUM} = \sum_{j=1}^{j=n} j = \frac{n(n+1)}{2} \quad [16A.2]$$

El valor en libros para un año t se calcula como:

$$\text{VL}_t = B - \frac{t(n - t/2 + 0.5)}{\text{SUM}} (B - S) \quad [16A.3]$$

La tasa de depreciación disminuye cada año e iguala al multiplicador en la ecuación [16A.1].

$$d_t = \frac{n - t + 1}{\text{SUM}} \quad [16A.4]$$

La función SYD de la hoja de cálculo despliega la depreciación para el año t . El formato de la función es

$$\text{SYD}(B, S, n, t)$$

EJEMPLO 16A.1

Calcule los cargos por depreciación SDA para el año 2 de un equipo de electroóptica con $B = \$25\,000$, $S = \$4\,000$ y un periodo de recuperación de 8 años.

Solución

La suma de los dígitos del total de años es 36 y los montos de depreciación para el segundo año mediante la ecuación [16A.1] son

$$D_2 = \frac{7}{36} (21\ 000) = \$4\ 083$$

La función SYD es SDY (25 000,4 000,8,2).



La figura 16A.1 es una gráfica de los valores en libras para un activo de \$80 000 con $S = \$10\ 000$ y $n = 10$ años utilizando los cuatro métodos de depreciación que se han aprendido. Las curvas SMARC, SDD y SDA tienen un trayecto muy similar excepto para el año 1 y para los años 9 hasta el 11. Una hoja de cálculo y la gráfica de dispersión xy confirman los resultados de la figura 16A-1.

16A.2 CAMBIO ENTRE MÉTODOS DE DEPRECIACIÓN

El cambio entre modelos de depreciación puede ayudar a la reducción acelerada del valor en libras. También maximiza el valor presente de la depreciación acumulada y total durante el periodo de recuperación. Por consiguiente, en general, dicho cambio incrementa la ventaja para efecto de impuesto en años donde la depreciación es mayor. El enfoque que se desarrollará ahora forma parte inherente del SMARC.

El cambio de un modelo SD al método LR es el más común porque generalmente ofrece una ventaja real, en especial si el modelo SD es el SDD. Las reglas básicas de cambio se resumen aquí.

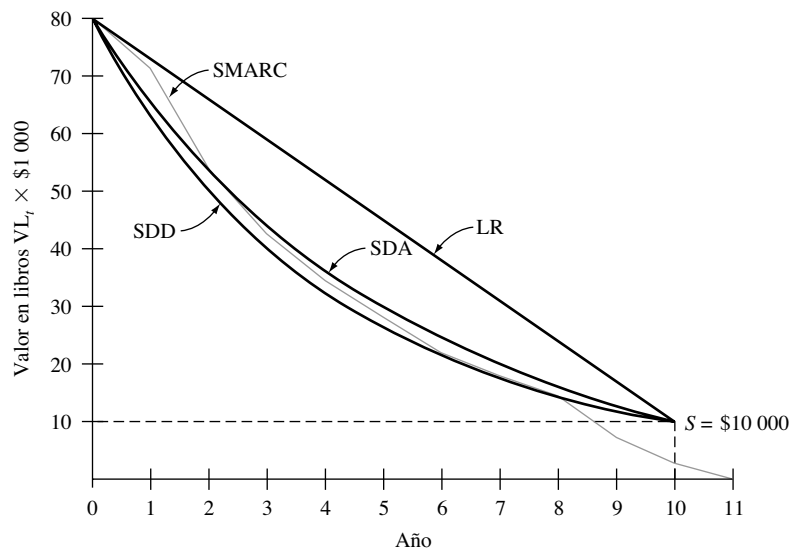


Figura 16A.1

Comparación de los valores en libras utilizando depreciaciones LR, SDA, SDD y SMARC.

1. El cambio se recomienda cuando la depreciación para el año t con el modelo utilizado actualmente es menor que aquella para un modelo nuevo. La depreciación seleccionada D_t es el monto más grande.
2. Durante el periodo de recuperación sólo puede ocurrir un cambio.
3. Independientemente de los modelos de depreciación (clásicos) utilizados, el valor en libros nunca puede descender por debajo del valor de salvamento estimado. Cuando se cambia un modelo SD, el valor de salvamento estimado, no el valor de salvamento implicado, se utiliza para calcular la depreciación para el nuevo método: se supone $S = 0$ en todos los casos. (Esto no aplica al SMARC, pues éste ya incluye el cambio.)
4. La cuantía no depreciada, es decir, VL_n , se usa como la nueva base ajustada para seleccionar la D_t mayor para la próxima decisión de cambio.

En todas las situaciones, el criterio es *maximizar el valor presente de la depreciación total*, VP_D . La mejor estrategia de cambio es la combinación de los modelos de depreciación que producen el valor presente más grande.

$$VP_D = \sum_{t=1}^{t=n} D_t(P/F, i, t) \quad [16A.5]$$

Esta lógica minimiza la obligación tributaria en la parte inicial del periodo de recuperación de un activo.

El cambio es más ventajoso de un modelo de cancelación rápida como SDD al modelo LR. Tal cambio es predeciblemente ventajoso si el valor de salvamento implicado que se calcula usando la ecuación [16.10] excede el valor de salvamento estimado en el momento de la compra; es decir, se debe cambiar si:

$$VL_n = B(1 - d)^n > S \text{ estimado} \quad [16A.6]$$

Puesto que se supone que el S será cero por la anterior regla 3 y que VL_n será mayor que cero, el cambio de un modelo SD a LR siempre es ventajoso. Dependiendo de los valores de d y n , el cambio puede ser mejor en los últimos años o en el último año del periodo de recuperación, lo cual deduce el monto S implicado inherente al modelo SDD.

El procedimiento para cambiar de la depreciación SDD a la LR es:

1. Para cada año t , calcule los dos cargos por depreciación:

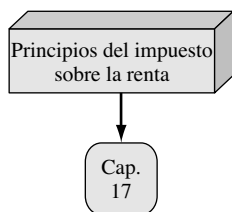
$$\text{Para SDD:} \quad D_{\text{SDD}} = d(VL_{t-1}) \quad [16A.7]$$

$$\text{Para LR:} \quad D_{\text{LR}} = \frac{VL_{t-1}}{n - t + 1} \quad [16A.8]$$

2. Seleccione el mayor valor de depreciación. La depreciación para cada año es

$$D_t = \text{máx}[D_{\text{SDD}}, D_{\text{LR}}] \quad [16A.9]$$

3. Si es necesario, calcule el valor presente de la depreciación total, utilizando la ecuación [16A.5].



Es aceptable, aunque en general no es ventajoso financieramente, afirmar que un cambio tendrá lugar en un año específico, por ejemplo, dictaminar un cambio de SDD a LR en el año 7 de un periodo de recuperación de 10 años. Si bien es habitual que este enfoque no se utilice, la técnica de cambio funcionará correctamente para cualquier modelo de depreciación.

Para utilizar una hoja de cálculo para el cambio, primero comprenda las reglas de cambio del modelo de depreciación y practique el procedimiento de cambio de saldo decreciente a línea recta. Una vez comprendido, la mecánica del cambio puede acelerarse mediante la aplicación de la función DVS (disminución variable del saldo) de la hoja de cálculo. Ésta es una función muy poderosa que determina la depreciación para el año 1 o el total durante varios años, para el cambio SD a LR. El formato de la función es



DVS(B,S,n,t_inicial,t_final,d,sin_cambios)

El apéndice A explica todos los campos en detalle, aunque para aplicaciones sencillas, donde son necesarios los valores D_t anuales de SDD y LR, las siguientes son entradas correctas:

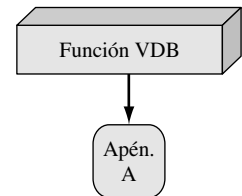
t_{inicial} es el año $(t-1)$

t_{final} es el año t

d es opcional; se supone 2 para SDD, el mismo que en la función DDB
 sin_cambios es un valor lógico opcional:

FALSO u omitido: ocurre cambio a LR, si es ventajoso

VERDADERO: se aplican los modelos SDD o SD sin consideración de cambio a la depreciación LR



Ingresar VERDADERO para la opción sin_cambios provocará, en efecto, que la función DVS despliegue las mismas cantidades de depreciación que la función DDB. Esto se analiza en el ejemplo 16A.2d.

EJEMPLO 16A.2

La oficina principal de The Outback Steakhouse compró una copiadora de imágenes de documentos en línea por \$100 000, con una vida útil estimada de 8 años y un periodo de recuperación de depreciación impositiva de 5 años. Compare el valor presente de la depreciación total por *a)* el método LR, *b)* el método SDD y *c)* el cambio de SDD a LR. *d)* Realice el cambio de SDD a LR usando una computadora y represente gráficamente los valores en libras. Utilice una tasa de $i = 15\%$ anual.

Solución a mano

En esta solución no está involucrado el método SMARC.

a) La ecuación [16.1] determina la depreciación LR anual.

$$D_t = \frac{100\,000 - 0}{5} = \$20\,000$$

Puesto que D_t es la misma para todos los años, el factor P/A reemplaza P/F para calcular VP_D .

$$VP_D = 20\,000(P/A, 15\%, 5) = 20\,000(3.3522) = \$67\,044$$

- b) Para el SDD, $d = 2/5 = 0.40$. Los resultados se muestran en la tabla 16A.1. El valor $VP_D = \$69\,915$ excede el valor de $\$67\,044$ para la depreciación LR. Como se esperaba, la depreciación acelerada SDD maximiza VP_D .
- c) Utilice el procedimiento de cambio de SDD a LR.
 - 1. Los valores SDD para D_t en la tabla 16A.1 se repiten en la tabla 16A.2 para compararse con los valores de D_{LR} de la ecuación [16A.8]. Los valores D_{LR} cambian cada año puesto que VL_{t-1} es diferente. Solamente en el año 1, $D_{LR} = \$20\,000$, el mismo calculado en la parte a). Para ilustración, calcule un valor D_{LR} para los años 2 y 4. Para $t = 2$, $VL_1 = \$60\,000$ usando el método SDD y

$$D_{LR} = \frac{60\,000 - 0}{5 - 2 + 1} = \$15\,000$$

Para $t = 4$, $VL_3 = \$21\,600$ mediante el método SDD y

$$D_{LR} = \frac{21\,600 - 0}{5 - 4 + 1} = \$10\,800$$

- 2. La columna “ D_t más grande” indica un cambio en el año 4 con $D_4 = \$10\,800$. $D_{LR} = \$12\,960$ en el año 5 se aplicaría sólo si el cambio ocurriera en el año 5. La depreciación total con cambio es $\$100\,000$ comparada con la cantidad SDD de $\$92\,224$.
- 3. Con el cambio, $VP_D = \$73\,943$, el cual es un incremento tanto sobre el modelo LR como sobre el modelo SDD.



Solución por computadora

- d) En la figura 16A.2, columna D, están como entradas las funciones DVS para determinar que el cambio de SDD a LR tendrá lugar en el año 4. Las entradas “2,FALSO”

TABLA 16A.1 Modelo SDD de depreciación y cálculos de valor presente para el ejemplo 16A.2b				
Año t	D_t	VL_t	$(P/F, 15\%, t)$	Valor presente de D_t
0		\$100 000		
1	\$40 000	60 000	0.8696	\$34 784
2	24 000	36 000	0.7561	18 146
3	14 400	21 600	0.6575	9 468
4	8 640	12 960	0.5718	4 940
5	5 184	7 776	0.4972	2 577
Totales	\$92 224			\$69 915

TABLA 16A.2 Depreciación y valor presente que permite el cambio de SDD a LR, ejemplo 16A.2c

Año t	Modelo SDD		Modelo LR D_{LR}	D_T mayor	Factor P/F	Valor presente de D_t
	D_{SDD}	VL_t				
0	—	\$100 000				
1	\$40 000	60 000	\$20 000	\$ 40 000	0.8696	\$34 784
2	24 000	36 000	15 000	24 000	0.7561	18 146
3	14 400	21 600	12 000	14 400	0.6575	9 468
4*	8 640	12 960	10 800	10 800	0.5718	6 175
5	5 184	7 776	12 960	10 800	0.4972	5 370
Totales	\$92 224			\$100 000		\$73 943

*Indica años de cambio de la depreciación SDD a la LR.

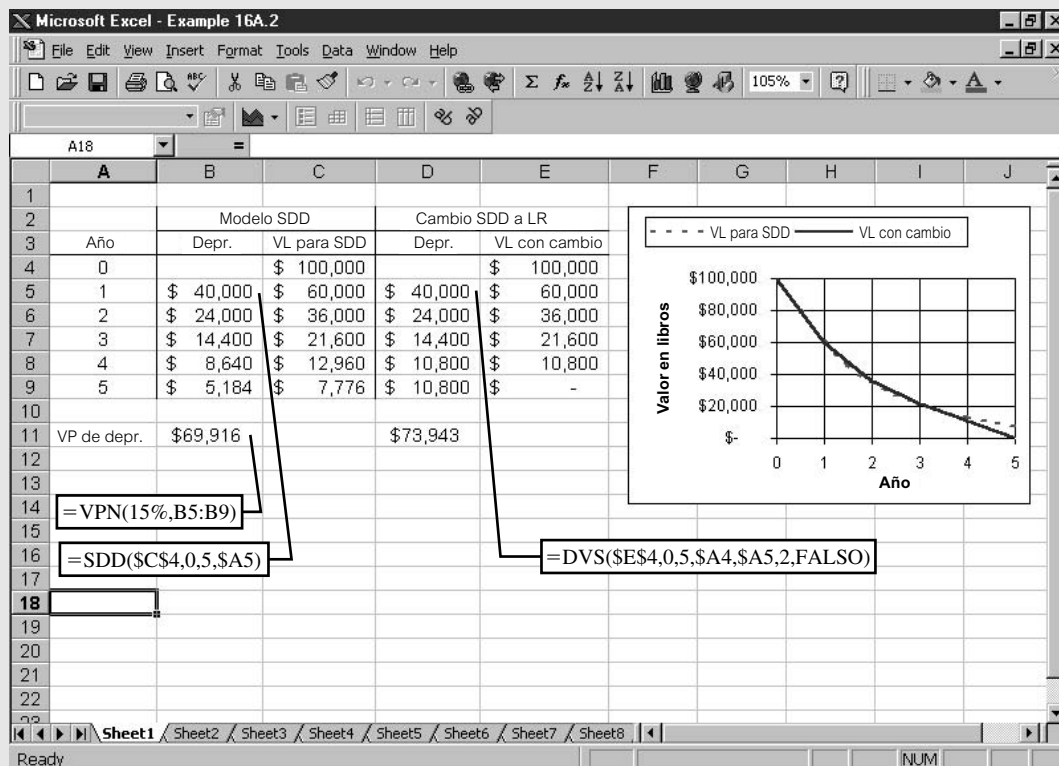


Figura 16A.2

Cambio entre modelos de depreciación SDD a LR usando la función DVS de Excel, ejemplo 16A.2d.

al final de la función DVS son opcionales (véase la descripción de la función DVS). Si se ingresa VERDADERO, se mantiene el modelo de saldo decreciente a lo largo del periodo de recuperación, y las cantidades de depreciación anual son iguales a las de la columna B. La representación gráfica de la figura 16A.2 indica otra diferencia en los métodos de depreciación. El valor en libros terminal en el año 5 para el modelo SDD es $VL_5 = \$7\,776$, mientras que el cambio de SDD a LR reduce a cero el valor en libros.

Las funciones VPN en la fila 11 determinan el VP de depreciación. Aquí los resultados son los mismos que los de los incisos *b*) y *c*) anteriores. El cambio de SDD a LR tiene el valor mayor VP_D .

En el SMARC, los periodos de recuperación de 3, 5, 7 y 10 años con convención de mitad de año se aplican en el cambio de SDD a LR. Cuando sucede el cambio a LR, lo cual generalmente ocurre en los últimos 1 a 3 años del periodo de recuperación, cualquier base restante se carga en el año $n + 1$, de manera que el valor en libros llegue a cero. Es usual que el 50% del monto LR aplicable permanezca después de haber ocurrido el cambio. Para los periodos de recuperación de 15 y 20 años, se aplica el SD de 150% con la convención de mitad de año y el cambio a LR.

El valor presente de la depreciación VP_D siempre indicará cuál es el modelo más ventajoso. Sólo las tasas SMARC para periodos de recuperación SDG (tabla 16.4) utilizan el cambio SDD a LR. Las tasas SMARC alternativas para el sistema de depreciación alternativa tienen periodos de recuperación más largos e imponen el modelo LR para todo el periodo de recuperación.

EJEMPLO 16A.3

En el ejemplo 16A.2, incisos *c*) y *d*), el modelo de cambio de SDD a LR se aplicó a un activo de \$100 000 y $n = 5$ años, produciendo $VP_D = \$73\,943$ para $i = 15\%$. Utilice SMARC para depreciar el mismo activo utilizando un periodo de recuperación de 5 años, y compare los valores VP_D .

Solución

La tabla 16A.3 resume los cálculos de depreciación (utilizando tasas de la tabla 16.2), el valor en libros y el valor presente de la depreciación. Los valores VP_D para los cuatro métodos son:

Cambio de SDD a LR	\$73 943
Saldo decreciente doble	\$69 916
SMARC	\$69 016
Línea recta	\$67 044

El SMARC proporciona una cancelación menos acelerada. Es decir, en parte se debe a que la convención de mitad de año no permite el 50% de la depreciación SDD del primer año (lo cual representa al 20% del costo inicial). Además, el periodo de recuperación del SMARC se amplía al año 6, reduciendo aún más el VP_D .

TABLA 16A.3 Depreciación y valor en libros utilizando SMARC, ejemplo 16A.3

t	d_t	D_t	VL_t
0	—	—	\$100 000
1	0.20	\$ 20 000	80 000
2	0.32	32 000	48 000
3	0.192	19 200	28 800
4	0.1152	11 520	17 280
5	1.1152	11 520	5 760
6	0.0576	5 760	0
	<u>1.000</u>	<u>\$100 000</u>	

$$VP_D = \sum_{t=1}^{t=6} D_t(P/F, 15\%, t) = \$69\,016$$

16A.3 DETERMINACIÓN DE TASAS SMARC

Las tasas de depreciación para SMARC incorporan el modelo de cambio de SD a LR para todos los periodos de recuperación SDG de 3 a 20 años. Durante el primer año, se realizan algunos ajustes para calcular la tasa SMARC. Los ajustes varían y, generalmente, no se consideran en detalle en los análisis económicos. La convención de mitad de año siempre se impone y cualquier valor en libros restante en el año n se deduce en el año $n + 1$. Se supone el valor $S = 0$ para todos los programas SMARC.

Puesto que se utilizan diferentes porcentajes SD para los distintos valores de n , puede recurrirse al siguiente resumen para determinar los valores D_t y VL_t . Para identificar las depreciaciones SD y LR, respectivamente, se utilizan los símbolos D_{SD} y D_{LR} .

Para $n = 3, 5, 7$ y 10 Utilice la depreciación SDD con convención de medio año con cambio a la depreciación LR en el año t cuando $D_{LR} \geq D_{SD}$. Utilice las reglas de cambio de la sección 16A.2 y agregue medio año al calcular D_{LR} para la cuenta de la convención de mitad de año. Las tasas de depreciación anuales son:

$$d_t = \begin{cases} \frac{1}{n} & t = 1 \\ \frac{2}{n} & t = 2, 3, \dots \end{cases} \quad [16A.10]$$

Los valores de depreciación anuales para cada año t aplicados a la base ajustada son:

$$D_{SD} = d_t(VL_{t-1}) \tag{16A.11}$$

$$D_{LR} = \frac{VL_{t-1}}{n - t + 1.5} \tag{16A.12}$$

Cuando se realiza el cambio a una depreciación LR —generalmente, en los últimos 1 a 3 años del periodo de recuperación—, cualquier valor en libros restante en el año n se retira en el año $n + 1$.

Para $n = 15$ y 20 Utilice el SD de 150% con la convención de mitad de año y el cambio a LR cuando $D_{LR} \geq D_{SD}$. Mientras la depreciación LR sea más ventajosa, la depreciación SD anual se calcula usando la forma de la ecuación [16A.7]

$$D_{SD} = d_t(VL_{t-1})$$

donde

$$d_t = \begin{cases} \frac{0.75}{n} & t = 1 \\ \frac{1.50}{n} & t = 2, 3, \dots \end{cases} \tag{16A.13}$$

EJEMPLO 16A.4

Se ha comprado por \$10 000 una máquina de tejer para un material que imita la gamuza con un periodo de recuperación SMARC a 5 años. *a)* Use las ecuaciones [16A.10] a [16A.12] para obtener la depreciación anual y el valor en libros. *b)* Determine las tasas de depreciación anual resultantes y compárelas con las tasas SMARC que se presentan en la tabla 16.2 para $n = 5$.

Solución

a) Con $n = 5$ y la convención de mitad de año, utilice el procedimiento de cambio de SDD a LR para obtener los resultados de la tabla 16A.4. El cambio a la depreciación LR, que ocurre en el año 4 cuando ambos valores de depreciación son iguales, se indica por

$$D_{SD} = 0.4(2\,880) = \$1\,152$$
$$D_{LR} = \frac{2\,880}{5 - 4 + 1.5} = \$1\,152$$

La depreciación LR de \$576 en el año 6 es el resultado de la convención de mitad de año.

b) Las tasas reales se calculan dividiendo los valores de la columna “ D_t mayor” por el costo inicial de \$10 000. Las tasas siguientes son las mismas que las tasas de la tabla 16.2.

t	1	2	3	4	5	6
d_t	0.20	0.32	0.192	0.1152	0.1152	0.0576

TABLA 16A.4 Montos de depreciación usados para determinar tasas SMARC para $n = 5$, ejemplo 16A.4

Años t	SDD		Depreciación LR D_{LR}	D_t mayor	VL_t
	d_t	D_{SD}			
0	—	—	—	—	\$10 000
1	0.2	\$2 000	\$1 818	\$2 000	8 000
2	0.4	3 200	1 777	3 200	4 800
3	0.4	1 920	1 371	1 920	2 880
4	0.4	1 152	1 152	1 152	1 728
5	0.4	691	1 152	1 152	576
6	—	—	576	576	0
				\$10 000	

Resulta claro que es más fácil utilizar las tasas presentadas en la tabla 16.2 que determinar cada tasa SMARC empleando la lógica de cambio anterior. Pero la lógica que subyace a las tasas SMARC se describe aquí para aquellos interesados. Las tasas SMARC anuales pueden obtenerse utilizando la tasa aplicable para el método SD. Los subíndices SD y LR se insertaron junto con el año t . Para el primer año $t = 1$,

$$d_{SD,1} = \frac{1}{n}$$

Sólo para los propósitos de la suma, se introduce el subíndice i ($i = 1, 2, \dots, t$) en d . Entonces, las tasas de depreciación para los años $t = 2, 3, \dots, n$ son:

$$d_{SD,t} = d \left(1 - \sum_{i=1}^{t-1} d_i \right) \quad [16A.14]$$

$$d_{LR,t} = \frac{\left(1 - \sum_{i=1}^{t-1} d_i \right)}{n - t + 1.5} \quad [16A.15]$$

También, para el año $n + 1$, la tasa SMARC es la mitad de la tasa LR del año anterior n .

$$d_{LR,n+1} = \frac{1}{2d_{LR,n}} \quad [16A.16]$$

Las tasas SD y LR se comparan cada año para determinar cuál es más grande y cuándo debería ocurrir el cambio a la depreciación LR.

EJEMPLO 16A.5

Verifique las tasas SMARC en la tabla 16.2 para un periodo de recuperación de 3 años. Las tasas en porcentaje son 33.33, 44.45, 14.81 y 7.41.

Solución

La tasa fija para SDD con $n = 3$ es $d = 2/3 = 0.6667$. Utilizando la convención de mitad de año en el año 1 y las ecuaciones [16A.14] a [16A.16], los resultados son:

$$d_{1,1} \quad d_{SD,1} = 0.5d = 0.5(0.6667) = 0.3333$$

$d_{2,1}$ La tasa de depreciación acumulada es 0.3333.

$$d_{SD,2} = 0.6667(1 - 0.3333) = 0.4445 \quad (\text{valor mayor})$$

$$d_{LR,2} = \frac{1 - 0.3333}{3 - 2 + 1.5} = 0.2267$$

$d_{3,1}$ La tasa de depreciación acumulada es $0.3333 + 0.4445 = 0.7778$.

$$d_{SD,3} = 0.6667(1 - 0.7778) = 0.1481$$

$$d_{LR,3} = \frac{1 - 0.7778}{3 - 3 + 1.5} = 0.1481$$

Ambos valores son los mismos; cambie a la depreciación en línea recta.

$d_{4,1}$ La tasa es 50% de la última tasa LR.

$$d_4 = 0.5(d_{LR,3}) = 0.5(0.1481) = 0.0741$$

PROBLEMAS DEL APÉNDICE**Depreciación por suma de dígitos anuales**

16A.1 Una compañía manufacturera europea tiene nuevo equipo con un costo inicial de 12 000 euros, un valor de salvamento estimado de 2 000 euros y un periodo de recuperación de 8 años. Use el método SDA para tabular la depreciación anual y el valor en libros.

16A.2 Se espera que equipo de remoción de tierra con un costo inicial de \$150 000 tenga una vida de 10 años. Se estima que el valor de salvamento sea de 10% del costo inicial. Calcule el cargo de deprecia-

ción y el valor en libros para los años 2 y 7 utilizando el método SDA.

16A.3 Si $B = \$12\,000$, $n = 6$ años y S se estima en 15% de B , con el método SDA determine *a*) el valor en libros después de 3 años y *b*) la tasa de depreciación y la cantidad de depreciación en el año 4.

Métodos de cambio

16A.4 Un activo tiene un costo inicial de \$45 000, un periodo de recuperación de 5 años y un valor de salvamento de \$3 000. Utilice el procedimiento de cam-

bio de depreciación SDD a LR, y calcule el valor presente de depreciación a $i = 18\%$ anual.

- 16A.5** Si $B = \$45\,000$, $S = \$3\,000$ y $n =$ periodo de recuperación de 5 años, use una hoja de cálculo con $i = 18\%$ anual para maximizar el valor presente de depreciación, considerando los siguientes métodos: cambio de SDD a LR (éste se determinó en el problema 16A.4) y SMARC. Puesto que SMARC es el sistema de depreciación requerido en Estados Unidos, compare los resultados.
- 16A.6** Industrias Hempstead tiene una nueva máquina de fresado con $B = \$110\,000$, $n = 10$ años y $S = \$10\,000$. Determine el programa de depreciación y el valor presente de depreciación a $i = 12\%$ anual con el método SD de 175% para los primeros 5 años y cambio al método LR clásico para los últimos 5 años. Utilice una hoja de cálculo para resolver este problema.
- 16A.7** Resuelva a mano o por computadora. Sea $B = \$12\,000$, $n = 8$ años, $S = \$800$ e $i = 20\%$ anual. a) Desarrolle el programa de depreciación y el VP de depreciación con el método SDD. b) Realice el cambio a depreciación clásica LR, y desarrolle el nuevo programa de depreciación y el valor VP_D . c) Determine el programa SMARC y el valor VP_D para un periodo de recuperación de 7 años. d) Represente gráficamente las tres curvas de valor en libros sobre la misma gráfica.
- 16A.8** Reliant Electric Company construyó un gran edificio portátil con un costo inicial de $\$155\,000$ y un salvamento anticipado de $\$50\,000$ después de 25 años. a) ¿Debería realizarse la depreciación mediante el cambio de SDD a LR? b) ¿Para qué valores de la tasa de depreciación uniforme, en el método SD, sería ventajoso cambiar de depreciación SD a

depreciación LR en algún punto en la vida del edificio?

- 16A.9** Si usted reside fuera de Estados Unidos, investigue las leyes impositivas vigentes para depreciación (o recuperación de capital) en su país, y compárelas con los métodos clásicos de depreciación de LR y SD. También compárelas con SMARC. En su comparación, resalte cualquier diferencia significativa en la filosofía de depreciación, periodos de recuperación y tasas de recuperación anuales.

Tasas SMARC

- 16A.10** Verifique las tasas del periodo de recuperación a 5 años para el SMARC dado en la tabla 16.2. Empiece con el modelo SDD en el año 1 y cambie a depreciación LR cuando ofrezca una tasa de recuperación mayor.
- 16A.11** Un sistema de grabación de videos se compró hace 3 años a un costo de $\$30\,000$. Se utilizaron un periodo de recuperación de 5 años y depreciación SMARC para cancelar la base. El sistema será reemplazado prematuramente con un valor de intercambio de $\$5\,000$. ¿Cuál es la diferencia entre el valor en libros y el valor de intercambio?
- 16A.12** Use los cálculos en las ecuaciones [16A.10] a [16A.12] para determinar la depreciación anual SMARC para los siguientes datos de activo: $B = \$50\,000$ y un periodo de recuperación de 7 años.
- 16A.13** Las tasas de recuperación SMARC para tres años son 33.33% , 44.45% , 14.81% y 7.41% , respectivamente. a) ¿Cuáles son las tasas correspondientes para el modelo alternativo SMARC en línea recta con la convención de medio año imputada? b) Compare los valores VP_D para estos dos métodos si $B = \$80\,000$ e $i = 15\%$ anual.

17

CAPÍTULO

Análisis económico después de impuestos

Este capítulo ofrece un panorama general de terminología tributaria, tasas de impuesto sobre la renta y ecuaciones pertinentes relacionadas con el análisis económico después de impuestos. El cálculo para la conversión del flujo de efectivo estimado antes de impuestos (FEAI), al flujo de efectivo después de impuestos (FEDI), incluye la consideración de los efectos significativos de los impuestos que pudieran alterar la decisión final, así como el cálculo de la magnitud del efecto tributario sobre el flujo de efectivo en la vida de la alternativa.

En este capítulo se explican las comparaciones entre alternativas mutuamente excluyentes, realizadas a partir de los métodos de VP, VA y TR, después de impuestos, tomando en cuenta implicaciones tributarias importantes. Se presentan los estudios de reemplazo con los efectos tributarios que ocurren al momento de reemplazar al defensor. También se analiza el *valor económico agregado* después de impuestos en una alternativa en el contexto del análisis de valor anual. Todos estos métodos emplean los procedimientos que se estudiaron en capítulos anteriores, con la excepción de que ahora se toman en consideración los efectos tributarios.

Una evaluación después de impuestos realizada por cualquier método requiere más cálculos que las evaluaciones llevadas a cabo anteriormente. La computadora es una herramienta que reduce significativamente el tiempo de análisis, debido a la potencia del formato de la hoja de cálculo y de las funciones que emplea. Se desarrollan los modelos para tabular el flujo de efectivo después de impuestos a mano y por computadora. Se incluye información adicional sobre impuestos federales de Estados Unidos —ley tributaria y tasas tributarias actualizadas anualmente— del Internal Revenue Service y sus publicaciones. De forma más accesible, el sitio IRS www.irs.gov. Publications 542, Corporations, y 544, Sales and Other Dispositions of Assets se relaciona especialmente con este capítulo. En la última sección se resumen algunas diferencias en el tratamiento de los impuestos fuera de Estados Unidos.

El estudio de caso brinda la oportunidad de llevar a cabo un análisis completo después de impuestos de deuda frente a financiamiento con capital propio, con depreciación del activo incluida. Ésta es una aplicación del modelo de *análisis generalizado del flujo de efectivo*.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Objetivo general: realizar una evaluación económica de una o más alternativas, tomando en cuenta el efecto del impuesto sobre la renta y otras normas tributarias pertinentes a este caso.

Este capítulo ayudará al lector a:

Terminología y tasas

1. Emplear correctamente la terminología básica, y las tasas de impuesto sobre la renta para individuos y corporaciones contribuyentes.

FEAI y FEDI

2. Calcular el flujo de efectivo antes y después de impuestos.

Impuestos y depreciación

3. Demostrar la ventaja tributaria de la depreciación acelerada y un periodo de recuperación acortado.

Recobro de depreciación y ganancias de capital

4. Calcular el impacto tributario del recobro de depreciación y las ganancias (o pérdidas) de capital.

Análisis después de impuestos

5. Evaluar alternativas empleando el análisis de VP, VA y TR después de impuestos.

Hojas de cálculo

6. Elaborar hojas de cálculo que estructuren una evaluación después de impuestos de dos o más alternativas.

Reemplazo después de impuestos

7. Evaluar al defensor y retador en un estudio de reemplazo después de impuestos.

Análisis de valor agregado

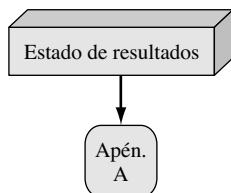
8. Evaluar alternativas empleando el análisis de valor económico agregado después de impuestos.

Impuestos fuera de Estados Unidos

9. Comprender el impacto después de impuestos de las leyes fiscales en otros países en los que no se incluye Estados Unidos.

17.1 TERMINOLOGÍA PARA EL IMPUESTO SOBRE LA RENTA Y SU RELACIÓN CON CORPORACIONES (E INDIVIDUOS)

A continuación se describen algunos términos y relaciones básicos de impuestos corporativos básicos útiles en los estudios de ingeniería económica.



El **ingreso bruto, IB**, es el ingreso total proveniente de fuentes que producen entradas en una corporación, incluyendo cualquier ingreso de otras fuentes como serían ventas de activos, regalías y permisos. Los ingresos se declaran en la sección respectiva en el estado de resultados.

El **impuesto sobre la renta** es el monto de los impuestos con base en el ingreso bruto que debe declararse a la institución federal (o de menor nivel) gubernamental. Un gran porcentaje del ingreso gravable en Estados Unidos se basa en la fijación de impuestos a los ingresos. El Servicio Interno de Ingresos (IRS), que forma parte del Departamento del Tesoro de Estados Unidos, recauda los impuestos. Los pagos del impuesto sobre la renta de una corporación generalmente se realizan trimestralmente, y el último pago del año se presenta con la devolución tributaria anual. Los impuestos son flujos de efectivo reales.

Los **gastos de operación, GO**, incluyen todos los costos corporativos en los que se incurre en las transacciones de un negocio. Dichos gastos son deducibles de impuestos para las empresas. Para las alternativas de ingeniería económica, los costos como el COA (costo anual de operación) y el de M&O (mantenimiento y operaciones) son aplicables en este caso.

Los montos de IB y GO deberán calcularse en un estudio económico y expresarse de la siguiente manera:

$$\text{Ingreso bruto} - \text{gastos} = \text{IB} - \text{GO}$$

El **ingreso gravable, IG**, es el monto a partir del cual se calculan los impuestos. En el caso de las corporaciones, la depreciación D y los gastos de operación son deducibles de impuestos, por lo tanto,

$$\begin{aligned} \text{IG} &= \text{ingreso bruto} - \text{gastos} - \text{depreciación} \\ &= \text{IB} - \text{GO} - D \end{aligned} \quad [17.1]$$

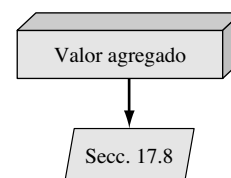
La **tasa de impuestos, T** , es un porcentaje, o equivalente decimal, del ingreso gravable que se debe en impuestos. La tasa de impuestos, tabulada de acuerdo con el nivel de IG, es progresiva, es decir, las tasas son mayores conforme el IG aumenta. La fórmula general para el cálculo de impuestos emplea el valor T aplicable de la siguiente forma.

$$\begin{aligned} \text{Impuestos} &= (\text{ingreso gravable}) \times (\text{tasa de impuestos aplicable}) \\ &= (\text{IG})(T) \end{aligned} \quad [17.2]$$

La **utilidad neta después de impuestos (UNDI)** es el monto remanente anual restando los impuestos sobre la renta del ingreso gravable de la corporación.

$$\begin{aligned} \text{UNDI} &= \text{ingreso gravable} - \text{impuestos} = \text{IG} - (\text{IG})(T) \\ &= (\text{IG})(1 - T) \end{aligned} \quad [17.3]$$

Ésta es la cantidad de dinero reembolsado a la corporación como resultado del capital invertido durante el año. Se trata de un componente del análisis de valor agregado después de impuestos. A la UNDI también se le conoce como ingreso neto (IN) o como utilidad neta de operación después de impuestos (UNODI).



Las agencias, ya sean federales o locales, se fundamentan en diferentes bases para el cálculo del ingreso tributario. Algunas bases (e impuestos) además de los ingresos son: ventas totales (impuesto sobre ventas); valor tasado de la propiedad (impuesto sobre la propiedad); impuesto al valor agregado (IVA); inversión neta de capital (impuesto al activo); ganancias en juegos de azar (parte del impuesto sobre la renta); y valor al menudeo de artículos importados (impuesto a las importaciones). En diferentes países, provincias y distritos tributarios locales se emplean bases similares y diferentes para el cálculo de sus impuestos. Los gobiernos que no recauden el impuesto sobre la renta deberán utilizar bases diferentes además de los ingresos para generar impuestos. Ninguna institución gubernamental sobrevive sin alguna forma de ingreso por impuesto.

La tasa de impuestos federal anual, T , se basa en el principio de la *tasa de impuestos graduada*, lo cual significa que las corporaciones pagarán tasas más altas al incrementarse sus ingresos gravables. La tabla 17.1 presenta los valores T para las corporaciones estadounidenses. Las tasas y los límites del IG varían con base en las normas tributarias y en la interpretación del IRS de las disposiciones fiscales y de las condiciones económicas. De manera adicional, cada año el IRS revisa y/o altera los límites del IG tomando en consideración la inflación y otros factores. A esta acción se le denomina *indexación*. A la porción de cada nuevo dólar del IG se le fija un impuesto mediante lo que se conoce como *tasas tributarias marginales*. Por ejemplo, examine las tasas de impuestos que aparecen en la tabla 17.1. Un negocio con un IG anual de \$50 000 posee una tasa marginal del 15%. Sin embargo, un negocio con un IG = \$100 000 paga el 15% por los primeros \$50 000, el 25% por los siguientes \$25 000, y el 34% sobre lo restante.

TABLA 17.1 Tabulador de la tasa federal del impuesto sobre la renta corporativa de Estados Unidos (2003) (mil = \$ en millones)

Límites IG (1)	Rango IG (2)	Tasa de impuestos T (3)	Impuesto máximo para el rango IG (4) = (2) T	Impuesto máximo incurrido (5) = Suma de (4)
\$1–\$50 000	\$50 000	0.15	\$7 500	\$ 7 500
\$50 001–75 000	25 000	0.25	6 250	13 750
\$75 001–100 000	25 000	0.34	8 500	22 250
\$100 001–335 000	235 000	0.39	91 650	113 900
\$335 001–10 mil	9.665 mil	0.34	3.2861 mil	3.4 mil
De \$10 a 15 mil	5 mil	0.35	1.75 mil	5.15 mil
De \$15 a 18.33 mil	3.33 mil	0.38	1.267 mil	6.417 mil
Más de \$18.33 mil	Ilimitado	0.35	Ilimitado	Ilimitado

$$\begin{aligned}\text{Impuestos} &= 0.15(50\,000) + 0.25(75\,000 - 50\,000) + 0.34(100\,000 - 75\,000) \\ &= \$22\,250\end{aligned}$$

El sistema de la tasa de impuestos progresiva ofrece una ligera ventaja a los negocios que generan pequeños ingresos gravables. Las tasas marginales se encuentran entre la mitad y el 30% superior para los valores de IG que exceden (aproximadamente) \$100 000, mientras que los impuestos gravables menores tienen tasas del rango del 15 al 25%. El ejemplo 17.1 ilustra más detalladamente el empleo de las tasas de impuestos progresivas.

Debido a que las tasas tributarias marginales varían de acuerdo al IG, no es posible establecer directamente el porcentaje de IG pagado como impuesto sobre la renta. Por otra parte, un valor numérico individual, la *tasa de impuestos promedio* se calcula de la siguiente manera:

$$\text{Tasa de impuestos promedio} = \frac{\text{total pagado de impuestos}}{\text{ingreso gravable}} = \frac{\text{impuestos}}{\text{IG}} \quad [17.4]$$

Para un negocio pequeño con un IG = \$100 000, el gravamen federal del impuesto sobre la renta se promedia en $\$22\,250/100\,000 = 22.25\%$. Si el IG = \$15 millones, la tasa de impuestos promedio (tabla 17.1) es de \$5.15 millones/15 millones = 34.33%.

Como se mencionó anteriormente, existen impuestos federales, estatales y locales. Por simplificación, la tasa de impuestos empleada en un estudio económico generalmente es una sola cifra, la *tasa de impuestos efectiva*, T_e , que toma en cuenta todos los impuestos. Las tasas de impuestos efectivas se encuentran en el rango del 35 al 50%. Una razón para utilizar la tasa de impuestos efectiva es que los impuestos estatales son deducibles en los cálculos para los impuestos federales. La tasa de impuestos efectiva y los impuestos se calculan de la siguiente manera:

$$T_e = \text{tasa estatal} + (1 - \text{tasa estatal})(\text{tasa federal}) \quad [17.5]$$

$$\text{Impuestos} = (\text{IG})(T_e) \quad [17.6]$$

EJEMPLO 17.1

Si el departamento de seguridad de OnStar tiene un ingreso bruto anual de \$2 750 000 con gastos y depreciación totales de \$1 950 000, *a)* calcule el impuesto sobre la renta federal exacto de la compañía. *b)* Calcule el total de los impuestos estatales y federales si la tasa de impuestos estatal es de 8% y se aplica 34% para la tasa promedio de impuesto federal.

Solución

a) Calcule el IG por medio de la ecuación [17.1] y el impuesto sobre la renta empleando las tasas que aparecen en la tabla 17.1.

$$\begin{aligned}\text{IG} &= 2\,750\,000 - 1\,950\,000 = \$800\,000 \\ \text{Impuestos} &= 50\,000(0.15) + 25\,000(0.25) + 25\,000(0.34) \\ &\quad + 235\,000(0.39) + (800\,000 - 335\,000)(0.34) \\ &= 7\,500 + 6\,250 + 8\,500 + 91\,650 + 158\,100 \\ &= \$272\,000\end{aligned}$$

Un procedimiento más rápido emplea el monto que aparece en la columna 5 de la tabla 17.1, que es más cercano al IG total y suma el impuesto para el siguiente rango del IG.

$$\text{Impuestos} = 113\,900 + (800\,000 - 335\,000)(0.34) = \$272\,000$$

- b) La ecuación [17.5] determina la tasa impositiva efectiva.

$$T_e = 0.08 + (1 - 0.08)(0.34) = 0.3928$$

Calcule el total de impuestos usando la ecuación [17.6].

$$\text{Impuestos} = (\text{IG})(T_e) = (800\,000)(0.3928) = \$314\,240$$

Estas dos cantidades no son comparables debido a que el impuesto en el inciso a no incluye los impuestos estatales.

Es importante comprender cómo difieren los cálculos de los impuestos individuales y corporativos. El ingreso bruto de un contribuyente individual es comparable con el ingreso del negocio reemplazado por salarios. Sin embargo, para un ingreso gravable individual, la mayoría de los gastos cotidianos y de trabajo no son deducibles de impuestos en el mismo grado que lo son para las empresas. Para los contribuyentes individuales el ingreso bruto se calcula de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \text{Ingreso bruto} = \text{IB} &= \text{salarios} + \text{intereses y dividendos} \\ &+ \text{otros ingresos} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Ingreso gravable} &= \text{IB} - \text{exenciones personales} \\ &- \text{deducciones estandarizadas o especificadas} \end{aligned}$$

$$\text{Impuestos} = (\text{ingreso gravable})(\text{tasa de impuestos aplicable}) = (\text{IG})(T)$$

Para el IG los gastos de operación de la corporación se reemplazan por exenciones individuales y deducciones específicas. Las exenciones pueden ser para usted, su esposa, hijos y otros dependientes. Cada exención reduce el IG en aproximadamente \$3 000 por año, en función de las actuales tolerancias para exenciones.

Así como en la estructura tributaria de una corporación, las tasas tributarias para individuos se gradúan de acuerdo con el nivel del IG. Como se muestra en la tabla 17-2, varían de 15% a 35% del IG.

EJEMPLO 17.2

Josh y Allison presentan una declaración matrimonial mancomunada de impuestos al IRS. Durante el año sus dos empleos les suministraron un ingreso combinado de \$82 000. Durante el año tuvieron su segundo hijo y planean utilizar la deducción estándar de \$9 500 aplicable al año. Los dividendos e intereses son por \$3 350 y una inversión en acciones de un fondo mutualista tuvo ganancias de \$2 500 sobre el capital. Actualmente, las exenciones personales son de \$3 100. a) Calcule el monto exacto del impuesto federal que se debe. b) Calcule la tasa de impuestos promedio. c) ¿Cuál es el porcentaje del ingreso bruto que consumen los impuestos federales?

TABLA 17.2 Tabulador de la tasa federal del impuesto sobre la renta de los individuos en Estados Unidos, para declaraciones conjuntas de solteros y casados (2003)

Tasa de impuestos <i>T</i> (1)	Ingreso gravable, \$	
	Declaración individual (2)	Declaración conjunta de casados (3)
0.10	0-7 000	0-14 000
0.15	7 001-28 400	14 001-56 800
0.25	28 401-68 800	56 801-114 650
0.28	68 801-143 500	114 651-174 700
0.33	143 501-311 950	174 701-311 950
0.35	Más de 311 950	Más de 311 950

Solución

a) Josh y Allison tienen cuatro exenciones personales y la deducción estándar de \$9 500.

$$\begin{aligned}\text{Ingreso bruto} &= \text{salarios} + \text{intereses y dividendos} + \text{ganancias de capital} \\ &= 82\,000 + 3\,550 + 2\,500 = \$88\,050\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Ingreso gravable} &= \text{ingreso bruto} - \text{exenciones} - \text{deducciones} \\ &= 88\,050 - 4(3\,100) - 9\,500 \\ &= \$66\,150\end{aligned}$$

La tabla 17-2 indica 25% de la tasa marginal. Con el uso de las columnas 1 y 3 los impuestos federales son de

$$\begin{aligned}\text{Impuestos} &= 14\,000(0.10) + (56\,800 - 14\,000)(0.15) \\ &= + (66\,150 - 56\,800)(0.25) \\ &= \$10\,158\end{aligned}$$

b) De la ecuación [17-4],

$$\text{Tasa promedio de impuestos} = \frac{10\,158}{66\,150} = 15.4\%$$

Esto indica que al gobierno de Estados Unidos se le paga 1 de cada 6 dólares de ingreso gravable.

c) Del total de \$88 050, el porcentaje que se paga en impuestos federales es de 10 158/88 050 = 11.5%.

Comentario

Ha habido un debate permanente en el Congreso de Estados Unidos acerca de lo aconsejable que sería cambiar de una estructura fiscal progresiva a otra plana para causantes individuales (actualmente una estructura así se aplica en algunos países). Hay muchas maneras de legislar sobre los impuestos y la cantidad que se eligiera para la tasa plana daría lugar a una controversia real. Por ejemplo, la estructura fiscal de tasa plana tal vez no permitiría

hacer deducciones estándar o por conceptos específicos y sólo tendría la tolerancia de exenciones personales. En este caso, si hubiera una tasa plana de impuestos tan baja como 15% del ingreso bruto reducido únicamente por las cuatro exenciones personales, los cálculos quedarían así:

$$\begin{aligned}\text{Ingreso bruto} &= \$88\,050 \\ \text{Ingreso gravable por la tasa plana} &= 88\,050 - 4(3\,100) = \$75\,650 \\ \text{Impuestos con la tasa plana} &= 75\,650(0.15) = \$11\,348\end{aligned}$$

En este caso, una tasa plana de 15% requeriría que esta familia pagara 11.7% más de impuestos (\$11 348) en comparación con los \$10 158 que resultan de usar tasas impositivas progresivas.

17.2 FLUJO DE EFECTIVO ANTES Y DESPUÉS DE IMPUESTOS

El término *flujo de efectivo neto (FEN)*, citado previamente en el texto, se identificó como el mejor cálculo del flujo de efectivo real por año. El FEN se determina como la entrada de efectivo menos la salida de efectivo. Desde entonces, el monto anual del FEN se ha empleado en numerosas ocasiones para realizar la evaluación de alternativas utilizando los métodos del VP, VA, TR y B/C. Ahora que se toman en consideración el impacto sobre el flujo de efectivo de depreciación y los impuestos relacionados, es tiempo de aumentar la terminología. Se reemplaza el término FEN por el de *flujo de efectivo antes de impuestos (FEAI)*, y se introduce el término nuevo *flujo de efectivo después de impuestos (FEDI)*.

El FEAI y el FEDI son *flujos de efectivo reales*; esto significa que representan la estimación del flujo real de dinero, que entra y sale de la corporación, como consecuencia de la alternativa. Los ejemplos de esta sección explican cómo transformar los flujos de efectivo de antes de impuestos a después de impuestos, a mano y por computadora, empleando las tasas de impuesto sobre la renta y otras normas tributarias pertinentes que se describirán en las siguientes secciones.

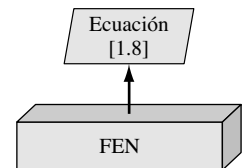
Una vez que se desarrollan los cálculos para FEDI, se realiza la evaluación económica aplicando los mismos métodos y las directrices de elección aplicados en capítulos previos. Sin embargo, el análisis se realiza sobre los cálculos del FEDI.

El cálculo anual del FEAI deberá incluir la inversión de capital inicial y el valor de salvamento para los años en que ocurran. Al incorporar las definiciones del ingreso bruto y los gastos de operación, el FEAI para cualquier año se define como:

$$\begin{aligned}\text{FEAI} &= \text{ingreso bruto} - \text{gastos} - \text{inversión inicial} + \text{valor de salvamento} \\ &= \text{IB} - \text{GO} - P + S\end{aligned}\quad [17.7]$$

Como se mencionó en capítulos anteriores, P es la inversión inicial (generalmente en el año 0) y S es el valor de salvamento estimado para el año n . Una vez que se calculan todos los impuestos, el flujo de efectivo después de impuestos anual es:

$$\text{FEDI} = \text{FEAI} - \text{impuestos} \quad [17.8]$$



tan detalladamente estas características. En su lugar, *el impuesto sobre la renta asociado negativo se considera como ahorros de impuestos anuales*. La suposición entonces es que el impuesto negativo compensará los impuestos para el mismo año en otras áreas generadoras de ingresos de la corporación.

EJEMPLO 17.3

La compañía de seguros TransAmerica espera iniciar un nuevo servicio de mayor alcance el próximo año. Algunas instalaciones pequeñas se construirán en aproximadamente 35 ciudades de alto riesgo en todo el continente. El personal de la compañía ofrecerá servicios de capacitación y asesoría a los ciudadanos y funcionarios públicos de ciudades y municipios (departamentos) para la prevención de incendios, disminución de robos y temas similares. Se invitará a los afiliados actuales y a los clientes potenciales a visitar las instalaciones. Se espera que cada instalación tenga un costo inicial de \$550 000 con un valor de reventa (salvamento) de \$150 000 después de 6 años, que es el periodo en que la junta de directores de TransAmerica aprobó esta actividad. La depreciación del SMARC permite un periodo de recuperación de 5 años. Un equipo de ingenieros de seguridad, actuarios y personal financiero estima que los resultados fundamentales del incremento neto anual de la corporación serán de \$200 000 en ingresos y de \$90 000 en costos. Si se emplea una tasa de impuestos efectiva de 35%, tabule los cálculos para FEAI y FEDI.

Solución a mano y por computadora

La hoja de cálculo que aparece en la figura 17.1 presenta flujos de efectivo antes y después de impuestos. El formato de tabla, idéntico para ambos cálculos, a mano y por computadora, emplea el formato de la tabla 17.3. Los cálculos se analizan y se desarrollan de la siguiente forma:



FEAI: Los gastos y la inversión inicial aparecen como flujos de efectivo negativos. El valor de salvamento (reventa) de \$150 000 es un flujo de efectivo positivo en el año 6. El FEAI se calcula por medio de la ecuación [17.7]. En el año 6, por ejemplo, la etiqueta de celda indica que

$$FEAI_6 = 200\,000 - 90\,000 + 150\,000 = \$260\,000$$

FEDI: La columna E para la depreciación del SMARC (tasas que aparecen en la tabla 16.2 para $n = 5$) sobre el periodo de 6 años cancela la inversión entera de \$550 000. El ingreso gravable, los impuestos y el FEDI, ilustrados en las etiquetas de celda para el año 4, se calculan de la siguiente forma:

$$IG_4 = IB - GO - D = 200\,000 - 90\,000 - 63\,360 = \$46\,640$$

$$\text{Impuestos} = (IG)(0.35) = (46\,640)(0.35) = \$16\,324$$

$$FEDI_4 = IB - GO - \text{impuestos} = 200\,000 - 90\,000 - 16\,324 = \$93\,676$$

En el año 2, la depreciación del SMARC es lo suficientemente grande para causar que el IG sea negativo (\$-66 000). Como se mencionó antes, el impuesto negativo (\$-23 100) se considera como *ahorros de impuesto* en el año 2, incrementando de esta manera el FEDI.

Microsoft Excel - Example 17.3

File Edit View Insert Format Tools Data Window Help

100%

A22

Flujo de efectivo antes de impuestos				
Año	IB	GO	P y S	FEAI
0			\$ (550,000)	\$ (550,000)
1	\$ 200,000	\$ (90,000)		\$ 110,000
2	\$ 200,000	\$ (90,000)		\$ 110,000
3	\$ 200,000	\$ (90,000)		\$ 110,000
4	\$ 200,000	\$ (90,000)		\$ 110,000
5	\$ 200,000	\$ (90,000)		\$ 110,000
6	\$ 200,000	\$ (90,000)	\$ 150,000	\$ 260,000
Total				\$ 260,000

$=\$B9+\$C9+\$D9$

Flujo de efectivo después de impuestos							
Año	IB	GO	P y S	D	IG	Impuestos	FEDI
0			\$ (550,000)		\$ -	\$ -	\$ (550,000)
1	\$ 200,000	\$ (90,000)		\$ 110,000	\$ -	\$ -	\$ 110,000
2	\$ 200,000	\$ (90,000)		\$ 176,000	\$ (66,000)	\$ (23,100)	\$ 133,100
3	\$ 200,000	\$ (90,000)		\$ 105,600	\$ 4,400	\$ 1,540	\$ 108,460
4	\$ 200,000	\$ (90,000)		\$ 63,360	\$ 46,640	\$ 16,324	\$ 93,676
5	\$ 200,000	\$ (90,000)		\$ 63,360	\$ 46,640	\$ 16,324	\$ 93,676
6	\$ 200,000	\$ (90,000)	\$ 150,000	\$ 31,680	\$ 78,320	\$ 27,412	\$ 232,588
Totales				\$ 550,000			\$ 221,500

$=B18+C18+D18-G18$

$=-\$D\$14*0.1152$

$=\$B18+\$C18-\$E18$

$=F18*0.35$

Ready NUM

Figura 17.1

Cálculo del FEAI y del FEDI empleando la depreciación del SMARC y una tasa de impuestos efectiva de 35%, ejemplo 17.3.

Comentario

El SMARC se deprecia a un valor de salvamento de $S = 0$. Posteriormente se mostrarán las implicaciones tributarias debidas al *recobro de depreciación* cuando un activo se vende en una cantidad mayor que 0, y el SMARC se aplica al depreciar completamente el activo a cero.

17.3 EFECTOS DE LOS DIFERENTES MÉTODOS DE DEPRECIACIÓN Y PERIODOS DE RECUPERACIÓN SOBRE LOS IMPUESTOS

A pesar de que el SMARC es el método *tributario* de depreciación requerido en Estados Unidos, es importante comprender por qué las tasas de depreciación acelerada dan a la corporación una ventaja tributaria, con respecto al método en línea recta con el mismo periodo de recuperación. Al existir tasas mayores en los primeros años del periodo de recuperación se requieren menos impuestos debido a que es mayor la reducción en el ingreso gravable. Para evaluar el efecto tributario

de los modelos de depreciación se utiliza el criterio de *minimizar el valor presente de los impuestos totales*. Es decir, para un periodo de recuperación n , se debe elegir la tasa de depreciación que produzca el mínimo valor presente para impuestos.

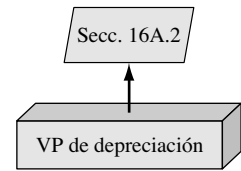
$$VP_{\text{impuesto}} \sum_{t=1}^{t=n} (\text{impuestos en el año } t)(P/F, i, t,) \quad [17.10]$$

Esto equivale a maximizar el valor presente de la depreciación total VP_D , en la ecuación [16A.5].

Se comparan ahora cualesquiera dos modelos de depreciación diferentes, suponiendo lo siguiente: 1) una tasa de impuestos constante de un solo valor, 2) el FEAI excede cada monto de depreciación anual, 3) el método reduce el valor en libros hasta llegar al mismo valor de salvamento, y 4) se utiliza el mismo periodo de recuperación. Sobre la base de estas suposiciones se cumple lo siguiente:

1. Los impuestos totales pagados son *iguales* para todos los modelos de depreciación.
2. El valor presente de los impuestos es *menor* para los modelos de depreciación acelerada.

Como se planteó en el capítulo 16, el SMARC es el modelo de depreciación tributaria estipulado en Estados Unidos, y la única alternativa es la depreciación en línea recta SMARC con un periodo de recuperación ampliado. La cancelación acelerada del SMARC siempre ofrecerá un VP_{impuesto} menor comparado con modelos menos acelerados. Si el modelo SDD aún estuviera disponible directamente, en lugar de estar incorporado en los cálculos del SMARC, en términos generales SDD no sería tan bueno como el SMARC. Este hecho sucede porque el modelo SDD no reduce el valor en libros a cero, lo cual se ilustra en el ejemplo 17.4.



EJEMPLO 17.4

Se está llevando a cabo un análisis después de impuestos para una máquina nueva de \$50 000 propuesta para una línea manufacturera de fibra óptica. El FEAI para la máquina se estima en \$20 000. Si se aplica un periodo de recuperación de 5 años, utilice el criterio de valor presente de los impuestos, una tasa de impuestos efectiva de 35% y un rendimiento del 8% anual para comparar lo siguiente: depreciaciones clásica en línea recta, SDD clásica y SMARC requerida. Para fines de comparación utilice un periodo de 6 años para ajustar la convención de mitad de año imputada por el SMARC.

Solución

La tabla 17.4 presenta un resumen de depreciación anual, ingreso gravable e impuestos para cada modelo. Para la depreciación clásica en línea recta con $n = 5$, $D_t = \$10\,000$ durante 5 años y $D_6 = 0$ (columna 3). El FEAI de \$20 000 está totalmente gravado a 35% en el año 6.

El porcentaje del SDD clásico de $d = 2/n = 0.40$ se aplica para 5 años. El valor de salvamento implícito es $\$50\,000 - 46\,112 = \$3\,888$, de manera que no todos los \$50 000 son deducibles de impuestos. Los impuestos incurridos utilizando el SDD clásico serían $\$3\,888(0.35) = \$1\,361$ más que para el modelo LR clásico.

TABLA 17.4 Comparación de impuestos y valor presente de impuestos para diferentes modelos de depreciación

Línea recta clásica				Saldo decreciente doble clásico				SMARC		
(1) Año t	(2) FEAI	(3) D _t	(4) IG	(5) = 0.35(4) Impuestos	(6) D _t	(7) IG	(8) = 0.35(7) Impuestos	(9) D _t	(10) IG	(11) = 0.35(10) Impuestos
1	+20 000	\$10 000	\$10 000	\$ 3 500	\$20 000	\$ 0	\$ 0	\$10 000	\$10 000	\$ 3 500
2	+20 000	10 000	10 000	3 500	12 000	8 000	2 800	16 000	4 000	1 400
3	+20 000	10 000	10 000	3 500	7 200	12 800	4 480	9 600	10 400	3 640
4	+20 000	10 000	10 000	3 500	4 320	15 680	5 488	5 760	14 240	4 984
5	+20 000	10 000	10 000	3 500	2 592	17 408	6 093	5 760	14 240	4 984
6	+20 000	0	20 000	7 000	0	20 000	7 000	2 880	17 120	5 992
Totales		\$50 000		\$24 500	\$46 112		\$25 861*	\$50 000		\$24 500
VP _{impuesto}				\$18 386			\$18 549			\$18 162

*Mayor que otros valores puesto que hay un valor de salvamento implícito de \$3 888 no recuperado.

*Mayor que otros valores puesto que hay un valor de salvamento implícito de \$3 888 no recuperado.

El SMARC cancela los \$50 000 en 6 años empleando las tasas de la tabla 16.2. Los impuestos totales son \$24 500, lo mismo que para la depreciación LR clásica.

Los impuestos anuales (columnas 5, 8 y 11) se acumulan cada año para cada modelo en la figura 17.2. Observe el patrón de las curvas, específicamente los valores de impuestos totales más bajos en relación con el modelo LR después del año 1 para SMARC y en los años 1 a 4 para SDD. Estos valores de impuestos mayores para LR causan que el VP_{impuesto} sea mayor para la depreciación LR. Los valores presentes de impuestos que aparecen en la parte inferior de la tabla 17.4 se calculan por medio de la ecuación [17.10]. El VP_{impuesto} del SMARC es el valor menor en \$18 162.

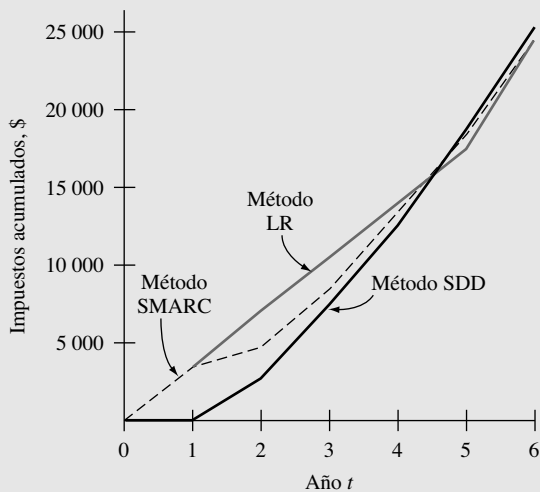


Figura 17.2

Impuestos en los que se incurre mediante las diferentes tasas de depreciación durante un periodo de comparación de 6 años, ejemplo 17.4.

Al comparar los impuestos para diferentes periodos de recuperación, se cambiará únicamente la cuarta suposición mencionada en el principio de esta sección: se aplica el mismo método de depreciación. Se puede demostrar que un periodo de recuperación menor ofrecerá una ventaja tributaria sobre un periodo más largo al emplear el criterio de minimizar el valor presente del impuesto, VP_{impuesto} . La comparación de impuestos indicará que:

1. Los impuestos totales pagados son *iguales* para todos los valores de n .
2. El valor presente de los impuestos es *menor* para los valores más bajos de n .

Ésta es la razón del porqué las corporaciones desean utilizar el periodo de recuperación SMARC menor permitido para propósitos del impuesto sobre la renta. El ejemplo 17.5 demuestra estas conclusiones empleando el modelo de depreciación clásico de línea recta, aunque también pueden demostrarse para el SMARC o cualquier otro método de depreciación tributaria que esté disponible.

EJEMPLO 17.5

Grupo Grande Maquinaria, una corporación manufacturera diversificada situada en México, mantiene registros paralelos para los activos depreciables en sus operaciones europeas en Alemania. Esta situación es común para las corporaciones multinacionales. Un grupo de registros es para uso corporativo y refleja la vida útil estimada de los activos. El segundo conjunto de registros es para fines del gobierno extranjero, específicamente para depreciación.

La compañía acaba de comprar un activo por \$90 000 con una vida útil estimada de 9 años; sin embargo, la ley tributaria de Alemania permite un periodo de recuperación más corto, de 5 años. Demuestre la ventaja tributaria para el n menor si $(IB - GO) = \$30\,000$ anuales, si se aplica una tasa impositiva efectiva de 35%, si el dinero invertido rinde el 5% anual después de impuestos y si se permite la depreciación LR clásica. Ignore el efecto de cualquier valor de salvamento.

Solución

Determine los impuestos anuales por medio de las ecuaciones [17.1] y [17.2], así como el valor presente de los impuestos usando la ecuación [17.10] para ambos valores n .

Vida útil $n = 9$ años

$$D = \frac{90\,000}{9} = \$10\,000$$

$$IG = 30\,000 - 10\,000 = \$20\,000 \text{ anuales}$$

$$\text{Impuestos} = 20\,000(0.35) = \$7\,000 \text{ anuales}$$

$$VP_{\text{impuesto}} = 7\,000(P/A, 5\%, 9) = \$49\,755$$

$$\text{Impuestos totales} = 7\,000(9) = \$63\,000$$

Periodo de recuperación $n = 5$ años

Utilice el mismo periodo de recuperación de 9 años, aunque la depreciación ocurre sólo durante los primeros 5 años.

$$D_t = \begin{cases} \frac{90\,000}{5} = \$18\,000 & t = 1 \text{ a } 5 \\ 0 & t = 6 \text{ a } 9 \end{cases}$$

$$\text{Impuestos} = \begin{cases} (30\,000 - 18\,000)(0.35) = \$4\,200 & t = 1 \text{ a } 5 \\ (30\,000)(0.35) = \$10\,500 & t = 6 \text{ a } 9 \end{cases}$$

$$VP_{\text{impuesto}} = 4\,200(P/A, 5\%, 5) + 10\,500(P/A, 5\%, 4)(P/F, 5\%, 5) \\ = \$47\,356$$

$$\text{Impuestos totales} = 4\,200(5) + 10\,500(4) = \$63\,000$$

Se paga un total de \$63 000 en impuestos en ambos casos. Sin embargo, la cancelación más rápida para $n = 5$ produce un ahorro de impuestos, en valor presente, de cerca de \$2 400 (\$49 755 - 47 356).

17.4 RECOBRO DE DEPRECIACIÓN Y GANANCIAS (PÉRDIDAS) DE CAPITAL: para corporaciones

Todas las implicaciones de impuestos analizadas en esta sección son el resultado de la venta de un activo depreciable antes, durante o después de su periodo de recupe-

ración. Deberán considerarse dichas implicaciones tributarias en un análisis económico después de impuestos en activos de alta inversión. La clave es el tamaño del precio de venta (valor de salvamento o comercial) relativo al valor en libros en el momento de la venta del activo y al costo inicial de éste. En esta sección se plantean tres conceptos relevantes.

La **ganancia de capital (GC)** es una cantidad en la cual se incurre cuando el precio de venta de un activo o propiedad depreciable excede su costo inicial. Véase la figura 17.3. Al tiempo de vender el activo:

Ganancia de capital = precio de venta – costo inicial

$$GC = PV - P \quad [17.11]$$

Ya que las ganancias de capital a futuro son difíciles de predecir, generalmente no se detallan en un estudio económico después de impuestos. Los activos que con el paso del tiempo incrementan su valor constituyen una excepción, como es el caso de edificios y terrenos. *Si se incluye, la ganancia se tasa como un ingreso gravable ordinario a una tasa impositiva efectiva T_e .* (En la legislación tributaria, existe una distinción entre una ganancia a corto plazo y una ganancia a largo plazo, donde el activo se conserva por lo menos un año.)

El **recobro de la depreciación (RD)** ocurre cuando el activo depreciable se vende por una cantidad mayor que el valor actual en libros VL_t . Como se muestra en la figura 17.3.

Recobro de depreciación = precio de venta – valor en libros

$$RD = PV - VL_t \quad [17.12]$$

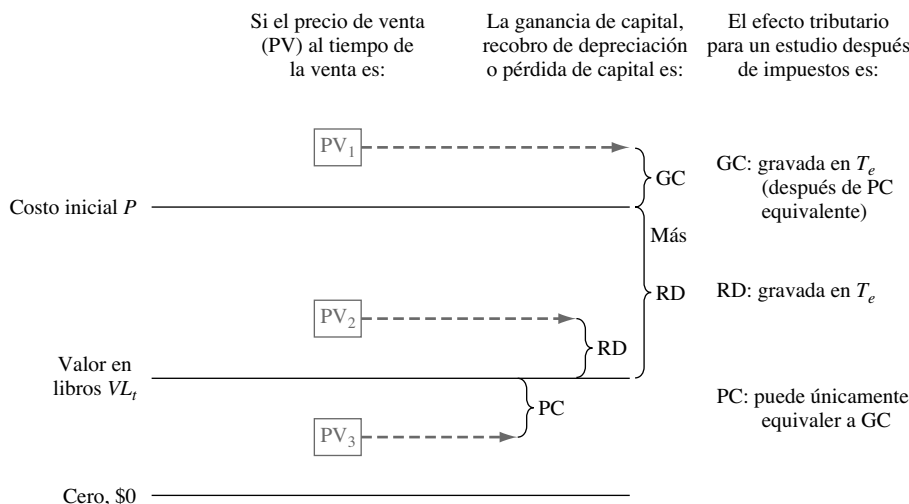


Figura 17.3

Resumen del cálculo y tratamiento tributario para el recobro de depreciación y ganancias (pérdidas) de capital.

El recobro de depreciación generalmente se encuentra presente en un estudio después de impuestos. En Estados Unidos, un monto igual a la estimación de valor de salvamento puede anticiparse como RD cuando el activo se vende después del periodo de recuperación. Esta afirmación es correcta debido simplemente a que el SMARC deprecia cada activo a cero en años $n + 1$. La cantidad se trata como un ingreso gravable ordinario en el año de venta del activo.

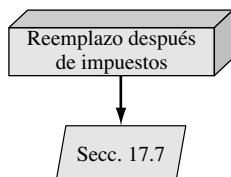
Cuando el precio de venta excede al costo inicial, se presenta también una ganancia de capital y el IG debido a la venta es la ganancia *más* el recobro de depreciación, como aparece en la figura 17.3. En este momento el RD es el monto total de depreciación.

La **pérdida de capital (PC)** ocurre cuando se vende un activo depreciable por menos de su valor actual en libros.

Pérdida de capital = valor en libros – precio de venta

$$PC = VL_t - PV \quad [17.13]$$

Un análisis económico generalmente no considera la pérdida de capital, debido simplemente a que no se puede calcular para una alternativa específica. Sin embargo, un estudio de reemplazo después de impuestos debería tomar en cuenta cualquier pérdida de capital si el defensor debe cambiarse a un precio *sacrificio*. Para propósitos del estudio económico, esto suministra un ahorro en impuestos en el año del reemplazo. Utilice la tasa impositiva efectiva para calcular los ahorros en impuestos. Se supone que estos ahorros se compensarán dentro de cualquier lugar de la corporación por medio de otros activos productores de ingresos que generen impuestos.



La mayoría de activos depreciables de una corporación se conservan en uso por más de un año. Cuando se vende tal activo, o se cambia después del año 1, la consideración tributaria en Estados Unidos recibe el nombre de *Transacción de la sección 1231*, denominada así por la sección de normas del IRS. Para determinar el IG asociado, todas las pérdidas de capital de la corporación se saldan con todas las ganancias de capital, debido a que las pérdidas no reducen directamente impuestos. Por otra parte, la *ganancia neta de capital* se tasa como un IG ordinario. Además, la complicación del análisis pudiera radicar en el tratamiento tributario diferente de las ganancias y pérdidas a largo plazo (transacciones de la sección 1231), en comparación con las disposiciones a corto plazo. Únicamente si las ventas de activos múltiples y/o los intercambios de los activos se consideran en un estudio después de impuestos de una alternativa puede ser necesario incluir este tipo de pormenores. Estos detalles generalmente se dejan a los contadores y al personal financiero. (Sería interesante consultar las publicaciones del IRS 334 y 544). Para la mayoría de los estudios después de impuestos, es *suficiente aplicar la tasa de impuestos efectiva* T_e al IG de la alternativa, en el año en que ocurra el RD, la GC o la PC, con ahorros en impuestos generados a partir de la PC.

Finalmente, es importante reconocer que esta descripción, así como el tratamiento tributario, corresponden a las *corporaciones*, y no a los individuos. Los contribuyentes individuales emplean esencialmente los mismos cálculos al vender

inversiones o activos depreciados, aunque las tasas tributarias varían significativamente cuando se aplican a corporaciones, específicamente a ganancias de capital. También, las leyes y las tasas tributarias destinadas a contribuyentes individuales varían con más frecuencia. Visite el sitio IRS en la red y consulte sus publicaciones para más detalle.

La ecuación [17.1] y la expresión utilizada para IG en la ecuación [17.9] se amplían ahora para incluir las estimaciones adicionales de flujo de efectivo por vender un activo.

$$\begin{aligned} \text{IG} &= \text{ingreso bruto} - \text{gastos de operación} - \text{depreciación} + \text{recobro de} \\ &\quad \text{depreciación} + \text{ganancia de capital} - \text{pérdida de capital} \\ &= \text{IB} - \text{GO} - D + \text{RD} + \text{GC} - \text{PC} \end{aligned} \quad [17.14]$$

EJEMPLO 17.6

Biotech, una compañía médica dedicada a la investigación y experimentación, debe adquirir un sistema de análisis de la célula ósea para el equipo de bioingenieros e ingenieros mecánicos que estudian la densidad ósea en atletas. Una cláusula específica del contrato de 3 años con la NBA suministrará un ingreso bruto adicional de \$100 000 anuales. La tasa de impuestos efectiva es de 35%. A continuación aparecen las estimaciones de ambas alternativas:

	Analizador 1	Analizador 2
Costo inicial, \$	150 000	225 000
Gastos de operación, \$ anuales	30 000	10 000
Recuperación en SMARC, años	5	5

Responda las siguientes preguntas, resolviendo con ambos métodos: a mano y por computadora.

- El presidente de Biotech, que es muy concienzudo con los impuestos, desea emplear un criterio de minimización en el total de impuestos que se declararán durante los tres años del contrato. ¿Qué analizador deberá comprarse?
- Suponga que ya han transcurrido los tres años del contrato, y la compañía está a punto de vender el analizador. Emplee el mismo criterio tributario para determinar si cualquiera de los dos analizadores presentó alguna ventaja. Suponga también que el precio de venta para el analizador 1 es de \$130 000, y para el analizador 2 el precio de venta es de \$225 000 en este segundo caso, igual a su costo inicial.

Solución a mano

- En la tabla 17.5 se detallan los cálculos tributarios. Primero, se determina la depreciación SMARC anual; las tasas se indican en la tabla 16.2. Se emplea la ecuación [17.1], $\text{IG} = \text{IB} - \text{GO} - D$ para determinar el IG, después de lo cual se aplica una tasa tributaria de 35% anual. Se suman los impuestos para el periodo de 3 años, sin considerar el valor del dinero en el tiempo.

Total de impuestos para el analizador 1: \$36 120

Total de impuestos para el analizador 2: \$38 430

El total de impuestos de ambos analizadores es muy cercano, aunque el analizador 1 ahorra \$2 310 en impuestos.

- b) Cuando el analizador se vende después de los 3 años de servicio, existe un recobro de depreciación RD que se tasa al 35%. Dicho impuesto es adicional al impuesto del tercer año que aparece en la tabla 17.5. Para cada analizador, considere el RD por medio de la ecuación [17.12]; luego determine el IG, usando la ecuación [17.14], $IG = IB - GO - D + RD$. Calcule de nuevo el total de impuestos para los tres años, y elija el analizador con el total menor.

Analizador 1: $RD = 130\,000 - 43\,200 = \$86\,800$
 $IG \text{ para el año } 3 = 100\,000 - 30\,000 - 28\,800 + 86\,800 = \$128\,000$
 $\text{Impuestos para el año } 3 = 128\,000(0.35) = \$44\,800$
 $\text{Impuestos totales} = 14\,000 + 7\,700 + 44\,800 = \$66\,500$

Analizador 2: $RD = 225\,000 - 64\,800 = \$160\,200$
 $IG \text{ para el año } 3 = 100\,000 - 10\,000 - 43\,200 + 160\,200 = \$207\,000$
 $\text{Impuestos para el año } 3 = 207\,000(0.35) = \$72\,450$
 $\text{Impuestos totales} = 15\,750 + 6\,300 + 72\,450 = \$94\,500$

Ahora el analizador presenta una ventaja considerable en los impuestos totales (\$94 500 frente a \$66 500).

Solución por computadora



- a) La solución con el programa Excel que aparece en la figura 17.4 se concentra en las filas 5 a 9 (analizador 1) y en las filas 15 a 19 (analizador 2). Las etiquetas de celda

TABLA 17.5 Comparación del total de impuestos de las dos alternativas, ejemplo 17.6a

Año	Ingreso bruto IB	Gastos de operación GO	Costo inicial P	Depreciación SMARC D	Valor en libros VL	Ingreso gravable IG	Impuestos al 0.35 de ingre- so gravable
Analizador 1							
0			\$150 000		\$150 000		
1	\$100 000	\$30 000		\$30 000	120 000	\$40 000	\$14 000
2	100 000	30 000		48 000	72 000	22 000	7 700
3	100 000	30 000		28 800	43 200	41 200	14 420
							\$36 120
Analizador 2							
0			\$225 000		\$225 000		
1	\$100 000	\$10 000		\$45 000	180 000	\$45 000	\$15 750
2	100 000	10 000		72 000	108 000	18 000	6 300
3	100 000	10 000		43 200	64 800	46 800	16 380
							\$38 430

Microsoft Excel - Example 17.6

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1					Analizador 1						
2		Ingreso	Gastos de	Inversión	SMARC de	Valor en	Ingreso				
3		bruto	operación	y venta	depreciación	libros	gravable				
4	Año	IB	GO	P y S	D	VL	IG	Impuestos			
5	0			\$(150,000)		\$150,000					
6	1	\$ 100,000	\$(30,000)		\$ 30,000	\$120,000	\$ 40,000	\$14,000			
7	2	\$ 100,000	\$(30,000)		\$ 48,000	\$ 72,000	\$ 22,000	\$ 7,700			
8	3	\$ 100,000	\$(30,000)		\$ 28,800	\$ 43,200	\$ 41,200	\$14,420			
9	Totales							\$36,120			
10	Tres totales	\$ 100,000	\$(30,000)	\$ 130,000	\$ 28,800	\$ 43,200	\$128,000	\$44,800			
11	revisados							\$66,500			
12											
13					Analizador 2						
14	Año	IB	GO	P y S	D	VL	IG	Impuestos			
15	0			\$(225,000)		\$225,000					
16	1	\$ 100,000	\$(10,000)		\$ 45,000	\$180,000	\$ 45,000	\$15,750			
17	2	\$ 100,000	\$(10,000)		\$ 72,000	\$108,000	\$ 18,000	\$ 6,300			
18	3	\$ 100,000	\$(10,000)		\$ 43,200	\$ 64,800	\$ 46,800	\$16,380			
19	Totales							\$38,430			
20	Tres totales	\$ 100,000	\$(10,000)	\$ 225,000	\$ 43,200	\$ 64,800	\$207,000	\$72,450			
21	revisados							\$94,500			
22											
23											
24											
25											
26											
27											

Formulas shown in the image:

- Cell H10: $=SUM(H6:H7)+H10$
- Cell H11: $=B10+C10-E10+(D10-F10)$
- Cell H20: $=SUM(H16:H17)+H20$

Figura 17.4

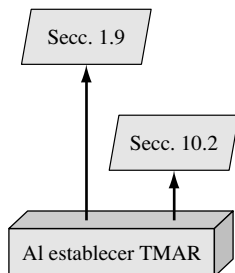
Análisis del impacto del recobro de depreciación en el total tributario, ejemplo 17.6.

muestran que se aplican las mismas ecuaciones planteadas anteriormente. Los impuestos totales se ubican en las celdas H9 y H19 para los analizadores 1 y 2, respectivamente. Como se esperaba, el analizador 1 presenta una diferencia en el total de impuestos.

- b) Cuando el analizador adquirido se vendió en el año 3 (el analizador 1 en \$130 000 como aparece en la celda D10, y el analizador 2 en \$225 000 de acuerdo a la celda D20), se reelaboran los cálculos del recobro de depreciación, el IG y los impuestos. En las filas 10 y 11, y en las 20 y 21, se presentan los incrementos totales del IG, así como los impuestos. Ahora el analizador 1 presenta una ventaja sustancial de \$28 000 en el total de impuestos.

Comentario

Es importante notar que en estos análisis no se considera el valor del dinero en el tiempo, al contrario de las evaluaciones de alternativas anteriores, donde sí se consideró dicha variación. En la próxima sección la decisión después de impuestos recaerá sobre los análisis de VP, VA y TR, tomando como base los valores de FEDI.



17.5 EVALUACIÓN DESPUÉS DE IMPUESTOS DE VP, VA Y TR

Se establece la TMAR después de impuestos requerida empleando la tasa de interés de mercado, la tasa de impuestos efectiva de la corporación y su costo de capital promedio. La estimación del FEDI se utiliza para calcular el VP o el VA con la TMAR después de impuestos. Cuando se presentan valores del FEDI positivos y negativos, el resultado de VP o $VA < 0$ indica que no se logra la TMAR. Para un proyecto único o de elección de alternativas mutuamente excluyentes, aplique la misma lógica que se empleó en los capítulos 5 y 6. Las directrices son las siguientes:

Para un proyecto. VP o $VA \geq 0$, el proyecto es financieramente viable debido a que se alcanza o se rebasa la TMAR después de impuestos.

Dos o más alternativas. Seleccione la alternativa con el mejor (numéricamente mayor) valor de VP o VA .

Si sólo se calculan costos en los FEDI, realice la estimación de los ahorros después de impuestos generados por los gastos de operación y la depreciación. Establezca un signo positivo a cada ahorro y aplique la directriz de elección citada en el párrafo anterior.

Es importante recordar que la suposición de igual servicio requiere que el análisis de VP se lleve a cabo usando el mínimo común múltiplo (MCM) de las vidas de la alternativa. Este requisito deberá tomarse en cuenta para cada análisis, ya sea antes o después de impuestos.

Puesto que las estimaciones del FEDI generalmente varían entre año y año en una evaluación después de impuestos, la hoja de cálculo acelera el análisis en comparación con la solución a mano. *Para el análisis VA*, emplee la función PAGO y la función VPN incluida *para un ciclo de vida* de la alternativa. El formato general es el siguiente, con la función VPN en cursivas:

$$\text{PAGO}(\text{TMAR}, n, \text{VPN}(\text{TMAR}, \text{año}_1\_FEDI : \text{año}_n\_FEDI) + \text{año}_0\_FEDI)$$

Para el análisis de VP, primero se debe obtener los resultados de la función PAGO, y enseguida realizar la función VP con el MCM de las alternativas. (Existe una función MCM en Excel). La celda que contenga el resultado de la función PAGO se introduce como el valor A. El formato general es el siguiente:

$$\text{VP}(\text{TMAR}, \text{MCM}, \text{años}, \text{PAGO\_resultado\_celda})$$



EJEMPLO 17.7

Paul es el encargado de diseñar las paredes interiores de un edificio industrial. En algunos lugares, es importante reducir la transmisión de ruido filtrado a través de la pared. Las dos opciones de construcción son: estuco sobre listón de metal (E) y ladrillo (L); cada una de estas alternativas presenta las mismas características de disminución de ruido, de aproximadamente 33 decibeles. Estas opciones reducirán los costos de atenuación de ruido en las áreas de oficinas adyacentes. Paul realiza las estimaciones para los costos

iniciales y los ahorros después de impuestos anuales para ambos diseños. Emplee los valores del FEDI y a una TMAR después de impuestos de 7% anual para determinar qué opción es mejor en términos económicos. Resuelva ambos problemas a mano y por computadora.

Plan E		Plan L	
Año	FEDI	Año	FEDI
0	\$-8 800	0	\$-50 000
1-6	5 400	1	14 200
7-10	2 040	2	13 300
10	2 792	3	12 400
		4	11 500
		5	10 600

Solución a mano

En este ejemplo, se muestran los análisis de VP y VA. Desarrolle las relaciones de VA al emplear los valores del FEDI sobre la vida de cada plan. Elija el valor mayor.

$$\begin{aligned}
 VA_E &= [-28\,800 + 5\,400(P/A, 7\%, 6) + 2\,040(P/A, 7\%, 4)(P/F, 7\%, 6) \\
 &\quad + 2\,792(P/F, 7\%, 10)](A/P, 7\%, 10) \\
 &= \$422
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 VA_L &= [-50\,000 + 14\,200(P/F, 7\%, 1) + \cdots + 10\,600(P/F, 7\%, 5)](A/P, 7\%, 5) \\
 &= \$327
 \end{aligned}$$

Ambas alternativas son financieramente viables; sin embargo, elija el plan E, ya que posee el VA_E mayor.

Para el análisis de VP, el MCM es de 10 años. Utilice los valores anuales y el factor P/A para el MCM de 10 años y elija la alternativa de estuco en listón de metal, plan E.

$$VP_E = VA_E(P/A, 7\%, 10) = 422(7.0236) = \$2\,964$$

$$VP_L = VA_L(P/A, 7\%, 10) = 327(7.0236) = \$2\,297$$

Solución por computadora

Los valores presente y anual se encuentran en las filas 17 y 18 de la figura 17.5. Las funciones se establecen de manera diferente con respecto de los ejemplos anteriores, a causa de la desigualdad de las vidas. Examine las etiquetas de celda que aparecen en el orden de desarrollo de cada alternativa. Para el plan E, primero se establece la función VPN en la celda B18 para determinar el VP, y enseguida la función PAGO en la celda B17 para calcular el VA. Advierta el signo menos en PAGO para corroborar que el resultado de esta función dio el signo correcto al valor presente, lo cual no será necesario en el caso de la función VPN, debido a que ésta toma el signo del flujo de efectivo directamente de la celda.

En el plan L se llevan a cabo las funciones en el orden contrario. La función PAGO de la celda C17 incluye la función VPN sobre el año de vida 5. De nuevo, advierta el signo menos. Finalmente, la función VA de la celda C18 presenta el VP durante 10 años.



Microsoft Excel - Example 17.7

File Edit View Insert Format Tools Data Window Help

125%

G12

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2	TMAR despu								
3									
4		Plan E	Plan L						
5	Año	FEDI	FEDI						
6	0	\$(28,800)	\$(50,000)						
7	1	\$ 5,400	\$ 14,200						
8	2	\$ 5,400	\$ 13,300						
9	3	\$ 5,400	\$ 12,400						
10	4	\$ 5,400	\$ 11,500						
11	5	\$ 5,400	\$ 10,600						
12	6	\$ 5,400							
13	7	\$ 2,040							
14	8	\$ 2,040							
15	9	\$ 2,040							
16	10	\$ 4,832							
17	Valores anuales (VA)	\$422	\$327						
18	Valores presentes (VP)	\$ 2,963	\$2,297						
19									

Formulas shown in the image:

- $\text{=VPN}(\text{\$C\$2}, \text{B7:B16}) + \text{B6}$
- $\text{=PAGO}(\text{\$C\$2}, 10, -\text{B18})$
- $\text{=PAGO}(\text{\$C\$2}, 5, -(\text{VPN}(\text{\$C\$2}, \text{C7:C11}) + \text{C6}))$
- $\text{=VA}(\text{\$C\$2}, 10, -\text{C17})$

Ready NUM

Figura 17.5

Evaluación de VP y VA después de impuestos, ejemplo 17.7.

Comentario

Es importante advertir el signo menos en las funciones PAGO y VA al utilizarlas para obtener los valores correspondientes de VP y VA, respectivamente. Si se omite el signo menos, los valores anual y presente serán opuestos a la dirección del flujo de efectivo correcto. Entonces, los planes parecerían no viables en términos financieros, si no rinde al menos la TMAR después de impuestos, lo cual habría sucedido en el caso de este ejemplo. Sin embargo, se sabe que ambas alternativas son económicamente viables, al tomar como base la previa solución a mano. (Para más información sobre la convención del signo en las funciones PAGO, VA y VP, visite el sitio de ayuda en línea de Excel.)

Al emplear el *método TR*, aplique exactamente el mismo procedimiento que se muestra en el capítulo 7 (de proyecto simple) y en el capítulo 8 (de dos o más alternativas) para las series del FEDI. Se deberá establecer la relación de VP o VA para la estimación de la tasa de rendimiento i^* de un proyecto, o Δi^* para el FEDI incremental entre dos alternativas. Dentro de la serie FEDI pueden existir varias raíces, como en cualquier serie de flujo de efectivo. Para un proyecto simple, establezca el VP o el VA igual a cero y resuelva para i^* .

Valor presente:
$$0 = \sum_{t=1}^{t=n} \text{FEDI}_t(P/F, i^*, t) \quad [17.15]$$

Valor anual:
$$0 = \sum_{t=1}^{t=n} \text{FEDI}_t(P/F, i^*, t)(A/P, i^*, n) \quad [17.16]$$

La solución presentada en la hoja de cálculo para i^* sería útil al realizar las series relativamente complejas del FEDI. Se lleva a cabo al emplear la función TIR con el formato general

$$\text{TIR}(\text{año}_0\_FEDI:\text{año}_n\_FEDI)$$

Si la TR después de impuestos es importante para el análisis, pero los detalles de un estudio después de impuestos no son de interés, la TR (OTMAR) antes de impuestos se ajusta con la tasa impositiva efectiva T_e con la relación *aproximante*

$$\text{TR antes de impuestos} = \frac{\text{TR después de impuestos}}{1 - T_e} \quad [17.17]$$

Por ejemplo, suponga que una empresa tiene una tasa impositiva efectiva de 40% y generalmente emplea una TMAR después de impuestos de 12% anual en sus análisis económicos que consideren los impuestos de manera explícita. Para *aproximar* el efecto de los impuestos sin especificar detalles en el estudio después de impuestos, la TMAR antes de impuestos se calcula de la siguiente forma:

$$\text{TMAR antes de impuestos} = \frac{0.12}{1 - 0.40} = 20\% \text{ anual}$$

Si la decisión depende de la viabilidad económica de un proyecto, y el VP o VA resultante es aproximadamente cero, deberán tomarse en consideración los detalles del análisis después de impuestos.

EJEMPLO 17.8

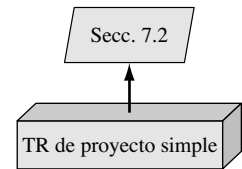
Una compañía manufacturera de fibra óptica que opera en Hong Kong gastó \$50 000 para una maquinaria de 5 años de vida, que tiene un FEAI anual proyectado de \$20 000 y una depreciación anual de \$10 000. La compañía tiene una T_e de 40%. a) Determine la tasa de rendimiento después de impuestos. b) Aproxime la tasa de rendimiento antes de impuestos.

Solución

- a) El FEDI en el año 0 es \$-50 000. Para los años 1 a 5, combine las ecuaciones [17.8] y [17.9] para calcular el FEDI.

$$\begin{aligned} \text{FEDI} &= \text{FEAI} - \text{impuestos} = \text{FEAI} - (\text{IB} - \text{GO} - D)(T_e) \\ &= 20\,000 - (20\,000 - 10\,000)(0.40) \\ &= \$16\,000 \end{aligned}$$

Como el FEDI para los años 1 a 5 tiene el mismo valor, emplee el factor P/A de la ecuación [17.15].



$$0 = -50\,000 + 16\,000(P/A, i^*, 5)$$

$$(P/A, i^*, 5) = 3.125$$

La solución ofrece una $i^* = 18.03\%$ como la tasa de rendimiento después de impuestos.

- b) Utilice la ecuación [17.17] para realizar la estimación del rendimiento antes de impuestos.

$$\text{TR antes de impuestos} = \frac{0.1803}{1 - 0.40} = 30.05\%$$

La i^* real antes de impuestos al emplear el FEAI = \$20 000 para 5 años es de 28.65% a partir de la ecuación:

$$0 = -50\,000 + 20\,000(P/A, i^*, 5)$$

El efecto tributario se sobreestimaré ligeramente si se utiliza una TMAR de 30.05% en un análisis antes de impuestos.

Una evaluación de tasa de rendimiento que se elabora a mano de dos o más alternativas deberá emplear una relación con base en el VP o el VA, para determinar el rendimiento incremental Δi^* de las series de FEDI incrementales entre dos alternativas. La solución por medio de la computadora se logra al usar los valores incrementales del FEDI y la función TIR. Para realizar la elección de alternativas mutuamente excluyentes con el método TR, se aplican los mismos procedimientos y ecuaciones que aparecen en el capítulo 8. Para continuar con esta sección se deberán revisar las siguientes secciones para su completa comprensión:

- Sección 8.4 Evaluación de TR usando el VP: incremental y de punto de equilibrio
- Sección 8.5 Evaluación TR empleando el VA
- Sección 8.6 Análisis TR incremental de alternativas múltiples y mutuamente excluyentes

A partir de este repaso, se deberán recordar los siguientes factores importantes:

Directriz de elección: La regla fundamental de la evaluación TR incremental con una TMAR establecida es como aparece a continuación:

Seleccione la alternativa con la inversión inicial mayor, si la inversión extra se justifica con respecto de otra alternativa justificada.

TR incremental: El análisis incremental deberá llevarse a cabo. Los valores i^* globales no pueden depender de la elección correcta de la alternativa, a diferencia del método de VP o VA a partir de la TMAR, que determinará la correcta alternativa.

Suposición de igual servicio: El análisis incremental TR requiere que se evalúen alternativas durante iguales periodos. El MCM de las dos vidas de las alternativas deberá emplearse para determinar el VP o VA del flujo de efectivo

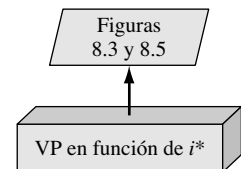
incremental. (La única excepción, que se menciona en la sección 8.5, ocurre cuando se realiza el análisis VA sobre *flujos de efectivo reales y no sobre los incrementos*; por lo tanto, el análisis de un ciclo de vida es aceptable en las respectivas vidas de las alternativas.)

Alternativas de ingresos y alternativas de servicio: Las alternativas de ingresos (flujos de efectivo positivo y negativo) pueden tratarse de forma diferente a las alternativas de servicio (estimaciones de flujo de efectivo sólo de costos). En el caso de las alternativas de ingresos, la i^* global sirve para llevar a cabo una selección inicial. Las alternativas donde $i^* < \text{TMAR}$, pueden susstraerse de otras evaluaciones. Una i^* para alternativas sólo de costos (de servicios) no pueden determinarse, razón por la que se requiere un análisis incremental que incluya todas las alternativas.

Estos principios y los mismos procedimientos establecidos en el capítulo 8 se aplican a la serie FEDI. La tabla de resumen en la parte posterior del libro (que también es la tabla 10.2) detalla los requisitos de todas las técnicas de evaluación. En el caso del método TR, en la columna “Serie para evaluar” las palabras *flujos de efectivo* se convierten en *valores FEDI*. Además, debe aplicarse la TMAR después de impuestos como la directriz de decisión (columna extrema derecha). Ahora, todas las entradas para el método TR son correctas para un análisis después de impuestos.

Una vez que se genera la serie FEDI, la *TR del punto de equilibrio* se obtiene mediante una gráfica de VP en función de i^* . La solución de la ecuación de VP para cada alternativa con el MCM, a diferentes tasas de interés se calcula a mano o por computadora, utilizando la función VPN de la hoja de cálculo. En el caso de cualquier TMAR después de impuestos superior a la TR del punto de equilibrio, no se justifica la inversión extra.

El ejemplo 17.9 ilustra una evaluación TR después de impuestos de dos alternativas resueltas a mano. La siguiente sección incluye más ejemplos con solución por computadora, donde se aplican un análisis incremental TR y la gráfica del punto de equilibrio de VP en función de i^* .



EJEMPLO 17.9

Johnson Controls debe decidir entre dos alternativas en su planta del noreste: el sistema 1, un sistema único de montaje por máquina automática con circuitos integrados, requerirá una inversión actual de \$100 000; el sistema 2, una combinación de dos máquinas automáticas, requiere un total de \$130 000. La gerencia pretende llevar a cabo uno de los planes. Esta empresa manufacturera espera un rendimiento después de impuestos de 20% sobre las inversiones en tecnología. Elija uno de los sistemas si la siguiente serie de valores FEDI de costos se calculó para los próximos 4 años.

	Año				
	0	1	2	3	4
FEDI del sistema 1	-100 000	-35 000	-30 000	-20 000	-15 000
FEDI del sistema 2	-130 000	-20 000	-20 000	-10 000	-5 000

Solución

El sistema 2 es la alternativa con la inversión adicional que debe justificarse. Como las vidas son iguales, se elige el análisis VP para calcular Δi^* para la serie incremental FEDI de este apartado. Todos los flujos de efectivo se dividieron entre \$1 000.

Año	0	1	2	3	4
FEDI incremental, \$1 000	-30	+15	+10	+10	+10

Se formula una ecuación para VP con el objetivo de calcular el rendimiento incremental después de impuestos.

$$-30 + 15(P/F, \Delta i^*, 1) + 10(P/A, \Delta i^*, 3)(P/F, \Delta i^*, 1) = 0$$

La solución indica un rendimiento incremental después de impuestos de 20.10%, que apenas supera el 20% de la TMAR. La inversión extra en el sistema 2 se encuentra relativamente justificada.



17.6 APLICACIONES EN HOJA DE CÁLCULO: ANÁLISIS TR INCREMENTAL DESPUÉS DE IMPUESTOS

En esta sección incluimos dos ejemplos de hojas de cálculo con análisis TR después de impuestos. Ambos ejemplos se basan en soluciones ya vistas en este capítulo. En el primer ejemplo se determina la tasa de rendimiento incremental Δi^* y se destaca el uso de la gráfica de VP en función de i . El segundo ejemplo ilustra el análisis TR incremental cuando se requiere calcular el FEDI utilizando una depreciación del SMARC.

El procedimiento bosquejado en la sección 8.6 para llevar a cabo un análisis TR incremental de dos o más alternativas se utiliza en cada uno de los siguientes ejemplos. Se recomienda el repaso y comprensión de este procedimiento antes de continuar.

EJEMPLO 17.10

En el ejemplo 17.7, Paul calculó el FEDI para materiales de paredes interiores con el propósito de reducir la filtración de ruidos; el plan E consiste en construir con estuco sobre metal laminado, y el plan L implica construir con ladrillo. La figura 17.5 muestra tanto un análisis VP durante 10 años como un análisis VA durante las vidas respectivas. Se eligió la alternativa E. Después de repasar esta primera solución, lleve a cabo una evaluación TR a la TMAR después de impuestos del 7% anual.

Solución por computadora

El MCM es de 10 años para el análisis TR incremental. El plan L requiere una inversión adicional que debe justificarse. Aplique el procedimiento de la sección 8.6 al análisis TR incremental. La figura 17.6 muestra el FEDI calculado para cada alternativa y la serie del FEDI incremental. Como se trata de alternativas de ingresos, primero se calcula i^* para

garantizar el hecho de que ambas alcancen, por lo menos, la TMAR de 7%. Las celdas C14 y D14 indican que así sucede. La función TIR en la celda E14 se aplica al FEDI incremental e indica que $\Delta i^* = 6.35\%$. Como este valor es inferior a la TMAR, no se justifica la inversión adicional en muros de ladrillo. Se elige el plan E, el mismo que en el caso de los métodos VP y VA.

En las filas 17 a 21 (figura 17.6), se emplea la función VPN para determinar el VP de la serie FEDI de las alternativas para diferentes valores de i . La gráfica indica que la i^* del punto de equilibrio ocurre en 6.35%, es decir, el mismo resultado que con la función TIR anterior. Siempre que la TMAR después de impuestos esté por encima de 6.35%, como en este caso donde la $TMAR = 7\%$, no se justifica la inversión adicional del plan L.

Comentario

Observe que la serie del FEDI incremental implica tres cambios de signo. La serie acumulativa también tiene tres cambios de signo (criterio de Norstrom). En consecuencia, tal vez haya múltiples valores de Δi^* . La aplicación de la función TIR mediante la opción *estimar* no permite encontrar otras raíces reales en el intervalo normal de la tasa de rendimiento.

Secc. 7.4

Raíces múltiples

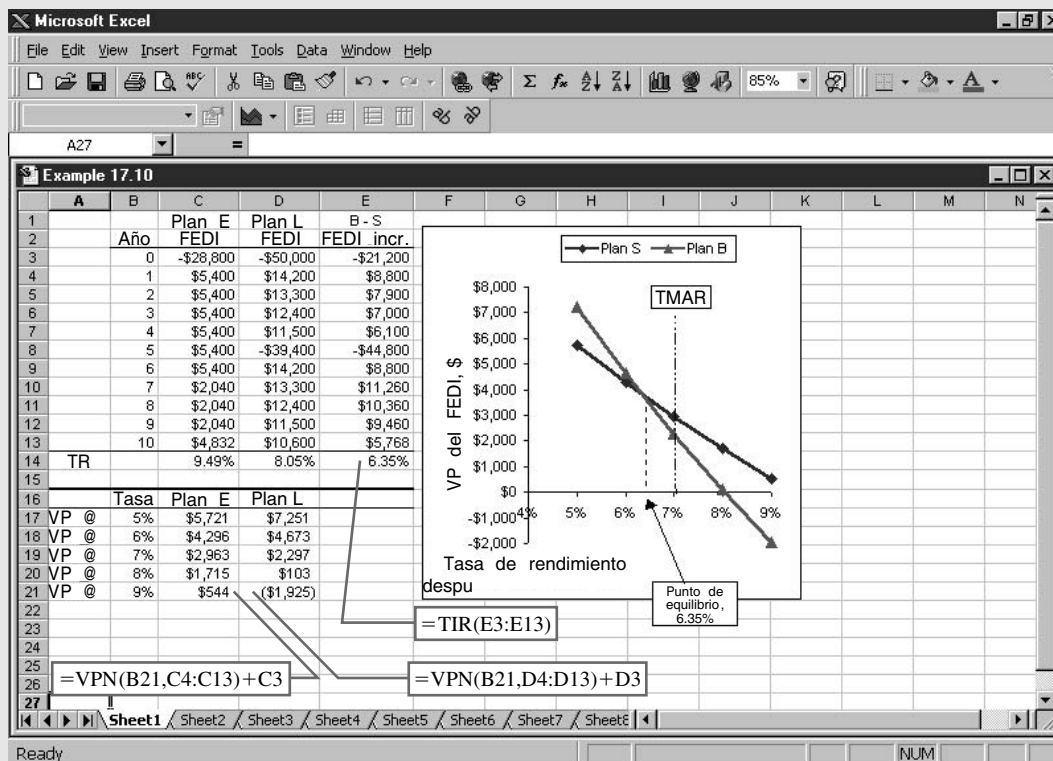


Figura 17.6

Evaluación después de impuestos de dos alternativas con una gráfica de VP en función de i (ejemplo 17.10).

EJEMPLO 17.11

En el ejemplo 17.6 se inició un análisis después de impuestos de dos analizadores de células óseas, como resultado de un nuevo contrato de 3 años con la NBA. El criterio para elegir el analizador 1 se basó en el total de impuestos para los tres años. La solución completa en hoja de cálculo se muestra en la figura 17.4.

Continúe con el análisis en hoja de cálculo llevando a cabo una evaluación TR después de impuestos, suponiendo que los analizadores se venden después de 3 años a las sumas calculadas en el ejemplo 17.6: \$130 000 para el analizador 1 y \$225 000 para el analizador 2. La TMAR después de impuestos es de 10% anual.



Solución por computadora

La figura 17.7 representa una copia actualizada de la hoja de cálculo de la figura 17.4 donde se incluye la venta del analizador en el año 3. La serie del FEDI (columna I) se determina utilizando la ecuación: $FEDI = FEAI - \text{impuestos}$; el ingreso gravable se calcula mediante la ecuación [17.14]. Por ejemplo, el año 3, cuando el analizador 2 se vende en $S = \$225\,000$, el cálculo del FEDI es:

$$FEDI_3 = FEAI - (IG)(T_e) = IB - GO - P + S - (IB - GO - D + RD)(T_e)$$

El recobro de la depreciación RD es la suma por encima del valor en libros recibido del año 3 en el momento de la venta. De acuerdo con la ecuación [17.12] e incluyendo el valor en libros en la celda F18,

$$RD = \text{precio de venta} - VL_3 = 225\,000 - 64\,800 = \$160\,200$$

Ahora, se determina el FEDI el año 3 para el analizador 2.

$$\begin{aligned} FEDI_3 &= 100\,000 - 10\,000 + 0 + 225\,000 \\ &\quad - (100\,000 - 10\,000 - 43\,200 + 160\,200)(0.35) \\ &= 315\,000 - 207\,000(0.35) = \$242\,550 \end{aligned}$$

Las etiquetas de celda de la fila 18 de la figura 17.7 siguen el mismo orden. El FEDI incremental se calcula en la columna J.

Se aplica el procedimiento para comparar las alternativas bosquejadas en la sección 8.6. Éstas son las alternativas de ingresos, de manera que los valores globales i^* (celdas I9 e I19) indican que las dos series del FEDI son aceptables. El valor $\Delta i^* = 23.6\%$ (celda J19) también supera la $TMAR = 10\%$; por lo tanto *se elige el analizador 2*. Esta decisión se rige por la directriz del método TR: se elige la alternativa que requiere la mayor inversión justificada desde una perspectiva *incremental*.

Comentario

En la sección 8.4, la figura 8.5b demostró la falacia de elegir una alternativa basada exclusivamente en la TR. Debe utilizarse la TR incremental. En este ejemplo se demuestra el mismo hecho. Si se elige la alternativa de la mayor i^* , el analizador 1 se elige incorrectamente. Cuando Δi^* supera la $TMAR$, la inversión mayor se elige correctamente, el analizador 2 en este caso. Para verificar, el VP al 10% se calcula para cada analizador (I10 e I20). De nuevo, el analizador 2 gana sobre la base de su VP mayor de \$93 905.

Microsoft Excel - Example 17.11

File Edit View Insert Format Tools Data Window Help

93%

A26

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1					Analizador 1						
2		Ingreso	Gastos de	Inversión	Depreciación	Valor en	Ingreso	Impuestos			
3		bruto	operación	y venta	del	libros	gravable	al			
4	Año	IB	GO	P y V	SMARC	VL	IG	0.35 IG	FEDI		
5	0			\$(150,000)		\$150,000			\$(150,000)		
6	1	\$ 100,000	\$(30,000)		\$ 30,000	\$120,000	\$ 40,000	\$ 14,000	\$ 56,000		
7	2	\$ 100,000	\$(30,000)		\$ 48,000	\$ 72,000	\$ 22,000	\$ 7,700	\$ 62,300		
8	3	\$ 100,000	\$(30,000)	\$ 130,000	\$ 28,800	\$ 43,200	\$ 128,000	\$ 44,800	\$ 155,200		
9	i*								30.2%		
10									\$ 69,001		
11	VP al 10%										
12					Analizador 2						
13											
14	Año	GI	E	P y V	D	VL	IG	Impuestos	FEDI	FEDI incr.	
15	0			\$(225,000)		\$225,000			\$(225,000)	\$(75,000)	
16	1	\$ 100,000	\$(10,000)		\$ 45,000	\$180,000	\$ 45,000	\$ 15,750	\$ 74,250	\$ 18,250	
17	2	\$ 100,000	\$(10,000)		\$ 72,000	\$108,000	\$ 18,000	\$ 6,300	\$ 83,700	\$ 21,400	
18	3	\$ 100,000	\$(10,000)	\$ 225,000	\$ 43,200	\$ 64,800	\$ 207,000	\$ 72,450	\$ 242,550	\$ 87,350	
19	i* e i* incr.								27.9%	23.6%	
20	VP al 10%								\$ 93,905		
21											
22											
23											
24											
25											

Formulas shown in the image:

- $=B6+C6+D6-H6$ (Cell I6)
- $=B18+C18-E18+(D18-F18)$ (Cell J18)
- $=B18+C18+D18-H18$ (Cell J19)
- $=TIR(J15:J18)$ (Cell J20)

Sheet1 Sheet2 Sheet3 Sheet4 Sheet5 Sheet6 Sheet7 Sheet8

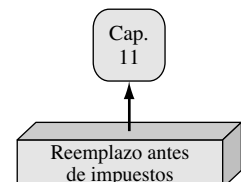
Ready NUM

Figura 17.7

Análisis TR incremental del FEDI con recobro de la depreciación en el último año (ejemplo 17.11).

17.7 ANÁLISIS DE REEMPLAZO DESPUÉS DE IMPUESTOS

Cuando un activo recién instalado (el defensor) se enfrenta al desafío de un posible reemplazo, los impuestos llegan a tener impacto en la decisión del análisis de reemplazo. Tal vez los impuestos no reviertan la decisión final, pero la diferencia entre los valores de VA antes de impuestos pueden ser considerablemente distintos de la diferencia después de impuestos. Puede haber cuestiones de impuestos el año del posible reemplazo, debido al *recobro de la depreciación* o a la *ganancia de capital*, o quizá haya ahorros de impuestos como resultado de una *pérdida de capital* cuantificable, en el caso de que sea necesario vender al defensor a un precio de sacrificio. Además, el análisis de reemplazo después de impuestos no toma en cuenta los *gastos de operación* ni la *depreciación* deducibles de impuestos en un análisis antes de impuestos. La tasa impositiva efectiva T_e se utiliza para calcular el monto de los impuestos anuales (o ahorros en impuestos) a partir del IG. En este caso se aplica el mismo procedimiento que en el análisis de reemplazo antes de impuestos del capítulo 11, aunque ahora para los cálculos del FEDI. El procedimiento debería



comprenderse cabalmente antes de proseguir. Se recomienda prestar atención especial a las secciones 11.3 y 11.5.

El ejemplo 17.12 contiene una solución a mano de un análisis de reemplazo después de impuestos, el cual utiliza un supuesto simplificado de la depreciación clásica en línea recta LR. En el ejemplo 17.13 se resuelve el mismo tipo de problema por computadora, aunque se incluyen los detalles de la depreciación del SMARC. Esto brinda una oportunidad de observar la diferencia en los valores VA entre los dos supuestos de depreciación.

EJEMPLO 17.12

Midcontinent Power Authority compró equipo para la extracción de carbón hace 3 años por \$600 000. La gerencia descubrió que tecnológicamente el equipo es obsoleto ahora. Se ha identificado un nuevo equipo. Si se ofrece un valor comercial de \$400 000 como valor de cambio del equipo actual, lleve a cabo un análisis de reemplazo aplicando *a*) una TMAR antes de impuestos de 10% anual y *b*) una TMAR después de impuestos de 7% anual. Suponga una tasa de impuestos efectiva de 34%. Como supuesto simplificador, utilice la depreciación clásica en línea recta con $S = 0$ para ambas alternativas.

	Defensor	Retador
Valor comercial, \$	400 000	
Costo inicial, \$		1 000 000
Costo anual, \$	-100 000	-15 000
Periodo de recuperación, años	8 (originalmente)	5

Solución

Suponga que mediante análisis VUE (vida útil económica) se ha determinado que los mejores valores de la vida son de más de 5 años para el defensor, y 5 años en total para el retador.

- a*) En el caso del *análisis de reemplazo antes de impuestos*, calcule los valores VA. El VA del defensor incluye el valor comercial como costo inicial, $P_D = \$-400\,000$.

$$VA_D = -400\,000(A/P, 10\%, 5) - 100\,000 = \$-205\,520$$

$$VA_R = -1\,000\,000(A/P, 10\%, 5) - 15\,000 = \$-278\,800$$

En el paso 1 del procedimiento del análisis de reemplazo (sección 11.3), elegimos el VA óptimo. Se conserva al defensor ahora con el plan de mantenerlo los 5 años que restan. El defensor tiene un costo anual equivalente menor de \$73 280 comparado con el del retador. Esta solución completa se incluye en la tabla 17.6 (izquierda) con el objetivo de compararla con el análisis después de impuestos.

- b*) En el caso del *análisis de reemplazo después de impuestos*, no hay efectos tributarios para el defensor que no sean los impuestos sobre la renta. La depreciación anual LR es de \$75 000, que se determinó cuando el equipo se adquirió hace 3 años.

$$D_t = 600\,000/8 = \$75\,000 \quad t = 1 \text{ a } 8 \text{ años}$$

La tabla 17.6 muestra el IG y los impuestos al 34%. Los impuestos son en realidad ahorros en impuestos de \$59 500 anuales, como lo indica el signo menos. (Recuerde que en el caso de los ahorros en impuestos en un análisis económico, se supone que hay ingresos gravables positivos en cualquier otra parte de la corporación con el fin de deducir el ahorro). Ya que sólo se estiman los costos, el FEDI anual es negativo, pero los ahorros en impuestos de \$59 500 lo han reducido. El FEDI y el VA al 7% anual son:

$$\text{FEDI} = \text{FEAI} - \text{impuestos} = -100\,000 - (-59\,500) = \$-40\,500$$

$$\text{VA}_D = -400\,000(A/P, 7\%, 5) - 40\,500 = \$-138\,056$$

En el caso del retador, el recobro de la depreciación sobre el defensor ocurre cuando éste se reemplaza, como consecuencia de que la cantidad de intercambio de \$400 000 es mayor que el valor actual en libros. En el año 0 para el retador, la tabla 17.6 incluye los siguientes cálculos para llegar a un impuesto de \$8 500.

TABLA 17.6 Análisis de reemplazo antes de impuestos y después de impuestos (ejemplo 17.12)

Edad del defensor	Antes de impuestos				Después de impuestos			
	Año	Gastos de operación	P y S	FEAI	Depre- ciación D	Ingreso gravable IG	Impues- tos* al 0.34IG	FEDI
		GO						
DEFENSOR								
3	0		\$-400 000	\$-400 000				\$-400 000
4	1	\$-100 000		-100 000	\$75 000	\$-175 000	\$-59 500	-40 500
5	2	-100 000		-100 000	75 000	-175 000	-59 500	-40 500
6	3	-100 000		-100 000	75 000	-175 000	-59 500	-40 500
7	4	-100 000		-100 000	75 000	-175 000	-59 500	-40 500
8	5	-100 000	0	-100 000	75 000	-175 000	-59 500	-40 500
VA al 10%				\$-205 520	VA al 7%			\$-138 056
RETADOR								
	0		\$-1 000 000	\$-1 000 000		\$+25 000 [†]	\$ 8 500	\$-1 008 500
	1	\$-15 000		-15 000	\$200 000	-215 000	-73 100	+58 100
	2	-15 000		-15 000	200 000	-215 000	-73 100	+58 100
	3	-15 000		-15 000	200 000	-215 000	-73 100	+58 100
	4	-15 000		-15 000	200 000	-215 000	-73 100	+58 100
	5	-15 000	0	-15 000	200 000	-215 000 [‡]	-73 100	+58 100
VA al 10%				\$-278 800	VA al 7%			\$-187 863

* El signo menos indica ahorros en impuestos para el año.

[†] Recobro de la depreciación en el intercambio del defensor.

[‡] Supone que el valor de salvamento del retador conseguido en realidad es $S = 0$; no hay impuestos.

$$\text{Valor en libros del defensor, año 3: } VL_3 = 600\,000 - 3(75\,000) = \$375\,000$$

$$\text{Recobro de la depreciación: } RD_3 = IG = 400\,000 - 375\,000 = \$25\,000$$

$$\text{Impuestos sobre el intercambio, año 0: } \text{Impuestos} = 0.34(25\,000) = \$8\,500$$

La depreciación en LR es $\$1\,000\,000/5 = \$200\,000$ anuales. Esto resulta en el ahorro de impuestos y el FEDI es:

$$\text{Impuestos} = (-15\,000 - 200\,000)(0.34) = \$-73\,100$$

$$\text{FEDI} = \text{FEAI} - \text{impuestos} = -15\,000 - (-73\,100) = \$+58\,100$$

El año 5, se supone que el retador se vende por \$0; no hay recobro de la depreciación. El VA para el retador al 7% de TMAR después de impuestos es igual a:

$$VA_R = -1\,000\,000(A/P, 7\%, 5) + 58\,100 = \$-187\,863$$

Se elige de nuevo el defensor; no obstante, la ventaja anual equivalente se ha reducido de \$73 280 antes de impuestos a \$49 807 después de impuestos.

Conclusión: Por medio de cualquier análisis, conserve al defensor ahora y planea mantenerlo otros 5 años. Además, planea evaluar los cálculos para ambas alternativas dentro de 1 año. Si y cuando los cálculos de flujo de efectivo cambien considerablemente, lleve a cabo otro análisis de reemplazo.

Comentario

Si el valor comercial (de intercambio) hubiese sido menor que el valor en libros actual del defensor de \$375 000, se presentaría una pérdida de capital en el año 0, en lugar de un recobro de la depreciación. El ahorro en impuestos resultante reduciría el FEDI (que disminuiría los costos si el FEDI fuera negativo). Por ejemplo, una cantidad comercial de \$350 000 daría como resultado un IG de $\$350\,000 - 375\,000 = \$-25\,000$ y un ahorro en impuestos de $\$-8\,500$ en el año 0. El FEDI es, entonces, de $\$-1\,000\,000 = (-8\,500) = \$-991\,500$.

EJEMPLO 17.13



Sol-E

Repita el análisis de reemplazo después de impuestos del ejemplo anterior (17.12b), utilizando una depreciación del SMARC de 7 años para el defensor y una depreciación del SMARC de 5 años para el retador. Suponga que se vende cualquiera de los activos después de 5 años en exactamente su valor en libros. Determine si las respuestas son significativamente diferentes de las obtenidas cuando se formuló la suposición simplificada de la depreciación LR clásica.

Solución

La figura 17.8 muestra el análisis completo. Refiérase a los rótulos de las celdas para obtener los detalles de los cálculos. El SMARC requiere muchos más cálculos que la depreciación LR, aunque el proceso se simplifica enormemente utilizando una hoja de cálculo. *De nuevo se elige retener al defensor, pero ahora con una ventaja de \$44 142 anuales.* Esta cantidad se compara con los \$49 807 de ventaja utilizando la depreciación LR clásica y la ventaja de \$73 280 antes de impuestos del defensor. Por lo tanto, los impuestos y el SMARC reducen la ventaja económica del defensor, aunque no lo suficiente como para revertir la decisión de conservarlo.

Hay otras diferencias dignas de mención en lo que se refiere a los resultados entre la depreciación LR y SMARC. Hay recobro de la depreciación en el año 0 por parte del retador debido al intercambio del defensor por \$400 000, un valor mayor que el valor en libros del defensor con una vida de 3 años. Esta cantidad, \$137 620, que se encuentra en la celda G18, se considera como un ingreso gravable ordinario. Los cálculos a mano del RD y el impuesto relacionado son los siguientes:

$$\begin{aligned} VL_3 &= \text{costo inicial} - \text{depreciación del SMARC para 3 años} \\ &= \text{depreciación total del SMARC para los años 4 a 8} \\ &= \$262\,380 \quad (\text{celda F11}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} RD &= IG_0 = \text{valor de intercambio} - VL_3 \\ &= 400\,000 - 262\,380 = \$137\,620 \quad (\text{celda G18}) \end{aligned}$$

$$\text{Impuestos} = 137\,620(0.34) = \$46\,790 \quad (\text{celda H18})$$

Véase las etiquetas de las celdas para las ecuaciones de la hoja de cálculo que repiten esta lógica.

El supuesto de que el retador se vende después de 5 años a su valor en libros implica un flujo de efectivo positivo en el año 5. El registro de \$57,600 en la celda C23 de la

Microsoft Excel - Example 17.13

File Edit View Insert Format Tools Data Window Help

79%

=SD10-SF10

A30													
1	TMAR	7%	Análisis SMARC del defensor después de impuestos										
2	Compra	\$ 600,000	Costo inicial & (Gastos de op.)	SMARC				Ahorros en impuestos					
3	Activo		Valor de salvamento ¹¹	FEAI	tasas	Depr.	IG	34% de IG	FEDI				
4	Edad	Año											
5	3	0	\$ (400,000)						\$ (400,000)				
6	4	1		\$ (100,000)	0.1249	\$ 74,940	\$ (174,940)	\$ (59,480)	\$ (40,520)				
7	5	2		\$ (100,000)	0.0893	\$ 53,580	\$ (153,580)	\$ (52,217)	\$ (47,783)				
8	6	3		\$ (100,000)	0.0892	\$ 53,520	\$ (153,520)	\$ (52,197)	\$ (47,803)				
9	7	4		\$ (100,000)	0.0893	\$ 53,580	\$ (153,580)	\$ (52,217)	\$ (47,783)				
10	8	5	0	\$ (100,000)	0.0446	\$ 26,760	\$ (126,760)	\$ (43,098)	\$ (56,902)				
11						\$ 262,380							
12	Se supone que el defensor se venderá en el año 5 (año 8 de su vida útil) por exactamente el VA al 7% \$ (145,273)												
13	deprecia el total de \$600 000 sobre los 8 años. Sin efecto tributario.												
14													
15	Compra	\$ 1,000,000	Análisis SMARC del retador después de impuestos										
16	Activo		Costo inicial & (Gastos de op.)	SMARC				Ahorros en impuestos					
17	edad	Año	Valor de salvamento ¹¹	FEAI	tasas	Depr.	IG ¹²	34% de IG	FEDI				
18	0	0	\$ (1,000,000)				\$ 137,620	\$ 46,791	\$ (1,046,791)				
19	1	1		\$ (15,000)	0.2000	\$ 200,000	\$ (215,000)	\$ (73,100)	\$ 58,100				
20	2	2		\$ (15,000)	0.3200	\$ 320,000	\$ (335,000)	\$ (113,900)	\$ 96,900				
21	3	3		\$ (15,000)	0.1920	\$ 192,000	\$ (207,000)	\$ (70,380)	\$ 55,380				
22	4	4		\$ (15,000)	0.1152	\$ 115,200	\$ (130,200)	\$ (44,268)	\$ 29,268				
23	5	5	\$ 57,600	\$ (15,000)	0.1152	\$ 115,200	\$ (130,200)	\$ (44,268)	\$ 86,868				
24						\$ 942,400							
25	¹¹ Se supone que el retador se venderá en el año 5 por exactamente el VL = 1 000 000 - 942 400 = \$57 600. Sin efecto												
26	aunque el FEDI se incrementa en el año 5.												
27	¹² IG de \$137 620 en el año 0 es el recobro de depreciación generado por el cambio del defensor. RD = P - VL actual = 400 000 - 262 380												
28													
29													
30													
31													

Sheet1 Sheet2 Sheet3 Sheet4 Sheet5 Sheet6 Sheet7 Sheet8

Figura 17.8

Análisis de reemplazo después de impuestos usando la depreciación SMARC, ejemplo 17.13.

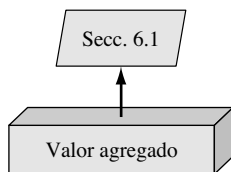
figura 17.8 refleja este supuesto, ya que la depreciación prevista del SMARC el año 6 sería de $1\,000\,000(0.0576) = \$57\,600$. La ecuación de la hoja de cálculo B15-F24 en la celda C23 determina este valor utilizando la depreciación acumulada en F24. [Nota: Si la cantidad $S = 0$ se anticipa definitivamente después de 5 años, habría una pérdida de capital de $\$57\,600$. Esto implicaría un ahorro adicional en impuestos de $57\,600(0.34) = \$19\,584$ en el año 5. Por el contrario, si el valor de salvamento es mayor que el valor en libros, se estimarían un recobro de la depreciación y un impuesto asociado.]

La etiqueta de la celda indica que las estimaciones del FEDI se obtienen mediante las columnas C, D y H. Por ejemplo, en la celda I19, el FEDI se determina como $C19 + D19 - H19$. Aun cuando las columnas C y D normalmente no contienen entradas, esta forma general para el cálculo del FEDI funciona adecuadamente cuando la fórmula se arrastra a la columna I. Por lo tanto, el cálculo del FEDI en la celda I23 refleja correctamente la venta del retador en el año 5 sin alterar la fórmula de la hoja de cálculo.

17.8 ANÁLISIS DEL VALOR AGREGADO DESPUÉS DE IMPUESTOS

El término *valor agregado* se emplea para indicar que un producto o servicio ha incrementado su valor desde la perspectiva del propietario, un inversionista o un consumidor. Es posible apalancar significativamente las actividades de valor agregado de un proceso. Por ejemplo, las cebollas crecen y se venden en una granja por centavos la libra. En la tienda llegan a venderse a un precio de 25 a 50 centavos la libra. cuando las cebollas se cortan y se recubren con una mezcla especial, pueden freírse en aceite caliente y venderse como aros de cebolla por varios dólares la libra. De esta manera, desde la perspectiva del consumidor, se ha incrementado el valor agregado por el procesamiento de las cebollas crudas en la tierra hasta los aros de cebolla que se venden en un restaurante o en una tienda de comida rápida.

Anteriormente, en el análisis de VA antes de impuestos se introdujo brevemente al valor agregado. Cuando el análisis de valor agregado se realiza después de impuestos, el enfoque es ligeramente diferente del análisis de FEDI que se planteó antes en este capítulo,



La decisión respecto de una alternativa será la misma que para ambos métodos, el de valor agregado y el de FEDI, pues el VA de los cálculos de valor económico agregado es el mismo que para las estimaciones de VA y de FEDI.

El análisis de valor agregado comienza con la ecuación [17.3], la utilidad neta después de impuestos (UNDI), que incluye la depreciación del *año 1* al *año n*. Este análisis es diferente del FEDI, donde la depreciación se ha eliminado específicamente, de manera que sólo las estimaciones del flujo de efectivo *real* se emplean desde el *año 0* al *año n*.

El término *valor económico agregado (VEA)* indica el valor monetario agregado por una alternativa a la corporación. La técnica que se estudia a continuación

apareció publicada en varios artículos* a mediados de la década de 1990 y desde entonces ha gozado de mucha popularidad como un medio de evaluar la capacidad que tiene una corporación para incrementar su valor económico, en especial desde el punto de vista de los accionistas.

El VEA anual es el monto remanente de la utilidad neta después de impuestos (UNDI) en los libros de la corporación, después de eliminar el costo del capital invertido durante el año. Esto significa que VEA indica la contribución de un proyecto a la ganancia neta de la corporación después de impuestos.

El *costo de capital invertido* es la tasa de rendimiento después de impuestos (generalmente el valor TMAR) multiplicada por el valor en libros del activo durante el año. Éste es el interés en que se incurre por el nivel actual de capital invertido en el activo. (Si se emplean diferentes métodos de depreciación, tributaria y en libros, *se utilizará el valor de depreciación en libros*, debido a que representa de manera más exacta el capital remanente invertido en el activo desde el punto de vista de la corporación). Las estimaciones son de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}\text{VEA} &= \text{UNDI} - \text{costo del capital invertido} \\ &= \text{UNDI} - (\text{tasa de interés después de impuestos}) \\ &\quad (\text{valor en libros en el año } t - 1) \\ &= \text{IG}(1 - T_e) - (i)(\text{VL}_{t-1})\end{aligned}\quad [17.18]$$

Ya que ambos valores, el valor del IG y el valor en libros toman en consideración la depreciación, el VEA es una medida del valor que incorpora el flujo de efectivo real con los flujos de no efectivo para el cálculo del valor financiero aportado a la corporación. Este valor financiero es el monto que se utiliza en los documentos públicos de la corporación (balance general, estado de resultados, reportes de acciones, etcétera). Debido a que las corporaciones desean presentar el máximo valor posible, a los accionistas y a los dueños, el método de VEA podría ser más apropiado desde el punto de vista financiero que el método de VA.

El resultado del análisis VEA es una serie de estimaciones de VEA anuales. En este análisis, se comparan dos o más alternativas al calcular las estimaciones de VA para el VEA y después se elige la alternativa de mayor valor anual. Si sólo se evalúa un proyecto, $\text{VA} > 0$ significa que está rebasada la TMAR después de impuestos, de manera que el proyecto será de valor agregado.

Sullivan y Needy** han demostrado que el VA de VEA y el VA del FEDI son idénticos en cantidad. Así, se emplea cualquiera de los dos métodos al tomar la decisión. En una corporación, las estimaciones anuales del VEA indican el valor agregado generado por la alternativa, mientras que las estimaciones anuales de FEDI describen el flujo de efectivo. En el ejemplo 17.14 se plantea esta comparación.

*A. Blair, *EVA Fever, Management Today*, enero de 1997, pp. 42-45; W. Freedman, *How do you add up? Chemical Week*, 9 de octubre, 1996, pp. 31-34.

**W. G. Sullivan y K. L. Needy, "Determination of Economic Value Added for a Proposed Investment in New Manufacturing", en *The Engineering Economist*, vol. 45, núm. 2 (2000), pp. 166-181.

EJEMPLO 17.14

Biotechnics Engineering ha desarrollado dos planes mutuamente excluyentes para inversión en nuevo equipo con la esperanza de incrementar sus ingresos generados por servicios de diagnóstico médico para cáncer a sus pacientes. Los cálculos se resumen a continuación. *a)* Utilice la depreciación clásica en línea recta, y una TMAR de 12% después de impuestos, una tasa impositiva efectiva de 40%, y solucione el problema por computadora para realizar dos análisis de valor anual después de impuestos: VEA y FEDI. *b)* Explique la diferencia fundamental entre los resultados de los dos análisis.

	Plan A	Plan B
Inversión inicial	\$500 000	\$1 200 00
Ingreso bruto – gastos de operación	\$170 000 por año	\$600 000 en el año 1, con decremento de \$50 000 por año
Vida estimada	4 años	4 años
Valor de salvamento	Ninguno	Ninguno

Solución por computadora

- a)* Consulte la hoja de cálculo y las etiquetas de celda que aparecen en la figura 17.9.
- Evaluación VEA:* toda la información necesaria para los cálculos VEA se determina en las columnas B a G. La utilidad neta después de impuestos (UNDI) que se muestra en la columna H se calcula utilizando la ecuación [17.3], $IG - \text{impuestos}$. Los valores en libros (columna E) se emplean para determinar el costo del capital invertido en la columna I, y se aplican en el segundo término de la ecuación [17.18], que es $i(VL_{t-1})$, donde i es la TMAR después de impuestos de 12%. Esto representa el monto de interés del 12% anual, después de impuestos, para el capital actualmente invertido, como lo refleja el valor en libros al principio del año. La estimación del VEA anual es la suma de las columnas H e I (ecuación [17.18]) para los años 1 al 4. *Note que no existe una estimación del VEA para el año 0*, puesto que la UNDI y el costo del capital invertido se calculan en los años 1 a n . Finalmente, se selecciona el VA mayor del valor VEA (J21), lo cual indica que el plan B es mejor, y que el plan A no tiene un rendimiento de 12% (J10).
- Evaluación FEDI:* como se muestra en las etiquetas de celda, se calculan las estimaciones FEDI (columna K) usando la ecuación [17.8], $IB - GO - P - \text{impuestos}$. El VA de FEDI (celda K21) de nuevo concluye que el plan B es mejor que el plan A, ya que éste no tiene un rendimiento TMAR después de impuestos de 12% (K10).
- b)* ¿Cuál es la diferencia fundamental entre las series VEA y FEDI que aparecen en las columnas J y K? Son claramente equivalentes desde el punto de vista del valor del dinero en el tiempo, dado que los valores anuales son los mismos en términos numéricos. Para responder a la pregunta, considere que el plan A tiene una estimación constante de FEDI de \$152 000 anuales. Para obtener el VA de VEA, calcule a partir de \$-12 617 en los años 1 a 4, con una inversión inicial de \$500 000 que se distribuya durante los 4 años de vida al emplear el factor A/P al 12%. Esto significa que un monto equivalente de $\$500\,000(A/P, 12\%, 4) = \$164\,617$ se carga al flujo de efectivo de entrada en cada uno de los años 1 a 4. En efecto, el FEDI anual se reduce a consecuencia de dicho cargo.



Microsoft Excel

File Edit View Insert Format Tools Data Window Help

76%

Example 17.14

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1						PLAN A					
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10											
11											
12											
13											
14											
15											
16											
17											
18											
19											
20											
21											
22											
23											
24											
25											
26											
27											
28											

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1											
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10											
11											
12											
13											
14											
15											
16											
17											
18											
19											
20											
21											
22											
23											
24											
25											
26											
27											
28											

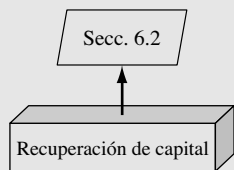
Ready

Figura 17.9

Comparación de alternativas al emplear los análisis de VEA y de FEDI, ejemplo 17.14.

$$\begin{aligned} \text{FEDI} - (\text{inversión inicial})(A/P, 12\%, 4) &= \$152\,000 - 500\,000(A/P, 12\%, 4) \\ 152\,000 - 164\,617 &= -\$12\,617 \\ &= \text{VA de VEA} \end{aligned}$$

Éste es el valor anual para ambas series, lo que demuestra que los dos métodos son equivalentes en términos económicos. Sin embargo, el método VEA indica una contribución anual estimada de una alternativa al *valor de la corporación*, ya que el método FEDI calcula el flujo de efectivo real de la corporación. Ésta es la razón del porqué el método VEA es generalmente más popular con los ejecutivos corporativos con respecto al método de flujo de efectivo.



Comentario

El cálculo $P(A/P, i, n) = \$500\,000(A/P, 12\%, 4)$ es exactamente el mismo que la ecuación [6.3] en recuperación de capital, al suponer que el valor de salvamento calculado es cero. De esta manera, el costo del capital invertido para VEA es el mismo que la recuperación de capital que se planteó en el capítulo 6. Esto demuestra aún más por qué el método VA es económicamente equivalente a la evaluación del VEA.

17.9 ANÁLISIS DE PROYECTOS INTERNACIONALES DESPUÉS DE IMPUESTOS

Algunas preguntas fundamentales que deben responderse antes de realizar un análisis después de impuestos con base corporativa para especificaciones internacionales, son acerca de las tolerancias para deducir impuestos —depreciación, gastos de negocios, evaluación de activos de capital— y la tasa efectiva del impuesto necesaria para la ecuación [17-6], impuestos = $IG(T_e)$. Como se dijo en el capítulo 16, la mayoría de los gobiernos reconocen que utilizan los métodos de línea recta (LR) y del saldo decreciente (SD) para hacer la depreciación, con algunas variantes para determinar la tolerancia para la deducción anual de impuestos. Los gastos deducibles varían mucho de un país a otro. Como ejemplo, a continuación se resumen algunos.

Canadá

Depreciación: es deducible y normalmente se basa en cálculos del SD, aunque puede usarse el de LR. Se aplica una convención equivalente a la del medio año en el primer año de la posesión. La tolerancia del deducible anual de impuestos se denomina *tolerancia de costo del capital (TCC)*. Al igual que en el sistema estadounidense, las tasas de recuperación están estandarizadas, de modo que la cantidad por depreciar no refleja necesariamente la vida útil del activo.

Tasa de clase y TCC: las clases de activos se encuentran definidas y las tasas de depreciación anual se especifican por clase. No se identifica ningún periodo (vida) de recuperación específico, en parte porque los activos de una clase particular se agrupan juntos y la TCC anual queda determinada para la clase completa, no por activos individuales. Existen 44 clases y las tasas de TCC varían entre 4% anual (el equivalente a un activo de 25 años de vida) para

inmuebles (clase 1) y 100% (1 año de vida) para aplicaciones de *software*, porcelana, moldes, etcétera (clase 12). La mayor parte de las tasas están en el rango de entre 10% y 30% anual.

Gastos: los gastos de negocios son deducibles de impuestos en el cálculo del IG. Los gastos relacionados con inversiones de capital no son deducibles, ya que se les trata por medio de la TCC.

Internet: hay más detalles disponibles en el sitio web de Revenue Canada, en la dirección www.cra-adrc.gc.ca, en las secciones “Forms” y “Publications”.

México

Depreciación: es una tolerancia totalmente deducible para calcular el IG. Se aplica el método de LR con un índice para la inflación considerada cada año. Para uso parcial anual se utiliza depreciación prorrateada mensualmente. Para ciertos tipos de activos se permite una deducción inmediata de cierto porcentaje del costo inicial (este es un equivalente cercano al deducible de gastos de capital en Estados Unidos).

Clases y tasas: los tipos de activos se encuentran identificados, aunque no están definidos en lo específico como en otros países. Se identifica a las clases principales y las tasas de recuperación anual varían entre 5% para edificios (equivalente a una vida de 20 años) y 100% para maquinaria ambiental. La mayoría de las tasas están entre 10% y 30% anual.

Impuesto a las utilidades: en México, el impuesto sobre la renta se aplica a las utilidades de los ingresos percibidos por los negocios. Son deducibles la mayoría de los gastos de éstos. El impuesto sobre la renta se grava sólo una vez en el nivel federal y no se imponen impuestos a nivel estatal.

Impuesto al activo neto (IAN): además del impuesto sobre la renta, se paga un impuesto de 1.8% del valor promedio de los activos localizados en México, pero el impuesto sobre la renta se acredita a la deuda del IAN.

Internet: la mejor información se obtiene por medio de sitios web de empresas que auxilian a corporaciones internacionales que se ubican en México. Un ejemplo de ello es PriceWaterhouseCoopers, en la dirección www.pwcglobal.com/mx/eng.

Japón

Depreciación: es deducible por completo y se basa en los métodos clásicos de LR y el SD. Mediante depreciación puede recuperarse un total de 95% de la base no ajustada o costo inicial, según se define en el capítulo 16, pero el valor de rescate de un activo se supone como el 10% de su costo de adquisición. La inversión de capital se recupera por cada activo o grupos de activos clasificados en forma similar.

Clase y vida: se especifica una vida útil estatutaria entre 4 y 24 años, con vida de 50 años para edificios de concreto reforzado.

Gastos: los gastos de negocios son deducibles en el cálculo de los IG.

Internet: hay más detalles disponibles en el sitio web del Ministerio Japonés de Finanzas, en la dirección www.mof.go.jp.

TABLA 17.7 Resumen de tasas de impuestos corporativos internacionales*

Tasa del impuesto aplicado sobre el ingreso gravable, %	Para estos países
40	Estados Unidos, Japón, Arabia Saudita
36 a 40	Canadá, Alemania, Sudáfrica
32 a 36	China, Francia, India, México, Nueva Zelanda, España, Turquía
28 a 32	Australia, Indonesia, Reino Unido, República de Corea
24 a 28	Rusia, Taiwán
20 a 24	Singapur
20	Hong Kong, Islandia, Irlanda, Hungría, Polonia

* Fuentes: tomado de *KPMG Corporate Tax Rates Survey*, enero de 2004 (disponible en la dirección www.kpmg.com/RUT2000_prod/documents/9/2004ctrs.pdf), y de sitios web en los países en cuestión acerca de impuestos a las corporaciones.

La tasa efectiva varía en forma considerable de un país a otro. Algunos países recaudan los impuestos sólo a nivel federal, mientras que otros los imponen en varios niveles de gobierno (federal, estatal o provincial, prefectura, condado y ciudad). En la tabla 17-7 se presenta un resumen de las tasas impositivas promedio corporativas internacionales para diversos países industrializados. Ahí se incluyen impuestos sobre la renta en todos los niveles de gobierno reportados dentro de cada país; sin embargo, ciertos tipos de impuestos pueden ser establecidos por un gobierno en particular. Aunque dichas tasas promedio de impuestos varían de un año a otro, en especial cuando se legisla una reforma fiscal, puede aceptarse que la mayor parte de las corporaciones enfrentan tasas efectivas de entre 20% a 40% de su ingreso gravable. Si se examinaran las tasas individuales publicadas en años recientes quedaría claro que los países, especialmente los europeos, han reducido sus tasas de impuestos corporativos en forma considerable, en algunos casos entre 15% y 20% en un solo año. Esta reducción estimula la inversión corporativa y la expansión de los negocios dentro de las fronteras de cada país.

RESUMEN DEL CAPÍTULO

El análisis después de impuestos generalmente no cambia la decisión de elegir una alternativa sobre otra; sin embargo, sí ofrece más claridad en el cálculo del impacto monetario de los impuestos. Las evaluaciones después de impuestos de VP, VA y TR de una o más alternativas se realiza sobre las series de FEDI, que emplean exactamente los mismos procedimientos que aparecen en capítulos anteriores. La

TMAR después de impuestos se utiliza en todos los cálculos de VP y VA, y en el análisis TR incremental al tomar la decisión de elegir entre dos o más alternativas.

Las tasas del impuesto sobre la renta para las corporaciones y contribuyentes individuales en Estados Unidos son progresivas: ingresos gravables más altos pagan mayores impuestos. Una tasa impositiva efectiva T_e de valor individual se aplica generalmente en un análisis económico después de impuestos. Los impuestos se reducen debido a los factores que son deducibles, como la depreciación y los gastos de operación. Debido a que la depreciación no es un flujo de efectivo, es importante considerarla sólo al realizar los cálculos del IG, y no directamente en las estimaciones del FEAI y FEDI. En consecuencia, la relación clave y general para el flujo de efectivo después de impuestos en cada año es:

$$\text{FEAI} = \text{ingreso bruto} - \text{gastos de operación} - \text{inversión inicial} \\ + \text{valor de salvamento}$$

$$\text{FEDI} = \text{FEAI} - \text{impuestos} = \text{FEAI} - (\text{ingreso gravable})(T_e)$$

$$\text{IG} = \text{ingreso bruto} - \text{gastos de operación} - \text{depreciación} \\ + \text{recobro de depreciación}$$

Deberá determinarse el valor económico agregado (VEA), si la contribución calculada de una alternativa al valor financiero corporativo es la medida económica. A diferencia del FEDI, el VEA incluye el efecto de depreciación.

$$\text{VEA} = \text{utilidad neta después de impuestos} - \text{costo del capital invertido} \\ = \text{UNDI} - (\text{TMAR después de impuestos})(\text{valor en libros}) \\ = \text{IG} - \text{impuestos} - i(\text{VL})$$

Los valores anuales equivalente de FEDI y de VEA calculados son los mismos en términos numéricos, debido a que interpretan el costo anual de la inversión de capital de maneras distintas pero equivalentes, cuando se toma en cuenta el valor del dinero en el tiempo.

En un análisis de reemplazo, el impacto tributario del recobro de depreciación o la pérdida de capital ocurren cuando el defensor se cambia por el retador; este hecho se toma en consideración en un análisis después de impuestos. En este análisis se aplica el procedimiento del análisis de reemplazo que se plantea en el capítulo 11. El análisis tributario no cambiará la decisión de reemplazar o conservar al defensor, sin embargo, el efecto de los impuestos probablemente sí reducirá (una cantidad significativa) la ventaja económica de una alternativa sobre otra.

PROBLEMAS

Cálculos fiscales básicos

- 17.1** Escriba las ecuaciones para calcular el IG y la UNDI de una corporación, usando solamente los términos siguientes: *ingreso bruto, tasa de impuestos, gastos de operación, y depreciación.*
- 17.2** Describa la diferencia básica entre un *impuesto sobre la renta* y un *impuesto sobre la propiedad*, para un individuo.
- 17.3** De la lista que aparece abajo, seleccione de entre los siguientes términos relacionados con impuestos los que describan mejor cada

evento: *depreciación, gastos de operación, ingreso gravable, impuesto sobre la renta, o utilidad después de impuestos.*

- a) Una corporación reporta que tuvo una utilidad neta negativa de \$200 000 sobre su declaración anual de ingresos.
- b) Se utilizó un activo con valor actual en libros de \$80 000 sobre una línea nueva de procesamiento para incrementar en \$200 000 las ventas de este año.
- c) Una máquina tiene una baja anual de \$21 000 por LR.
- d) El costo de mantener equipo durante el año pasado fue de \$3 680 200.
- e) El año pasado, un supermercado obtuvo \$23 550 por ventas de boletos para sorteos. Con base en las ganancias pagadas a los poseedores de los boletos triunfadores, se envió un reembolso de \$250 al gerente de la tienda.

17.4 Dos compañías presentan los siguientes valores en su devolución tributaria anual.

	Empresa 1	Empresa 2
Ingresos generados por ventas, \$	1 500 000	820 000
Ingresos generados por intereses, \$	31 000	25 000
Gastos de operación, \$	-754 000	-591 000
Depreciación, \$	148 000	18 000

- a) Calcule el impuesto federal sobre la renta para el año.
- b) Determine el porcentaje de ingresos por ventas que cada compañía pagará en impuesto sobre la renta federal.
- c) Realice una estimación de los impuestos al emplear una tasa efectiva de 34% del IG completo. Determine el porcentaje de error relativo a los impuestos exactos en a).

17.5 El año pasado, una división de Compete.com, denominada dot.com, una firma de

servicio a la industria deportiva, que suministra análisis en tiempo real de la tensión mecánica por lesiones de los atletas, declaró \$300 000 en ingreso gravable. Este año, el IG se calcula en \$500 000. Calcule el impuesto federal sobre la renta y responda lo siguiente:

- a) ¿Qué tasa tributaria federal promedio se pagó el año pasado?
- b) ¿Qué es la tasa tributaria marginal federal sobre el IG adicional?
- c) ¿En cuánto se calcula la tasa tributaria federal promedio este año?
- d) ¿Cuál será la UNDI al considerar únicamente los \$200 000 de ingreso gravable?

17.6 Yamachi y Nadler de Hawaii tienen un ingreso bruto de \$6.5 millones durante el año. La depreciación y los gastos de operación totales fueron de \$4.1 millones. Si la tasa tributaria combinada estatal y local es de 7.6%, utilice una tasa federal efectiva de impuesto sobre la renta de 34% y aplique la ecuación de la tasa tributaria efectiva.

17.7 Rotana Construction, Inc. ha operado durante los últimos 21 años en un estado del norte de Estados Unidos donde el impuesto estatal sobre la renta de las corporaciones es de 6% anual. Rotana paga un impuesto federal promedio de 23% y reporta un ingreso gravable de \$7 millones. Debido a que la empresa está presionada por incrementos en el costo de la mano de obra, aumentos en las obligaciones sobre seguros y otros, el presidente quiere mudarla a otro estado a fin de reducir la carga fiscal total. Con la finalidad de atraer a la empresa, el nuevo estado tendría que estar dispuesto a ofrecer tolerancias fiscales o una cantidad libre de impuestos durante los dos primeros años. Usted es un ingeniero de Rotana y se le pide que haga lo siguiente:

- a) Determine la tasa efectiva de impuestos para Rotana.

- b) Calcule la tasa estatal de impuestos necesaria para reducir la tasa efectiva conjunta en un 10% por año.
- c) Determine qué tendría que hacer el estado nuevo en lo financiero para que Rotana se mudara y redujera su tasa efectiva de impuestos a 22% por año.
- 17.8** Workman Tools declaró un IG de \$80 000 el año pasado. Si la tasa del impuesto estatal sobre la renta es de 6%, determine a) la tasa de impuestos promedio federal, b) la tasa de impuestos efectiva global, c) impuestos totales con base en la tasa de impuestos efectiva y d) los impuestos totales que se pagarán al Estado y al gobierno federal.
- 17.9** Donald es un ingeniero civil con un salario anual de \$98 000. Él recibe dividendos e intereses de \$7 500 este año. Las excepciones y deducciones totales suman \$10 500.
- a) Calcule los impuestos sobre la renta federales como persona física.
- b) Determine qué porcentaje del salario anual se pagará como impuesto sobre la renta federal.
- c) Calcule en cuánto tendría que incrementarse el total de exenciones y deducciones para que los impuestos sobre la renta de Donald disminuyeran un 10%.

FEAI y FEDI

- 17.10** ¿Cuál es la diferencia básica entre el flujo de efectivo después de impuestos (FEDI) y la utilidad neta después de impuestos (UNDI)?
- 17.11** Obtenga una relación general para calcular el FEDI en la situación de que no hubiera depreciación anual por deducir y que fuera un año en el que no ocurriera inversión P o rescate S .
- 17.12** ¿En cuál de los dos términos se aplica la depreciación, en el FEAI o en el FEDI, cuando se lleva a cabo un análisis de las estimaciones de flujos de efectivo de alternativas

desde la perspectiva de la ingeniería económica?

- 17.13** Hace cuatro años, ABB compró un activo en \$300 000 cuyo valor estimado de rescate es de \$60 000. La depreciación fue de \$60 000 por año y se registraron los ingresos brutos y gastos anuales que siguen. El activo se vendió en \$60 000 después de 4 años.
- a) Haga una tabla de flujos de efectivo a mano después de que aplique una tasa efectiva de impuestos de 32%. Use el formato de la tabla 17-3.
- b) Continúe la tabla del inciso anterior y calcule las estimaciones de ingreso neto (IN).
- c) Desarrolle una hoja de cálculo y determine los valores anuales del FEDI y el IN. Además, gráfíquelos contra el año de propiedad.

Año de propiedad	1	2	3	4
Ingreso bruto, \$	80 000	150 000	120 000	100 000
Gastos, \$	-20 000	-40 000	-30 000	-50 000

- 17.14** Hace cuatro años CHIPS, Inc. adquirió un activo por \$200 000 con un salvamento estimado $S = \$40 000$. La depreciación SMARC se cargó durante un periodo de recuperación de 3 años. Se registraron los ingresos brutos y los gastos de operación que se muestran a continuación, y se aplicó una tasa tributaria efectiva de 40%. Elabore una tabulación del FEDI a partir de la suposición de que el activo fue a) descartado por \$0 después de 4 años y b) vendido por \$20 000 después de 4 años. Para este cálculo solamente, ignore los impuestos en que pudiera haberse incurrido por la venta del activo.

Año de propiedad	1	2	3	4
Ingreso bruto, \$	80 000	150 000	120 000	100 000
Gastos, \$	-20 000	-40 000	-30 000	-50 000

17.15 Un ingeniero petrolero que labora para Halstrom Exploration debe calcular el flujo de efectivo antes de impuestos mínimo requerido, si el FEDI = \$2 000 000. La tasa de impuestos efectiva federal es de 35% anual y la tasa tributaria estatal es de 4.5%. Se deducirá de los impuestos un total de \$1 millón por depreciación este año. Calcule el FEAI requerido.

17.16 Una división de Hanes tiene al final del año los siguientes datos.

Ingreso total = \$48 millones
Depreciación = \$8.2 millones
Gastos de operación = 28 millones

Para una tasa efectiva federal de impuestos de 35% y otra estatal de 6.5%, determine *a)* FEDI, *b)* porcentaje del ingreso total que se gasta en impuestos, y *c)* ingreso neto en el año.

17.17 Wal-Mart Distribution Centres puso en servicio montacargas y bandas transportadoras que compró en \$250 000. Use una hoja de cálculo para tabular los FEAI y FEDI y la UNDI durante 6 años de propiedad, con el uso de una tasa efectiva de impuestos de 40% y los montos estimados de flujo de efectivo y depreciación que se muestran a continuación. Se espera que el valor de rescate sea de cero.

Año	Ingreso bruto, \$	Gastos de operación, \$	Depreciación SMARC, \$
1	90 000	-20 000	50 000
2	100 000	-20 000	80 000
3	60 000	-22 000	48 000
4	60 000	-24 000	28 800
5	60 000	-26 000	28 800
6	40 000	-28 000	14 400

17.18 Una compañía que construye autopistas adquirió por \$80 000 equipo para tender tuberías, el cual depreció con el uso de SMARC y un periodo de 5 años de recuperación. No tenía valor de rescate y generó montos anuales $GI - E$ de \$50 000, que se gravaron con 38% efectivo. La compañía decidió vender el equipo en forma prema-

tura después de 2 años completos de uso intenso.

- a)* Encuentre el precio si la compañía quiere venderlo en la cantidad exacta que refleje su valor en libros actual.
- b)* Determine los valores FEDI si el equipo se vendió en realidad después de 2 años en la cantidad determinada en el inciso *a)* y no se adquirió un reemplazo.

Efectos de los métodos de depreciación sobre los impuestos

17.19 Una empresa de fletes vía terrestre compró tráilers nuevos por \$150 000 y espera lograr un ingreso bruto de \$80 000 sobre los gastos de operación los próximos 3 años. Los tráilers tienen un periodo de recuperación de 3 años. Suponga una tasa de impuestos efectiva de 35% y una tasa de intereses del 15% anual.

- a)* Demuestre la ventaja de la depreciación acelerada al calcular el valor presente de los impuestos por el método SMARC frente al método LR clásico. Ya que el SMARC toma un año adicional para depreciar completamente, suponga que no hay FEAI para años posteriores al tercero, pero incluya cualquier impuesto negativo como ahorro en impuestos.
- b)* Muestre que los impuestos totales son los mismos para ambos métodos.

17.20 Resuelva el problema 17.19 con el uso de una hoja de cálculo.

17.21 Realice un análisis por medio de una hoja de cálculo entre las siguientes dos opciones de depreciación, para una compañía que opera en un país sudamericano. Seleccione el método que sea preferible con base en el mejor VP del valor del impuesto con $i = 8\%$ y $T = 40\%$.

	Opción 1	Opción 2
Inversión inicial, \$	-100 000	-100 000
FEAI, \$/año	40 000	40 000
Método de depreciación	Línea recta	Saldo decreciente doble
Periodo de recuperación, años	5	8

17.22 Imperial Chem, Inc., una empresa internacional de productos químicos con sede en el Reino Unido, compró dos sistemas idénticos que se emplean en la manufacturación de fibra sintética. Un sistema se colocó en Pennsylvania, Estados Unidos, y el otro en Génova, Italia. Se calcula que cada uno de los dos sistemas generará un FEAI adicional anual de 65 000 dólares por los siguientes 6 años. La división de la empresa en Italia ya ha incorporado el sistema en su sucursal y quizá no aplique la depreciación SMARC. Suponga que el método clásico en línea recta fue el aprobado para corporaciones en el extranjero con unidades incorporadas en Italia. La unidad incorporada a Estados Unidos usa el SMARC igual que cualquier otra corporación con sede en este país. a) ¿Cuál es la diferencia en el valor presente de los impuestos y los impuestos totales para los 6 años? ¿Por qué no son iguales estos dos totales? Para este análisis, use los 6 años completos como periodo de evaluación y una tasa de interés de 12% anual. Ignore cualquier ganancia del capital, pérdidas o recaptura de depreciación en el momento de vender, y suponga que cualquier impuesto sobre una renta negativa es un ahorro fiscal.

	Activo establecido en Estados Unidos	Activo establecido en Italia
Costo inicial, \$	-250 000	-250 000
Valor de salvamento, \$	25 000	25 000
Total anual del FEAI, \$/año	65 000	65 000
Tasa tributaria	40	40
Método de depreciación	SMARC	LR clásica (sin convención a mitad de año)
Periodo de recuperación, años	5	5

17.23 Un activo con un costo inicial de \$9 000 se depreció mediante SMARC en un periodo

de recuperación de 5 años. Se calcula el FEAI en \$10 000 los primeros 4 años y \$5 000 de ahí en adelante durante el tiempo que se conserve el activo. La tasa de impuestos efectiva es de 40%, y el dinero tiene un valor de 10% anual. ¿Cuánto del flujo de efectivo generado por el activo durante su periodo de recuperación se pierde por impuestos? Resuelva por medio de cálculos hechos a mano o con una hoja de cálculo, según indique el profesor.

17.24 Los ahorros efectivos de impuestos en un año, TS_t , debidos a la depreciación se calculan de la siguiente manera:

$$TS_t = (\text{depreciación})(\text{tasa tributaria efectiva}) \\ = (D_t)(T_e)$$

- Desarrolle una relación para el valor presente de los ahorros en impuestos, VP_{AI} , y explique cómo puede utilizarse en lugar del criterio del VP_{IMP} para evaluar el efecto que tiene la depreciación sobre los impuestos.
- Calcule los VP_{AI} para un activo sujeto al SMARC cuyo costo inicial es de \$80 000, no tiene valor de rescate y su periodo de recuperación es de 3 años. Use valores de $i = 10\%$ anual y $T_e = 0.42$.

17.25 Un graduado de ingeniería se encarga del negocio de manufactura de herramientas Hartley Tools de su padre. La compañía ha adquirido un nuevo equipo por \$200 000 con una vida esperada de 10 años y sin valor de salvamento. Para fines tributarios, las opciones son:

- La alternativa de depreciación en línea recta con la convención a mitad de año y un periodo de recuperación de 10 años.
- La depreciación SMARC con un periodo de recuperación de 5 años.

El FEAI anticipado es de \$60 000 anuales por sólo 10 años. La tasa tributaria efectiva para Hartley es de 42% e incluye todos los

impuestos. Elabore una hoja de cálculo para determinar lo siguiente:

- Tasa de rendimiento antes de impuestos durante un total de 11 años.
- Tasa de rendimiento después de impuestos durante un total de 11 años.
- El método de depreciación que minimice el valor de los impuestos de acuerdo con el tiempo. Emplee una tasa de interés de 10% anual, y considere cualquier impuesto negativo como un ahorro tributario en el año en que ocurra.

Ganancias (pérdidas) de capital y recobro de depreciación

17.26 Determine cualquier recobro de depreciación o ganancia (pérdida) de capital que se genere por cada uno de los eventos que se describen a continuación. Utilícelos para determinar el monto del efecto tributario, si la tasa de impuestos efectiva es de 30%.

- Una franja de terreno clasificada como “Comercial A”, que se compró hace 8 años en \$2.6 millones se acaba de vender con una utilidad de 15%.
- Equipo para movimiento de tierras que se adquirió en \$155 000 y se depreció con el SMARC durante un periodo de recuperación de 5 años, se vendió al final del quinto año de posesión en \$10 000.
- Un activo depreciado con el SMARC con periodo de recuperación de 7 años se vendió después de 8 en una cantidad igual a 20% de su costo inicial de \$150 000.

17.27 Determine cualquier recuperación por depreciación, ganancia o pérdida de capital generada por cada uno de los eventos descritos a continuación. Úselos para determinar el monto del efecto del impuesto sobre la renta, si la tasa efectiva es de 40%.

- Un activo de 21 años se retiró del servicio y se vendió en \$500. Cuando se compró, se dio de alta en libros con

una base de $P = \$180\,000$, $S = \$5\,000$ y $n = 18$ años. Se utilizó depreciación clásica por línea recta para todo el periodo de recuperación.

- Una máquina de alta tecnología se vendió internacionalmente en \$10 000 más que su precio de compra cuando apenas tenía 1 año de servicio. El activo tenía valores de $P = \$100\,000$, $S = \$1\,000$, $n = 5$ años y se depreció con el método del SMARC para 1 año.

17.28 Desarrolle una hoja de cálculo en la que modifique los encabezados de las columnas de la tabla 17-3b) para: a) comparar gráficamente la serie anual de FEDI, y b) comparar en forma numérica el FEDI total de los dos modelos de depreciación (SMARC y LR) con la convención de medio año. Para los activos, use la situación siguiente:

Costo inicial = \$10 000

Valor de rescate estimado = \$500

Periodo de recuperación = 5 años

$GI - E = \$5\,000$ anual
durante 6 años

El activo se vendió en \$500 después de 6 años de uso. La tasa efectiva de impuestos fue de 38% en promedio durante el tiempo de su posesión.

17.29 Mercy Hospital es una corporación lucrativa que compró equipo de esterilización a un costo de \$40 000. Se usó el SMARC con periodo de recuperación de 5 años y valor de rescate estimado de \$5 000 para dar de baja la inversión de capital. El equipo incrementó por año el ingreso bruto en \$20 000 y los gastos en \$3 000. Después de 2 años completos tras la compra, el hospital vendió el equipo en \$21 000 a una clínica recientemente organizada. La tasa efectiva de impuestos es de 35%. Determine: a) los impuestos sobre la renta, y b) el flujo de efectivo después de impuestos para el activo en el año de su venta.

- 17.30** Hace un par de años, la empresa Health4All le compró un terreno, un edificio y dos activos depreciables a otra corporación. Recientemente, la empresa se deshizo de ellos. Utilice la información de la siguiente tabla para determinar si existió ganancia o pérdida de capital y cuál fue el monto de éstas, y si ocurrió recobro de depreciación.

Activo	Precio de compra, \$	Periodo de recuperación, \$	Valor actual en libros, \$	Precio de venta, \$
Terreno	-200 000	—		245 000
Edificio	-800 000	27.5	300 000	255 000
Limpiadora	-50 500	3	15 500	18 500
Circulador	-10 000	3	5 000	10 500

- 17.31** En el problema 17.14b), CHIPS, Inc. vendió un activo con vida de 4 años en \$20 000. El activo se depreció al aplicar el método SMARC de 3 años. a) Vuelva a calcular el FEDI en el año de venta, considerando cualquier efecto fiscal adicional ocasionado por el precio de venta de \$20 000. b) ¿Cuál es el cambio en el FEDI por la cantidad del problema 17.14?
- 17.32** (Utilice los mismos datos de los activos del problema 16.4). Un activo con costo inicial de \$45 000 tiene una vida de 5 años, un valor de rescate de \$3 000, y un FEAI previsto de \$15 000 por año. Determine el programa de depreciación con LR clásica, y para cambiar de SD a LR para maximizar la depreciación. Use una $i = 18\%$ y tasa efectiva de impuestos de 50% , para determinar cuánto disminuye el valor presente de los impuestos si se permitiera el cambio. Suponga que el activo se vende en \$3 000 en el año 6 y que cualquier impuesto negativo o pérdida de capital en el momento de la venta genera ahorros en impuestos.
- 17.33** Consulte el sitio web de la *IRS Publication 544* y utilice el material del capítulo acerca del reporte de pérdidas y ganancias para

explicar los cálculos necesarios que determinan la ganancia y pérdida netas de capital, en la Sección 1231 de transacciones de la propiedad. Describa cuál es la mejor forma de reportarlas en una devolución de impuestos corporativos.

Análisis económico después de impuestos

- 17.34** Calcule el rendimiento requerido antes de impuestos si se espera uno de 9% anual después de impuestos, si el total de las tasas estatal y local es de 6% . La tasa federal efectiva es de 35% .
- 17.35** Una división de Texaco-Chevron tiene un IG de \$8.95 millones para el año fiscal. Si la tasa estatal de impuestos es de 5% en promedio en todos los estados en que opera la corporación, encuentre la TIR equivalente después de impuestos necesaria para proyectos que se justifican únicamente si demuestran un rendimiento de 22% anual antes de impuestos.
- 17.36** John alcanzó un rendimiento anual de 8% después de impuestos al invertir en acciones. Su hermana le dijo que éste era equivalente a un rendimiento de 12% anual antes de impuestos. ¿Qué porcentaje de ingreso gravable supone ella que sería tomado por los impuestos sobre la renta?
- 17.37** Un ingeniero es copropietario de un negocio de renta de propiedades inmobiliarias, el cual acaba de adquirir un complejo de departamentos en \$3 500 000, por medio de capital propio. Para los 8 años siguientes se espera un ingreso bruto anual de \$480 000 antes de impuestos, afectado por gastos anuales estimados en \$100 000. Los propietarios esperan vender en el valor calculado actualmente de \$4 050 000 después de 8 años. La tasa de impuesto que se aplica al ingreso gravable ordinario es de 30% . La propiedad va a depreciarse con el método de línea recta durante su vida de 20 años, con un valor de rescate de cero.

Ignore la convención de medio año en los cálculos de la depreciación. *a)* Haga una tabla de los flujos de efectivo después de impuestos para los 8 años de posesión, y *b)* determine las tasas de rendimiento antes y después de impuestos. Use cálculos a mano o una presentación con plantilla del FEDI similar a la tabla 17-3, adaptada a la situación descrita.

17.38 Un activo tiene la siguiente serie de estimaciones FEAI y FEDI introducidas en las columnas y renglones de una hoja de cálculo. La compañía usa una tasa de rendimiento de 14% anual antes de impuestos y 9% anual después de éstos. Escriba las funciones de la hoja de cálculo para cada serie a fin de que aparezcan los tres resultados de VP, VA y TIR. Al resolver este problema use al menos las funciones de hoja de cálculo VPN, VA y TIR.

Renglón	Columna		
	A	B	C
4	Año	CFBT, \$	CFAT, \$
5	0	-200 000	-200 000
6	1	75 000	62 000
7	2	75 000	60 000
8	3	75 000	52 000
9	4	75 000	53 000
10	5	90 000	65 000

17.39 NewsRecord, Inc., ha sido durante 4 años propietaria de dos compañías subsidiarias y espera conservar una de ellas otros 4 y vender la otra ahora. Se le pide a usted que realice un análisis económico a fin de

determinar cuál vender. Cuando se compró, North Enterprises (NE) costó \$20 millones, mientras que el costo de The Southern Exchange (TSE) fue de \$40 millones. En el momento de la compra, hace 4 años, el costo de los activos de capital fue de \$10 millones para NE y de \$20 millones para TSE, y su depreciación continuará con el SMARC con $n = 7$ para los 4 años que les resta de vida. La compañía NE requerirá de inmediato fondos de inversión nuevos por \$500 000 debido a algunas decisiones incorrectas que se tomaron previamente; pero TSE no requiere fondos de inversión nuevos.

Se han hecho estimaciones anuales de ingreso bruto futuro (entradas) y gastos. Todos los valores que aparecen en la tabla están en unidades de \$1 000, la tasa efectiva de impuestos es de 35% anual y el consejo de directores estableció en 25% anual la TMAR corporativa después de impuestos. Para poder emitir la recomendación de cuál conservar y cuál vender, considere solamente los 4 años siguientes de flujos de efectivo después de impuestos, con la finalidad de determinar el valor de TIR de equilibrio (*nota:* como son corporaciones completas las que se analizan, un impuesto sobre la renta negativo no debe considerarse como ahorro fiscal. En ese caso, el monto del impuesto sobre la renta se estimaría de cero para un año).

17.40 Un ingeniero civil debe elegir entre dos piezas de equipo que serán usadas para bombear concreto a una estructura de los cimientos.

Años después de hoy	North Enterprises (NE)				The Southern Exchange (SE)			
	1	2	3	4	1	2	3	4
Ingreso bruto, \$	2 000	2 500	3 000	3 500	4 000	3 000	2 000	1 000
Gastos, \$	-500	-800	-1 100	-1 400	-800	-1 200	-1 500	-2 000

	Máquina A	Máquina B
Costo inicial, \$	-35 500	-19 000
Valor de rescate, \$	4 000	3 000
FEAI, \$/año	8 000	6 500
Vida, años	7	7

Se ha estimado una vida útil de 7 años para ambas máquinas; sin embargo, la depreciación con el SMARC tiene lugar durante un periodo de recuperación de 5 años. La tasa efectiva de impuestos es de 40%, y la TMAR después de éstos es de 8% anual. Compare las dos máquinas por medio del análisis del valor presente después de impuestos, realizado a) por computadora, y b) a mano.

17.41 Ned va a evaluar dos alternativas, ya que su jefe desea saber el valor de la tasa de rendimiento en comparación con la TMAR corporativa de 7% después de impuestos que se utiliza para decidir acerca de inversiones nuevas de capital. Realice el análisis a) antes de impuestos, y b) después de éstos, con $T_e = 50\%$ y depreciación por LR clásica (desarrolle la solución a mano o con hoja de cálculo, según indique su profesor).

	X	Y
Costo inicial, \$	-12 000	-25 000
COA, \$/año	-3 000	-1 500
Valor de rescate, \$	3 000	5 000
n , años	10	10

17.42 Dos máquinas tienen las siguientes estimaciones:

	Máquina A	Máquina B
Costo inicial, \$	-15 000	-22 000
Valor de rescate, \$	3 000	5 000
COA, \$/año	-3 000	-1 500
Vida, años	10	10

Cualquier máquina se usaría durante un total de 10 años para después ser vendida en el valor de rescate estimado. La TMAR antes de impuestos es de 14% anual, después de éstos es de 7% por año, y $T_e = 50\%$. Seleccione una de las máquinas con base en a) un análisis del VP antes de impuestos, b) un análisis del VP después de impuestos, con el empleo del método de depreciación por LR clásica durante la vida de 10 años, y c) un análisis del VP después de impuestos con depreciación por el SMARC y un periodo de recuperación de 5 años.

17.43 Un ingeniero senior de Tuskegee Industries desarrolló estimaciones unitarias de las más recientes máquinas para balancear llantas de camiones, que se utilizarán durante los 3 años siguientes. Se van a comprar hasta 1 000 unidades para 450 locales. Si la TMAR después de impuestos es de 8%, la depreciación fue hecha con el SMARC (sin GI - E en el año 4), y $T_e = 40\%$, a) desarrolle una gráfica de VP contra i que muestre la TIR de equilibrio después de impuestos, y b) use SOLVER para determinar el costo inicial de B para obtener los dos puntos de equilibrio si las demás estimaciones permanecen sin cambio.

	Alternativa A	Alternativa B
Costo inicial, \$	-10 000	-13 000
Valor de rescate, \$	0	2 000
GI - E, \$/año	4 500	5 000
Periodo de recuperación, años	3	3

17.44 El gerente de una planta europea que manufactura dulces debe seleccionar un sistema de irradiación nuevo a fin de garantizar la seguridad de ciertos productos, siempre y cuando sea económico. Las dos alternativas de que dispone tienen las siguientes estimaciones:

	Sistema A	Sistema B
Costo inicial, \$	-150 000	-85 000
FEAI, \$/año	60 000	20 000
Vida, años	3	5

La compañía se encuentra en el rango de 35% de impuesto y emplea depreciación clásica por línea recta para comparar las alternativas con una TMAR de 6% anual. Para calcular la depreciación se emplea un valor de rescate de cero. El sistema B puede venderse después de 5 años en 10% de su costo inicial, mientras que el sistema A no tiene valor de rescate previsto. Determine cuál es el más económico.

- 17.45** Use *a)* cálculos hechos a mano, y *b)* relaciones en una hoja de cálculo, para encontrar la tasa de rendimiento después de impuestos para el equipo de una planta desalinizadora, durante un periodo de 5 años. El equipo está diseñado para hacer trabajos especiales y costará \$2 500, no tendrá valor de rescate y no durará más de 5 años. Se estima que los ingresos menos egresos será igual a \$1 500 en el año 1 y de \$300 en cada año adicional de uso. La tasa efectiva de impuestos es de 30%. 1) Use depreciación por LR clásica. 2) Utilice depreciación con el SMARC.
- 17.46** Cierta equipo de inspección automática comprado en \$78 000 por Stimson Engineering generó un flujo de efectivo promedio anual de \$26 080 antes de impuestos, durante su vida estimada de 5 años, lo cual representa un rendimiento de 20%. Sin embargo, el funcionario encargado de las finanzas corporativas determinó que el FEDI era de \$18 000 para el primer año y de ahí en adelante decrecería a \$1 000 por año. Si el presidente quiere obtener un rendimiento de 12% anual después de impuestos, ¿durante cuántos años más debe permanecer el equipo en servicio?

- 17.47** Resuelva el problema 17.46 con el empleo de la función VPN de Excel.
- 17.48** Haga una tabla de FEDI para las estimaciones del problema 17.42, mediante depreciación clásica por línea recta durante 10 años. *a)* Calcule la tasa de rendimiento de equilibrio por medio de una gráfica del VP contra *i*. *b)* Seleccione la mejor máquina con cada uno de los siguientes valores de la TMAR después de impuestos: 5%, 9%, 10% y 12% anuales.
- 17.49** En el ejemplo 17.8, acerca del fabricante de cable de fibra óptica, se tiene que $P = \$50\,000$, $S = 0$, $n = 5$, $FEAI = \$20\,000$, y $T_e = 40\%$. Se usa depreciación por línea recta para calcular una $i^* = 18.93\%$ después de impuestos. Si el propietario requiere un rendimiento de 20% anual después de impuestos, determine una estimación permitida para: *a)* el costo inicial, y *b)* el FEAI anual. Para obtener estos valores, suponga que los demás parámetros conservan el valor estimado en el ejemplo 17.8, y que la tasa efectiva de impuestos es de 40%. Resuelva este problema a mano.
- 17.50** Resuelva el problema 17.49 mediante una hoja de cálculo y la herramienta SOLVER para rendimientos anuales después de impuestos de *a)* 20%, y *b)* 10%. Explique por qué los valores de P y FEAI aumentan o disminuyen si se usa un valor de TIR mayor o menor a 18.03%.

Análisis de reemplazo después de impuestos

- 17.51** Se pidió a Stella Needleson, empleada de Scotty Paper Company-Canada, que determinara si el proceso actual de eliminación de papel para escribir debe conservarse o implantar otro nuevo más amigable con el ambiente. A continuación se resumen las estimaciones o valores reales para los dos procesos. Ella hizo un análisis de reemplazo después de impuestos a 10% anual y una tasa efectiva de impuestos de 32% para la

corporación, con la finalidad de determinar que debía elegirse el proceso nuevo por cuestiones de economía. ¿Estaba en lo correcto? ¿Por qué sí o no? (Nota: las leyes fiscales canadienses no imponen el requerimiento de la mitad del año).

	Proceso actual	Proceso nuevo
Costo inicial, hace 7 años, \$	-450 000	
Costo inicial, \$		-700 000
Vida remanente, años	5	10
Valor de mercado actual, \$	50 000	
COA, \$/año	-160 000	-150 000
Valor de rescate, \$	0	50 000
Método de depreciación	LR	LR

- 17.52 a) Un ingeniero de la ciudad de Los Ángeles, California, analiza un proyecto de obras públicas con fines de lucro para la autoridad portuaria con el uso de un análisis de reemplazo después de impuestos, tanto del sistema actual instalado (defensor) como del retador. Los detalles de ambos se presentan más abajo. Todos los valores están expresados en unidades de \$1 000 y se aplica la tasa estatal efectiva de impuestos de 6%, pero no se imponen impuestos federales. Se requiere el rendimiento municipal de 6% anual después de impuestos. Suponga que los rescates en el futuro ocurrirán en las cantidades estimadas y utilice una depreciación clásica por LR. Lleve a cabo el análisis.
- b) ¿La decisión sería diferente si se realizara el análisis del reemplazo antes de impuestos, con $i = 12\%$ anual?

	Defensor	Retador
Costo inicial, \$	-28 000	-15 000
COA, \$/año	-1 200	-1 500
Valor de rescate, \$	2 000	3 000
Valor de mercado, \$	15 000	
Vida, años	10	8
Años en servicio	5	

17.53 Suponga que han transcurrido 5 años adicionales en el problema 17.52a) y el retador ha funcionado durante todo ese tiempo. Un ingeniero nuevo decide privatizar todas las entidades rentables del gobierno de la ciudad y vende en \$10 000 000 el sistema retador implantado. La decisión tomada 5 años antes, ¿fue correcta? Use los mismos valores de antes: tasa efectiva de impuestos de 6%, tasa de rendimiento de 6% anual después de impuestos, y depreciación clásica por LR.

17.54 Hace algunos años, Apple Crisp Foods firmó un contrato para dar servicios de mantenimiento a su flota de camiones y automóviles, ahora se plantea la renovación del contrato por un periodo de 1 o 2 años. Si fuera por un año, el contrato costaría \$300 000 anuales y \$240 000 por año si fuera por 2. El vicepresidente de finanzas desea renovar el contrato por 2 años sin mayor análisis, pero el de ingeniería cree que sería más económico realizar el mantenimiento al interior de la empresa. Como gran parte de la flota está envejeciendo y debe reemplazarse en el futuro cercano, se acordó un periodo de estudio de 3 años. Las estimaciones para la alternativa de dar mantenimiento en la compañía (retador) son:

Costo inicial, \$	-800 000
COA, \$/año	-120 000
Vida, años	4
Rescate estimado, \$	Pérdidas anuales de 25% del P :
	Final del año 1 600 000
	Final del año 2 400 000
	Final del año 3 200 000
	Final del año 4 0
Depreciación con SMARC	Periodo de recuperación de 3 años

La tasa efectiva de impuestos es de 35% y la TMAR después de impuestos es de 10% anual. Realice un análisis después de impuestos y determine cuál de los vicepresidentes posee la mejor estrategia para los 3 años siguientes.

17.55 Diversos dispositivos de seguridad nuclear que se instalaron hace varios años se han depreciado de un costo inicial de \$200 000 a cero, por medio del SMARC. Los dispositivos pueden venderse en el mercado de equipos usados en una cifra estimada en \$15 000, o bien pueden continuar en servicio durante otros 5 años con una actualización de \$9 000 ahora y un COA de \$6 000 por año. La inversión para actualizarlos se depreciaría durante 3 años sin valor de rescate. El retador es un reemplazo con tecnología más nueva y un costo inicial de \$40 000, $n = 5$ años y $S = 0$. Las unidades nuevas incurrirían en gastos de operación por \$7 000 al año.

- a) Utilice un periodo de 5 años de estudio, tasa efectiva de impuestos de 40%, TMAR de 12% anual después de impuestos y depreciación clásica por línea recta (sin convención del medio año), para realizar un estudio de reemplazo después de impuestos.
- b) Si es posible vender al retador después de 5 años en una cantidad entre \$2 000 y \$4 000, ¿el VA del retador se volvería menos o más costoso? ¿Por qué?

17.56 Desarrolle una hoja de cálculo como la número 17-8 del ejemplo 17.3. Vuelva a hacer el análisis de reemplazo después de impuestos con un valor de mercado del defensor de \$275 000 y considerando que el retador se venderá en el mercado internacional en \$100 000. No se toma en cuenta el valor de rescate para calcular la depreciación del retador.

17.57 Hace tres años, Silver House Steel compró un sistema de extinción nuevo en \$550 000. En aquel momento se estimó que su valor de rescate sería de \$50 000 después de 10 años y ahora se espera que la vida remanente sea de 7 años, con un COA de \$27 000 por

año. El presidente nuevo recomendó la sustitución prematura del sistema por otro que cuesta \$400 000 y tiene una vida de 12 años, un valor de rescate de \$35 000 y COA anual que se estima en \$50 000. La TMAR de la corporación es de 12% anual. El presidente quiere saber el valor del reemplazo, lo cual haría que la recomendación de sustituir ahora tuviera ventajas económicas. Use una hoja de cálculo y la herramienta SOLVER para encontrar el valor mínimo de cambio, a) antes de impuestos, y b) después de impuestos, con el empleo de una tasa efectiva de impuestos de 30%. Para la solución, use depreciación clásica por LR para ambos sistemas. Comente las diferencias en el valor del reemplazo debidas a la consideración de los impuestos.

Valor económico agregado

17.58 a) ¿Cuál es la relación del término *valor económico agregado* con el valor de la corporación?

- b) ¿Por qué un inversionista preferiría utilizar en una corporación pública las estimaciones de VEA en lugar de las estimaciones del FEDI en un proyecto?

17.59 Un activo tiene un costo inicial de \$12 000, depreciación por LR de \$4 000 cada año de su periodo de recuperación de 3 años y ningún valor de rescate, y un FEAI que se estima en \$5 000 anuales. La tasa efectiva de impuestos es de 50% y la TMAR después de impuestos de Harriet Corporation es de 10% anual. Obtenga la solución a mano o con una hoja de cálculo, según lo indique su profesor, a fin de demostrar que: a) los valores presentes de las series VEA y FEAI son idénticos, y b) cuando se carga el equivalente del costo inicial contra el FEAI anual, el VP resultante es igual al VP del VEA, como se vio en el ejemplo 17.14b).

17.60 Con los datos que aparecen en el ejemplo 17.3 y una tasa de interés de 10% anual, realice lo siguiente:

- Determine las estimaciones anuales de VEA.
- Muestre que el valor anual del VEA es numéricamente igual a las estimaciones del VA de FEDI, si el valor de salvamento real en el año 6 es cero, y no \$150 000. (Esto logra que el FEDI en el año 6 sea igual a \$82 588.)

17.61 Sun Microsystems estableció sociedades con diferentes corporaciones manufactureras que emplean el *software* Java en sus productos industriales y de consumo. Por lo tanto, fue necesario crear una rama que manejara estas aplicaciones. Un proyecto de grandes dimensiones incluye el uso de Java en sus dispositivos industriales y comerciales para la venta y preparación de alimentos. Se espera que el ingreso bruto y los gastos de operación sean acordes con la relación que se muestra a continuación para la estimación de vida de 6 años. Si para $t = 1$ a 6 años:

$$\begin{aligned}\text{Ingreso bruto anual} &= 2\,800\,000 \\ &- 100\,000(t)\end{aligned}$$

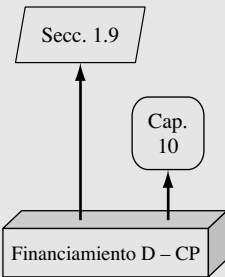
$$\begin{aligned}\text{Gastos anuales} &= 950\,000 \\ &+ 50\,000(t)\end{aligned}$$

La tasa de impuestos efectiva es de 35%, la tasa de interés es de 12% anual, y el método de depreciación que se eligió para los \$3 000 000 en capital de inversión es la alternativa SMARC de 5 años que permite la depreciación en línea recta con la convención a mitad de año en los años 1 y 6. Utilice una hoja de cálculo para determinar: *a*) la contribución económica anual del proyecto a la nueva corporación y *b*) el valor anual equivalente de estas contribuciones.

17.62 Repase las situaciones descritas en los ejemplos 17.6 y 17.11. Suponga que el contrato con la NBA es ahora de 6 años, que el ingreso bruto y los gastos de operación continúan durante todo este periodo de 6 años, y que ningún equipo analizador ha convertido en efectivo su valor de salvamento. Utilice un análisis de VEA para elegir entre las dos alternativas. La TMAR es de 10% anual y $T_e = 35\%$.

ESTUDIO DE CASO

EVALUACIÓN DESPUÉS DE IMPUESTOS DEL FINANCIAMIENTO POR DEUDA Y CAPITAL PROPIO



La propuesta

Young Brothers, Inc., una empresa de ingeniería aplicada a carreteras, localizada en Seattle, Washington, desea ampliar sus servicios a Portland, Oregon. En la historia de la empresa, uno de los dueños, Charles, siempre

ha cuidado los intereses financieros de la compañía, y le preocupa el método de financiamiento para las nuevas oficinas, área de trabajo y el equipo que se utilizará en la sucursal de Portland. Existen dos maneras de financiar el nuevo proyecto: una es obtener una deuda financiera (préstamo) con el banco de Seattle, y la otra es el financiamiento con capital propio de la empresa, pero se desconoce la mejor opción de combinar ambas alternativas. Para solucionar este problema Charles leyó un manual sobre análisis generalizado de flujo de efectivo, y consideró con especial interés la sección relativa al análisis después de impuestos de las dos alternativas planteadas para el caso de su empresa: deuda frente a capital propio. A continuación se muestra lo que Charles aprendió y resumió.

Financiamiento con capital propio y de deuda

(Copiado del manual)

Cuando una empresa emplea préstamos y bonos para la creación de capital, se le conoce como financiamiento

por deuda (FD). Los préstamos requieren pagos de interés periódicos, y los bonos a su vez requieren del pago periódico de dividendos al inversionista. El valor principal del préstamo o del bono se reembolsa después de un número establecido de años. Este flujo de efectivo por bono o préstamo afecta los impuestos y al FEDI en diferentes modos, como aparece en la tabla.

Sólo el interés del préstamo y los dividendos de bonos son deducibles de impuestos. Utilice el símbolo FD_i para identificar la suma de estos dos factores. Para desarrollar una relación que explique el efecto tributario del financiamiento de deuda, comience con la relación fundamental del flujo de efectivo neto, es decir, ingresos menos desembolsos. Identifique los ingresos del financiamiento por deuda de la siguiente manera:

$$FD_R = \text{recibo principal del préstamo} + \text{recibo de la venta del bono}$$

Defina el desembolso por financiamiento por deuda de la siguiente manera:

$$FD_D = \text{pago del interés del préstamo} + \text{pago del dividendo de bono} + \text{reembolso del principal del préstamo} + \text{reembolso del valor nominal del bono}$$

Es común que un préstamo o una venta de bonos, no ambos al mismo tiempo, se involucre en la adquisición de un activo simple. Los dos términos de la primera línea de la ecuación FD_D representan la FD_i que se mencionó anteriormente.

Tipo de deuda	Flujo de efectivo implicado	Tratamiento tributario	Efecto sobre el FEDI
Préstamo	Recibo de principal	Sin efecto	Lo incrementa
Préstamo	Interés pagado	Deducible	Lo reduce
Préstamo	Reembolso de principal	No deducible	Lo reduce
Bono	Recibo del valor nominal	Sin efecto	Lo incrementa
Bono	Dividendo pagado	Deducible	Lo reduce
Bono	Reembolso del valor nominal	No deducible	Lo reduce

Si una empresa utiliza sus propios recursos para la inversión de capital, se le denomina *financiamiento con capital propio (FCP)*, y este financiamiento incluye: 1) el uso de los fondos propios de la corporación, como sus ganancias retenidas; 2) la venta del inventario de la corporación, y 3) la venta de los activos corporativos para incrementar el capital. De hecho, no existen ventajas tributarias directas debidas al financiamiento con capital propio. Las ganancias retenidas y los dividendos de acciones pagados reducirán el flujo de efectivo, pero no reducirán el IG.

Para explicar el impacto del financiamiento con capital propio, comience de nuevo con la relación fundamental de flujo de efectivo neto: ingresos menos desembolsos. Los desembolsos de capital propio, definidos como FCP_D , son una porción del costo inicial del activo cubierto con los recursos propios de la corporación.

FCP_D = fondos propiedad de la corporación

Cualquiera de los ingresos por financiamiento de capital propio son:

FCP_R = venta de los activos corporativos
+ recibos por venta de acciones

En FCP_D los dividendos de acciones P son parte de los desembolsos, pero son pequeños en comparación con otros desembolsos y la habilidad de escogerlos en el momento oportuno depende el éxito financiero de la corporación, por lo que pueden ignorarse.

Combine los términos FD y FCP para calcular el FEDI anual. La inversión inicial es igual al monto de los fondos corporativos propios comprometidos al costo inicial de la alternativa; es decir, $P = FCP_D$.

$$\begin{aligned} \text{FEDI} &= - \text{inversión financiada con capital propio} \\ &\quad + \text{ingreso bruto} - \text{gastos de operación} \\ &\quad + \text{valor de salvamento} - \text{impuestos} \\ &\quad + \text{ingresos del financiamiento por deuda} \\ &\quad - \text{desembolsos} + \text{recibos del financiamiento} \\ &\quad \text{con capital propio} \\ &= -FCP_D + IB - GO + S - IG(T_e) \\ &\quad + (FD_R - FD_D) + FCP_R \end{aligned}$$

Ya que el FD_D incluye el FD_R , que es la porción deducible de impuestos del financiamiento de deuda, los impuestos son:

$$\begin{aligned} \text{Impuestos} &= (IG)(T_e) \\ &= (\text{ingreso bruto} - \text{gastos de operación} \\ &\quad - \text{depreciación} - \text{interés del préstamo} \\ &\quad \text{y los dividendos de los bonos})(T_e) \\ &= (IB - GO - D - FD_I)(T_e) \end{aligned}$$

Estas relaciones son fáciles de aplicar cuando la inversión incluye sólo 100% de financiamiento con capital propio, o financiamiento de deuda al 100%, ya que únicamente los términos relevantes tienen valores diferentes de cero. Juntos forman el modelo de análisis generalizado de flujo de efectivo.

El cuadro financiero

Después de asesorarse con su contador, los hermanos acordaron las siguientes estimaciones para la sucursal de Portland:

Inversión inicial = \$1 500 000
Ingreso bruto anual = \$700 000
Gastos de operación anuales = \$100 000
Tasa de impuestos efectiva = 35%

La inversión inicial completa de \$1.5 millones puede depreciarse aplicando SMARC con periodo de recuperación de 5 años.

Young Brothers no es una empresa pública, por lo que las ventas de acciones no son una opción de financiamiento con capital propio; entonces deberán utilizarse las ganancias retenidas, y un préstamo es el único medio viable para el financiamiento por deuda. El préstamo se solicitaría al banco de Seattle con interés simple de 6% anual con base en el préstamo principal inicial. El reembolso será distribuido en 5 pagos anuales iguales del interés y del principal.

El porcentaje de financiamiento de deuda es la principal preocupación de Young Brothers. Si la sucursal en Portland no tiene éxito, existe un compromiso de reembolso del préstamo que la sede en Seattle tendrá que pagar. Sin embargo, si el financiamiento se realiza

principalmente a partir del capital propio, la empresa estará por un tiempo *pobre de efectivo*, y se limitará así su capacidad de establecer incluso proyectos pequeños, hasta que su capital se incremente de nuevo. Por

lo tanto, deberán estudiarse opciones de financiamiento con un rango de deuda–capital propio (D – CP) de \$1 500 000. Estas opciones se identifican en la siguiente tabla:

Deuda		Capital propio	
Porcentaje	Monto del préstamo	Porcentaje	Monto de la inversión
0%		100%	\$1 500 000
50	\$ 750 000	50	750 000
70	1 050 000	30	450 000
90	1 350 000	10	150 000

Ejercicios del estudio de caso

1.

Para cada opción, elabore un análisis en una hoja de cálculo que muestre el FEDI total y su valor presente durante un periodo de 6 años, que es el tiempo en que se notará la ventaja completa de la depreciación SMARC. Se espera un rendimiento después de impuestos de 10%. ¿Qué opción de financiamiento es mejor para la empresa? (*Sugerencia:* para la hoja de cálculo, los encabezados de columna serán: Año, IB – GO, interés del préstamo, principal del préstamo, inversión con capital propio, tasa de depreciación, depreciación, valor en libros, IG, impuestos y FEDI).
2.

Observe los cambios en el FEDI durante los 6 años, al mismo tiempo que varían los porcentajes D – CP. Si se ignora el valor del dinero en el tiempo, ¿cuál
- es el monto constante por el que esta suma varía por cada 10% de incremento en el financiamiento con capital propio?
3.

Charles se dio cuenta de que el FEDI total y los valores presentes iban en sentidos opuestos, al tiempo que se incrementaba el porcentaje de capital propio. Charles desea saber por qué ocurre este fenómeno. ¿Cómo explicará Charles esto a su hermano?
4.

Los hermanos decidieron dividir el financiamiento, mitad con deuda y mitad con capital propio. Charles desea conocer qué contribuciones básicas adicionales al valor económico de la compañía deberán agregarse por la nueva oficina en Portland. ¿Cuáles son las mejores estimaciones en ese momento?

18

CAPÍTULO

Análisis de sensibilidad formalizado y decisiones de valor esperado

En este capítulo se incluyen varios temas relacionados con la evaluación de alternativas, cuyas técnicas se desarrollan con base en los métodos y modelos usados en los capítulos previos, especialmente aquellos de los primeros ocho capítulos y los fundamentos del análisis de punto de equilibrio del capítulo 13. El presente capítulo deberá considerarse un preámbulo para los tópicos de simulación y toma de decisiones bajo riesgo que se presentan en el siguiente capítulo.

Las primeras dos secciones amplían nuestra capacidad para realizar un *análisis de sensibilidad* de uno o más parámetros, y de una alternativa completa. Luego se revisan la determinación y el uso de *valor esperado* para las series del flujo de efectivo. Por último, se cubre la técnica del *árbol de decisión*. Tal enfoque ayuda al analista a tomar una serie de decisiones económicas para alternativas que tienen diferentes etapas, pero conectadas cercanamente.

El estudio de caso examina un análisis de sensibilidad profundo de un proyecto de múltiples alternativas y de múltiples atributos (factores) ubicado en el sector público.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Objetivo general: realizar un análisis de sensibilidad formal sobre uno o más parámetros, y desarrollar evaluaciones de alternativas mediante valor esperado y árbol de decisiones.

Sensibilidad a la variación

Tres estimaciones

Valor esperado

**Valor esperado del flujo
de efectivo**

Árbol de decisiones

Este capítulo ayudará al lector a:

1. Calcular una medida de valor para explicar la sensibilidad a la variación en uno o más parámetros.
2. Seleccionar la mejor alternativa empleando tres estimaciones para parámetros seleccionados.
3. Calcular el valor esperado de una variable.
4. Evaluar una alternativa utilizando valores esperados de los flujos de efectivo.
5. Construir un árbol de decisiones y usarlo para evaluar alternativas etapa por etapa.

18.1 DETERMINACIÓN DE LA SENSIBILIDAD PARA VARIACIÓN DE PARÁMETROS

El término *parámetro* se usa en este capítulo para representar cualquier variable o factor para el que es necesario un valor estimado o determinado. Ejemplos de parámetros son costo inicial, valor de salvamento, COA, vida estimada, tasa de producción, costos de materiales, etcétera. Las estimaciones como la tasa de interés sobre préstamos y la tasa de inflación también constituyen parámetros del análisis.

El análisis económico emplea estimaciones de valores futuros de un parámetro para ayudar a quienes toman decisiones. Puesto que las estimaciones futuras siempre tienen algún nivel de error, existe imprecisión en las proyecciones económicas. El efecto de la variación puede determinarse mediante el análisis de sensibilidad. En realidad, hemos aplicado este enfoque (de manera informal) a través de los capítulos anteriores. Por lo común, se varía un factor a la vez y se supone que hay independencia con otros factores. Este supuesto no es correcto por completo en situaciones del mundo real; aunque resulta práctico, en general es difícil que considere en forma precisa las dependencias reales.

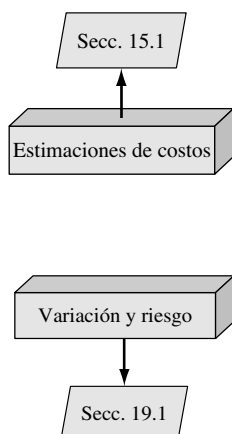
El análisis de sensibilidad determina la forma en que se alterarían una medida de valor (VP, VA, TR o B/C) y la alternativa seleccionada, si un parámetro particular varía dentro de un rango de valores establecido. Por ejemplo, la variación en un parámetro como la TMAR no alteraría la decisión de seleccionar una alternativa, cuando todas las alternativas comparadas rinden más que la TMAR; así, la decisión es relativamente insensible a la TMAR. Sin embargo, la variación en el valor de n puede indicar que la selección de las mismas alternativas es muy sensible a la vida estimada.

En general, las variaciones en la vida, en costos anuales e ingresos resultan de variaciones en el precio de venta, de operación a diferentes niveles de capacidad, de inflación, etcétera. Por ejemplo, si un nivel de operación de 90% de la capacidad de asientos de una aerolínea para una ruta doméstica se compara con el 50% en una ruta internacional nueva, el costo de operación y el ingreso por milla de pasajero aumentará, aunque es probable que la vida anticipada del avión disminuya sólo ligeramente. De ordinario, para aprender cómo la incertidumbre de las estimaciones afecta el análisis económico, se estudian varios parámetros importantes.

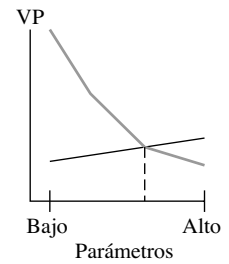
Por lo común, el análisis de sensibilidad se concentra en la variación esperada en las estimaciones de P , COA, S , n , costos unitarios, ingresos unitarios y parámetros similares. Dichos parámetros con frecuencia son el resultado de las preguntas durante el diseño y de sus respuestas, como se analizó en el capítulo 15. Los parámetros que se basan en tasas de interés no se tratan de la misma forma.

Los parámetros como la TMAR y otras tasas de interés (tasas de préstamo, tasa de inflación) son más estables de un proyecto a otro. Si se realiza, el análisis de sensibilidad sobre ellos es para valores específicos o sobre un estrecho rango de valores. Por lo tanto, el análisis de sensibilidad está más limitado a parámetros de tasa de interés.

Es importante recordar este punto si se utiliza la simulación para la toma de decisiones bajo riesgo (capítulo 19).



Graficar la sensibilidad de VP, VA o TR *versus* el(los) parámetro(s) estudiado(s) resulta muy útil. Dos alternativas pueden compararse respecto de un parámetro y un punto de equilibrio dados. Se trata del valor en el que ambas alternativas son equivalentes en términos económicos. Sin embargo, el diagrama del punto de equilibrio a menudo representa sólo un parámetro por diagrama. Por lo tanto, se construyen diversos diagramas y se supone la independencia de cada parámetro. En usos anteriores del análisis del punto de equilibrio, se calculó la medida de valor sólo para dos valores de un parámetro y se conectaron los puntos con una línea recta. No obstante, si los resultados son sensibles al valor de un parámetro, deberían utilizarse diversos puntos intermedios para evaluar mejor la sensibilidad, en especial si las relaciones no son lineales.



Cuando se estudian varios parámetros, un análisis de sensibilidad resultaría bastante complejo. Éste puede realizarse utilizando un parámetro a la vez con una hoja de cálculo o con cálculos manuales. La computadora facilita la comparación de múltiples parámetros y múltiples medidas de valor, asimismo, el *software* grafica rápidamente los resultados.

Al realizar un análisis de sensibilidad completo se sigue este procedimiento general, cuyos pasos son:

1. Determinar qué parámetro(s) de interés podrían variar respecto del valor estimado más probable.
2. Seleccionar el rango probable de variación y su incremento para cada parámetro.
3. Elegir la medida de valor.
4. Calcular los resultados para cada parámetro utilizando la medida de valor como base.
5. Para interpretar mejor la sensibilidad, ilustre gráficamente el parámetro *versus* la medida de valor.

Este procedimiento del análisis de sensibilidad debería indicar qué parámetros justifican un estudio más detenido o cuáles requieren la consecución de información adicional. Cuando hay dos alternativas o más, es mejor utilizar una medida de valor VP o VA en el paso 3. Si se emplea la TR, se requieren esfuerzos adicionales de análisis incremental entre alternativas. El ejemplo 18.1 ilustra el análisis de sensibilidad para un proyecto.

EJEMPLO 18.1

Wild Rice, Inc., está considerando la compra de un nuevo activo para el manejo automatizado del arroz. Las estimaciones más probables son un costo inicial de \$80 000, un valor de salvamento de cero y un flujo de efectivo antes de impuestos (FEAI) por año t de la forma $\$27\,000 - 2\,000t$. La TMAR de la compañía varía entre 10 y 25% anual para los diferentes tipos de inversiones en activos. La vida económica de maquinaria similar varía entre 8 y 12 años. Evalúe la sensibilidad de VP variando *a*) la TMAR, a la vez que supone un valor n constante de 10 años y *b*) n , mientras la TMAR es constante al 15% anual. Realice el análisis a mano y por computadora.

Solución a mano

- a) Siga el procedimiento anterior para comprender la sensibilidad de VP a la variación de la TMAR.
1. La TMAR es el parámetro de interés.
 2. Seleccione incrementos de 5% para evaluar la sensibilidad a la TMAR; el rango es de 10 a 25%.
 3. La medida de valor es VP.
 4. Establezca la relación VP para 10 años. Cuando la TMAR = 10%:

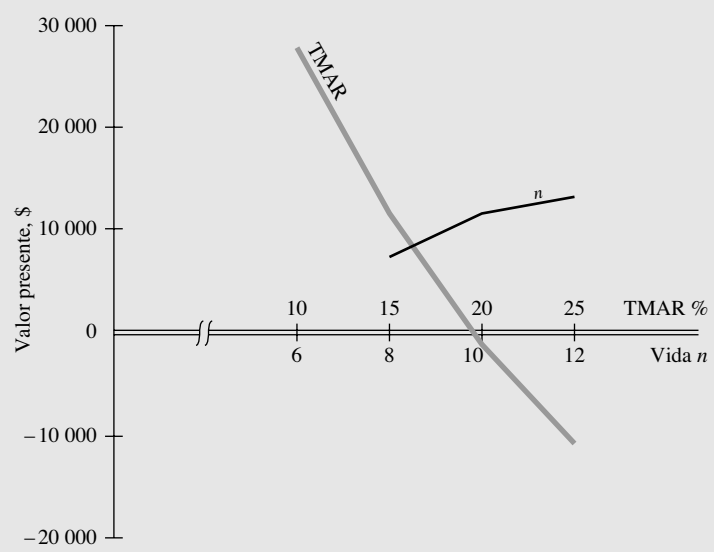
$$\begin{aligned} VP &= -80\,000 + 25\,000(P/A, 10\%, 10) - 2\,000(P/G, 10\%, 10) \\ &= \$27\,830 \end{aligned}$$

El VP para los cuatro valores en intervalos de 5% son:

TMAR	VP
10%	\$ 27 830
15	11 512
20	-962
25	-10 711

5. En la figura 18.1 se muestra una gráfica de la TMAR contra el VP. La pendiente negativa pronunciada indica que la decisión de aceptar la propuesta con base en VP es bastante sensible a variaciones en la TMAR. Si ésta se establece en el extremo superior del rango, la inversión no resulta atractiva.
- b) 1. El parámetro es la vida n del activo.
2. Seleccione incrementos de 2 años para evaluar la sensibilidad de VP durante el rango de 8 a 12 años.

Figura 18.1
Gráfica de VP versus
TMAR y n para análisis de
sensibilidad, ejemplo 18.1.



3. La medida de valor es VP.
4. Establezca la misma relación VP que en el inciso a) para $i = 15\%$. Los resultados VP son:

n	VP
8	\$ 7 221
10	11 511
12	13 145

5. La figura 18.1 presenta una gráfica VP contra n . Como la medida de VP es positiva para todos los valores de n , la decisión de invertir no se ve afectada en forma sustancial por la vida estimada. La curva VP sube para valores de n superiores a 10. Esta insensibilidad a cambios en el flujo de efectivo en el futuro distante es un rasgo esperado, porque el factor P/F se vuelve menor conforme n aumenta.

Solución por computadora

La figura 18.2 presenta dos hojas de cálculo y las gráficas correspondientes de VP versus TMAR (n fijo) y VP versus n (TMAR fija). La relación general para los valores del flujo de efectivo es:

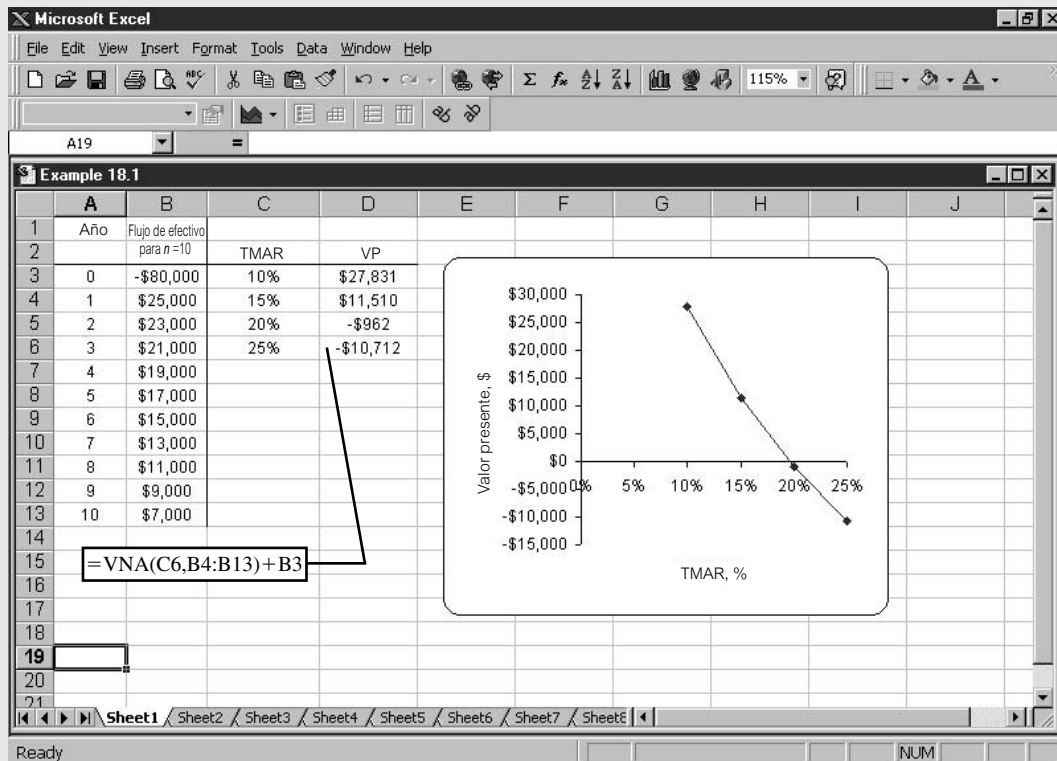


Figura 18.2

Análisis de sensibilidad de VP para variaciones en la TMAR y la vida estimada, ejemplo 18.1.

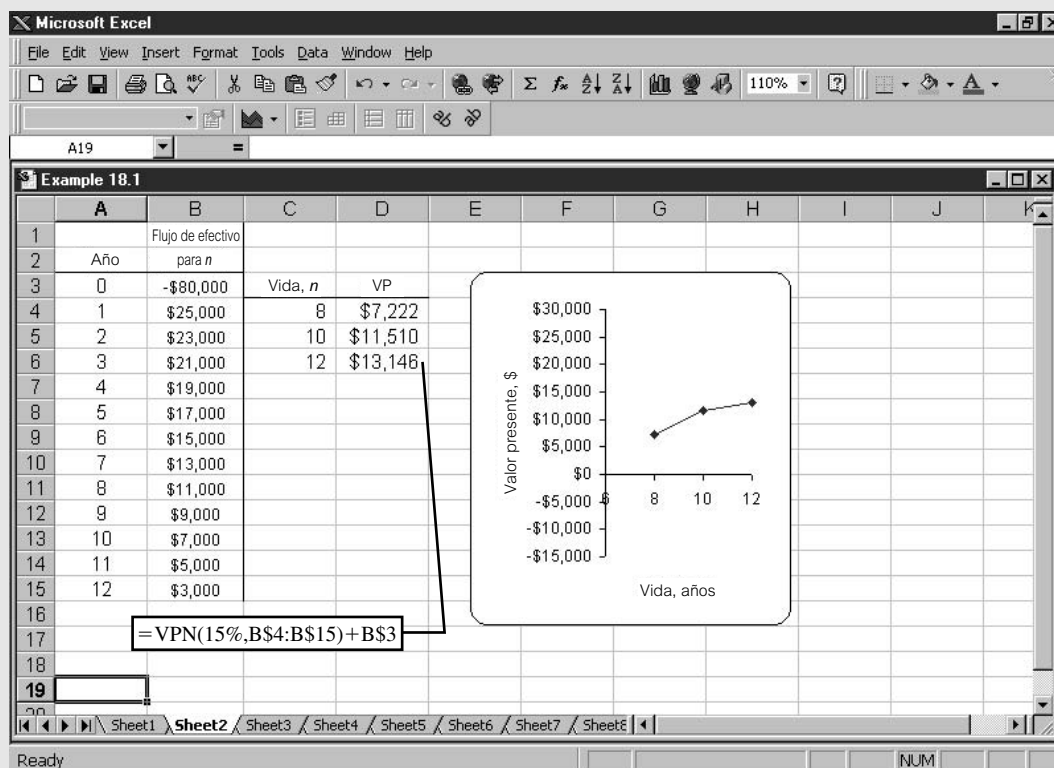
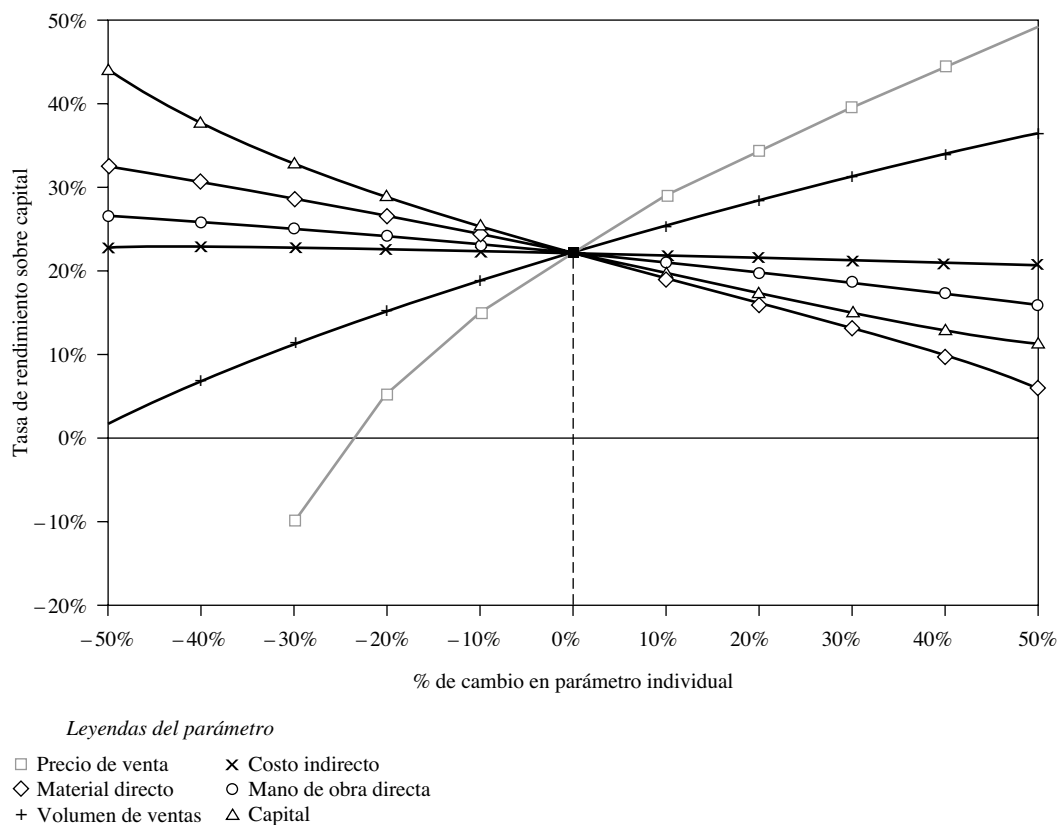


Figura 18.2
(Continuación)

$$\text{Flujo de efectivo, } = \begin{cases} -80\,000 & t = 0 \\ +27\,000 - 2\,000t & t = 1, \dots \end{cases}$$

La función VPN calcula VP para valores i de 10 a 25% y valores n desde 8 hasta 12 años. Como indica la solución a mano, de la misma forma se realiza la gráfica xy de dispersión. El VP es sensible a los cambios en TMAR, pero no es muy sensible a las variaciones de n .

Cuando se considera la sensibilidad de *diversos parámetros* para una *alternativa* utilizando una *sola medida de valor*, es útil elaborar la gráfica del cambio porcentual para cada parámetro contra la medida de valor. La figura 18.3 ilustra la TR contra seis parámetros diferentes para una alternativa. La variación en cada parámetro se indica como una desviación porcentual de la estimación más probable en el eje horizontal. Si la curva de respuesta de TR es plana y se acerca a la horizontal en el rango de la variación total graficada para un parámetro, existe poca sensibilidad de TR a los cambios en el valor del parámetro. Ésta es la conclusión para el



Fuente: L. T. Blank y A. J. Tarquin, cap. 19, *Engineering Economy*, 4a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1998.

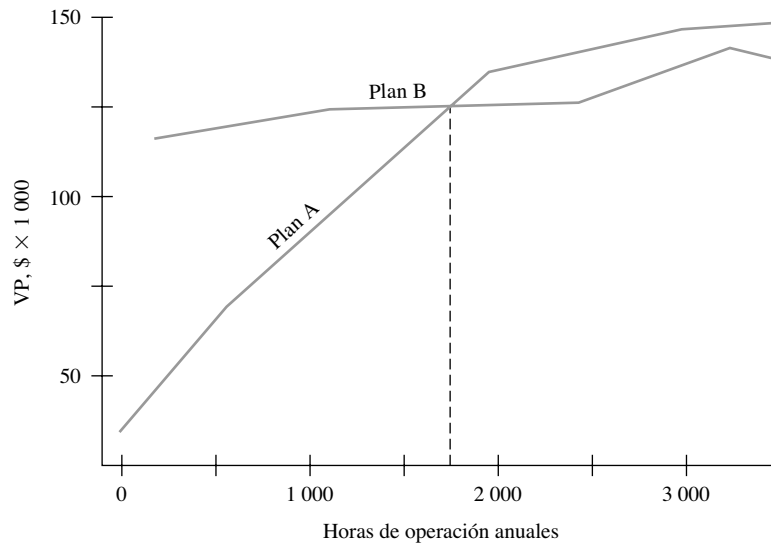
Figura 18.3

Gráfica de análisis de sensibilidad de variación porcentual del estimado más probable.

costo indirecto de la figura 18.3. Por otra parte, TR es muy sensible al precio de venta. Una reducción de 30% del precio de venta esperado disminuye la TR de 20% a -10%, aproximadamente, mientras que un incremento de 10% en el precio la aumenta a cerca de 30%.

Si se comparan dos *alternativas* y se busca la sensibilidad a *un parámetro*, la gráfica puede mostrar resultados marcadamente no lineales. Observe la forma general de las gráficas de sensibilidad en la figura 18.4. Las curvas se presentan como segmentos lineales entre puntos de cálculo específicos. La gráfica indica que el VP de cada plan es una función no lineal de las horas de operación. El plan A es muy sensible en el rango de 0 a 2 000 horas, aunque es relativamente insensible después de 2 000 horas. El plan B es más atractivo debido a su insensibilidad relativa. El punto de equilibrio está en aproximadamente 1 750 horas por año. Puede ser necesario representar gráficamente la medida de valor en puntos intermedios para entender mejor la naturaleza de la sensibilidad.

Figura 18.4
Muestra de sensibilidad
VP para horas de
operación en dos
alternativas.



EJEMPLO 18.2

Columbus, Ohio, necesita repavimentar un tramo de autopista de 3 kilómetros. Knobel Construction propuso dos métodos para tal objetivo. El primero es una superficie de concreto a un costo de \$1.5 millones y un mantenimiento anual de \$10 000.

El segundo método es una cubierta de asfalto con un costo inicial de \$1 millón y un mantenimiento anual de \$50 000. Sin embargo, Knobel requiere que cada tercer año el asfalto de la autopista se retoque a un costo de \$75 000.

La ciudad emplea la tasa de interés sobre bonos, de 6% en su última emisión de bonos, como la tasa de descuento.

- Determine el número de años de equilibrio de los dos métodos. Si la ciudad espera que una interestatal reemplazará este tramo de autopista en 10 años, ¿qué método debería elegir?
- Si el costo de retocado aumenta en \$5 000 por kilómetro cada 3 años, ¿la decisión es sensible a este incremento?

Solución por computadora

- Use análisis VP para determinar el valor n de equilibrio.

$$\text{VP de concreto} = \text{VP de asfalto}$$

$$-1\,500\,000 - 10\,000(P/A, 6\%, n) = -1\,000\,000 - 50\,000(P/A, 6\%, n) - 75\,000 \left[\sum_j (P/F, 6\%, j) \right]$$

donde $j = 3, 6, 9, \dots, n$. La relación puede replantearse y reflejar los flujos de efectivo incrementales.

$$-500\,000 + 40\,000(P/F, 6\%, n) + 75\,000 \left[\sum_j (P/F, 6\%, j) \right] = 0 \quad [18.1]$$



El valor de equilibrio n se determina con la solución a mano a través de incrementar n hasta que la ecuación [18.1] cambie de valores de VP negativos a positivos. De manera alternativa, la solución en hoja de cálculo, usando la función VPN, sirve para encontrar el valor de equilibrio n (figura 18.5). Las funciones VPN en la columna C son las mismas cada año, excepto que los flujos de efectivo se extienden 1 año para cada cálculo de valor presente. En aproximadamente $n = 11.4$ años (entre las celdas C15 y C16), la repavimentación de concreto y asfalto se equilibra económicamente. Puesto que el camino se necesitará durante 10 años más, el costo adicional del concreto no está justificado; seleccione la alternativa del asfalto.

- b) El costo total de retocamiento aumentará en \$15 000 cada 3 años. Ahora la ecuación [18.1] es:

$$-500\,000 + 40\,000(P/A, 6\%, n) + \left[75\,000 + 15\,000 \left(\frac{j-3}{3} \right) \right] \left[\sum_j (P/F, 6\%, j) \right] = 0$$

Ahora los valores de equilibrio n están entre 10 y 11 años: 10.8 años usando interpolación lineal (figura 18.5, celdas E14 y E15). La decisión se ha vuelto marginal para el asfalto, ya que la interestatal está planeada para dentro de 10 años.

Microsoft Excel - Example 18.2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1		Inciso a)		Inciso b)						
2		Flujo de efectivo	VP para	Flujo de efectivo	VP para					
3	Año, n	incremental	n años	incremental	n años					
4	0	\$ (500,000)		\$ (500,000)						
5	1	\$ 40,000	\$ (462,264)	\$ 40,000	\$ (462,264)					
6	2	\$ 40,000	\$ (426,664)	\$ 40,000	\$ (426,664)					
7	3	\$ 115,000	\$ (330,108)	\$ 115,000	\$ (330,108)					
8	4	\$ 40,000	\$ (298,424)	\$ 40,000	\$ (298,424)					
9	5	\$ 40,000	\$ (268,534)	\$ 40,000	\$ (268,534)					
10	6	\$ 115,000	\$ (187,464)	\$ 130,000	\$ (176,889)					
11	7	\$ 40,000	\$ (160,861)	\$ 40,000	\$ (150,287)					
12	8	\$ 40,000	\$ (135,765)	\$ 40,000	\$ (125,190)					
13	9	\$ 115,000	\$ (67,696)	\$ 145,000	\$ (39,365)					
14	10	\$ 40,000	\$ (45,361)	\$ 40,000	\$ (17,029)					
15	11	\$ 40,000	\$ (24,289)	\$ 40,000	\$ 4,042					
16	12	\$ 115,000	\$ 32,862	\$ 160,000	\$ 83,557					
17	13	\$ 40,000	\$ 51,616	\$ 40,000	\$ 102,311					
18	14	\$ 40,000	\$ 69,308	\$ 40,000	\$ 120,003					
19	15	\$ 115,000	\$ 117,293	\$ 175,000	\$ 193,024					
20	16	\$ 40,000	\$ 133,039	\$ 40,000	\$ 208,770					
21										
22										
23										
24										

Formulas shown in the image:

- Cell F14: `=VPN(6%,$D$5:$D14)+$D$4`
- Cell F15: `=VPN(6%,$D$5:$D15)+$D$4`
- Cell F21: `=VPN(6%,$B$5:$B15)+$B$4`
- Cell F22: `=VPN(6%,$B$5:$B16)+$B$4`

Figura 18.5

Sensibilidad del punto de equilibrio entre dos alternativas usando análisis de VP, ejemplo 18.2.

Es posible usar consideraciones no económicas para determinar si el asfalto todavía es la mejor alternativa. Una conclusión es que la decisión del asfalto se vuelve más cuestionable conforme aumentan los costos de mantenimiento para la alternativa del asfalto; esto es, el valor de VP es sensible al incrementar los costos de retocamiento.

18.2 ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD FORMALIZADO UTILIZANDO TRES ESTIMACIONES

Es posible examinar a cabalidad las ventajas y desventajas económicas entre dos o más alternativas tomando prestada, del campo del control de proyectos, la noción de elaborar tres estimaciones para cada parámetro: *una pesimista, una muy probable y una optimista*. Dependiendo de la naturaleza de un parámetro, la estimación pesimista puede ser el menor valor (la vida de la alternativa es un ejemplo) o el valor más grande (como el costo inicial de un activo).

Dicho enfoque formal nos permite estudiar la sensibilidad de la selección de las medidas de valor y de las alternativas, dentro de un rango preestablecido de variación para cada parámetro. En general, cuando se calcula la medida de valor para un parámetro o una alternativa particular, se utiliza la estimación más probable para todos los demás parámetros. Este enfoque, que en esencia es el mismo del análisis de un parámetro a la vez de la sección 18.1, se ilustra en el ejemplo 18.3.

EJEMPLO 18.3

Una ingeniera está evaluando tres alternativas para las cuales formuló tres estimaciones para la vida, el valor de salvamento y los costos anuales de operación. En la tabla 18.1 las estimaciones se presentan en un nivel de alternativa por alternativa. Por ejemplo, la alternativa B tiene estimaciones pesimistas de $S = \$500$, $COA = \$-4\,000$ y $n = 2$ años. Los costos iniciales se conocen, de manera que tienen el mismo valor. Realice un análisis de sensibilidad y determine la alternativa más económica, utilizando el análisis de VA y una TMAR de 12% anual.

Solución

Para cada alternativa en la tabla 18.1, se calcula el VA de los costos. Por ejemplo, la relación de VA para la estimación pesimista de la alternativa A es:

$$VA = -20\,000(A/P, 12\%, 3) - 11\,000 = \$-19\,327$$

La tabla 18.2 presenta todos los valores de VA. La figura 18.6 es una gráfica de VA *versus* las tres estimaciones de vida para cada alternativa. Puesto que el costo VA calculado utilizando las estimaciones MP para la alternativa B (\$-8 229) es económicamente mejor a que el VA optimista para las alternativas A y C, es claro que la alternativa B se ve favorecida.

TABLA 18.1 Alternativas que compiten con tres estimaciones hechas para los parámetros de valor de salvamento, COA y vida.

Estrategia		Costo inicial, \$	Valor de salvamento, \$	COA, \$	Vida n, años
Alternativa A					
Estimación	P	-20 000	0	-11 000	3
	MP	-20 000	0	-9 000	5
	O	-20 000	0	-5 000	8
Alternativa B					
Estimación	P	-15 000	500	-4 000	2
	MP	-15 000	1 000	-3,500	4
	O	-15 000	2 000	-2 000	7
Alternativa C					
Estimación	P	-30 000	3 000	-8 000	3
	MP	-30 000	3 000	-7 000	7
	O	-30 000	3 000	-3 500	9

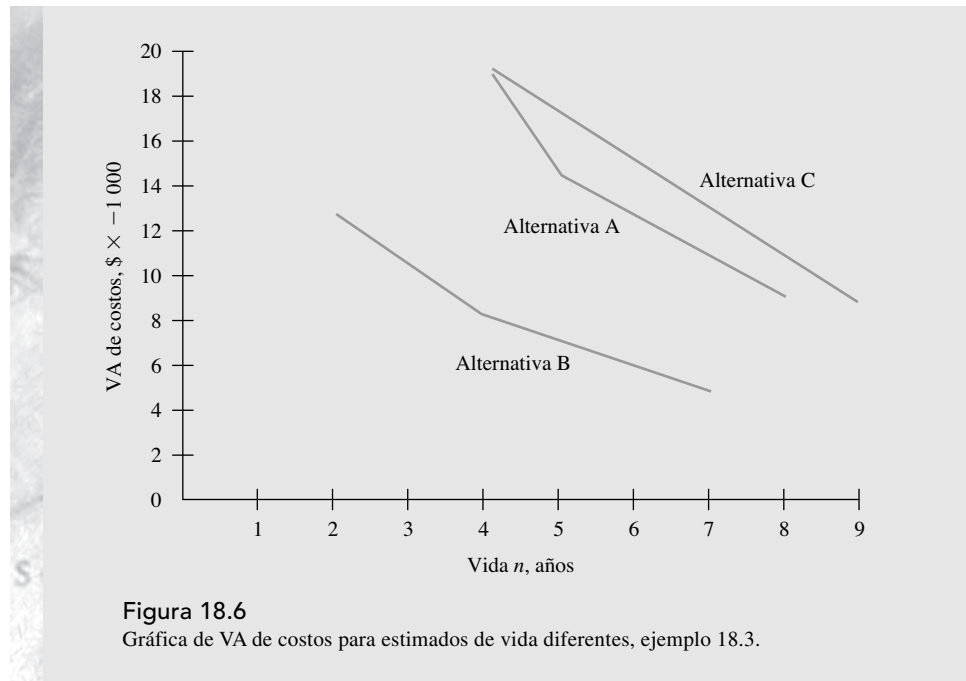
P = pesimista; MP = más probable; O = optimista.

Comentario

Aunque la alternativa que debería elegirse en este ejemplo es bastante obvia, por lo común éste no es el caso. Por ejemplo, en la tabla 18.2, si la alternativa B pesimista del VA equivalente fuera mucho mayor, por ejemplo, \$-21 000 anuales (en lugar de \$-12 640) y los VA optimistas para las alternativas A y C fueran menores que para B (\$-5 089), la elección de B no es clara o correcta. En tal caso, sería necesario seleccionar un conjunto de estimaciones (P, MP u O) sobre el cual se basa la decisión. En forma alternativa, las diferentes estimaciones pueden utilizarse en un análisis de valor esperado, que se presenta en la siguiente sección.

TABLA 18.2 Valores anuales, ejemplo 18.3

Estimación	Valores VA alternativos		
	A	B	C
P	\$-19 327	\$-12 640	\$-19 601
MP	-14 548	-8 229	-13 276
O	-9 026	-5 089	-8 927



18.3 VARIABILIDAD ECONÓMICA Y EL VALOR ESPERADO

Los ingenieros y los analistas económicos a menudo se enfrentan a estimaciones sobre un futuro incierto otorgando confiabilidad apropiada a la información pasada, si es que existe. Lo anterior significa que se utilizan la probabilidad y las muestras. De hecho, el uso del análisis probabilístico no es tan común como debería. La razón para ello no radica en que los cálculos sean difíciles de realizar o de entender, sino en que las probabilidades realistas asociadas con las estimaciones del flujo de efectivo son difíciles de efectuar. Para evaluar la deseabilidad de una alternativa, con frecuencia la experiencia y el juicio se emplean conjuntamente con las probabilidades y los valores esperados.

El *valor esperado* puede interpretarse como un promedio de largo plazo observable, si el proyecto se repite muchas veces. Puesto que una alternativa específica se evalúa o se aplica sólo una vez, resulta una *estimación puntual* del valor esperado. Sin embargo, aun para una sola ocurrencia, el valor esperado es un número significativo.

El valor esperado $E(X)$ se calcula mediante la relación:

$$E(X) = \sum_{i=1}^{i=m} X_i P(X_i) \quad [18.2]$$

donde X_i = valor de la variable X para i desde 1 hasta m valores distintos
 $P(X_i)$ = probabilidad de que ocurra un valor específico de X

Las probabilidades siempre se expresan correctamente en forma decimal, aunque de ordinario se habla de ellas en porcentajes y con frecuencia se hace referencia a ellas como *posibilidades*; por ejemplo, *las posibilidades son de alrededor de 10%*. Al ubicar el valor de la probabilidad en la ecuación [18.2] o cualquier otra relación, utilice el equivalente decimal de 10%, es decir, 0.1. En todas las ecuaciones de probabilidad los valores $P(X_i)$ para una variable X deben totalizar 1.0.

$$\sum_{i=1}^{i=m} P(X_i) = 1.0$$

Para simplificar, por lo común se omitirá el subíndice i que acompaña la X .

Si X representa los flujos de efectivo estimados, algunos serán positivos y otros negativos. Si una serie del flujo de efectivo incluye ingresos y costos, y se calcula el valor presente a la TMAR, el resultado es el valor esperado de los flujos de efectivo descontados, $E(VP)$. Si el valor esperado es negativo, se espera que el resultado global sea una salida de efectivo. Por ejemplo, si $E(VP) = \$-1\,500$, ello indica que no se espera que la propuesta rinda la TMAR.

EJEMPLO 18.4

Un hotel del centro de la ciudad está ofreciendo un nuevo servicio para viajeros de fin de semana, a través de su centro de negocios y de viajes. El gerente estima que, para un fin de semana típico, existe una posibilidad de 50% de tener un flujo de efectivo neto de \$5 000 y una posibilidad de 35% de tener \$10 000. También estima que existe una pequeña posibilidad (5%) de que no haya flujo de efectivo y un 10% de que exista una pérdida de \$500, que es el costo estimado para personal adicional y recursos para ofrecer el servicio. Determine el flujo de efectivo neto esperado.

Solución

Sea X el flujo de efectivo neto en dólares, y sea $P(X)$ la representación de las probabilidades asociadas. Con la ecuación [18.2] se tiene

$$E(X) = 5\,000(0.5) + 10\,000(0.35) + 0(0.05) - 500(0.1) = \$5\,950$$

Aunque la posibilidad de “ningún flujo de efectivo” no aumenta ni disminuye $E(X)$, se incluye porque hace que los valores de probabilidad sumen 1.0 y vuelve completo el cálculo.

18.4 CÁLCULOS DE VALOR ESPERADO PARA ALTERNATIVAS

El cálculo de valor esperado $E(X)$ se utiliza en una diversidad de formas. Dos formas son: 1) preparar información para incorporarla en un análisis más completo de ingeniería económica y 2) evaluar la viabilidad esperada de una alternativa formulada completamente. El ejemplo 18.5 ilustra la primera situación y el ejemplo 18.6 determina el VP esperado cuando se estiman la serie del flujo de efectivo y las probabilidades.

EJEMPLO 18.5

Una empresa de energía eléctrica está experimentando dificultades en la obtención de gas natural para la generación de electricidad. Los combustibles diferentes del gas natural se compran con un costo extra, el cual se transfiere al consumidor. Los gastos de combustibles totales mensuales están promediando ahora \$7 750 000. Un ingeniero de esta empresa de servicio calculó el ingreso promedio de los últimos 24 meses utilizando tres situaciones de mezcla de combustible, a saber, totalmente cargado de gas, menos de 30% de otros combustibles y el 30% o más de otros combustibles. La tabla 18.3 indica el número de meses que se presentó cada situación de mezcla de combustible. ¿La empresa de energía puede esperar cubrir los gastos mensuales futuros con base en información de 24 meses, si continúa un patrón similar de mezcla de combustible?

TABLA 18.3 Información de ingresos y de mezcla de combustible, ejemplo 18.5

Situación de mezcla de combustible	Últimos 24 meses	Ingreso promedio, \$ por mes
Puro gas	12	5 270 000
< 30% otros	6	7 850 000
≥ 30% otros	6	12 130 000

Solución

Utilizando los 24 meses de información, se estima una probabilidad para cada mezcla de combustible.

Situación de mezcla de combustible	Probabilidad de ocurrencia
Puro gas	$12/24 = 0.50$
< 30% otros	$6/24 = 0.25$
≥ 30% otros	$6/24 = 0.25$

La variable X representa el ingreso mensual promedio. Utilice la ecuación [18.2] para determinar el ingreso mensual esperado.

$$\begin{aligned}
 E(\text{ingreso}) &= 5\,270\,000(0.50) + 7\,850\,000(0.25) + 12\,130\,000(0.25) \\
 &= 7\,630\,000
 \end{aligned}$$

Con gastos que promedian \$7 750 000, el faltante de ingreso mensual promedio es \$120 000. Para lograr equilibrio deben generarse otras fuentes de ingresos, o transferir al consumidor los costos adicionales.

EJEMPLO 18.6

Lite-Weight Wheelchair Company tiene una inversión sustancial en equipo de doblado de acero tubular. Una nueva pieza del equipo cuesta \$5 000 y tiene una vida de 3 años. Los flujos de efectivo estimados (tabla 18.4) dependen de las condiciones económicas clasificadas como de recesión, estables o en expansión. Se estima la probabilidad de que cada una de las condiciones económicas prevalecerá durante el periodo de 3 años. Aplique el análisis de valor esperado y de VP para determinar si debe comprarse el equipo. Utilice una TMAR = 15% anual.

TABLA 18.4 Flujo de efectivo del equipo y probabilidades, ejemplo 18.6

Año	Condición económica		
	Recesión (Prob. = 0.2)	Estable (Prob. = 0.6)	En expansión (Prob. = 0.2)
Estimaciones del flujo de efectivo anual, \$			
0	\$-5 000	\$-5 000	\$-5 000
1	+2 500	+2 000	+2 000
2	+2 000	+2 000	+3 000
3	+1 000	+2 000	+3 500

Solución

Determine primero el VP de los flujos de efectivo en la tabla 18.4 para cada condición económica y después calcule $E(\text{VP})$ mediante la ecuación [18.2]. Defina los subíndices R para la economía en recesión, S para la estable y E para la economía en expansión. Los valores de VP para los tres escenarios son:

$$\text{VP}_R = -5\,000 + 2\,500(P/F, 15\%, 1) + 2\,000(P/F, 15\%, 2) + 1\,000(P/F, 15\%, 3)$$

$$= -5\,000 + 4\,344 = \$-656$$

$$\text{VP}_S = -5\,000 + 4\,566 = \$-434$$

$$\text{VP}_E = -5\,000 + 6\,309 = \$+1\,309$$

Solamente en una economía en expansión los flujos de efectivo rendirán el 15% y justificarán la inversión. El valor presente esperado es:

$$\begin{aligned}
 E(\text{PW}) &= \sum_{j=R,S,E} \text{PW}_j [P(j)] \\
 &= -656(0.2) - 434(0.6) + 1\,309(0.2) \\
 &= \$-130
 \end{aligned}$$

Al 15%, $E(\text{VP}) < 0$; de manera que el equipo no se justifica utilizando el análisis del valor esperado.

Comentario

También es correcto calcular el E (flujo de efectivo, FE) para cada año y luego determinar el VP de la serie E (flujo de efectivo), porque el cálculo del VP es una función lineal de los flujos de efectivo. El cálculo de E (flujo de efectivo) primero puede ser más fácil en el sentido de que reduce el número de cálculos de VP. En este ejemplo, determine $E(FE_t)$ para cada año, y después calcule $E(VP)$.

$$E(FE_0) = \$-5\,000$$

$$E(FE_1) = 2\,500(0.2) + 2\,000(0.6) + 2\,000(0.2) = \$2\,100$$

$$E(FE_2) = \$2\,200$$

$$E(FE_3) = \$2\,100$$

$$E(VP) = -5\,000 + 2\,100(P/F, 15\%, 1) + 2\,200(P/F, 15\%, 2) + 2\,100(P/F, 15\%, 3) = \$-130$$

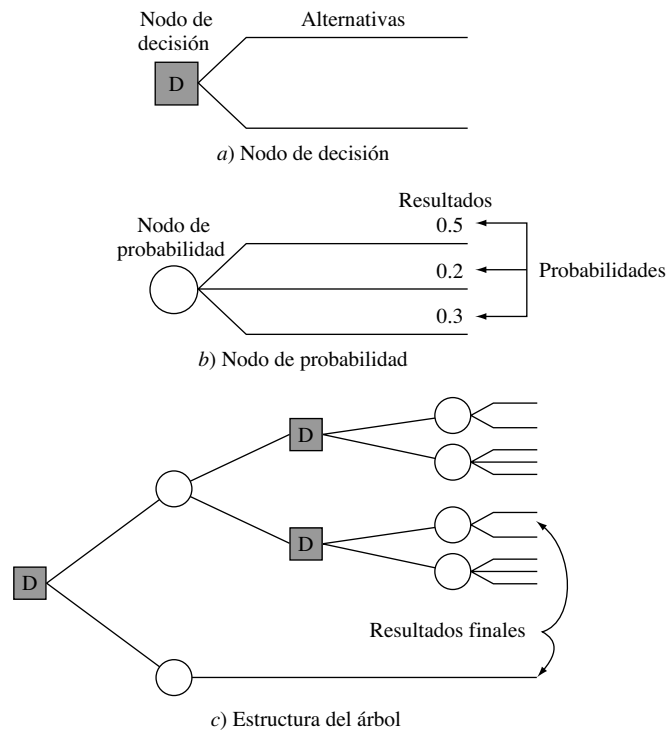
18.5 EVALUACIÓN DE ALTERNATIVAS POR ETAPAS UTILIZANDO UN ÁRBOL DE DECISIÓN

La evaluación de alternativas puede requerir una serie de decisiones en las cuales el resultado de una etapa es importante para la siguiente etapa en la toma de decisiones. Cuando es posible definir claramente cada alternativa económica y se desea considerar explícitamente el riesgo, es útil realizar la evaluación utilizando un *árbol de decisión*, que incluye:

- Más de una etapa de selección de alternativas.
- La selección de una alternativa en una etapa que conduce a otra etapa.
- Resultados esperados de una decisión en cada etapa.
- Estimaciones de probabilidad para cada resultado.
- Estimaciones del valor económico (costo o ingreso) para cada resultado.
- Medida del valor como criterio de selección, tal como $E(VP)$.

El árbol de decisión se construye de izquierda a derecha, e incluye cada decisión y resultado posible. Un cuadrado representa un *nodo de decisiones* con las alternativas posibles que se indican en las *ramas* que salen del nodo de decisión (figura 18.7a). Un círculo representa un *nodo de probabilidad* con resultados posibles y probabilidades estimadas en las ramas (figura 18.7b). Como los resultados siempre siguen a las decisiones, se obtiene la estructura en forma de árbol de la figura 18.7c.

Generalmente, cada rama de un árbol de decisión tiene algún valor económico estimado (al cual se hace referencia frecuentemente como *retribución*) en términos de costos, ingresos o beneficios. Estos flujos de efectivo se expresan en términos de valores VP, VA o VF y se muestran a la derecha de cada rama de resultados finales. Los valores del flujo de efectivo y de probabilidad en cada rama de resultados se utilizan para calcular el valor económico esperado de cada rama de decisión. Este proceso, llamado *solución del árbol* o *desdoblamiento*, se explica después del ejemplo 18.7, el cual ilustra la construcción de un árbol de decisiones.

**Figura 18.7**

Nodos de decisión y probabilidad empleados para construir un árbol de decisión.

EJEMPLO 18.7

Jerry Hill es presidente y ejecutivo principal de una firma estadounidense de procesamiento de alimentos: Hill Products and Services. Recientemente fue contactado por una gran cadena internacional de supermercados que desea el mercadeo, dentro del país, de su propia marca de cenas congeladas para microondas. La oferta hecha a Jerry por la corporación del supermercado exige que se tome una serie de dos decisiones, ahora y dentro de 2 años. La decisión actual comprende dos alternativas: **1) Arrendar** las instalaciones de la cadena de supermercados en los Emiratos Árabes Unidos (E.Á.U.), que se había acordado convertir en una instalación de procesamiento actual para uso inmediato de la compañía de Jerry, o **2) construir y adquirir** una instalación de procesamiento y empaque en E.Á.U. Los resultados posibles de esta primera etapa de decisión son un buen o mal mercado, dependiendo de la respuesta del público.

Las alternativas de decisión, 2 años a partir de ahora, dependen de la decisión de arrendar o adquirir que se tome ahora. Si Hill *decide arrendar*, una buena respuesta del mercado significa que las alternativas de decisión futuras son producir el doble, lo mismo o la mitad del volumen original. Ésta será una decisión mutua entre la cadena de supermercados y la compañía de Jerry. Una mala respuesta del mercado indicará la mitad del nivel de producción o el retiro completo del mercado de E.Á.U. Los resultados para decisiones futuras son, nuevamente, buenas y malas respuestas del mercado.

Como acordó la compañía de supermercados, la decisión actual para Jerry de *adquirir* la instalación le permitirá fijar el nivel de producción dentro de 2 años. Si la respuesta

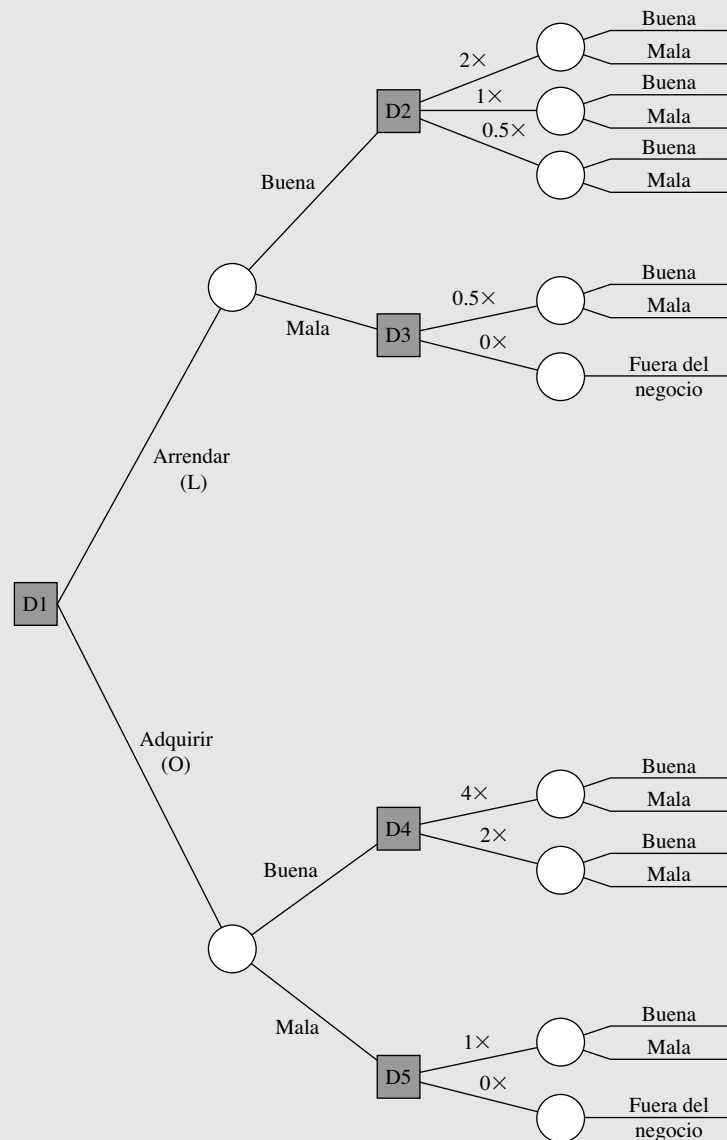


Figura 18.8

Un árbol de decisión de dos etapas que identifica alternativas y resultados posibles.

del mercado es buena, las alternativas de decisión son cuatro veces y el doble de los niveles originales. La reacción a una mala respuesta del mercado será la producción al mismo nivel o ninguna producción en absoluto.

Construya el árbol de decisiones y señale los resultados para Hill Products and Services.

Solución

Se trata de un árbol de decisiones de dos etapas que tenga las alternativas ahora y dentro de dos años. Identifique los nodos y las ramas de decisión iniciales y luego desarrolle el árbol utilizando las ramas y los resultados de mercado bueno y malo para cada decisión. La figura 18.8 detalla las etapas de decisión y las ramas de resultados.

Decisión ahora:

Llámela D1.

Alternativas: arrendar (L) y adquirir (O)

Resultados: buenos y malos mercados

Decisiones dentro de 2 años:

Llámelas D2 a D5

Resultados: buen mercado, mal mercado y fuera del negocio

Selección de niveles de producción para D2 hasta D5:

Cuadruple la producción (4×); duplique la producción (2×); nivel de producción (1×); la mitad de la producción (0.5×); suspenda la producción (0×)

Las alternativas para futuros niveles de producción (D2 hasta D5) se agregan al árbol seguidas de las buenas y malas respuestas del mercado. Si se toma la decisión de suspender la producción (0×) en D3 o D5, el único resultado es salir del negocio.

Para utilizar el árbol de decisiones con la finalidad de evaluar y seleccionar alternativas, es necesaria la siguiente información adicional para cada rama:

- Probabilidad estimada de que cada resultado pueda ocurrir. Estas probabilidades deben sumar 1.0 para cada conjunto de resultados (ramas) que se generan de una decisión.
- Información económica para cada alternativa de decisión y resultado posible, tal como inversión inicial y flujos de efectivo estimados.

Las decisiones se toman a partir de la estimación de probabilidad y la estimación del valor económico para cada rama de resultados. A menudo se utiliza el valor presente a la TMAR en los cálculos del valor esperado del tipo de la ecuación [18.2]. El procedimiento general para resolver el árbol mediante análisis VP es:

1. Empiece en la parte superior derecha del árbol y determine el valor de VP para cada rama de resultado, considerando el valor del dinero en el tiempo.
2. Calcule el valor esperado para cada alternativa de decisión.

$$E(\text{decisión}) = \sum (\text{estimación de resultado})P(\text{resultado}) \quad [18.3]$$

donde la suma incluye todos los resultados posibles para cada alternativa de decisión.

3. En cada nodo de decisión, seleccione el mejor valor $E(\text{de decisión})$: el costo mínimo o el valor máximo (si se estiman los ingresos y los costos).
4. Continúe moviéndose a la izquierda del árbol hacia la decisión de las raíces para seleccionar la mejor alternativa.
5. Trace la mejor ruta de decisiones de regreso a través del árbol.

EJEMPLO 18.8

Se requiere una decisión ya sea para comercializar o para vender un nuevo invento. Si se comercializa el producto, la siguiente decisión es realizarlo a nivel internacional o nacional. Suponga que los detalles de las ramas de resultados producen el árbol de decisiones de la figura 18.9. Para cada resultado se indican las probabilidades y el VP de FEAI (flujo de efectivo antes de impuestos). Se trata de pagos estipulados en millones de dólares. Determine la mejor decisión en el nodo de decisiones D1.

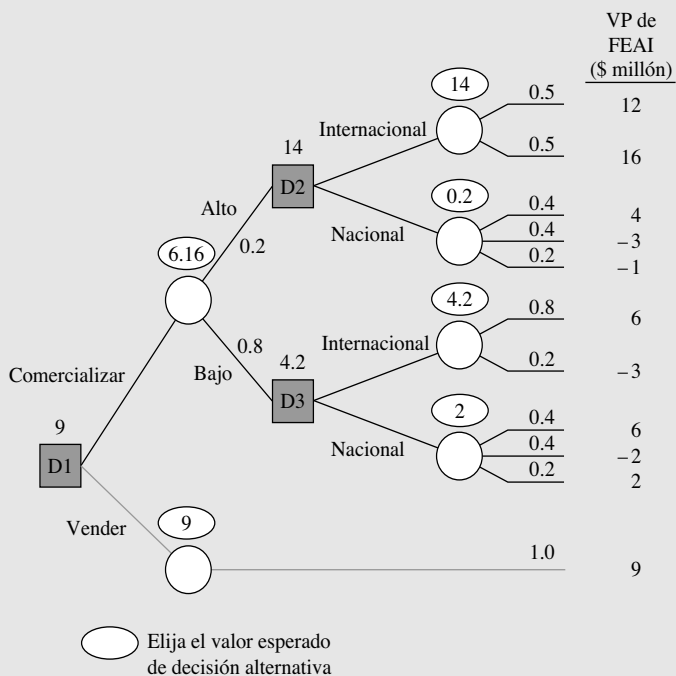


Figura 18.9

Solución de un árbol de decisiones con valor presente de valores de FEAI; ejemplo 18.8.

Solución

Utilice el procedimiento anterior para determinar que la alternativa de decisión D1, de vender el invento, debe maximizar $E(\text{VP de FEAI})$.

1. Se ofrece el valor presente del FEAI.
2. Calcule el VP esperado para alternativas de los nodos D2 y D3, utilizando la ecuación [18.3]. En la figura 18.9, a la derecha del nodo de decisión D2, los valores esperados de 14 y 0.2 en óvalos se determinan como:

$$E(\text{decisión internacional}) = 12(0.5) + 16(0.5) = 14$$

$$E(\text{decisión nacional}) = 4(0.4) - 3(0.4) - 1(0.2) = 0.2$$

Los VP esperados de 4.2 y 2 para D3 se calculan en forma similar.

3. Elija el valor mayor esperado en cada nodo de decisión. Éstos son 14 (internacional) en D2 y 4.2 (internacional) en D3.
4. Calcule el VP esperado para las dos ramas D1.

$$E(\text{decisión de comercializar}) = 14(0.2) + 4.2(0.8) = 6.16$$

$$E(\text{decisión de vender}) = 9(1.0) = 9$$

El valor esperado para la decisión de vender es simple, puesto que el único resultado tiene una retribución de 9. La decisión de vender genera el mayor VP esperado de 9.

5. El mayor VP esperado del camino de FEAI es seleccionar la rama de venta en D1 para obtener \$9 000 000 garantizados.

RESUMEN DEL CAPÍTULO

En este capítulo, el énfasis está en determinar la sensibilidad a la variación en uno o más parámetros utilizando una medida de valor específica. Cuando se comparan dos alternativas, se calcula y se representa gráficamente la medida de valor para diferentes valores del parámetro, con el propósito de determinar cuándo es mejor cada alternativa.

Si se espera que diversos parámetros varíen durante un rango predecible, la medida de valor se grafica y se calcula con tres estimaciones para un parámetro: más probable, pesimista y optimista. Dicho enfoque formalizado resulta útil para determinar qué alternativa, entre muchas, es mejor. En todos estos análisis se supone que existe independencia entre los parámetros.

La combinación de estimaciones de parámetros y de probabilidad resulta en la relación de valor esperado

$$E(X) = \sum XP(X)$$

Esta expresión también se utiliza para calcular $E(\text{ingreso})$, $E(\text{costo})$, $E(\text{flujo de efectivo})$, $E(\text{VP})$ y $E(i)$ para toda la secuencia del flujo de efectivo de una alternativa.

Los árboles de decisiones se emplean para tomar una serie de selecciones entre alternativas. Ésta es una forma de tener en cuenta explícitamente el riesgo. Es necesario efectuar diversos tipos de estimaciones para un árbol de decisiones: resultados para cada decisión posible, flujos de efectivo y probabilidades. Los cálculos de valor esperado se reúnen con cálculos de medidas de valor para resolver el árbol y encontrar las mejores alternativas etapa por etapa.

PROBLEMAS

Sensibilidad a la variación de parámetros

- 18.1 La Unidad Central de Distribución de Medicamentos quiere evaluar un nuevo siste-

ma para el manejo de materiales en productos frágiles. El equipo completo costará \$62 000 y tendrá una vida útil de 8 años y un valor de salvamento de \$1 500. El man-

tenimiento anual, el combustible y los costos generales se estiman en \$0.50 por tonelada métrica movida. El costo laboral será de \$8 por hora para los salarios regulares y de \$16 para las horas extra. Es posible mover un total de 20 toneladas en un periodo de 8 horas. El centro maneja entre 10 y 30 toneladas diarias de productos frágiles. Se utiliza una TMAR de 10%. Determine la sensibilidad del valor presente del costo anual por volumen movido. Suponga que se paga al operador 200 días de trabajo al año. Utilice un incremento de 10 toneladas métricas para el análisis.

18.2 Un equipo alternativo se está evaluando en términos económicos por tres ingenieros, por separado, en Raytheon. El costo inicial será \$77 000, y se estiman 6 años de vida con un valor de salvamento de \$10 000. Sin embargo, los ingenieros están en desacuerdo sobre el ingreso estimado que generará el equipo. Joe ha hecho una estimación de \$10 000 al año. Jane determina que éste es muy bajo y estima \$14 000, mientras que Carlos calcula \$18 000 anuales. Si la TMAR antes de impuestos es de 8% anual, utilice el VP para determinar si estas diferentes estimaciones cambiarán la decisión de comprar el equipo.

18.3 Realice el mismo análisis del problema 18.2 en una hoja de cálculo y realice una consideración después de impuestos, utilizando la depreciación SMARC a 5 años y una tasa impositiva efectiva de 35%. Utilice gastos anuales estimados de \$2 000. Determine la TMAR efectiva después de impuestos a partir de la TMAR antes de impuestos de 8%.

18.4 Una compañía manufacturera necesita 1 000 metros cuadrados de espacio para almacenamiento. Una opción es la compra de un terreno por \$80 000 y la construcción de un edificio provisional de metal a razón de \$70 por metro cuadrado. El presidente espera vender la tierra por \$100 000 y el edificio

por \$20 000 dentro de 3 años. La otra opción es arrendar espacio por \$2.50 el metro cuadrado por mes pagadero al principio de cada año. La TMAR es 20%. Utilice un análisis de valor presente entre las alternativas de construir y arrendar para determinar la sensibilidad de la decisión, si los costos de construcción caen 10% y los costos de arrendamiento se incrementan a \$2.75 el metro cuadrado por mes.

18.5 Custom Baths & Showers diseñó un nuevo sistema de demostración. Para los datos mostrados, determine la sensibilidad de la tasa de rendimiento a la cantidad del gradiente de ingreso G para valores desde \$1 500 hasta \$2 500. Si la TMAR es de 18% anual, ¿esta variación en el gradiente de ingresos afectaría la decisión para construir el sistema de demostración? Trabaje este problema *a)* a mano y *b)* por computadora.

$P = \$74\,000 \qquad n = 10 \text{ años} \qquad S = 0$

Gastos: \$30 000 el primer año, con incrementos de \$3 000 por año en lo sucesivo

Ingresos: \$63 000 el primer año, con decrementos de G anual en lo sucesivo

18.6 Considere los dos sistemas de aire acondicionado detallados a continuación.

	Sistema 1	Sistema 2
Costo inicial, \$	-10 000	-17 000
Costo de operación anual, \$/año	-600	-150
Valor de salvamento, \$	-100	-300
Costo de un nuevo compresor y motor en la mitad de la vida, \$	-1 750	-3 000
Vida, años	8	12

Utilice un análisis de VA para determinar la sensibilidad de la decisión económica a los valores de la TMAR de 4%, 6% y 8%. Re-

presente gráficamente la curva de sensibilidad. Trabaje este problema *a)* a mano y *b)* por computadora.

- 18.7** Clint y Anne planean comprar una casa de fin de semana, o un tráiler de viaje y un vehículo de tracción en las cuatro ruedas para jalar el tráiler durante las vacaciones. Ellos han encontrado una extensión de 5 acres con una casa pequeña a 25 millas de su casa. Les costará \$130 000 y estiman que pueden vender el lugar por \$145 000, dentro de 10 años, cuando sus hijos crezcan. Los costos de seguro y mantenimiento se estiman en \$1 500 por año, aunque se espera que este lugar de fin de semana permita a la familia ahorrar \$150 por cada día que no salgan de vacaciones. La pareja estima que, aunque la cabaña se encuentra a sólo 25 millas de la casa, tendrán que viajar 50 millas diarias cuando estén en la cabaña, mientras trabajan en ella y visitan vecinos y eventos locales. En promedio, su automóvil recorre 30 millas por galón de gasolina.

La combinación de remolque y vehículo costaría \$75 000 y podría venderse por \$20 000 dentro de 10 años. Los costos de seguro y de operación promediarán \$1 750 anuales, aunque se espera que esta alternativa ahorre \$125 por día de vacación. En vacaciones normales, ellos viajan 300 millas cada día. El rendimiento en millas por galón para el vehículo y el remolque se estiman al 60% del auto de familia. Suponga que los costos de gasolina son de \$1.20 por galón. El dinero destinado para dicha compra está invertido actualmente y gana un promedio de 10% por año.

- Calcule el número de equilibrio de días de vacaciones por año para los dos planes.
- Determine la sensibilidad de VA para cada plan si el tiempo de vacaciones puede variar hasta $\pm 40\%$ del número de equilibrio.

- Si Anne acaba de iniciar en un nuevo empleo y tendrá sólo 14 días durante los años cercanos, ¿cuál alternativa es menos costosa?

- 18.8** *a)* Calcule manualmente y elabore una gráfica de la sensibilidad de la tasa de rendimiento *versus* la tasa de interés de un bono a 15 años de \$50 000 que se ofrece por \$42 000 con pago de intereses trimestrales sobre el mismo. Considere tasas de 5%, 7% y 9% para el bono. *b)* Utilice el análisis de hoja de cálculo para resolver este problema.

- 18.9** Se le ha ofrecido a Leona una oportunidad de inversión que requerirá un desembolso de efectivo de \$30 000 ahora para una entrada de efectivo de \$3 500 por cada año de inversión. Sin embargo, ella debe determinar ahora el número de años que piensa conservar la inversión. Adicionalmente, si se conserva la inversión durante 6 años, se devolverá \$25 000 a los inversionistas; pero después de 10 años se anticipa que se devolverá sólo \$15 000 y después de 12 años se estima que devolvería \$8 000. Si actualmente el dinero tiene un valor de 8% anual, ¿la decisión es sensible al periodo de retención?

- 18.10** Un activo cuesta \$8 000 y tiene una vida máxima de 15 años. Se espera que su COA sea de \$500 el primer año y aumente por un gradiente aritmético G entre \$60 y \$140 anual en lo sucesivo. Determine la sensibilidad de la vida económica del servicio respecto al gradiente de costo en incrementos de \$40, y grafique los resultados sobre la misma gráfica. Use una tasa de interés de 5% anual.

- 18.11** Para los planes A y B elabore la gráfica de sensibilidad de los valores de VP al 20% anual, para el rango -50% a $+100\%$, de las siguientes estimaciones puntuales para cada uno de los parámetros: *a)* costo inicial, *b)* COA y *c)* ingreso anual.

	Plan A	Plan B
Costo inicial, \$	-500 000	-375 000
COA, \$/año	-75 000	-80 000
Ingreso anual, \$/año	150 000	130 000
Valor de salvamento, \$	50 000	37 000
Vida esperada, años	5	5

18.12 Utilice una hoja de cálculo para determinar y representar mediante gráfica la sensibilidad de la tasa de rendimiento respecto a un cambio de $\pm 25\%$ en *a*) el precio de compra y *b*) el precio de venta para la siguiente inversión. Un ingeniero compró un auto antiguo por \$25 000 con el plan de realizar mejoras importantes y venderlo con una utilidad. Los gastos de mejoramiento fueron \$5 500 el primer año, \$1 500 el segundo año y \$1 300 el tercer año. Él vendió el auto después de 3 años por \$35 000.

18.13 Use una hoja de cálculo para representar, sobre una gráfica (similar a la figura 18.3), la sensibilidad de VA sobre el rango -30% a $+50\%$ de los parámetros *a*) costo inicial, *b*) COA y *c*) ingreso anual. Use una TMAR de 18% anual.

Proceso	Estimación
Costo inicial, \$	-80 000
Valor de salvamento, \$	10 000
Vida, años	10
COA, \$/año	-15 000
Ingreso anual, \$/año	39 000

18.14 Represente mediante gráfica la sensibilidad de lo que una persona estaría dispuesta a pagar ahora, por un bono de \$10 000 al 9% con vencimiento a 10 años, si hay un cambio de $\pm 30\%$ en *a*) el valor nominal, *b*) la tasa de dividendos o *c*) su tasa de rendimiento nominal deseada, que es de 8% anual compuesto semestralmente. Los dividendos del bono se pagan cada semestre.

Tres estimaciones

18.15 Un ingeniero debe decidir entre dos formas de bombear concreto a los pisos superiores de un edificio de oficinas de siete pisos que va a construirse. El plan 1 exige la compra de equipo por \$6 000, cuya operación cuesta entre \$0.40 y \$0.75 por tonelada métrica, con un costo muy probable de \$0.50 por tonelada métrica. El activo puede bombear 100 toneladas métricas diarias. Si se compra, el activo durará 5 años, no tendrá valor de salvamento y se utilizará entre 50 y 100 días al año. El plan 2 es una opción de arriendo de equipo, y se espera que cueste a la compañía \$2 500 anuales, con una estimación mínima de \$1 800 y una máxima de \$3 200 anuales. Además, se incurrirá en un costo laboral extra de \$5 por hora para manejar el equipo arrendado durante 8 horas diarias. Represente mediante gráfica el VA de cada plan *versus* el costo de operación anual total o costo de arriendo al $i = 12\%$. ¿Qué plan debe recomendar el ingeniero si la estimación más probable de uso es *a*) 50 días al año y *b*) 100 días al año?

18.16 Una planta empacadora de carne debe decidir entre dos formas de enfriar jamones cocinados. Mediante atomizador se enfrían a 30°C utilizando aproximadamente 80 litros de agua para cada jamón. El método de inmersión emplea 40 litros por cada jamón, aunque se estima un costo inicial extra por equipo de \$2 000 y costos de mantenimiento extra de \$100 anuales durante la vida de 10 años. Se cocinan 10 millones de jamones por año y el agua cuesta \$0.12 por 1 000 litros. Otro costo es \$0.04 por 1 000 litros para tratamiento de agua residual, que se requiere para cualquier método. La TMAR es 15% anual.

Si se selecciona el método de atomizador, la cantidad de agua utilizada puede variar de un valor optimista de 40 litros a un valor pesimista de 100 litros, siendo 80 litros la cantidad más probable. La técnica

de inmersión siempre utiliza 40 litros por jamón. ¿Cómo afectará la decisión económica este uso variable del agua para el método del atomizador?

- 18.17** Cuando la economía del país se está expandiendo, la firma AB Investment Company es optimista y espera una TMAR de 15% para las nuevas inversiones. Sin embargo, en una economía en recesión el rendimiento esperado es de 8%. Por lo general se requiere un rendimiento de 10%. Una economía en expansión hace que la estimación de vida de los activos se reduzca en cerca de 20%, y una economía en recesión hace que los valores de n aumenten alrededor de 10%. Grafique la sensibilidad del valor presente *versus* a) la TMAR y b) los valores de las vidas para los dos planes detallados a continuación, utilizando las estimaciones más probables para los demás factores. c) Considerando todos sus análisis, ¿en qué escenario, de existir, debería rechazarse el plan M o el plan Q?

	Plan M	Plan Q
Inversión inicial, \$	-100 000	-110 000
Flujo de efectivo, \$/año	+15 000	+19 000
Vida, años	20	20

Valor esperado

- 18.18** Calcule la tasa de flujo esperada para cada pozo petrolero usando las siguientes estimaciones de probabilidad.

	Flujo esperado, barriles/día			
	100	200	300	400
Pozo norte	0.15	0.75	0.10	—
Pozo este	0.35	0.15	0.45	0.05

- 18.19** Existen cuatro estimaciones efectuadas para el tiempo de ciclo anticipado para producir

un subcomponente. Las estimaciones, en segundos, son 10, 20, 30 y 70. a) Si se coloca igual peso sobre cada estimación, ¿cuál es el tiempo esperado para planearlo? b) Si se rechaza el tiempo mayor, estime el tiempo esperado. ¿Parece que la estimación mayor aumenta significativamente el valor esperado?

- 18.20** La variable Y se define como 3^n para $n = 1, 2, 3, 4$ con probabilidades de 0.4, 0.3, 0.233 y 0.067, respectivamente. Determine el valor esperado de Y .

- 18.21** Se espera que el valor del COA para una alternativa sea uno de dos valores. Su compañera de oficina le dijo a usted que el valor inferior es de \$2 800 anuales. Si sus cálculos muestran una probabilidad de 0.75 para el valor superior y un valor esperado de COA de \$4 575, ¿cuál es el valor de COA superior utilizado en el cálculo del COA promedio?

- 18.22** Un total de 40 propuestas diferentes fueron evaluadas por el Comité de Desarrollo e Investigación Industrial durante el año pasado. Se aprobaron 20. Las estimaciones de tasa de rendimiento se resumen a continuación con los valores i^* redondeados al entero más cercano. Para las propuestas aceptadas, calcule la tasa de rendimiento esperada $E(i)$.

Propuesta tasa de rendimiento, %	Número de propuestas
-8	1
-5	1
0	5
5	5
8	2
10	3
15	3
	20

- 18.23** Starbreak Foods ha realizado un análisis económico para una propuesta de servicio

en una nueva región del país. Se ha utilizado el enfoque de tres estimaciones en el análisis de sensibilidad. Se espera que las estimaciones optimistas y pesimistas ocurran con una probabilidad de 15%. Emplee los VA que se muestran para calcular el VA esperado.

	Optimista	Más probable	Pesimista
Valor VA, \$	+300 000	+50 000	-25 000

- 18.24** a) Determine el valor presente esperado de la siguiente serie de flujo de efectivo, si cada serie puede ocurrir con la probabilidad que aparece en el encabezado de cada columna. Sea $i = 20\%$ anual.
- b) Determine el VA esperado para la misma serie de flujo de efectivo.

Año	Flujo de efectivo anual, \$/año		
	Prob. = 0.5	Prob. = 0.2	Prob. = 0.3
0	-5 000	-6 000	-4 000
1	1 000	500	3 000
2	1 000	1 500	1 200
3	1 000	2 000	-800

- 18.25** Un muy exitoso club de salud y recreación desea construir un refugio de montaña para escalamiento y ejercicio exterior al servicio de sus clientes. Debido a su ubicación, existe un 30% de probabilidad de una temporada de 120 días con buen clima exterior, un 50% de probabilidad de una temporada de 150 días y un 20% de probabilidad de una temporada de 165 días. La montaña se usará por un estimado de 350 personas cada día de la temporada de 4 meses (120 días), pero por sólo 100 diarias por cada día adicional que dure la temporada. La propuesta costará \$375 000 para construir y requerirá un trabajo de remodelación de \$25 000 cada 4 años; además, el costo de seguros y mantenimiento será de \$56 000 anuales. La ta-

rifa de escalada será de \$5 por persona. Si se anticipan una vida de 10 años y un rendimiento de 12% anual, determine si la expansión está económicamente justificada.

- 18.26** El dueño de la firma Ace Roofing puede invertir \$200 000 en equipo nuevo. Se anticipa una vida de 6 años y un valor de salvamento de 12% del costo inicial. El ingreso anual extra dependerá del estado de la industria de la vivienda y la construcción. Se espera que el ingreso adicional sea solamente de \$20 000 anuales si continúa la depresión actual en la industria. Los especialistas de bienes raíces estiman una probabilidad de 50% de que la depresión persista 3 años y le dan una probabilidad de 20% de que continúe durante otros 3 años más. Sin embargo, si el mercado deprimido mejora, ya sea durante el primero o el segundo periodo de 3 años, se espera que el ingreso de la inversión aumente \$35 000 anualmente. ¿La compañía puede esperar obtener un rendimiento de 8% anual sobre su inversión? Utilice el análisis de valor presente.

- 18.27** Jeremy tiene \$5 000 para invertir. Si pone el dinero en un certificado de depósito (CD), tiene la certeza de recibir 6.35% efectivo anual durante 5 años. Si invierte el dinero en acciones, tiene una posibilidad 50-50 de una de las siguientes secuencias de flujos de efectivo para los próximos 5 años.

Año	Flujo de efectivo anual, \$/año	
	Prob. = 0.5	Prob. = 0.5
	Acciones 1	Acciones 2
0	-5 000	-5 000
1-4	+250	+600
5	+6 800	+4 000

Finalmente, Jeremy puede invertir sus \$5 000 en bienes raíces durante 5 años con el siguiente flujo de efectivo y estimaciones de probabilidad.

Año	Flujo de efectivo anual, \$/año		
	Prob. = 0.3	Prob. = 0.5	Prob. = 0.2
0	-5 000	-5 000	-5 000
1	-425	0	+500
2	-425	0	+600
3	-425	0	+700
4	-425	0	+800
5	+9 500	+7 200	+5 200

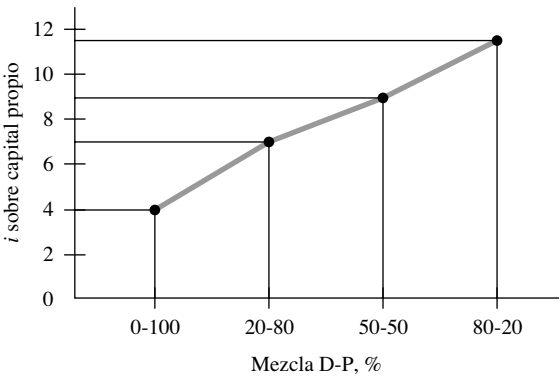
¿Cuál de las tres oportunidades de inversión ofrece la mejor tasa de rendimiento esperada para Jeremy?

18.28 La firma California Company tiene \$1 millón en un fondo de inversión que la junta directiva piensa situar en proyectos con mezclas diferentes D-P (Deuda/Capital propio), que varían de 20-80 a 80-20. Para ayudar con la decisión, la gráfica que aparece a continuación, preparada por el director financiero, de las tasas de rendimiento anual estimado actual del capital propio (i sobre el capital propio) *versus* diversas combinaciones D-P que se utilizarán. Todas las inversiones serán por 10 años sin flujos de efectivo intermedios que entren o salgan de los proyectos. La propuesta aprobada por la junta es invertir de la siguiente manera:

Mezcla D-P	20-80	50-50	80-20
Porcentaje del grupo	30%	50%	20%

- a) ¿Cuál es la estimación actual de la tasa de rendimiento anual esperada sobre el capital propio de la compañía para las inversiones de \$1 millón después de 10 años?
- b) ¿Cuál es la cantidad real de capital propio invertido ahora y cuál es la cantidad total esperada dentro de 10 años para el plan de inversión aprobado por la junta?
- c) Si se espera que la inflación promedie 4.5% al año durante el próximo periodo de 10 años, determine tanto las tasas de

interés reales a las cuales los fondos de inversión propios crecerán, así como el poder de compra en términos de dólares de hoy (valor constante) de la cantidad real acumulada después de 10 años.



18.29 Un hotel en Cedar Falls debe construir un muro de contención cerca de su estacionamiento, debido a la ampliación de la avenida principal de la ciudad, ubicada justo frente al hotel. La cantidad de lluvia experimentada en un breve periodo de tiempo puede provocar daño en cantidades diversas, y el costo de la pared aumentará de acuerdo a la finalidad de proteger contra mayores y más rápidas lluvias. Las probabilidades de una cantidad específica de lluvia en un periodo de 30 minutos y estimaciones de costo de la pared son las siguientes:

Lluvia, pulgadas/30 minutos	Probabilidad de lluvias mayores	Costo inicial estimado de la pared, \$
2.0	0.3	200 000
2.25	0.1	225 000
2.5	0.05	300 000
3.0	0.01	400 000
3.25	0.005	450 000

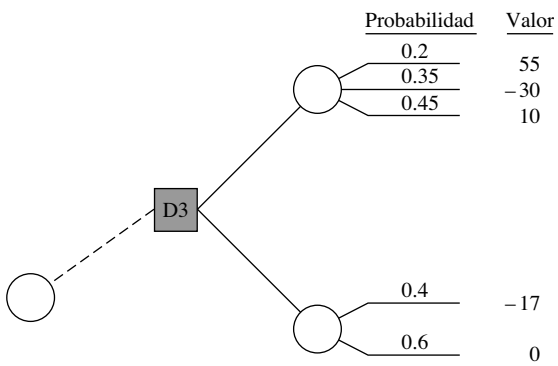
La pared se financiará a través de un préstamo al 6% anual sobre la cantidad total que

se reembolsará al término de un periodo de 10 años.

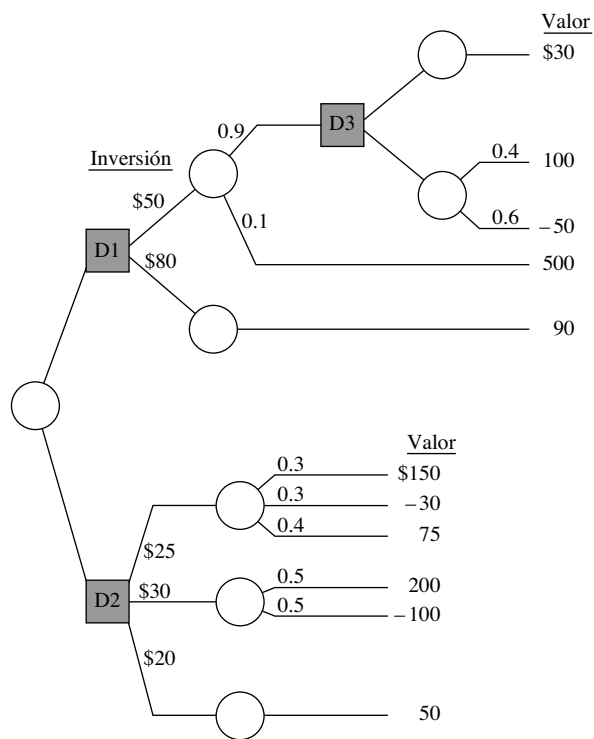
Los registros indican que un daño promedio de \$50 000 ha ocurrido con lluvias fuertes, debido a las relativamente pobres propiedades cohesivas del suelo a lo largo de la avenida principal. Se aplica una tasa de descuento de 6% anual. Encuentre la cantidad de lluvia contra la que se debe proteger mediante la elección de la pared con VA más bajo durante el periodo de 10 años.

Árboles de decisiones

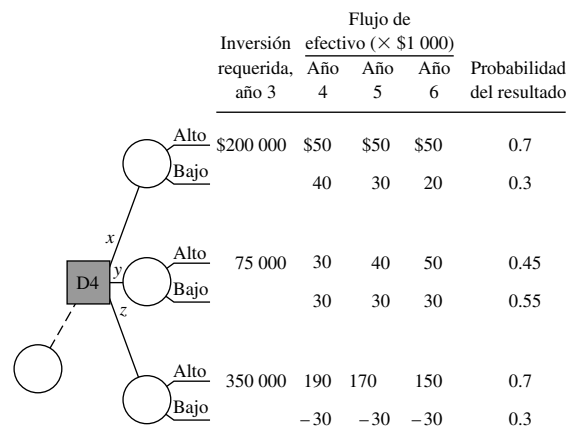
18.30 Para la rama del árbol de decisiones que se muestra, determine los valores esperados de los dos resultados si ya se ha seleccionado la decisión D3 y se busca el valor de resultado máximo. (Esta rama de decisión forma parte de un árbol más grande.)



18.31 Un árbol de decisiones grande tiene una rama de resultados que se detalla para este problema. Si las decisiones D1, D2 y D3 son todas opciones en un periodo de 1 año, encuentre la ruta de decisión que maximiza el valor del resultado. Las inversiones específicas en dólares necesarias para los nodos de decisión D1, D2 y D3 se indican en cada rama.



18.32 La decisión D4, que tiene 3 resultados posibles (x, y o z), debe tomarse en el año 3 de un periodo de estudio de 6 años con la finalidad de maximizar el valor esperado del valor presente. Utilizando una tasa de rendimiento de 15% anual, la inversión requerida en el año 3 y el flujo de efectivo esti-



mado para los años 4 a 6, determine qué decisión debería tomarse en el año 3. (Este nodo de decisión forma parte de un árbol más grande.)

- 18.33** En una línea de ensamble final se necesita anualmente un total de 5 000 subensambles mecánicos, los cuales pueden obtenerse en una de tres formas: 1) *Hacerlos* en una de las tres plantas propiedad de la compañía; 2) *comprarlos en el almacén* del único fabricante, o 3) *mandarlos fabricar* de

acuerdo con especificaciones a un contratista.

El costo estimado anual para cada alternativa depende de las circunstancias específicas de la planta, el productor o el contratista. Las circunstancias se detallan en la siguiente información, junto con una probabilidad de ocurrencia y el costo anual estimado. Construya y resuelva un árbol de decisiones para determinar la alternativa de menor costo para proporcionar los subensambles.

Alternativa de decisión	Resultados	Probabilidad	Costo anual para 5 000 unidades, \$/año
1. Fabricar	Planta:		
	A	0.3	250 000
	B	0.5	400 000
	C	0.2	350 000
2. Comprar hecho	Cantidad:		
	<5 000, paga prima	0.2	550 000
	5 000 disponibles	0.7	250 000
	>5 000, obligado a comprar	0.1	290 000
3. Mandarlos fabricar	Entrega:		
	Entrega oportuna	0.5	175 000
	Entrega tardía; comprar entonces al fabricante	0.5	450 000

- 18.34** El presidente de ChemTech está tratando de decidir si debe empezar una nueva línea de producto o comprar una pequeña compañía. Financieramente, no es posible hacer las dos cosas. Fabricar el producto durante un periodo de 3 años requerirá una inversión inicial de \$250 000. Los flujos de efectivo anuales esperados con las probabilidades en paréntesis son: \$75 000 (0.5), \$90 000 (0.4) y \$150 000 (0.1).

Comprar la pequeña compañía costará \$450 000 ahora. Los estudios de mercado indican una probabilidad de 55% de mayores ventas para la compañía, y una probabilidad de 45% de disminuciones severas con un flujo de efectivo anual de \$25 000.

Si se experimentan disminuciones en el primer año, la compañía venderá inmediatamente (durante el año 1) a un precio de \$200 000. Las mayores ventas podrían ser de \$100 000 los dos primeros años. Si esto ocurre, se considerará una decisión de expandirse dos años después con una inversión adicional de \$100 000. Esta inversión podría generar flujos de efectivo con las siguientes probabilidades: \$120 000 (0.3), \$140 000 (0.3), y \$175 000 (0.4). Si no se elige la expansión, se mantendrá el tamaño actual para que continúen las ventas previstas.

Suponga que no hay valores de salvamento en ninguna de las inversiones. Uti-

lice la descripción anterior y un rendimiento anual de 15% para hacer lo que se indica:

- a) Construya un árbol de decisiones con todos los valores y probabilidades mostrados.
- b) Determine los VP esperados en el nodo de decisión de “expansión/sin expansión” después de dos años, siempre y cuando las ventas hayan crecido.
- c) Determine cuál decisión debería tomarse ahora para ofrecer el mayor rendimiento posible para ChemTech.
- d) Explique en sus palabras lo que sucedería a los valores esperados en cada nodo de decisiones, si se extiende el horizonte de planeación más de tres años, y todos los valores del flujo de efectivo continúan en la forma pronosticada en la descripción.

EJERCICIO AMPLIADO

ANÁLISIS DE ALTERNATIVAS DESDE DIFERENTES ÁNGULOS

Berkshire Controllars generalmente financia sus proyectos de ingeniería con una combinación de deuda y de capital propio. Los rangos resultantes de la TMAR van desde un bajo 8% anual, si el negocio avanza lento, hasta uno alto de 15% anual. Por lo común, se espera un rendimiento de 10% anual. Además, las estimaciones de vida para los activos tienden a disminuir aproximadamente 20% de lo normal en un ambiente de negocios vigoroso, y tienden a aumentar en un 10% en una economía en recesión. Las siguientes estimaciones son los valores más probables para dos planes que actualmente se están evaluando. Use estos datos y una hoja de cálculo para responder a las preguntas siguientes.

		Plan B	
	Plan A	Activo 1	Activo 2
Costo inicial, \$	-10 000	-30 000	-5 000
COA, \$ por año	-500	-100	-200
Valor de salvamento, \$	1 000	5 000	-200
Vida estimada, años	40	40	20

Preguntas

- 1. ¿Los valores de VP para los planes A y B son sensibles a los cambios en la TMAR?
- 2. ¿Los valores de VP son sensibles para las variaciones en las estimaciones de vida?
- 3. Bosqueje los resultados anteriores en gráficas separadas para TMAR y vida estimada.
- 4. ¿El punto de equilibrio para el costo inicial del plan A es sensible a los cambios en la TMAR conforme el negocio pasa de vigoroso a recesivo?

ESTUDIO DE CASO

ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD EN PROYECTOS DEL SECTOR PÚBLICO: PLANES DE SUMINISTRO DE AGUA

Introducción

Uno de los servicios básicos proporcionados por los gobiernos municipales es el suministro confiable y seguro de agua. A medida que las ciudades crecen y extienden sus límites a las áreas periféricas, con frecuencia heredan sistemas de agua que no fueron construidos de acuerdo con la normatividad de la ciudad. Algunas veces, el mejoramiento de estos sistemas resulta más costoso que instalar uno adecuado desde el principio. Para evitar tales problemas, los funcionarios de la ciudad en ocasiones instalan sistemas de agua que sobrepasan los límites existentes de la ciudad, anticipándose así al crecimiento futuro. Este estudio de caso fue extraído de un plan de manejo de agua y de aguas residuales a lo largo del país, y se limita sólo a algunas de las alternativas de suministro de agua.

Procedimiento

De entre una docena de planes sugeridos, se desarrollaron cinco métodos por un comité ejecutivo como formas alternativas para suministrar agua al área de estudio. Tales métodos se sometieron después a una evaluación preliminar para identificar las alternativas más prometedoras. En la calificación inicial se utilizaron seis factores: capacidad para atender el área, costos relativos, factibilidad de ingeniería, aspectos institucionales, consideraciones ambientales y requisito de tiempo de entrega. Cada factor llevó la misma ponderación y tuvo valores que oscilaron entre 1 y 5, siendo 5 el mejor. Después de haber identificado las tres alternativas principales, cada una estuvo sujeta a una evaluación económica detallada para elegir la mejor de ellas. Las evaluaciones detalladas incluyeron una estimación del capital invertido de cada alternativa, amortizado en 20 años a un interés de 8% anual y los costos anuales de mantenimiento y operación (M&O). El costo anual (un valor VA) se dividió luego entre la población atendida para llegar al costo mensual por vivienda.

Resultados de la búsqueda preliminar

La tabla 18.5 presenta los resultados de la búsqueda utilizando los seis factores de calificación en una escala de 1 a 5. Se determinó que las alternativas 1A, 3 y 4 fueron las tres mejores y se eligieron para posterior evaluación.

Estimaciones de costos detalladas para alternativas selectas

Todos los montos son costos estimados.

Alternativa 1A

Costo de capital

Terreno con servicio de agua:

1 720 hectáreas

@ \$5 000 por hectárea \$8 600 000

Planta de tratamiento principal 2 560 000

Estación de propulsión en la planta 221 425

Represa en la estación de propulsión 50 325

Costo del lugar 40 260

Línea de transmisión desde el río 3 020 000

Derecho de vía, línea de transmisión 23 350

Lechos de filtración 2 093 500

Tubería para lechos de filtración 60 400

Pozos de producción 510 000

Sistema de recolección del campo 77 000

Sistema de distribución 1 450 000

Sistema de distribución adicional 3 784 800

Represas 250 000

Lugar de represas, terreno

y desarrollo 17 000

Subtotal \$22 758 060

Ingeniería y contingencias 5 641 940

Inversión total de capital \$28 400 000

Costos anuales de mantenimiento y operación

Bombeo de 9 812 610 kWh por año

@ \$0.08 por KWH \$785 009

TABLA 18.5 Resultados de los seis factores de evaluación para cada alternativa, estudio de caso

Alternativa	Descripción	Factores						Total
		Capacidad para abastecer el área	Costo relativo	Factibilidad de ingeniería	Aspectos institucionales	Consideraciones ambientales	Requerimiento de entrega a tiempo	
1A	Recibir agua de la ciudad y recargar pozos	5	4	3	4	5	3	24
3	Planta conjunta para ciudad y condado	5	4	4	3	4	3	23
4	Planta de tratamiento para condado	4	4	3	3	4	3	21
8	Desalar aguas freáticas	1	2	1	1	3	4	12
12	Desarrollar agua militar	5	5	4	1	3	1	19

Costo de operación fijo	180,520
Costo de operación variable	46 730
Impuestos para derechos de agua	48 160
Costos total anual de M&O	\$1 060 419

$$\begin{aligned}
 \text{Costos anuales totales} &= \text{inversión de capital} \\
 &\quad \text{equivalente} + \text{costo de} \\
 &\quad \text{M\&O} \\
 &= 28\,400\,000(A/P, 8\%, 20) \\
 &\quad + 1\,060\,419 \\
 &= 2\,892\,540 + 1\,060\,419 \\
 &= \$3\,952\,959
 \end{aligned}$$

El costo promedio mensual por vivienda para atender el 95% de 4 980 viviendas es:

$$\begin{aligned}
 \text{Costo por vivienda} &= (3\,952\,959) \frac{1}{12} \frac{1}{4\,980} \frac{1}{0.95} \\
 &= \$69.63 \text{ por mes}
 \end{aligned}$$

Alternativa 3

$$\begin{aligned}
 \text{Inversión total de capital} &= \$29\,600\,000 \\
 \text{Costo de M\&O anual total} &= \$867\,119 \\
 \text{Costo anual total} &= 29\,600\,000(A/P, 8\%, \\
 &\quad 20) + 867\,119 \\
 &= 3\,014\,760 + 867\,119 \\
 &= \$3\,881\,879 \\
 \text{Costo por vivienda} &= \$68.38 \text{ por mes}
 \end{aligned}$$

Alternativa 4

$$\begin{aligned}
 \text{Costo de capital total} &= \$29\,000\,000 \\
 \text{Costo de M\&O anual total} &= \$1\,063\,449 \\
 \text{Costo anual total} &= 29\,000\,000(A/P, 8\%, \\
 &\quad 20) + 1\,063\,449 \\
 &= 2\,953\,650 + 1\,063\,449 \\
 &= \$4\,017\,099 \\
 \text{Costo por vivienda} &= \$70.76 \text{ por mes}
 \end{aligned}$$

Conclusión

Con base en el costo por vivienda mensual más bajo, la alternativa 3 (una planta conjunta para la ciudad y el condado) resulta la más atractiva económicamente.

Ejercicios del estudio de caso

1. Si el factor de consideraciones ambientales era dar una ponderación del doble de cualquiera de los cinco factores restantes, ¿cuál sería su ponderación porcentual?
2. Si los factores capacidad de suministro del área y costo relativo pesaran 20%, y los cuatro factores restantes, 15% cada uno, ¿qué alternativas calificarían dentro de las tres primeras?
3. ¿En cuánto tendría que disminuir la inversión de capital de la alternativa 4 para hacerla más atractiva que la alternativa 3?
4. Si la alternativa 1A atendiera el 100% de las viviendas en lugar del 95%, ¿en cuánto tendría que disminuir el costo mensual por vivienda?
5. a) Realice un análisis de sensibilidad sobre los dos parámetros de los costos de M&O y el número de hogares para determinar si la alternativa 3 sigue siendo la mejor elección económica. En la tabla 18.6 se realizan tres estimaciones para cada parámetro. Los costos de M&O pueden variar hacia arriba (pesimista) o hacia abajo (optimista) desde la estimación más probable presentada en la formulación del caso. El número estimado de hogares (4 980) se determina como la estimación pesimista. Un crecimiento de 2 a 5% (optimista) tenderá a disminuir el costo mensual por hogar.
b) Considere el costo mensual por hogar para la alternativa 4, la estimación optimista. El número de hogares está 5% sobre 4 980, es decir, 5 230. ¿Cuál es el número de hogares que tendrían que estar disponibles, con la finalidad de que esta opción sólo tenga exactamente el mismo costo mensual por hogar que la alternativa 3 en la estimación optimista de 5 230 hogares?

TABLA 18.6 Estimaciones pesimista, más probable y optimista para dos parámetros

	Costos de M&O anuales	Número de hogares
Alternativa 1A		
Pesimista	+1%	4 980
Más probable	\$1 060 419	+2%
Optimista	-1%	+5%
Alternativa 3		
Pesimista	+5%	4 980
Más probable	\$867 119	+2%
Optimista	0%	+5%
Alternativa 4		
Pesimista	+2%	4 980
Más probable	\$1 063 449	+2%
Optimista	-10%	+5%

19

CAPÍTULO

Más sobre variaciones y toma de decisiones bajo riesgo

En este capítulo se amplía nuestra capacidad para analizar variaciones de estimaciones, considerar la probabilidad y tomar decisiones bajo riesgo. Las bases analizadas incluyen distribuciones de probabilidades, en especial sus gráficas y propiedades de valor esperado y de dispersión; muestreo aleatorio, y el uso de simulación para considerar las variaciones en los estudios de ingeniería económica.

Aunque elemental en su cobertura de variaciones y probabilidad, este capítulo presenta enfoques adicionales a los temas analizados en las primeras secciones del capítulo 1: el papel de la ingeniería económica en la toma de decisiones y el uso del análisis económico en el proceso de solución de problemas. Dichas técnicas consumen más tiempo que el uso de estimaciones realizadas con certidumbre, de manera que deberían utilizarse para los parámetros considerados esenciales.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Objetivo general: aprender a incorporar la toma de decisiones bajo riesgo a los análisis de ingeniería económica utilizando los fundamentos de las distribuciones de probabilidad, el muestreo y la simulación.

Certidumbre y riesgo

Variables y distribuciones

Muestra aleatoria

Promedio y dispersión

Monte Carlo y simulación

Este capítulo ayudará al lector a:

1. Comprender los diferentes enfoques para la toma de decisiones bajo certidumbre y bajo riesgo.
2. Construir la distribución de probabilidad y la distribución acumulativa para una variable.
3. Desarrollar una muestra aleatoria a partir de la distribución acumulativa de una variable.
4. Estimar el valor esperado y la desviación estándar de una población a partir de una muestra aleatoria.
5. Utilizar el muestreo Monte Carlo y el enfoque de simulación para seleccionar una alternativa.

19.1 INTERPRETACIÓN DE CERTIDUMBRE, RIESGO E INCERTIDUMBRE

Todas las cosas en el mundo varían, unas con respecto a otras, a través del tiempo y con entornos diferentes. Se garantiza que ocurrirán variaciones en la ingeniería económica debido a su énfasis en la toma de decisiones para el futuro. Excepto para el uso del análisis del punto de equilibrio, el análisis de sensibilidad y una introducción muy breve a los valores esperados, prácticamente todas las estimaciones aquí desarrolladas han sido *ciertas*; es decir, no se han ingresado variaciones en las cantidades dentro de los cálculos de VP, VA, TR, o de cualquier relación utilizada. Por ejemplo, la estimación de que el flujo de efectivo del año próximo será de \$+4 500 es de certidumbre. La certidumbre, por supuesto, no está presente ahora en el mundo real y con seguridad no lo estará en el futuro. Se pueden observar resultados con un alto grado de certidumbre, pero incluso ello depende de la exactitud y precisión de la escala o del instrumento de medición.

El hecho de permitir que un parámetro de un estudio de ingeniería económica varíe implica que se introducen riesgo, y posiblemente, incertidumbre.

Riesgo. El riesgo está presente cuando se anticipa que habrá dos o más valores observables para un parámetro y es posible estimar la probabilidad de que cada valor ocurra. Como ilustración, la toma de decisiones bajo riesgo se presenta cuando una estimación de flujo de efectivo anual tiene 50-50 de probabilidad de ser o \$-1 000 o \$+500. Por lo tanto, prácticamente toda toma de decisiones se realiza *bajo riesgo*.

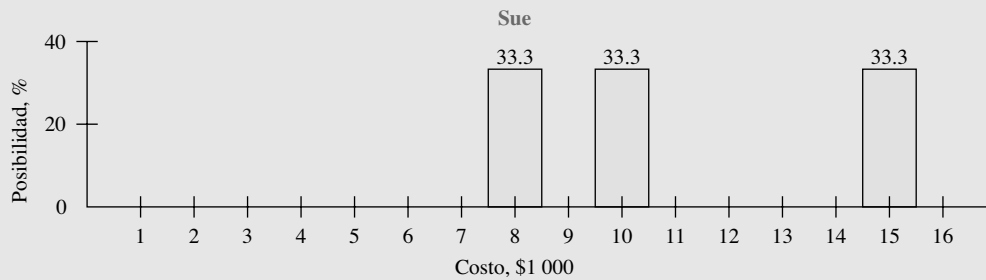
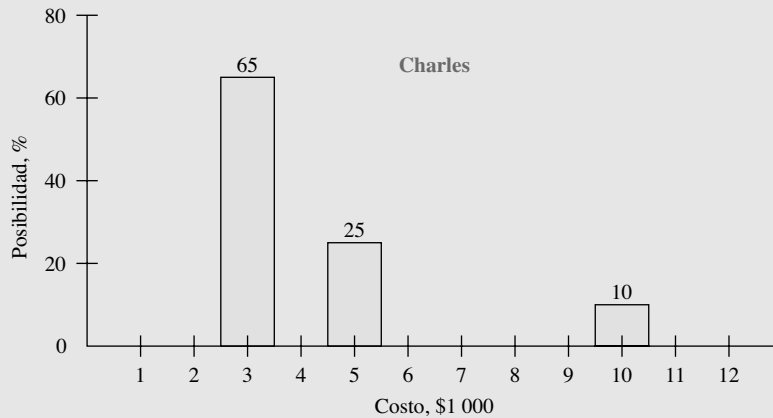
Incertidumbre. La toma de decisiones bajo incertidumbre significa que hay dos o más valores observables, aunque las probabilidades de su ocurrencia no pueden estimarse o nadie está dispuesto a asignar las posibilidades. En el análisis de incertidumbre con frecuencia se hace referencia a los valores observables como *estados de la naturaleza*. Por ejemplo, considere que los estados de la naturaleza para la tasa de inflación nacional en un país específico durante los próximos 2 a 4 años, son: permanece baja, aumenta 5 a 10% cada año, o aumenta 20 a 50% anualmente. Si absolutamente no hay indicación de que los tres valores sean probables por igual, o de que uno es más probable que los otros, ésta es una afirmación que indica la toma de decisiones bajo incertidumbre.

El ejemplo 19.1 explica la forma como un parámetro puede describirse y representarse gráficamente para prepararse para la toma de decisiones bajo riesgo.

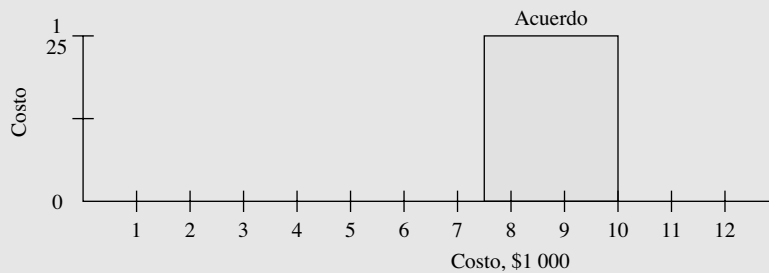
EJEMPLO 19.1

Charles y Sue son estudiantes de último año en una universidad y piensan casarse el próximo año. Con base en conversaciones con amigos recién casados, la pareja decidió hacer estimaciones separadas de lo que cada uno espera que costará la ceremonia, con la posibilidad de que cada estimación realmente observada se exprese como porcentaje. *a)* Sus estimaciones separadas se tabulan en la parte superior de la figura 19.1. Construya

Charles		Sue	
Costo estimado, \$	Posibilidad, %	Costo estimado,	Posibilidad, %
3 000	65	8 000	33.3
5 000	25	10 000	33.3
10 000	10	15 000	33.3



a) Valores específicos



b) Rango continuo

Figura 19.1Gráfica de las estimaciones de costo *versus* posibilidad

dos gráficas: una de los costos estimados de Charles *versus* sus estimaciones de posibilidad, y una para Sue. Formule comentarios sobre la forma de las gráficas, con respecto a cada una de ellas. *b)* Después de algún análisis ellos decidieron que el costo de la ceremonia deberá estar en algún punto entre \$7 500 y \$10 000. Todos los valores entre los dos límites son igualmente probables con una posibilidad de 1 en 25. Elabore una gráfica de estos valores *versus* la posibilidad.

Solución

- a)* La figura 19.1*a* presenta la gráfica para las estimaciones de Charles y Sue, con las escalas de costo alineadas. Sue espera que el costo sea considerablemente mayor del que espera Charles. Además, Sue asigna posibilidades iguales (o uniformes) a cada valor. Charles asigna una posibilidad mucho mayor a los valores de costo mínimo; el 65% de sus posibilidades se dedican a \$3 000 y solamente el 10% a \$10 000, que es la estimación de costo medio de Sue. Las gráficas muestran claramente las diferentes percepciones sobre los costos esperados para su matrimonio.
- b)* La figura 19.1*b* es la gráfica correspondiente a una posibilidad de 1 en 25 para el continuo de costos desde \$7 500 hasta \$10 000.

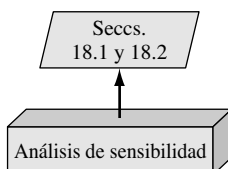
Comentario

Una diferencia significativa entre las estimaciones de costo en los incisos *a)* y *b)* estriba en los valores discretos y continuos. Charles y Sue primero realizaron estimaciones específicas, discretas, con las posibilidades asociadas con cada valor. La estimación en acuerdo que ellos alcanzaron es un rango continuo de valores desde \$7 500 hasta \$10 000 con alguna posibilidad asociada con cada valor entre estos límites. En la siguiente sección se presenta el término *variable* y se definen las dos clases de variables —*discretas* y *continuas*— que se estudian aquí.

Antes de iniciar un análisis de ingeniería económica, es importante decidir si el análisis se realizará con certidumbre para todos los parámetros o si se introducirá el riesgo. A continuación se presenta un resumen del significado y uso para cada tipo de análisis.

Toma de decisiones bajo certidumbre Se trata de lo que se realizó prácticamente en todos los análisis hasta el momento. Se efectúan e ingresan estimaciones deterministas en las expresiones de las medidas de valor (VP, VA, VF, TR, B/C) y la toma de decisiones se basa en los resultados. Los valores estimados pueden considerarse como los que ocurrirán más probablemente con toda la posibilidad ubicada en la estimación de un solo valor. Un ejemplo habitual es una estimación del costo inicial de un activo realizada con certidumbre, por ejemplo, $P = \$50\,000$. Una gráfica de P *versus* posibilidad tendrá la forma general de la figura 19.1*a* con una barra vertical en \$50 000 y 100% de posibilidad puesta en ésta. Con frecuencia se utiliza el término *determinista*, en lugar de certidumbre, cuando se usan en forma exclusiva estimaciones de un solo valor.

De hecho, el análisis de sensibilidad que usa diferentes valores de un estimado es simplemente otra forma de análisis con certidumbre, excepto que el análisis se repite para valores diferentes, *cada uno estimado con certidumbre*. Los valores resul-



tantes de las medidas de valor se calculan y se ilustran de manera gráfica para determinar la sensibilidad de la decisión a diferentes estimaciones para uno o más parámetros.

Toma de decisiones bajo riesgo Ahora formalmente se toma en cuenta el elemento de posibilidad. Sin embargo, es más difícil tomar una decisión clara porque el análisis intenta considerar la *variación*. Se permitirá que varíen uno o más parámetros en una alternativa. Las estimaciones se expresarán como en el ejemplo 19.1 o en formas un poco más complejas. En lo fundamental, hay dos formas de considerar el riesgo en un análisis:

Análisis del valor esperado. Utilice las posibilidades y las estimaciones de parámetro para calcular los valores esperados, $E(\text{parámetro})$, mediante fórmulas como la ecuación [18.2]. El análisis arroja series de $E(\text{flujo de efectivo})$, $E(\text{COA})$ y similares, y el resultado final es el valor esperado de una medida de valor, como $E(\text{VP})$, $E(\text{VA})$, $E(\text{TR})$, $E(\text{B/C})$. Para elegir la alternativa, se leccione el valor esperado más favorable de la medida de valor. En forma elemental, esto es lo aprendido sobre los valores esperados en el capítulo 18. Los cálculos pueden resultar más elaborados, aunque el principio es básicamente el mismo.

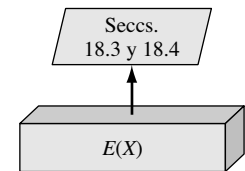
Análisis mediante simulación. Utilice las estimaciones de posibilidades y parámetros, para generar cálculos repetidos de la relación de la medida de valor, con el muestreo aleatorio de una gráfica para cada parámetro variable similar a aquellos de la figura 19.1. Cuando se completa una muestra representativa y aleatoria, se toma una alternativa utilizando una tabla o gráfica de los resultados. En general, las gráficas forman parte importante de la toma de decisiones mediante el análisis de simulación. Básicamente, éste es el enfoque analizado en el resto de este capítulo.

Toma de decisiones bajo incertidumbre. Cuando las posibilidades no se conocen para los estados de naturaleza (o valores) identificados de los parámetros inciertos, el uso de toma de decisiones con base en el valor esperado bajo riesgo antes esbozado no es una opción. En efecto, es difícil determinar cuál criterio utilizar aun para tomar la decisión.

Si fuera posible acordar que cada estado es igualmente probable, entonces todos los estados tendrían la misma posibilidad y la situación se reduce a una toma de decisiones bajo riesgo, ya que pueden determinarse los valores esperados.

Debido a los enfoques relativamente inconclusos y necesarios para incorporar la toma de decisiones bajo incertidumbre en un estudio de ingeniería económica, las técnicas llegan a ser bastante útiles, aunque están más allá del alcance de este texto.

En un análisis de ingeniería económica, así como en todas las otras formas de análisis y toma de decisiones, los valores de parámetro observados en el futuro variarán respecto del valor estimado en el momento del estudio. No obstante, cuando se realiza el análisis, no todos los parámetros deberán considerarse como proba-



bilísticos (o bajo riesgo). Aquellos que son estimables con un grado de certidumbre relativamente elevado deberían fijarse para el estudio. Por consiguiente, los métodos de muestreo, simulación y análisis de datos estadísticos se emplean selectivamente sobre los parámetros considerados importantes para el proceso de toma de decisiones. Como se mencionó en el capítulo 18, los parámetros con base en la tasa de interés (TMAR, otras tasas de interés e inflación), por lo general no se tratan como variables aleatorias en los análisis que vienen a continuación. Los parámetros como P , COA, n , S , costos de materiales y unitarios, ingresos, etcétera, son los objetivos en la toma de decisiones bajo riesgo y en la simulación. Por lo común, la variación anticipada y predecible en las tasas de interés está más encaminada por los enfoques del análisis de sensibilidad, cubierto en las dos primeras secciones del capítulo 18.

El resto de este capítulo se concentra en la toma de decisiones bajo riesgo en la forma aplicada a un estudio de ingeniería económica. Las siguientes tres secciones proporcionan la base material necesaria para diseñar y realizar correctamente un análisis de simulación (sección 19.5).

19.2 ELEMENTOS IMPORTANTES PARA LA TOMA DE DECISIONES BAJO RIESGO

Algunos fundamentos de probabilidad y estadística son esenciales para realizar correctamente la toma de decisiones bajo riesgo mediante el análisis del valor esperado o la simulación. Estas bases se explican aquí. (Si el lector ya está familiarizado con ellas, la presente sección le servirá de repaso.)

Variable aleatoria (o Variable) Es una característica o parámetro que puede tomar un valor cualquiera entre diversos valores. Las variables se clasifican como *discretas* o *continuas*. Las variables discretas tienen diversos valores aislados y específicos, mientras que las variables continuas pueden asumir cualquier valor entre dos límites establecidos, llamados *rangos* de la variable.

La vida estimada de un activo es una variable discreta. Como ejemplo, puede esperarse que n tenga los valores $n = 3, 5, 10$ o 15 años y no otros. La tasa de rendimiento es un ejemplo de una variable continua; i puede variar de -100% a ∞ es decir, $-100\% \leq i < \infty$. El rango de valores posibles para n (discreto) e i (continuo) se muestra en los ejes x de la figura 19.2a. (En los textos de probabilidad, las letras mayúsculas simbolizan una variable, por ejemplo X , y las letras minúsculas, x , identifican un valor específico de la variable. Aunque correcto, tal nivel de rigor en la terminología no se incluye en este capítulo.

Probabilidad Es un número entre 0 y 1.0 que expresa la probabilidad en forma decimal de que una variable aleatoria (discreta o continua) tome cualquier valor de aquellos identificados para ésta. La probabilidad es simplemente la cantidad de posibilidad, dividida entre 100. Por lo común, las probabilidades se identifican como $P(X_i)$ o $P(X = X_i)$, lo cual se lee como la probabilidad de que la variable X tome el valor de X_i . (En realidad, para una variable continua, la probabilidad de que tome un solo valor es cero, como se mostrará en un ejemplo posterior). La suma de todas las $P(X_i)$ para una variable debe ser 1.0, requisito ya analizado. La escala de probabilidad,

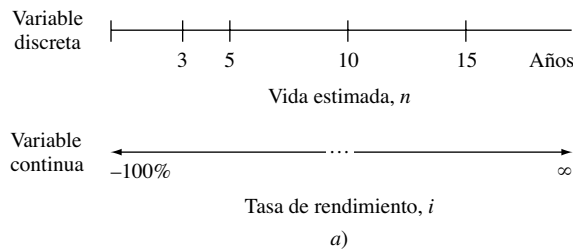
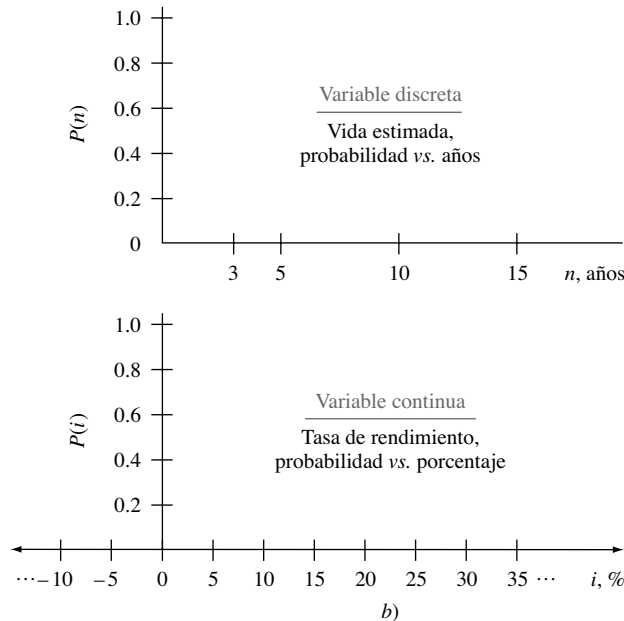


Figura 19.2
a) Escalas de variables discretas y continuas y b) escalas para una variable versus su probabilidad.

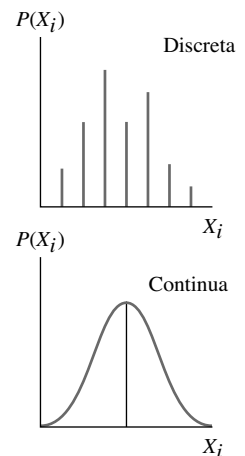


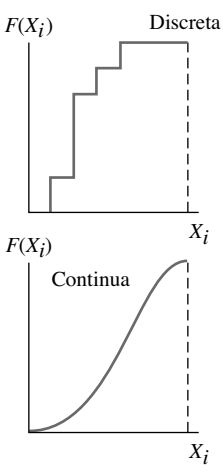
al igual que la escala porcentual para la posibilidad en la figura 19.1, se indica sobre la ordenada (eje y) de una gráfica. La figura 19.2b muestra el rango de probabilidad de 0 a 1.0 para las variables aleatorias n e i .

Distribución de la probabilidad Ésta describe la forma como se distribuye la probabilidad en los diferentes valores de una variable. Las distribuciones de variables discretas son significativamente diferentes de las distribuciones de variables continuas, como lo indica la gráfica inserta a la derecha. Los valores de probabilidad individual se expresan como

$$P(X_i) = \text{probabilidad de que } X \text{ sea igual a } X_i \quad [19.1]$$

La distribución puede desarrollarse en una de dos formas: enumerando cada valor de probabilidad para cada valor de variable posible (véase ejemplo 19.2), o mediante una descripción matemática o expresión que establezca la probabilidad en términos de los posibles valores de la variable (ejemplo 19.3).





Distribución acumulativa También llamada distribución de probabilidad acumulada, ésta es la acumulación de la probabilidad para todos los valores de una variable hasta un valor especificado e incluyéndolo. Identificado por $F(X_i)$, cada valor acumulado se calcula como

$$F(X_i) = \text{suma de todas las probabilidades hasta el valor } X_i$$
$$= P(X \leq dX_i) \quad [19.2]$$

Al igual que con una distribución de probabilidad, las distribuciones acumulativas aparecen en forma diferente para las variables discretas (escalonada) y continuas (curva suave). Los siguientes dos ejemplos ilustran las distribuciones acumulativas que corresponden a distribuciones específicas de probabilidad. En la siguiente sección se utilizan los aspectos aprendidos aquí sobre gráficas de $F(X_i)$ para desarrollar una muestra aleatoria.

EJEMPLO 19.2

Alvin es un médico e ingeniero biomédico graduado que practica en el Medical Center Hospital. Él está planeando iniciar la prescripción de un antibiótico que puede reducir las infecciones en los pacientes con lesiones en la piel. Las pruebas indican que el medicamento se aplica hasta 6 veces por día sin efectos colaterales dañinos. Si el medicamento no se utiliza, hay siempre una probabilidad positiva de que la infección se reduzca gracias al propio sistema inmunológico de la persona.

Los resultados publicados sobre la prueba del medicamento ofrecen buenas estimaciones de probabilidad de una reacción positiva (es decir, reducción en el conteo de la infección) dentro de las 48 horas para diferentes números de tratamientos diarios. Utilice las probabilidades enumeradas a continuación para construir una distribución de probabilidad y una distribución acumulativa para el número de tratamientos por día.

Número de tratamientos por día	Probabilidad de reducción de la infección
0	0.07
1	0.08
2	0.10
3	0.12
4	0.13
5	0.25
6	0.25

Solución

Defina la variable aleatoria T como el número de tratamientos por día. Como T puede tomar solamente siete valores diferentes, ésta es una variable discreta. La probabilidad de una reducción en el conteo de la infección se enumera para cada valor en la columna 2 de la tabla 19.1. La probabilidad acumulativa $F(T_i)$ se determina utilizando la ecuación [19.2] y agregando todos los valores $P(T_i)$ hasta T_i como lo indica la columna 3.

Las figuras 19.3a y b muestran gráficas de la distribución de probabilidad y de la acumulativa, respectivamente, la suma de probabilidades para obtener $F(T_i)$ da a la distribución acumulativa la apariencia de escalera, y en todos los casos el final $F(T_i) = 1.0$, puesto que el total de los valores $P(T_i)$ debe ser igual a 1.0.

TABLA 19.1 Distribución de probabilidad y distribución acumulativa para el ejemplo 19.2

(1) Número por día T_i	(2) Probabilidad $P(T_i)$	(3) Probabilidad acumulativa $F(T_i)$
0	0.07	0.07
1	0.08	0.15
2	0.10	0.25
3	0.12	0.37
4	0.13	0.50
5	0.25	0.75
6	0.25	1.00

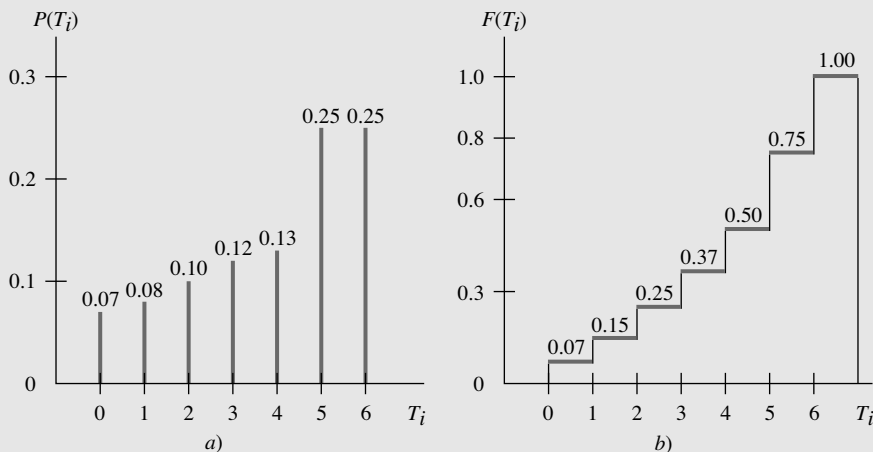


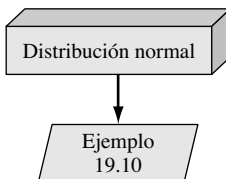
Figura 19.3

a) Distribución de probabilidad $P(T_i)$, y b) distribución acumulativa $F(T_i)$ para el ejemplo 19.2.

Comentario

En lugar de usar una forma tabular como la tabla 19.1 para expresar los valores $P(T_i)$ y $F(T_i)$ es posible expresarlos para cada valor de la variable.

$$P(T_i) = \begin{cases} 0.07 & T_1 = 0 \\ 0.08 & T_2 = 1 \\ 0.10 & T_3 = 2 \\ 0.12 & T_4 = 3 \\ 0.13 & T_5 = 4 \\ 0.25 & T_6 = 5 \\ 0.25 & T_7 = 6 \end{cases} \quad F(T_i) = \begin{cases} 0.07 & T_1 = 0 \\ 0.15 & T_2 = 1 \\ 0.25 & T_3 = 2 \\ 0.37 & T_4 = 3 \\ 0.50 & T_5 = 4 \\ 0.75 & T_6 = 5 \\ 1.00 & T_7 = 6 \end{cases}$$



En las situaciones básicas de ingeniería económica, la distribución de probabilidad para una variable continua se expresa comúnmente como una función matemática, como una *distribución uniforme*, una *distribución triangular* (ambas analizadas en el ejemplo 19.3 en términos del flujo de efectivo), o la más compleja, pero de uso más común, la *distribución normal*. Para las distribuciones de variables continuas, se utiliza de manera rutinaria el símbolo $f(X)$ en lugar de $P(X_i)$, y $F(X)$ en lugar de $F(X_i)$, simplemente porque la probabilidad puntual para una variable continua es cero. Por lo tanto, $f(X)$ y $F(X)$ son líneas y curvas continuas.

EJEMPLO 19.3

Como presidente de una firma de consultoría en sistemas de manufactura, Sallie ha observado flujos de efectivo mensuales durante los últimos 3 años en los registros de la compañía de dos clientes de mucho tiempo. Sallie concluye lo siguiente sobre las distribuciones de dichos flujos de efectivo mensuales:

Cliente 1

Flujo de efectivo, estimación baja: \$10 000

Flujo de efectivo, estimación alta: \$15 000

Flujo de efectivo más probable: el mismo para todos los valores

Distribución de probabilidad: uniforme

Cliente 2

Flujo de efectivo, estimación baja: \$20 000

Flujo de efectivo, estimación alta: \$30 000

Flujo de efectivo más probable: \$28 000

Distribución de probabilidad: moda en \$28 000

La *moda* de una variable es el valor observado más frecuente. Sallie supone que el flujo de efectivo es una variable continua, a la cual se hace referencia como C . a) Escriba y represente gráficamente las dos distribuciones de probabilidad y acumulativa para el flujo de efectivo mensual, y b) determine la probabilidad de que el flujo de efectivo mensual no sea más de \$12 000 para el cliente 1 y no más de \$25 000 para el cliente 2.

Solución

Todos los valores de flujo de efectivo están expresados en unidades de \$1 000.

Cliente 1: distribución mensual del flujo de efectivo

- a) La distribución de flujos de efectivo para el cliente 1, identificado por la variable C_1 , sigue la *distribución uniforme*. La probabilidad y la probabilidad acumulativa toman las siguientes formas generales.

$$f(C_1) = \frac{1}{\text{alto} - \text{bajo}} \quad \text{valor bajo} \leq C_1 \leq \text{valor alto}$$

$$f(C_1) = \frac{1}{H - L} \quad L \leq C_1 \leq H \quad [19.3]$$

$$F(C_1) = \frac{\text{valor} - \text{bajo}}{\text{alto} - \text{bajo}} \quad \text{valor bajo} \leq C_1 \leq \text{valor alto}$$

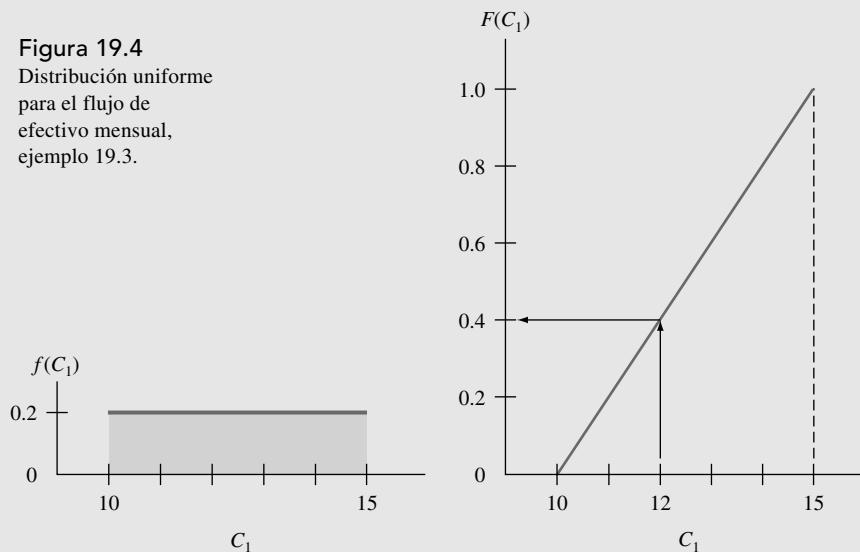
$$F(C_1) = \frac{C_1 - L}{H - L} \quad L \leq C_1 \leq H \quad [19.4]$$

Para el cliente 1, el flujo de efectivo mensual se distribuye uniformemente con $L = \$10$, $H = \$15$ y $\$10 \leq C_1 \leq \$15$. La figura 19.4 es una graficación de $f(C_1)$ y de $F(C_1)$ de las ecuaciones [19.3] y [19.4].

$$f(C_1) = \frac{1}{5} = 0.2 \quad \$10 \leq C_1 \leq \$15$$

$$F(C_1) = \frac{C_1 - 10}{5} \quad \$10 \leq C_1 \leq \$15$$

Figura 19.4
Distribución uniforme
para el flujo de
efectivo mensual,
ejemplo 19.3.



- b) La probabilidad de que el cliente 1 tenga un flujo de efectivo mensual de menos de \$12 se determina fácilmente a partir de la gráfica $F(C_1)$ como 0.4, o una posibilidad de 40%. Si la relación $F(C_1)$ se emplea de manera directa, el cálculo es

$$F(\$12) = P(C_1 \leq \$12) = \frac{12-10}{5} = 0.4$$

Cliente 2: distribución del flujo de efectivo mensual

- a) La distribución de los flujos de efectivo para el cliente 2, identificado por la variable C_2 , sigue la *distribución triangular*. Esta distribución de probabilidad tiene la forma de un triángulo que señala hacia arriba, con el vértice en la moda M , y con líneas de pendiente hacia abajo que unen el eje x en cualquier lado hacia los valores bajo (L) y alto (H). La moda de la distribución triangular tiene el valor de probabilidad máximo.

$$f(\text{moda}) = f(M) = \frac{2}{H-L} \quad [19.5]$$

La distribución acumulativa está compuesta de dos segmentos de línea curvada desde 0 hasta 1, con un punto de quiebre en la moda, donde

$$F(\text{moda}) = F(M) = \frac{M-L}{H-L} \quad [19.6]$$

Para C_2 , el valor bajo es $L = \$20$, el alto es $H = \$30$ y el flujo de efectivo más probable es la moda, $M = \$28$. La probabilidad en M de la ecuación [19.5] es

$$f(28) = \frac{2}{30-20} = \frac{2}{10} = 0.2$$

y el punto de quiebre en la distribución acumulativa ocurre en $C_2 = 28$. Utilizando la ecuación [19.6],

$$F(28) = \frac{28-20}{30-20} = 0.8$$

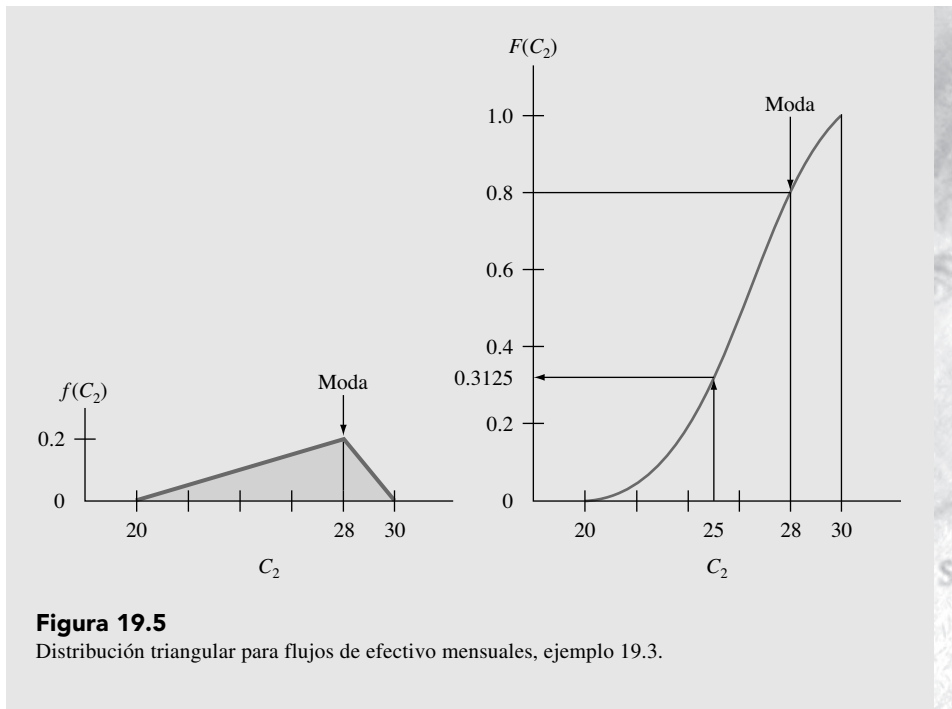
La figura 19.5 presenta las gráficas para $f(C_2)$ y $F(C_2)$. Observe que $f(C_2)$ está sesgada, ya que la moda no está en el punto medio del rango $H-L$, y $F(C_2)$ es una curva continua suave en forma de S con un punto de inflexión en la moda.

- b) De acuerdo con la distribución acumulativa en la figura 19.5, hay una posibilidad estimada de 31.25% de que el flujo de efectivo sea \$25 o menos.

$$F(\$25) = P(C_2 \leq \$25) = 0.3125$$

Comentario

Advierta que las relaciones generales $f(C_2)$ y $F(C_2)$ no se desarrollan aquí. La variable C_2 no es una distribución uniforme; es triangular. En consecuencia, requiere el uso de una integral para encontrar los valores de probabilidad acumulativa a partir de la distribución de probabilidad $f(C_2)$.

**Figura 19.5**

Distribución triangular para flujos de efectivo mensuales, ejemplo 19.3.

Ejemplo adicional 19.9.**19.3 MUESTRAS ALEATORIAS**

La estimación de un parámetro con un valor individual en los capítulos anteriores es el equivalente de tomar una *muestra aleatoria de tamaño 1 de una población completa* de valores posibles. Si se conocieran todos los valores en la población la distribución de probabilidad y la distribución acumulativa se conocerían. Entonces, la muestra no sería necesaria. Como ejemplo, suponga que se utilizan estimaciones del costo inicial, del costo anual de operación, de la tasa de interés y de otros parámetros para calcular un valor VP, con la finalidad de aceptar o rechazar una alternativa. Cada estimación es una muestra de tamaño 1 de la población completa de los valores posibles para cada parámetro. Ahora, si se efectúa una segunda estimación para cada parámetro y se determina un segundo valor VP, se ha tomado una muestra de tamaño dos.

Siempre que realizamos un estudio de ingeniería económica y empleamos la toma de decisiones bajo certidumbre, usamos un estimado para cada parámetro y para calcular una medida de valor (es decir, una muestra de tamaño 1 para cada parámetro). El estimado es el valor más probable, es decir, un estimado del valor esperado. Sabemos que todos los parámetros variarán un poco; aunque algunos son lo suficientemente importantes, o variarán lo suficiente, como para que se determine o se suponga una distribución de probabilidad para ellos, y que el parámetro se trate

como una variable aleatoria. Esto es usar el riesgo, y una muestra de la distribución de probabilidad del parámetro ($f(X)$ para discreta o $f(X)$ para continua) ayuda a formular los enunciados de probabilidad acerca de los estimados. Este enfoque complica un poco el análisis; sin embargo, también proporciona un sentido de confianza (o posiblemente una falta de confianza en ciertos casos) acerca de la decisión tomada en relación con la viabilidad económica de la alternativa, con base en el parámetro variable. (Más adelante analizaremos este aspecto, luego de aprender cómo tomar correctamente una muestra aleatoria de cualquier distribución de probabilidad.)

Una muestra aleatoria de tamaño n es la selección en forma aleatoria de n valores de una población con distribución de probabilidad supuesta o conocida, de manera que todos los valores de la variable tienen la misma posibilidad de ocurrir en la muestra, así como se espera que ocurran en la población.

Suponga que Yvon es una ingeniera con 20 años de experiencia trabajando para la Comisión de Seguridad de las Aeronaves no Comerciales. Para una aeronave de dos tripulantes, existen tres paracaídas a bordo. El estándar de seguridad establece que el 99% del tiempo, los tres paracaídas deben estar “completamente listos para despliegues de emergencia”. Yvon está relativamente segura de que, a nivel nacional, la distribución de probabilidad de N , el número de paracaídas completamente listos, puede describirse mediante la distribución de probabilidad

$$P(N = N_i) = \begin{cases} 0.005 & N = 0 \text{ paracaídas listos} \\ 0.015 & N = 1 \text{ paracaídas listos} \\ 0.060 & N = 2 \text{ paracaídas listos} \\ 0.920 & N = 3 \text{ paracaídas listos} \end{cases}$$

Esto significa que el estándar de seguridad claramente no se alcanza a nivel nacional. Yvon está en el proceso de muestrear 200 aeronaves (elegidas aleatoriamente) corporativas y privadas a través del país para determinar cuántos paracaídas están clasificados como completamente listos. Si la muestra es verdaderamente aleatoria y la distribución de probabilidad de Yvon es una representación correcta de la disponibilidad de paracaídas real, los valores N observados en las 200 aeronaves se aproximarán a las mismas proporciones que las probabilidades de la población, es decir, 1 aeronave con 0 paracaídas listos, etcétera. Como ésta es una muestra, es probable que los resultados no se ajusten exactamente a la población. Sin embargo, si los resultados son relativamente cercanos, el estudio indica que los resultados de la muestra pueden ser útiles al predecir la seguridad de los paracaídas a lo largo del país.

Para realizar una muestra aleatoria, utilice *números aleatorios (NA)* generados de una distribución de probabilidad uniforme para los números discretos desde 0 hasta 9, es decir,

$$P(X_i) = 0.1 \quad \text{para } X_i = 0, 1, 2, \dots, 9$$

En forma tabular, los dígitos aleatorios generados de esta forma están de ordinario reunidos en grupos de dos dígitos, tres dígitos o más. La tabla 19.2 es una muestra de 264 dígitos aleatorios agrupados en números de dos dígitos. Dicho formato es

TABLA 19.2 Dígitos aleatorios agrupados en números de dos dígitos.

51	82	88	18	19	81	03	88	91	46	39	19	28	94	70	76	33	15	64	20	14	52
73	48	28	59	78	38	54	54	93	32	70	60	78	64	92	40	72	71	77	56	39	27
10	42	18	31	23	80	80	26	74	71	03	90	55	61	61	28	41	49	00	79	96	78
45	44	79	29	81	58	66	70	24	82	91	94	42	10	61	60	79	30	01	26	31	42
68	65	26	71	44	37	93	94	93	72	84	39	77	01	97	74	17	19	46	61	49	67
75	52	14	99	67	74	06	50	97	46	27	88	10	10	70	66	22	56	18	32	06	24

muy útil porque los números 00 a 99 se relacionan convenientemente con los valores de distribución acumulativa 0.01 a 1.00, lo cual hace fácil seleccionar un NA de dos dígitos e ingresar $F(X)$ para determinar el valor de una variable con las mismas proporciones que ocurren en la distribución de probabilidad. Para aplicar esta lógica manualmente y desarrollar una muestra aleatoria de tamaño n de una distribución de probabilidad discreta conocida $P(X)$, o de una distribución variable continua $f(X)$, puede utilizarse el siguiente procedimiento.

1. Desarrolle la distribución acumulativa $F(X)$ a partir de la distribución de probabilidad. Represente gráficamente $F(X)$.
2. Asigne los valores NA desde 00 hasta 99 a la escala $F(X)$ (el eje y) en la misma proporción que las probabilidades. Para el ejemplo sobre la seguridad del paracaídas, las probabilidades entre 0.0 y 0.15 están representadas por números aleatorios 00 a 14. Indique los NA en la gráfica.
3. Para utilizar una tabla de números aleatorios, determine el esquema o secuencia de selección de los valores NA, hacia abajo, hacia arriba, a lo largo, diagonalmente. Cualquier dirección y patrón es aceptable, pero el esquema debe utilizarse en forma consistente para una muestra completa.
4. Seleccione el primer número de la tabla NA, ingrese en la escala $F(X)$, observe y registre el valor de la variable correspondiente. Repita este paso hasta que haya n valores de la variable que constituyan la muestra aleatoria.
5. Utilice n valores de muestra para el análisis y la toma de decisiones bajo riesgo. Éstos pueden incluir:
 - Graficación de la distribución de probabilidad muestral.
 - Desarrollo de enunciados de probabilidad sobre el parámetro.
 - Comparación de los resultados de la muestra con la distribución asumida de la población.
 - Determinación de estadísticas de muestreo (sección 19.4).
 - Realización de un análisis de simulación (sección 19.5).

EJEMPLO 19.4

Desarrolle una muestra aleatoria de tamaño 10 para la variable N , el número de meses, como describe la siguiente distribución de probabilidad:

$$P(N = N_i) = \begin{cases} 0.20 & N = 24 \\ 0.50 & N = 30 \\ 0.30 & N = 36 \end{cases} \quad [19.7]$$

Solución

Aplique el procedimiento anterior utilizando los valores $P(N = N_i)$, en la ecuación [19.7].

1. La distribución acumulativa, figura 19.6, es para la variable discreta N , que puede asumir tres valores diferentes.
2. Asigne 20 números (00 hasta 19) a $N_1 = 24$ meses, donde $P(N = 24) = 0.2$; 50 números a $N_2 = 30$, y 30 números a $N_3 = 36$.
3. Inicialmente elija cualquier posición en la tabla 19.2, recorra la fila hacia la derecha y la fila inferior hacia la izquierda. (Puede desarrollarse cualquier rutina y utilizarse una secuencia diferente para cada muestra aleatoria.)
4. Seleccione el número inicial 45 (fila 4, columna 1) e ingrese la figura 19.6 en el rango NA de 20 a 69 para obtener $N = 30$ meses.
5. Elija y registre los nueve valores restantes de la tabla 19.2 como se muestra a continuación.

RN	45	44	79	29	81	58	66	70	24	82
N	30	30	36	30	36	30	30	36	30	36

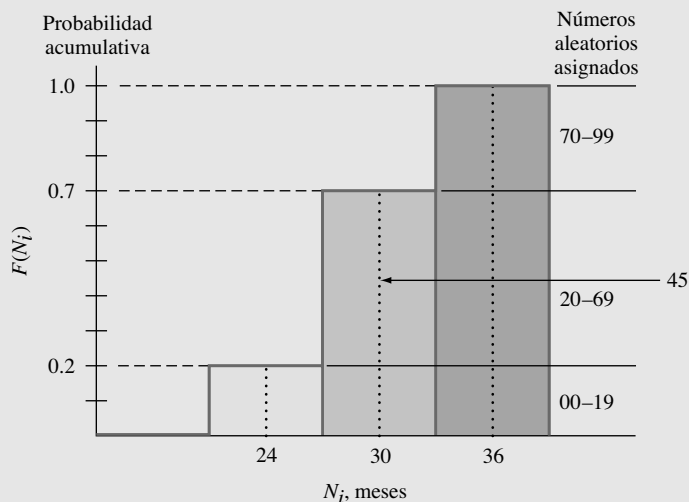


Figura 19.6

Distribución acumulativa con valores de números aleatorios designados en proporción a las probabilidades, ejemplo 19.4.

Ahora, utilizando los 10 valores, desarrolle las probabilidades de la muestra.

Meses N	Núm. de veces en la muestra	Probabilidad de la muestra	Ecuación [19.7] Probabilidad
24	0	0.00	0.2
30	6	0.60	0.5
36	4	0.40	0.3

Con sólo 10 valores se puede esperar que las estimaciones de probabilidad muestral sean diferentes de los valores en la ecuación [19.7]. Sólo el valor $N = 24$ meses es significativamente diferente, puesto que no ocurrió un NA de 19 o menos. En definitiva, una muestra más grande hará que las probabilidades estén más cercanas a la información original.

Para tomar una *muestra aleatoria de tamaño n para una variable continua*, se aplica el procedimiento anterior, excepto que se asignan los valores de los números aleatorios a la distribución acumulativa en una escala continua de 00 a 99 correspondiente a los valores $F(X)$. Como ilustración, considere la figura 19.4, donde C_1 es la variable de flujo de efectivo *uniformemente distribuida* para el cliente 1 en el ejemplo 19.3. Aquí $L = \$10$, $H = \$15$ y $f(C_1) = 0.2$ para todos los valores entre L y H (todos los valores se dividen entre \$1 000). $F(C_1)$ se repite como figura 19.7 donde se muestran los valores de números aleatorios asignados en la escala de la derecha. Si se escoge el NA de dos dígitos, 45, en términos gráficos se estima que la C_1 correspondiente será \$12.25. Ésta también se interpola linealmente como $\$12.25 = 10 + (45/100)(15 - 10)$.

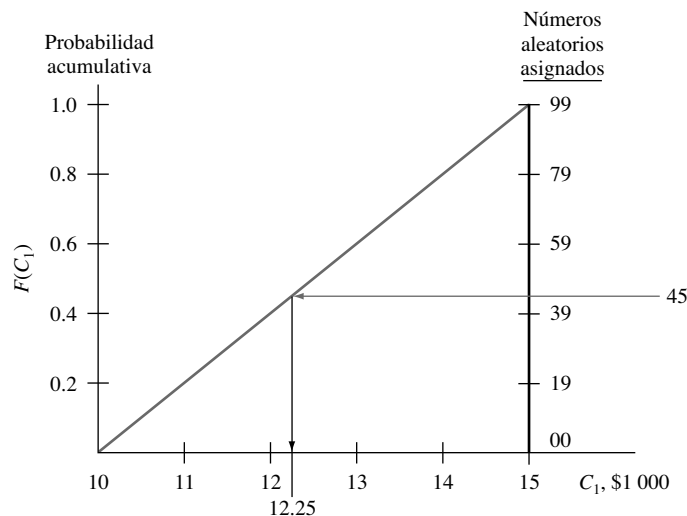


Figura 19.7

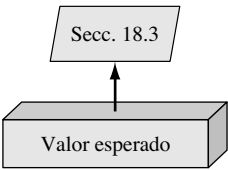
Los números aleatorios asignados a la variable continua de los flujos de efectivo del cliente 1 en el ejemplo 19.3.



Para mayor precisión al desarrollar una muestra aleatoria, en especial para una variable continua, es posible utilizar NA de 3, 4 o 5 dígitos. Éstos pueden obtenerse a partir de la tabla 19.2 combinando simplemente los dígitos en las columnas y filas, o conseguirse a partir de tablas con NA impresos en grupos más grandes de dígitos. En el muestreo basado en computadora, la mayoría de paquetes de *software* de simulación tienen un generador de NA incorporado, que arrojará valores en el rango de 0 a 1 a partir de una distribución uniforme variable continua, identificada en general por el símbolo $U(0, 1)$. Los valores NA, usualmente entre 0.00000 y 0.99999, se utilizan para muestreo directo de la distribución acumulativa empleando esencialmente el mismo procedimiento aprendido aquí. Las funciones de Excel RAND y RANDBETWEEN se describen en el apéndice A, sección A.3.

En general, se formula una pregunta inicial en el muestreo aleatorio en cuanto al *tamaño mínimo de n* requerido para asegurar confianza en los resultados. Sin detallar la lógica matemática, la teoría muestral, que está basada en la ley de los grandes números y en el teorema del límite central (consulte un libro de estadística básica para aprender más sobre tales aspectos), indica que una n de 30 es suficiente. Sin embargo, puesto que la realidad no sigue la teoría con exactitud, y como la ingeniería económica con frecuencia maneja estimaciones superficiales, la práctica común son las muestras en el *rango de 100 a 200*. Pero, muestras tan pequeñas como 10 a 25 ofrecen una base mucho mejor para la toma de decisiones bajo riesgo que una estimación de un solo punto para un parámetro que se sabe varía significativamente.

19.4 VALOR ESPERADO Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR



Dos medidas o propiedades muy importantes de una variable aleatoria son el valor esperado y la desviación estándar. Si se conociera la totalidad de la población para una variable, estas propiedades se calcularían directamente. Puesto que en general no se conocen, lo común es utilizar las muestras aleatorias para estimarlas usando la media de la muestra y su desviación estándar, respectivamente. A continuación se ofrece una muy breve introducción a la interpretación y cálculo de estas propiedades usando una muestra aleatoria de tamaño n de la población.

Los símbolos usuales son letras griegas para las medidas verdaderas de la población y las letras ordinarias para estimaciones de la muestra.

	Medida verdadera de población		Estimación de la muestra	
	Símbolo	Nombre	Símbolo	Nombre
Valor esperado	μ o $E(X)$	Mu o media verdadera	$\bar{X}$	Media muestral
Desviación estándar	σ o $\sqrt{\text{Var}(\bar{X})}$ o $\sqrt{\sigma^2}$	Sigma o desviación estándar verdadera	s o $\sqrt{s^2}$	Desviación estándar muestral

El *valor esperado* es el promedio esperado de largo plazo que resultará si la variable es objeto de muestreo muchas veces.

El valor esperado de la población no se conoce exactamente, puesto que la población misma no se conoce por completo, de manera que μ se estima mediante $E(X)$

de una distribución o mediante $\bar{X}$, la media de la muestra. La ecuación [18.2], repetida a continuación como ecuación [19.8], se utiliza para calcular $E(X)$ de una distribución de probabilidad, y la ecuación [19.9] es la media de la muestra, llamada también promedio muestral.

Población: μ

Distribución de probabilidad: $E(X) = \sum X_i P(X_i)$ [19.8]

Muestra: $\bar{X} = \frac{\text{suma de los valores de la muestra}}{\text{tamaño de la muestra}}$

$$= \frac{\sum X_i}{n} = \frac{\sum f_i X_i}{n}$$
 [19.9]

La f_i en la segunda forma de la ecuación [19.9] es la frecuencia de X_i , es decir, el número de veces que cada valor ocurre en la muestra. La $\bar{X}$ resultante no necesariamente es un valor observado de la variable; es el valor promedio de largo plazo y puede tomar cualquier valor dentro del rango de la variable. (Se omitirá el subíndice i en X y f cuando no exista confusión.)

EJEMPLO 19.5

Kayeu, un ingeniero de la firma Pacific NW Utilities, está pensando probar diversas hipótesis sobre facturas de electricidad residencial en los países americanos del norte y asiáticos. La variable de interés es X , la factura residencial mensual en dólares de Estados Unidos (aproximada al dólar más cercano). Se reunieron dos muestras pequeñas de diferentes países de Norteamérica y Asia. Estime el valor esperado de la población. ¿Parece que las muestras (desde un punto de vista no estadístico) se hubieran obtenido de una población de facturas de electricidad o de dos poblaciones diferentes?

Norteamericanos, muestra 1, \$	40	66	75	92	107	159	275
Asiáticos, muestra 2, \$	84	90	104	187	190		

Solución

Utilizando la ecuación [19.9], para la media de la muestra,

$$\text{Muestra 1: } n = 7 \quad \sum X_i = 814 \quad \bar{X} = \$116.29$$

$$\text{Muestra 2: } n = 5 \quad \sum X_i = 655 \quad \bar{X} = \$131.00$$

Con base únicamente en pequeños promedios muestrales, la diferencia aproximada de \$15, que es menor del 10% de la factura promedio más pequeña, no parece lo suficientemente grande para concluir que las dos poblaciones son diferentes. Existen varias pruebas estadísticas disponibles para determinar si las muestras provienen de la misma o de diferente población. (Consulte un texto de estadística básica para aprender sobre éstas.)

Comentario

Hay tres medidas frecuentemente utilizadas de tendencias centrales para la información. El promedio de la muestra es la más popular, pero la *moda* y la *mediana* también son buenas medidas. La moda, que es el valor observado con mayor frecuencia, se utilizó en el ejemplo 19.3 para la distribución triangular. No hay una moda específica en las dos muestras de Kayeu, puesto que todos los valores son diferentes. La mediana es el valor de en medio de la muestra, el cual no está sesgado por valores muestrales extremos, como lo está la media. Las dos medianas en las muestras son \$92 y \$104. Con base sólo en las medianas, la conclusión es aún que las muestras no necesariamente provienen de dos poblaciones de facturas de electricidad.

La desviación estándar es la dispersión de valores alrededor del valor esperado $E(X)$ o del promedio muestral $\bar{X}$.

La desviación estándar de la muestra s estima la propiedad σ , que es la medida de dispersión de la población alrededor del valor esperado de la variable. Una distribución de probabilidad para datos con una fuerte tendencia central está agrupada más estrechamente alrededor del centro de los datos y tiene una s menor que una distribución más amplia, más dispersa. En la figura 19.8, las muestras con un valor s más grande — s_1 y s_4 — tienen una distribución de probabilidad más amplia y plana.

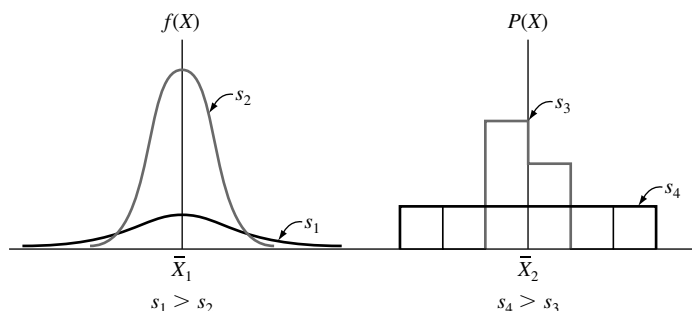
En realidad, con frecuencia se hace referencia a la varianza, s^2 , como la medida de dispersión. La desviación estándar es simplemente la raíz cuadrada de la varianza, de manera que pueda utilizarse cualquier medida. Sin embargo, el valor s es lo que se utiliza de ordinario al efectuar cálculos sobre riesgo y probabilidad. Matemáticamente, las fórmulas y los símbolos para la varianza y la desviación estándar de una variable discreta y de una muestra aleatoria de tamaño n a partir de ésta se resumen como sigue:

$$\text{Población: } \sigma^2 = \text{Var}(X) \quad \text{y} \quad \sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\text{Var}(X)}$$

$$\text{Distribución de probabilidad: } \text{Var}(X) = \sum [X_i - E(X)]^2 P(X_i) \quad [19.10]$$

Figura 19.8

Gráfica de distribuciones con valores diferentes de la media y de la desviación estándar.



$$\begin{aligned}
 \text{Muestra: } s^2 &= \frac{\text{suma de (valor de la muestra - promedio de la muestra)}^2}{\text{tamaño de la muestra} - 1} \\
 &= \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n - 1} \\
 s &= \sqrt{s^2}
 \end{aligned}
 \tag{19.11}$$

En general, la ecuación [19.11] de la varianza muestral se aplica en una forma más conveniente en términos del cálculo.

$$s^2 = \frac{\sum X_i^2}{n - 1} - \frac{n}{n - 1} \bar{X}^2 = \frac{\sum f_i X_i^2}{n - 1} - \frac{n}{n - 1} \bar{X}^2$$

La desviación estándar utiliza el promedio muestral como base sobre la cual medir la dispersión de la información mediante el cálculo de $(X - \bar{X})$, que puede tener un signo menos o un signo más. Para medir en forma precisa la dispersión en ambas direcciones del promedio, $(X - \bar{X})$ se eleva al cuadrado. Con la finalidad de retornar a la dimensión de la variable misma, se extrae la raíz cuadrada de la ecuación [19.11]. El término $(X - \bar{X})^2$ se denomina *desviación cuadrada media*, e históricamente se ha hecho referencia a s como la *raíz de la desviación cuadrada media*. La f_i en la segunda forma de la ecuación [19.12] utiliza la frecuencia para calcular s^2 .

Una forma sencilla de combinar el promedio y la desviación estándar consiste en determinar el porcentaje o fracción de la muestra que está dentro de ± 1 , ± 2 o ± 3 desviaciones estándar de la media, es decir,

$$\bar{X} \pm ts \quad \text{para } t = 1, 2 \text{ o } 3 \tag{19.13}$$

En términos de probabilidad, esto se expresa como:

$$P(\bar{X} - ts \leq X \leq \bar{X} + ts) \tag{19.14}$$

Prácticamente todos los valores muestrales estarán siempre dentro del rango de $\bar{X}$ de $\pm 3s$, pero el porcentaje dentro de $\pm 1s$ variará dependiendo de la forma como los puntos de información están distribuidos alrededor de $\bar{X}$. El ejemplo siguiente ilustra el cálculo de s para estimar σ e incorpora s con el promedio muestral utilizando $\bar{X} \pm ts$.

EJEMPLO 19.6

a) Utilice las dos muestras del ejemplo 19.5 para estimar la varianza de la población y la desviación estándar para las facturas de electricidad. b) Determine los porcentajes de cada muestra que están dentro de los rangos de 1 y 2 desviaciones estándar de la media.

Solución

a) Solamente para fines de ilustración, se aplican las dos reacciones diferentes con el objetivo de calcular s de las dos muestras. Para la muestra 1 (Norteamérica) con $n = 7$, se utiliza X para identificar los valores. La tabla 19.3 presenta el cálculo de $\sum (X - \bar{X})^2$ para la Ecuación [19.11], con $X = \$116.29$. Los valores resultantes s^2 y s son:

$$s^2 = \frac{37\,743.40}{6} = 6\,290.57$$
$$s = \$79.31$$

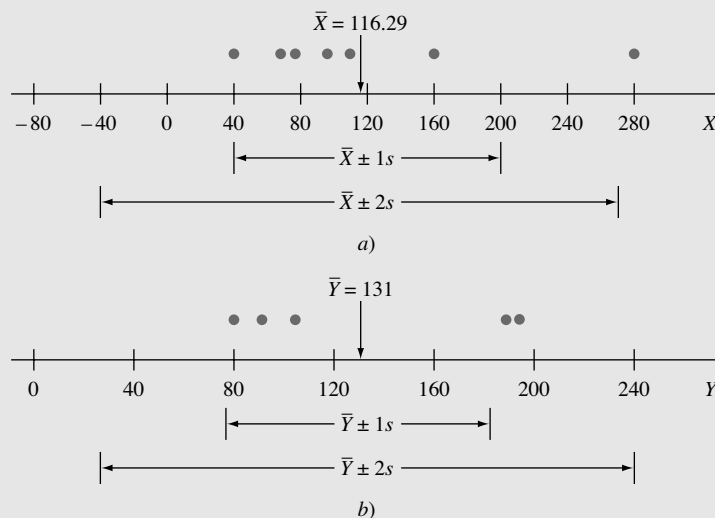
Para la muestra 2 (Asia), utilice Y para identificar los valores. Con $n = 5$ y $\bar{Y} = 131$, la tabla 19.4 muestra $\sum Y^2$ para la ecuación [19.12]. Entonces,

$$s^2 = \frac{97\,041}{4} - \frac{5}{4}(131)^2 = 42\,260.25 - 1.25(17\,161) = 2\,809$$
$$s = \$53$$

TABLA 19.3 Cálculo de la desviación estándar utilizando la ecuación [19.11] con $\bar{X} = \$116.29$, ejemplo 19.6		
X	(X - $\bar{X}$)	(X - $\bar{X}$) ²
\$ 40	-76.29	5 820.16
66	-50.29	2 529.08
75	-41.29	1 704.86
92	-24.29	590.00
107	-9.29	86.30
159	+42.71	1 824.14
275	+158.71	25 188.86
\$814		\$37 743.40

TABLA 19.4 Cálculo de la desviación estándar utilizando la ecuación [19.12] con $\bar{Y} = \$131$, ejemplo 19.6	
Y	Y ²
\$ 84	7 056
90	8 100
104	10 816
187	34 969
190	36 100
\$655	97 041

La dispersión es menor para la muestra asiática (\$53) que para la muestra norteamericana (\$79.31).

**Figura 19.9**

Valores, promedios y rangos de desviación estándar para las muestras a) norteamericana y b) asiática, ejemplo 19.6.

- b) La ecuación [19.13] determina los rangos de $\bar{X} \pm 1s$ y $\bar{X} \pm 2s$. Cuente el número de puntos de datos de muestra entre los límites y calcule el porcentaje correspondiente. Vea una gráfica de los datos y de los rangos de desviación estándar en la figura 19.9.

Muestra norteamericana

$$\bar{X} \pm 1s = 116.29 \pm 79.31 \quad \text{para un rango de } \$36.98 \text{ a } \$195.60$$

Hay seis de siete valores dentro de este rango, o un porcentaje de 85.7%.

$$\bar{X} \pm 2s = 116.29 \pm 158.62 \quad \text{para un rango de } \$-42.33 \text{ a } \$274.91$$

Aún hay seis de los siete valores dentro del rango $\bar{X} \pm 2s$. El límite $\$-42.33$ es significativo solamente desde la perspectiva probabilística; desde un punto de vista práctico, utilice cero, es decir, ninguna cuantía cobrada.

Muestra asiática

$$\bar{Y} \pm 1s = 131 \pm 53 \quad \text{para un rango de } \$78 \text{ a } \$184$$

Hay tres de cinco valores, o 60%, dentro del rango.

$$\bar{Y} \pm 2s = 131 \pm 106 \quad \text{para un rango de } \$25 \text{ a } \$237$$

Todos los cinco valores están dentro del rango $\bar{Y} \pm 2s$.

Comentario

Una segunda medida de dispersión de uso común es el *rango*, que simplemente es la diferencia del valor más grande menos el valor más pequeño de la muestra. En estas dos muestras, las estimaciones del rango son \$235 y \$106.

Antes de continuar con el análisis de simulación en ingeniería económica, sería de interés resumir las relaciones de valor esperado y de desviación estándar para una variable continua, puesto que las ecuaciones [19.8] a [19.12] consideran solamente variables discretas. Las diferencias principales estriban en que el símbolo de suma se reemplaza por la integral sobre el rango definido de la variable, el cual se identifica como R , y en que $P(X)$ se reemplaza por el elemento diferencial $f(X)dX$. Para una distribución de probabilidad continua determinada $f(X)$, las fórmulas son

$$\text{Valor esperado:} \quad E(X) = \int_R X f(X) dX \quad [19.15]$$

$$\text{Varianza:} \quad \text{Var}(X) = \int_R X^2 f(X) dX - [E(X)]^2 \quad [19.16]$$

Para un ejemplo numérico, utilice nuevamente la distribución uniforme del ejemplo 19.3 (figura 19.4) sobre el rango R desde \$10 hasta \$15. Si se identifica la variable como X , en lugar de C_1 , lo siguiente es correcto.

$$f(X) = \frac{1}{5} = 0.2 \quad \$10 \leq X \leq \$15$$

$$E(X) = \int_R X(0.2) dX = 0.1X^2 \Big|_{10}^{15} = 0.1(225 - 100) = \$12.5$$

$$\begin{aligned} \text{Var}(X) &= \int_R X^2(0.2) dX - (12.5)^2 = \frac{0.2}{3} X^3 \Big|_{10}^{15} - (12.5)^2 \\ &= 0.06667(3\,375 - 1\,000) - 156.25 = 2.08 \end{aligned}$$

$$\sigma = \sqrt{2.08} = \$1.44$$

Por consiguiente, la distribución uniforme entre $L = \$10$ y $H = \$15$ tiene un valor esperado de \$12.5 (el punto medio del rango, como se esperaba), y una desviación estándar de \$1.44.

Ejemplo adicional 19.10.

19.5 MUESTREO DE MONTE CARLO Y ANÁLISIS MEDIANTE SIMULACIÓN

Hasta aquí, todas las decisiones sobre alternativas se han tomado usando estimaciones con certidumbre, seguidas posiblemente de alguna prueba de la decisión a través de un análisis de sensibilidad o de valores esperados. En esta sección se utilizará un enfoque de simulación que incorpore el material de las secciones anteriores, para facilitar la decisión de ingeniería económica sobre una alternativa o entre dos o más alternativas.

La técnica de muestreo aleatorio analizada en la sección 19.3 se denomina *muestreo de Monte Carlo*. El procedimiento general que se indica a continuación

utiliza el muestreo de Monte Carlo para obtener muestras de tamaño n para parámetros seleccionados de alternativas formuladas. Dichos parámetros, que se espera varíen de acuerdo con una distribución de probabilidad establecida, garantizan la toma de decisiones bajo riesgo. Todos los demás parámetros en una alternativa se consideran en certidumbre, es decir, se conocen o pueden estimarse con precisión suficiente para considerarlos en certidumbre. Un supuesto importante se hace, generalmente sin darse cuenta.

Todos los parámetros son independientes, es decir, la distribución de una variable no afecta el valor de ninguna otra variable de la alternativa. A este hecho se hace referencia como la *propiedad de las variables aleatorias independientes*.

El enfoque de simulación aplicado al análisis de ingeniería económica se resume en los siguientes pasos básicos.

- Paso 1: Formulación de alternativa(s).** Prepare cada alternativa en la forma que se va a considerar, utilizando el análisis de ingeniería económica, y seleccione la medida de valor sobre la cual se basará la decisión. Determine la forma de la(s) relación(es) para calcular la medida de valor.
- Paso 2: Parámetros con variación.** Seleccione los parámetros en cada alternativa que se considerarán como variables aleatorias. Estime los valores de todos los demás parámetros (en certidumbre) para el análisis.
- Paso 3: Determinación de las distribuciones de probabilidad.** Determine si cada variable es discreta o continua, y describa una distribución de probabilidad para cada variable en cada alternativa. En lo posible, utilice distribuciones estándar con la finalidad de simplificar el proceso de muestreo y prepararse para la simulación en la computadora.
- Paso 4: Muestreo aleatorio.** Incorpore el procedimiento de muestreo aleatorio de la sección 19.3 (los primeros cuatro pasos) en este procedimiento, lo cual resulta en una distribución acumulativa, la asignación de NA, la selección de NA y una muestra de tamaño n para cada variable.
- Paso 5: Cálculo de la medida de valor.** Calcule n valores de la medida de valor seleccionada de la(s) relación(es) determinada(s) en el paso 1. Utilice las estimaciones hechas bajo certidumbre y los n valores de la muestra para los parámetros variables. (En este paso se aplica realmente la propiedad de las variables aleatorias independientes.)
- Paso 6: Descripción de la medida de valor.** Construya la distribución de probabilidad de la medida de valor utilizando entre 10 y 20 celdas de información y calcule medidas tales como $\bar{X}$, s , $\bar{X} \pm ts$ y las probabilidades relevantes.
- Paso 7: Conclusiones.** Formule conclusiones sobre cada alternativa y decida cuál debe elegirse. Si la(s) alternativa(s) se ha(n) evaluado anteriormente bajo el supuesto de certidumbre para todos los parámetros, la comparación de resultados puede ayudar a determinar la decisión final.

El ejemplo 19.7 ilustra este procedimiento utilizando un análisis de simulación manual abreviado, y el ejemplo 19.8 utiliza la simulación en hoja de cálculo para los mismos estimados.

EJEMPLO 19.7

Yvonne Ramos es la ejecutiva principal de una cadena de 50 gimnasios en Estados Unidos y Canadá. Un vendedor de equipo le ofreció a Ivonne dos oportunidades de largo plazo sobre un nuevo sistema de ejercicio aeróbico, que se carga a los clientes de acuerdo con el uso por encima de las tarifas mensuales pagadas por éstos. Como incentivo, la oferta de ventas incluye una garantía de ingreso anual para uno de los sistemas durante los primeros 5 años.

Puesto que se trata de un concepto completamente nuevo y arriesgado de generación de ingresos, Yvonne desea efectuar un análisis cuidadoso de cada alternativa. Los detalles para los dos sistemas son los siguientes:

Sistema 1. El costo inicial es $P = \$12\,000$ para un periodo fijado de $n = 7$ años sin valor de salvamento. No se ofrece garantía sobre el ingreso neto anual.

Sistema 2. El costo inicial es $P = \$8\,000$, sin valor de salvamento y un ingreso neto anual garantizado de $\$1\,000$ durante los primeros 5 años, aunque después de tal periodo, no habrá garantía. El equipo con actualizaciones puede ser útil hasta 15 años, pero el número exacto no se conoce. En cualquier momento después de los primeros 5 años es posible la cancelación sin costo de penalización.

Para cualquier sistema, se instalarán nuevas versiones del equipo sin costos adicionales. Si se requiere una TMAR de 15% anual, utilice el análisis de VP para determinar si ninguno, uno o ambos sistemas deberían instalarse.

Solución a mano

Las estimaciones hechas por Ivonne para utilizar correctamente el análisis de simulación se incluyen en los siguientes pasos.

Paso 1: Formulación de alternativas. Mediante el análisis de VP se desarrollan relaciones para el sistema 1 y para el sistema 2 incluyendo los parámetros conocidos con certidumbre. El símbolo FEN identifica los flujos de efectivo netos (ingresos) y FEN_G es el FEN garantizado de $\$1\,000$ para el sistema 2.

$$VP_1 = -P_1 + FEN_1(P/A, 15\%, n_1) \quad [19.17]$$

$$VP_2 = -P_2 + FEN_G(P/A, 15\%, 5) \quad [19.18]$$

$$+ FEN_2(P/A, 15\%, n_2 - 5)(P/F, 15\%, 5)$$

Paso 2: Parámetros con variación. Yvonne resume los parámetros estimados con certidumbre y efectúa supuestos acerca de la distribución de probabilidad sobre los tres parámetros tratados como variables aleatorias.

Sistema 1

Certidumbre. $P_1 = \$12\,000$; $n_1 = 7$ años.

Variable. FEN_1 es una variable continua, distribuida uniformemente entre $L = \$-4\,000$ $H = \$6\,000$ anuales, ya que se considera un proyecto de inversión de alto riesgo.

Sistema 2

Certidumbre. $P_2 = \$8\,000$; $FEN_G = \$1\,000$ durante los primeros 5 años.

Variable. FEN_2 es una variable discreta, distribuida uniformemente entre los valores $L = \$1\,000$ y $H = \$6\,000$ sólo en incrementos de $\$1\,000$, es decir, $\$1\,000$, $\$2\,000$, etcétera.

Variable. n_2 es una variable continua que está distribuida uniformemente entre $L = 6$ y $H = 15$ años.

Ahora, escriba de nuevo las ecuaciones [19.17] y [19.18] para reflejar las estimaciones hechas con certidumbre.

$$\begin{aligned} VP_1 &= -12\,000 + FEN_1(P/A, 15\%, 7) \\ &= -12\,000 + FEN_1(4.1604) \end{aligned} \quad [19.19]$$

$$\begin{aligned} VP_2 &= -8\,000 + 1\,000(P/A, 15\%, 5) \\ &\quad + FEN_2(P/A, 15\%, n_2 - 5)(P/F, 15\%, 5) \\ &= -4\,648 + FEN_2(P/A, 15\%, n_2 - 5)(0.4972) \end{aligned} \quad [19.20]$$

Paso 3. Determinación de distribuciones de probabilidad. La figura 19.10 (lado izquierdo) muestra las distribuciones de probabilidad supuestas para FEN_1 , FEN_2 y n_2 .

Paso 4. Muestreo aleatorio. Yvonne decide sobre una muestra de tamaño 30 y aplica los primeros cuatro pasos de la muestra aleatoria planteados en la sección 19.3. La figura 19.10 (lado derecho) muestra las distribuciones acumulativas (paso 1) y asigna NA a cada variable (paso 2). Los NA para FEN_2 identifican los valores del eje x , de manera que todos los flujos de efectivo netos serán en cuantías de \$1 000. Para la variable continua n_2 , se utilizan valores de NA de tres dígitos para lograr que los números salgan en forma pareja y se muestran en celdas solamente como «indexadores» para fácil referencia cuando se utiliza un NA para encontrar el valor de una variable. Sin embargo, el número se aproxima al siguiente valor de n_2 más alto, porque es probable que el contrato se cancele en una fecha de aniversario. Además, ahora pueden usarse directamente los factores tabulados de interés compuesto para $(n_2 - 5)$ años (véase tabla 19.5).

Una vez que se seleccione el primer NA en forma aleatoria de la tabla 19.2, la secuencia (paso 3) utilizada será proceder hacia abajo en la tabla de NA de

TABLA 19.5 Números aleatorios y valores variables para FEN_1 , FEN_2 y n_2 , ejemplo 19.7

FEN_1		FEN_2		n_2		
NA*	Valor	NA†	Valor	NA‡	Valor	Redondeado§
18	\$-2200	10	\$1 000	586	11.3	12
59	+2000	10	1 000	379	9.4	10
31	-1100	77	5 000	740	12.7	13
29	-900	42	3 000	967	14.4	15
71	+3100	55	4 000	144	7.3	8

* Inicie aleatoriamente con la fila 1, columna 4 en la tabla 19.2.

† Inicie con la fila 6, columna 14.

‡ Inicie con la fila 4, columna 6.

§ El valor n_2 es aproximado.

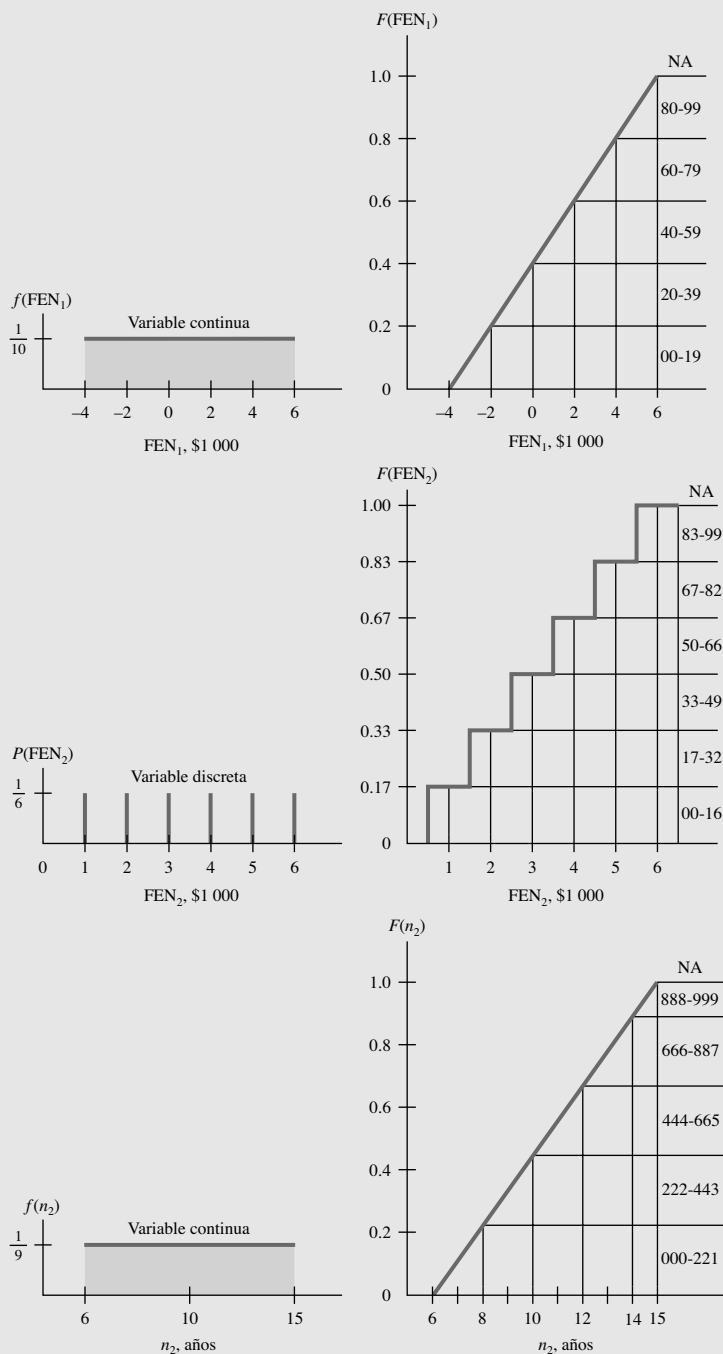


Figura 19.10

Distribuciones utilizadas para muestras aleatorias, ejemplo 19.7.

la columna y luego hacia arriba de la columna situada a la izquierda. La tabla 19.5 muestra solamente los primeros cinco valores de NA seleccionados para cada muestra y los valores de las variables correspondientes tomados de las distribuciones acumulativas en la figura 19.10 (paso 4).

Paso 5: Cálculo de medida de valor. Con los cinco valores muestrales en la tabla 19.5, calcule los VP utilizando las ecuaciones [19.19] y [19.20].

$$\begin{aligned} 1. \quad VP_1 &= -12\,000 + (-2\,200)(4.1604) &&= \$-21\,153 \\ 2. \quad VP_1 &= -12\,000 + 2\,000(4.1604) &&= \$-3\,679 \\ 3. \quad VP_1 &= -12\,000 + (21\,100)(4.1604) &&= \$-16,576 \\ 4. \quad VP_1 &= -12\,000 + (2\,900)(4.1604) &&= \$-15,744 \\ 5. \quad VP_1 &= -12\,000 + 3\,100(4.1604) &&= \$+897 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1. \quad VP_2 &= -4\,648 + 1\,000(P/A, 15\%, 7)(0.4\,972) &&= \$-2\,579 \\ 2. \quad VP_2 &= -4\,648 + 1\,000(P/A, 15\%, 5)(0.4\,972) &&= \$-2\,981 \\ 3. \quad VP_2 &= -4\,648 + 5\,000(P/A, 15\%, 8)(0.4\,972) &&= \$+6\,507 \\ 4. \quad VP_2 &= -4\,648 + 3\,000(P/A, 15\%, 10)(0.4\,972) &&= \$+2838 \\ 5. \quad VP_2 &= -4\,648 + 4\,000(P/A, 15\%, 3)(0.4\,972) &&= \$-107 \end{aligned}$$

Ahora, se han seleccionado 25 NA más para cada variable de la tabla 19.2 y se calculan los VP.

Paso 6: Descripción de medida de valor. La figura 19.11a y b presenta las distribuciones de probabilidad de VP_1 y VP_2 para las 30 muestras con 14 y 15 celdas, respectivamente, lo mismo que el rango de valores VP individuales y los valores de $\bar{X}$ y de s .

VP₁. Los valores de la muestra varían dentro de un rango de \$-24 481 hasta \$+12 962. Las medidas calculadas de los 30 valores son:

$$\bar{X}_1 = \$-7\,729$$

$$s_1 = \$10\,190$$

VP₂. Los valores de la muestra varían dentro de un rango de \$-3 031 hasta \$+10 324. Las medidas de la muestra son:

$$\bar{X}_2 = \$2\,724$$

$$s_2 = \$4\,336$$

Paso 7. Conclusiones. Con seguridad, las muestras adicionales harán que la tendencia central de las distribuciones de VP sea más evidente, pudiendo reducir los valores s , que son bastante grandes. Por supuesto, muchas conclusiones son posibles una vez que se conocen las distribuciones de VP, aunque las siguientes aseveraciones parecen claras.

Sistema 1. Con base en esta pequeña muestra de 30 observaciones, *no acepte* esta alternativa. La probabilidad de obtener una TMAR = 15% es relativamente baja, ya que la muestra indica una probabilidad de 0.27 (8 de 30 valores) de que el VP sea positivo y $\bar{X}_1$ es bastante negativo. Aunque parece grande, la desviación estándar puede utilizarse para determinar que

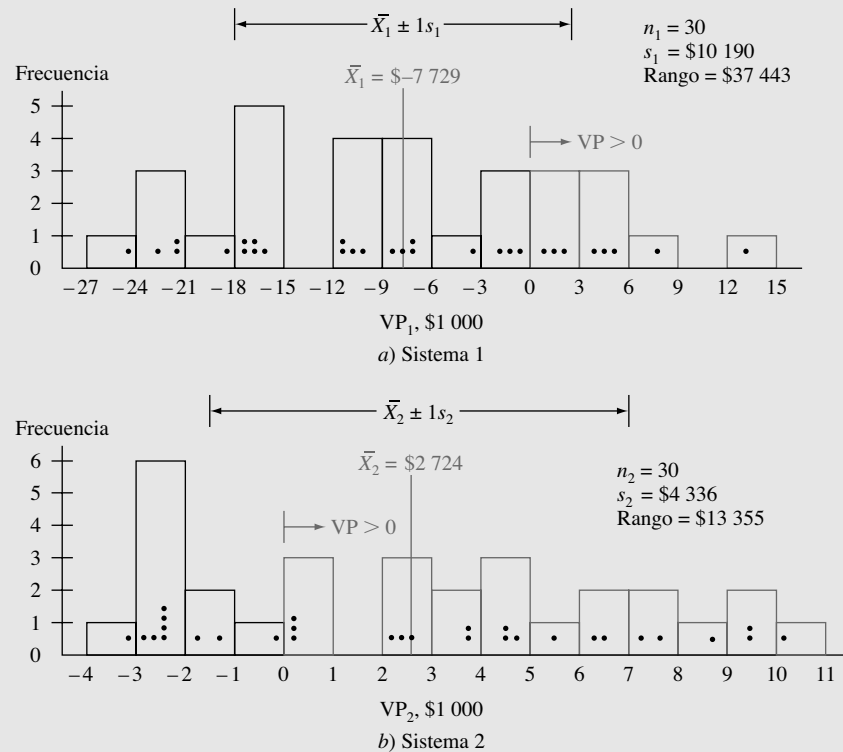


Figura 19.11

Distribuciones de probabilidad de valores VP simulados para una muestra de tamaño 30, ejemplo 19.7.

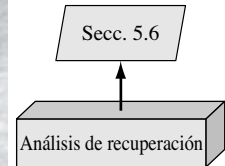
alrededor de 20 de los 30 valores de VP de la muestra (dos tercios) están dentro de los límites $\bar{X} \pm 1s$, que son \$-17 919 y \$2 461. Una muestra más grande alteraría el presente análisis en alguna manera.

Sistema 2. Si Yvonne está dispuesta a aceptar el compromiso de largo plazo que puede aumentar el FEN dentro de algunos años, la muestra de 30 observaciones indica que debe *aceptar* esta alternativa. A una TMAR de 15%, la simulación aproxima a 67% la posibilidad para un VP positivo (20 de los 30 valores VP en la figura 19.11b son positivos). Sin embargo, la probabilidad de observar VP dentro de los límites $\bar{X} \pm 1s$ (\$-1 612 y \$7 060) es 0.53 (16 de 30 valores muestrales). Este hecho indica que la distribución muestral VP está dispersa más ampliamente alrededor de su promedio en comparación con la muestra de VP del sistema.

Conclusión en este punto. Rechace el sistema 1; acepte el sistema 2, y observe cuidadosamente el flujo de efectivo neto, en especial después del periodo inicial de 5 años.

Comentario

Los estimados en el ejemplo 5.8 son muy similares a los mostrados aquí, excepto que todas las estimaciones se realizaron con certidumbre ($FEN_1 = \$3\,000$, $FEN_2 = \$3\,000$ y $n_2 = 14$ años). Las alternativas se evaluaron mediante el método del periodo de reemplazo a una $TMAR = 15\%$ y se eligió la primera alternativa. No obstante, el análisis VP posterior del ejemplo 5.8 seleccionó la alternativa 2 basada, en parte, en el flujo de efectivo mayor anticipado en los últimos años.

**EJEMPLO 19.8**

Ayude a Yvonne Ramos a preparar una simulación en hoja de cálculo de Excel para el análisis de las tres variables aleatorias y de VP en el ejemplo 19.7. ¿Varía apreciablemente la distribución VP de aquella desarrollada utilizando la simulación manual? ¿Parecen aún razonables las decisiones de rechazar la propuesta del sistema 1 y aceptar la propuesta del sistema 2?

**Solución por computadora**

Las figuras 19.12 y 19.13 son hojas de cálculo que logran la porción de simulación del análisis antes descrito, desde el paso 3 (determinación de la distribución de probabilidad) hasta el 6 (descripción de medida de valor). La mayoría de los sistemas de hoja de cálculo son limitados en la variedad de distribuciones que pueden aceptar para muestreo, pero tienen disponibles aquellas típicas, tales como la uniforme y la normal.

La figura 19.12 indica los resultados de una muestra pequeña de 30 valores (solamente una porción de la hoja de cálculo se imprime aquí), a partir de las tres distribuciones que utilizan las funciones RAND e IF (véase sección A.3, en el apéndice A.).

FEN₁: Continua uniforme desde \$-4 000 hasta \$6 000. La relación en la columna B traduce los valores NA₁ (columna A) en cantidades de FEN1.

FEN₂: Discreta uniforme en incrementos de \$1 000 desde \$1 000 hasta \$6 000. Las celdas de la columna D despliegan FEN2 en los incrementos de \$1 000 utilizando el operador lógico SI para traducir a partir de los valores NA2.

n₂: Continuo uniforme de 6 a 15 años. Los resultados en la columna F son valores enteros obtenidos utilizando la función ENTERO que opera en los valores NA3.

La figura 19.13 presenta las estimaciones de las dos alternativas planteadas en la sección anterior. Los cálculos de VPI y VP2 para las 30 repeticiones de FEN1, FEN2 y n_2 son el equivalente en hoja de cálculo a las ecuaciones [19.19] y [19.20]. El enfoque tabular empleado aquí registra el número de valores VP por debajo de cero (\$0), y que igualan o exceden a cero utilizando el operador SI. Por ejemplo, la celda C17 contiene un 1, el cual indica que $VPI > 0$ cuando $FEN1 = \$3\,100$ (en la celda B7 de la figura 19.12) se utilizó para calcular $VP1 = \$897$ por medio de la ecuación [19.19]. Las celdas en las filas 7 y 8 muestran el número de veces, en las 30 muestras, que el sistema 1 y el sistema 2 pueden

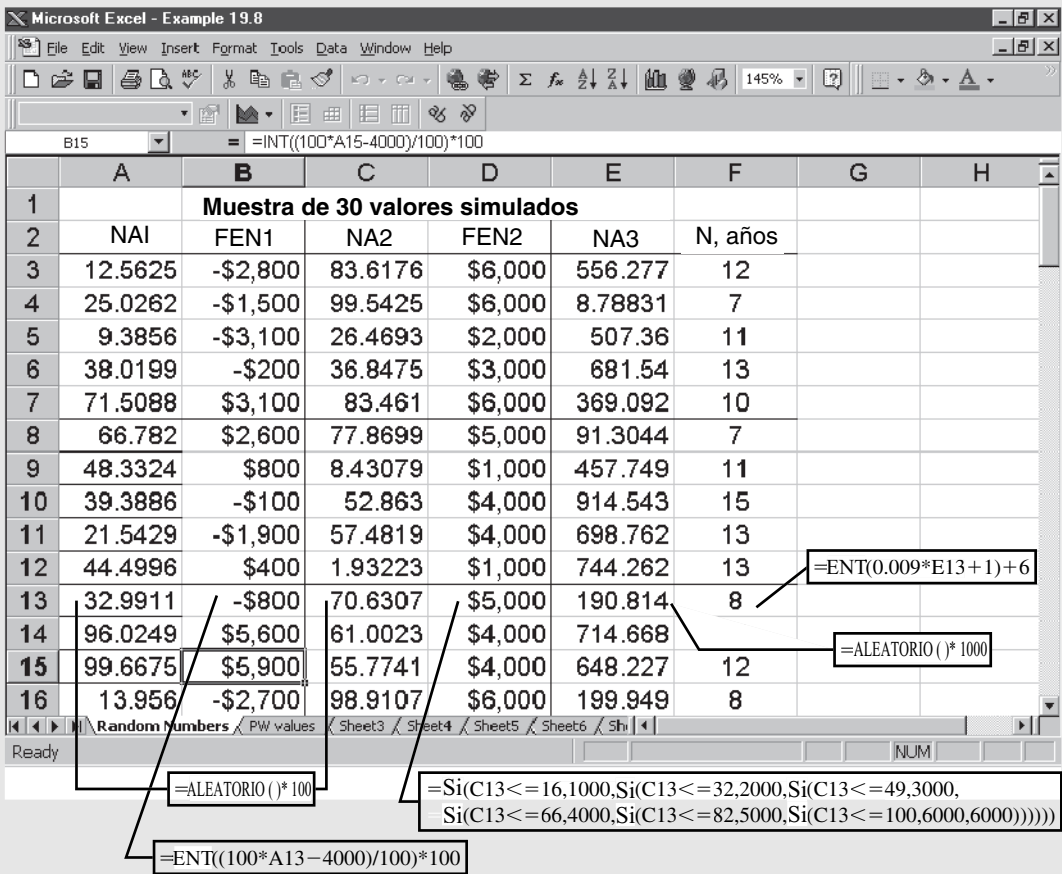


Figura 19.12
Valores muestrales generados utilizando una simulación en hoja de cálculo, ejemplo 19.8.

retornar por lo menos la TMAR = 15% debido al correspondiente $VP \geq 0$. También se indican los promedios y desviaciones estándar de la muestra.

A continuación se presenta una comparación entre la simulación manual y la de la hoja de cálculo.

	Sistema 1 VP			Sistema 2 VP		
	-X, \$	s, \$	Núm. de PV ≥ 0	-X, \$	s, \$	Núm. de PV ≥ 0
Manual	-7 729	10 190	8	2 724	4 336	20
Hoja de cálculo	-7 105	13 199	10	1 649	3 871	19

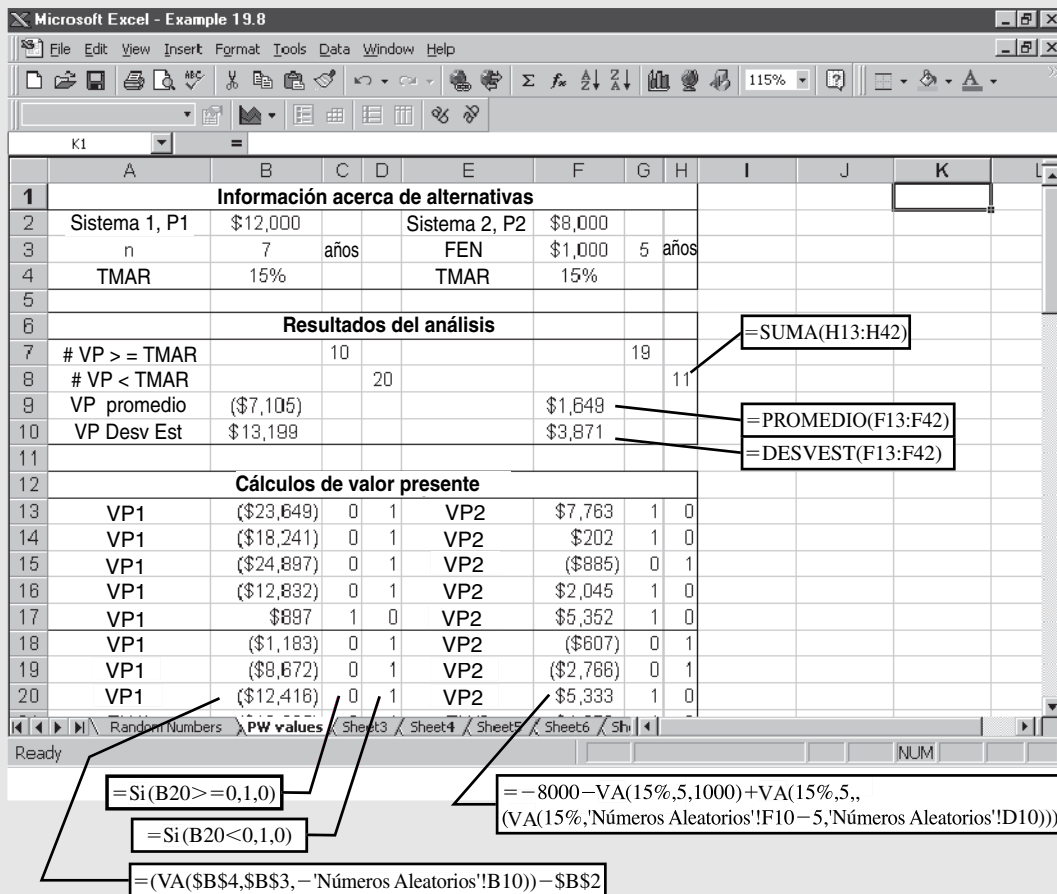


Figura 19.13

Resultados de 30 valores de VP simulados en hoja de cálculo, ejemplo 19.8.

Para la simulación de hoja de cálculo, 10(33%) de los valores VP1 exceden cero, mientras que la simulación manual incluyó 8(27%) valores positivos. Estos resultados comparativos cambiarán cada vez que se active la hoja de cálculo puesto que la función ALEATORIO se prepara (en este caso) para producir un nuevo NA cada vez. Es posible definir ALEATORIO para mantener los mismos valores de los NA. Véase la guía del usuario de Excel.

La conclusión de rechazar la propuesta del sistema 1 y de aceptar el sistema 2 todavía es apropiada para la simulación de hoja de cálculo como lo es para la manual, ya que hay posibilidades comparables de que $VP \geq 0$.

EJEMPLOS ADICIONALES

EJEMPLO 19.9

AFIRMACIONES DE PROBABILIDAD, SECCIÓN 19.2 Utilice la distribución acumulativa para la variable C_1 en la figura 19.4 (ejemplo 19.3, flujo de efectivo mensual para el cliente 1) para determinar las siguientes probabilidades:

- Más de \$14.
- Entre \$12 y \$13.
- No más de \$11 o más de \$14.
- Exactamente \$12.

Solución

Las áreas sombreadas en la figura 19.14a a d indican los puntos en la distribución acumulativa $F(C_1)$ utilizados para determinar las siguientes probabilidades.

- La probabilidad de más de \$14 por mes se determina fácilmente restando el valor de $F(C_1)$ en 14 del valor en 15. (Puesto que la probabilidad en un punto es cero para una variable continua, el signo igual no cambia el valor de la probabilidad resultante.)

$$\begin{aligned} P(C_1 > 14) &= P(C_1 \leq 15) - P(C_1 \leq 14) \\ &= F(15) - F(14) = 1.0 - 0.8 \\ &= 0.2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) \quad P(12 \leq C_1 \leq 13) &= P(C_1 \leq 13) - P(C_1 \leq 12) = 0.6 - 0.4 \\ &= (0.2) \end{aligned}$$

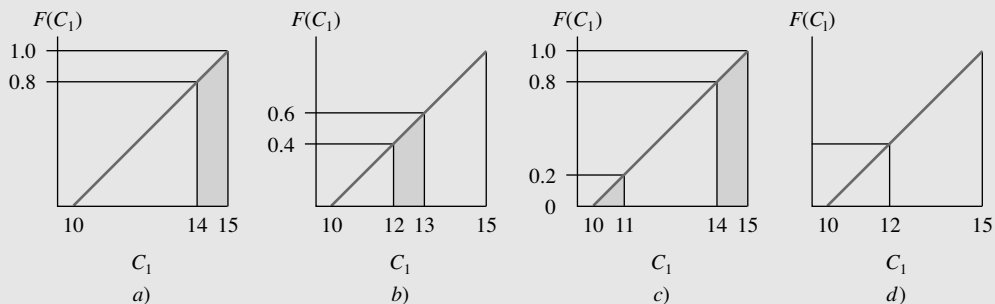


Figura 19.14

Cálculo de probabilidades de la distribución acumulativa para una variable continua que está distribuida de manera uniforme, ejemplo 19.9.

$$\begin{aligned}
 c) \quad P(C_1 \leq 11) + P(C_1 > 14) &= [F(11) - F(10)] + [F(15) - F(14)] \\
 &= (0.2 - 0) + (1.0 - 0.8) \\
 &= 0.2 + 0.2 \\
 &= 0.4
 \end{aligned}$$

$$d) \quad P(C_1 = 12) = F(12) - F(12) = 0.0$$

No hay área por debajo de la curva de distribución acumulativa en un punto para una variable continua, como se mencionó anteriormente. Si se utilizan dos puntos situados cerca, es posible obtener una probabilidad, por ejemplo, entre 12.0 y 12.1, o entre 12 y 13, como en el inciso b).

EJEMPLO 19.10

LA DISTRIBUCIÓN NORMAL, SECCIÓN 19.4 Camila es ingeniera de seguridad regional de una cadena de franquicias de gasolina y de comida rápida. La sede principal ha recibido muchas quejas y varias demandas legales de empleados y clientes debido a resbalones y caídas ocasionados por líquidos (agua, aceite, gas, refresco, etcétera) regados sobre las superficies de concreto. La gerencia de la corporación ha autorizado a cada gerente regional actuar localmente para aplicar a todas las superficies de concreto exterior un producto reciente de mercado, que absorbe hasta 100 veces su propio peso en líquido y, además, lo ha autorizado para cargar la instalación en una cuenta de la sede principal. La carta de autorización a Camila establece que, con base en su simulación y en sus muestras aleatorias que suponen una población normal, el costo de la instalación localmente organizada debe ser alrededor de \$10 000 y casi siempre está dentro del rango de \$8 000 a \$12 000.

Camila le pide a usted, TJ, graduado en ingeniería, escribir un resumen completo sobre la distribución normal, explicar la afirmación del rango de \$8 000 a \$12 000 y explicar la frase “muestras aleatorias que suponen una población normal”.

Solución

Suponga que usted conservó este libro y un texto de estadística de ingeniería básica cuando se graduó y que ha desarrollado la siguiente respuesta a Camila utilizándolos, además de la carta de la sede principal.

Camila:

La presente constituye un resumen de la forma la sede principal parece estar utilizando la distribución normal. A manera de actualización incluyo un resumen sobre la distribución normal.

Distribución normal, probabilidades y muestras aleatorias

A la distribución normal también se le conoce como curva de campana, distribución gaussiana o distribución de errores. Ésta es, por un amplio margen, la distribución de

probabilidad de uso más común en todas las aplicaciones, la cual sitúa exactamente la mitad de la probabilidad en cualquier lado de la media o del valor esperado. Se utiliza para variables continuas durante todo el rango de números. La normal se usa para predecir en forma precisa muchos tipos de resultados, tales como valores IQ*, errores en manufactura en determinadas características como tamaño, volumen, peso, etcétera; y la distribución de ingresos por ventas, costos y muchos otros parámetros de un negocio alrededor de una media específica, razón por la cual es factible aplicarla en esta situación.

La distribución normal identificada por el símbolo $N(\mu, \sigma^2)$, donde μ es el valor esperado o media, y σ^2 es la varianza, o medida de dispersión, puede describirse de la siguiente manera:

- La media μ ubica la distribución de probabilidad (figura 19.15a) y la dispersión de la distribución varía con la varianza s^2 (figura 19.15b), haciéndose más dispersa y más plana para valores mayores de la varianza.
- Cuando se toma una muestra, las estimaciones se identifican como media muestral $\bar{X}$ para μ y desviación estándar muestral s para σ .
- La distribución normal de probabilidad $f(X)$ para una variable X es bastante complicada, ya que su fórmula es:

$$f(X) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\left[\frac{(X-\mu)^2}{2\sigma^2} \right] \right\}$$

donde exp representa el número $e = 2.71828+$ y se eleva a la potencia del término $-[]$. En resumen, si X recibe valores diferentes, para una media dada μ y desviación estándar σ , se desarrolla una curva parecida a las de la figura 19.15a y b.

Puesto que $f(X)$ es tan inmanejable, se desarrollan muestras aleatorias y afirmaciones de probabilidad utilizando una transformación, denominada *distribución estándar normal* (DEN), la cual utiliza μ y σ (población) o $\bar{X}$ y s (muestra) para calcular los valores de la variable Z .

$$\text{Población:} \quad Z = \frac{\text{desviación de la media}}{\text{desviación estándar}} = \frac{X - \mu}{s} \quad [19.21]$$

$$\text{Muestra:} \quad Z = \frac{X - \bar{X}}{s} \quad [19.22]$$

La DEN para Z (figura 19.15c) es la misma que para X , excepto que ésta siempre tiene una media de 0 y una desviación estándar de 1, y se identifica por el símbolo $N(0,1)$. Por consiguiente, los valores de probabilidad bajo la curva DEN pueden determinarse exactamente. Siempre es posible transferir de vuelta los valores originales de la información de la muestra despejando la ecuación [19.21] para X :

$$X = Z\sigma + \mu \quad [19.23]$$

Diversas afirmaciones de probabilidad para Z y X se resumen en la siguiente tabla y se muestran en la curva de distribución para Z en la figura 19.15c.

*Coeficiente intelectual, por las siglas en inglés.

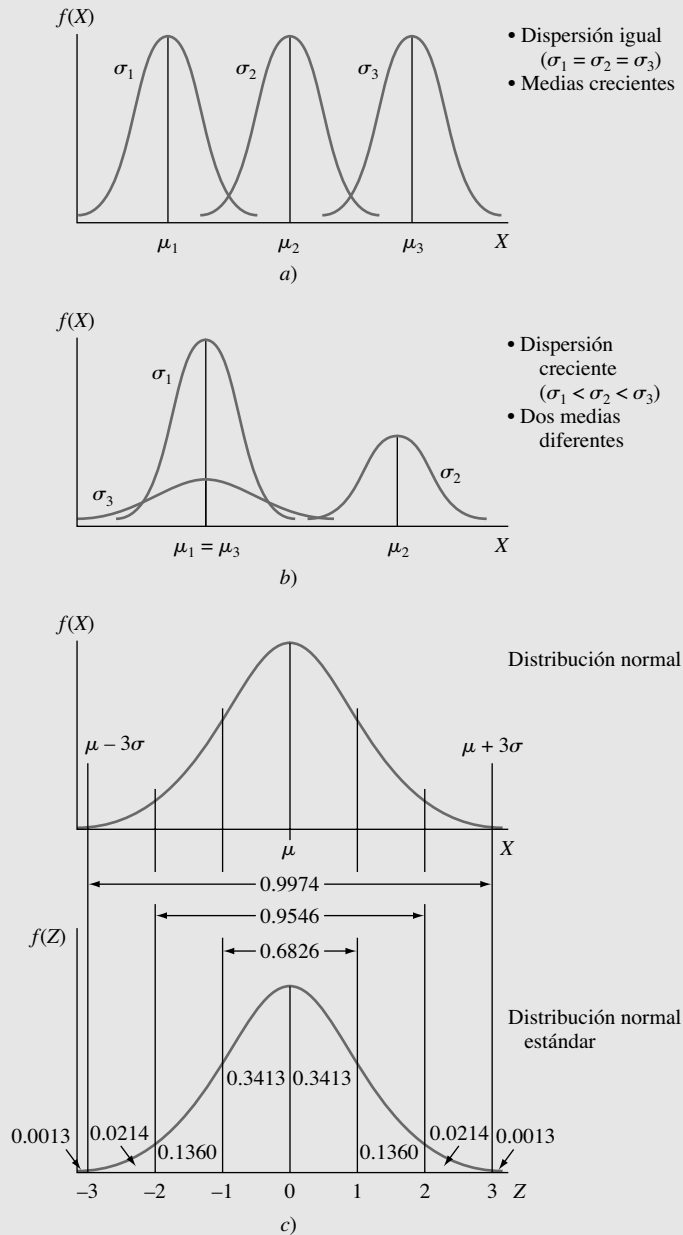


Figura 19.15

Distribución normal que muestra a) diferentes valores de la media μ , b) diferentes valores de la desviación estándar σ y c) relación de una X normal para la Z normal estándar.

Rango de la variable X	Probabilidad	Rango de la variable Z
$\mu + 1\sigma$	0.3413	0 a 11
$\mu \pm 1\sigma$	0.6826	-1 a 11
$\mu + 2\sigma$	0.4773	0 a 12
$\mu \pm 2\sigma$	0.9546	-2 a 12
$\mu + 3\sigma$	0.4987	0 a 13
$\mu \pm 3\sigma$	0.9974	-3 a 13

Como ilustración, las afirmaciones de probabilidad de esta tabulación y de la figura 19.15c para X y Z son:

- La probabilidad de que X esté dentro de 2σ de su media es 0.9546.
- La probabilidad de que Z esté dentro de 2σ de su media, que es la misma que entre los valores -2 y $+2$, es también 0.9546.

Para tomar una muestra aleatoria de una población normal $N(\mu, \sigma^2)$, se utiliza una tabla de números aleatorios DEN preparada especialmente. (Las tablas de los valores DEN están disponibles en muchos libros de estadística.) Los números son realmente valores de la distribución Z o $N(0, 1)$ y tienen valores tales como -2.10 , $+1.24$, etcétera. La traducción del valor Z de nuevo a los valores de la muestra para X se realiza mediante la ecuación [19.23].

Interpretación del memorando de la sede principal

La afirmación de que prácticamente todas las cantidades de contrato local deberían estar entre \$8 000 y \$12 000 puede interpretarse de la siguiente manera: se supone una distribución normal con una media de $\mu = \$10\,000$ y una desviación estándar de $\sigma = \$667$, o una varianza de $\sigma^2 = (\$667)^2$; es decir, se supone una distribución $N[\$10,000 (\$667)^2]$. El valor $\sigma = \$667$ se calcula utilizando el hecho de que prácticamente toda la probabilidad (99.74%) está dentro de 3σ de la media, como se afirmó antes. Por consiguiente,

$$3\sigma = \$2\,000 \quad \text{y} \quad \sigma = \$667 \text{ (redondeado)}$$

Como ilustración, si se seleccionan 6 números aleatorios DEN y se utilizan para tomar una muestra de tamaño 6 de la distribución normal $N [\$10\,000 (\$667)^2]$, los resultados son los siguientes:

DEN número aleatorio Z	X utilizando la ecuación [19.23] $X = Z\sigma + \mu$
-2.10	$X = (-2.10)(667) + 10\,000 = \$8\,599$
+3.12	$X = (+3.12)(667) + 10\,000 = \$12\,081$
-0.23	$X = (-0.23)(667) + 10\,000 = \$9\,847$
+1.24	$X = (+1.24)(667) + 10\,000 = \$10\,827$
-2.61	$X = (-2.61)(667) + 10\,000 = \$8\,259$
-0.99	$X = (-0.99)(667) + 10\,000 = \$9\,340$

Si se considera ésta una muestra de seis cantidades típicas al contratar superficie de concreto para lugares de nuestra región, el promedio es \$9 825 y cinco de seis valores están dentro del rango de \$8 000 y \$12 000, con el sexto estando solamente \$81 por encima del límite superior. De manera que no se deberían tener problemas reales, aunque es importante que se conserve una vigilancia cercana sobre las cantidades de los contratos, porque el supuesto de la distribución normal con una media de alrededor de \$10 000 y prácticamente todas las sumas del contrato dentro de $\pm \$2 000$ de éste pueden no resultar correctas para nuestra región.

Si usted tiene preguntas sobre este resumen, por favor contácteme.

TJ

RESUMEN DEL CAPÍTULO

La realización de la toma de decisiones bajo riesgo implica que algunos parámetros de una alternativa de ingeniería se consideran variables aleatorias. Se utilizan supuestos sobre la forma de la distribución de probabilidad de la variable para explicar la forma en que varían las estimaciones de los valores de parámetros. Además, medidas tales como el valor esperado y la desviación estándar describen la forma característica de la distribución. En este capítulo se aprendieron diversas distribuciones de poblaciones discretas y continuas, simples pero útiles, utilizadas en ingeniería económica —uniformes y triangulares—, así como la especificación de distribuciones o la selección de una distribución normal.

Como la distribución de probabilidad de la población para un parámetro no se conoce completamente, en general se toma una muestra aleatoria de tamaño n y se determinan su promedio muestral y su desviación estándar. Los resultados se utilizan para hacer afirmaciones de probabilidad sobre el parámetro, las cuales ayudan a tomar la decisión final considerando el riesgo.

El método de muestreo de Monte Carlo se combina con las relaciones de ingeniería económica para medidas de valor como VP con la finalidad de aplicar un enfoque de simulación al análisis de riesgo. Los resultados de ese análisis pueden compararse entonces con decisiones cuando se realizan estimaciones de parámetros con certidumbre.

PROBLEMAS

Certidumbre, riesgo e incertidumbre

- 19.1** Para cada situación, determine 1) la(s) variable(s) es (son) discreta(s) o continua(s) y 2) si la información involucra certidumbre, riesgo y/o incertidumbre. Si implica riesgo, represente gráficamente la información en la forma general de la figura 19.1.
- Un amigo en el negocio de bienes raíces le dice a usted que el precio por pie cuadrado para casas nuevas aumentará lenta o rápidamente durante los próximos 6 meses.

- b) Su gerente informa al personal que hay igual posibilidad de que las ventas estén entre 50 y 55 unidades el próximo mes.
- c) Jane recibió su sueldo ayer y se dedujeron \$400 para pagar los impuestos sobre la renta. La cantidad retenida el mes próximo será mayor debido a un aumento en el salario de entre 3 y 5%.
- d) Hay una posibilidad de 20% de lluvia y una posibilidad de 30% de nieve para hoy.

19.2 Un ingeniero aprendió que el resultado de producción está entre 1 000 y 2 000 unidades por semana el 90% del tiempo, y que puede caer debajo de 1000 o ir arriba de 2000. Él quiere usar $E(\text{resultado})$ en el proceso de toma de decisiones. Identifique al menos dos piezas de información adicionales que deban obtenerse o suponerse para finalizar la información de salida para este caso.

Probabilidad y Distribución

19.3 Una encuesta en viviendas incluyó una pregunta sobre el número de automóviles en operación, N , actualmente en posesión de gente que vive en las residencias, y la tasa de interés, i , sobre el préstamo de tasa más baja para autos. Los resultados para 100 viviendas se muestran a continuación.

Número de autos, N	Viviendas
0	12
1	56
2	26
3	3
≥ 4	3

Tasa de préstamo, i	Viviendas
0.0-2	22
2.01-4	10
4.01-6	12
6.01-8	42
8.01-10	8
10.01-12	6

- a) Determine si cada variable es discreta o continua.
- b) Elabore gráficas de las distribuciones de probabilidad y de las distribuciones acumulativas para N e i .
- c) De la información obtenida, ¿cuál es la probabilidad de que una vivienda tenga 1 o 2 autos?, ¿y tres o más autos?
- d) Utilice la información de i para estimar las posibilidades de que la tasa de interés esté entre 7 y 11% anual.

19.4 Un funcionario de la comisión de lotería estatal obtuvo una muestra de los compradores de billetes de lotería durante un periodo de 1 semana en una localidad. Las cantidades distribuidas de vuelta a los compradores y las probabilidades asociadas para 5 000 boletas son:

Distribución, \$	0	2	5	10	100
Probabilidad	0.91	0.045	0.025	0.013	0.007

- a) Elabore la gráfica de la distribución acumulativa de las ganancias.
- b) Calcule el valor esperado de la distribución de los dólares por billete.
- c) Si todos los billetes cuestan \$2, con base en esta muestra, ¿cuál es el ingreso de largo plazo esperado para el estado por billete?

19.5 Bob está trabajando en dos proyectos independientes relacionados con probabilidad. El primero comprende una variable N , que es el número de partes fabricadas en forma consecutiva, cuyo peso sobrepasa el límite de especificaciones de peso. La variable N se describe por la fórmula $(0.5)^N$, ya que cada unidad tiene una posibilidad 50-50 de estar por debajo o por encima del límite. La segunda comprende la vida de una batería, L , que varía entre 2 y 5 meses. La distribución de probabilidad es triangular con la moda en 5 meses, que es la vida del diseño. Algunas baterías fallan temprano, pero 2

meses es la menor vida experimentada hasta ahora. a) Escriba y represente gráficamente las distribuciones de probabilidad y las distribuciones acumulativas para Bob. b) Determine la probabilidad de que N sea 1, 2 o 3 unidades consecutivas por encima del límite de peso.

- 19.6** Se formuló una alternativa de comprar y una alternativa de arrendar equipo de levantamiento hidráulico. Utilice las siguientes estimaciones de parámetros y la información de distribución supuesta para elaborar gráficas de las distribuciones de probabilidad de los parámetros correspondientes. Rotule cuidadosamente los parámetros.

Alternativa de compra			
Parámetro	Valor estimado		Distribución supuesta
	Alto	Bajo	
Costo inicial, \$	25 000	20 000	Uniforme; continua
Valor \$ de salvamento,	3 000	2 000	Triangular; moda en \$2 500
Vida, años	8	4	Triangular; moda en 6
COA, \$/año	9 000	5 000	Uniforme; continua

Alternativa de arriendo			
Parámetro	Valor estimado		Distribución supuesta
	Alto	Bajo	
Costo inicial arriendo, \$	2 000	1 800	Uniforme; continua
COA, \$/año	9 000	5 000	Triangular; moda en \$7 000
Tiempo de arriendo, años	2	2	Certidumbre

- 19.7** Carla, profesional en estadística, trabaja en un banco. Ella recopiló información sobre la combinación deuda-capital propio en

compañías maduras (M) y jóvenes (Y). Los porcentajes de deuda varían entre 20 y 80% en su muestra. Carla definió D_M como una variable para las compañías maduras de 0 a 1, con $D_M = 0$ interpretado como el nivel bajo de 20% de deuda, y $D_M = 1.0$ como el nivel alto de 80% de deuda. La variable para los porcentajes de deuda de una corporación joven, D_Y , se define en forma similar. Las distribuciones de probabilidad utilizadas para describir D_M y D_Y son:

$$f(D_M) = 3(1 - D_M)2 \quad 0 \leq D_M \leq 1$$

$$f(D_Y) = 2D_Y \quad 0 \leq D_Y \leq 1$$

- a) Utilice diferentes valores de porcentaje de deuda entre 20% y 80% para calcular valores para las distribuciones de probabilidad y luego represéntelos gráficamente. b) ¿Qué puede comentar usted sobre la probabilidad de que alguna de las compañías madura o joven tenga un porcentaje de deuda bajo?, ¿y un alto porcentaje de deuda?

- 19.8** Una variable discreta X puede tomar valores enteros de 1 hasta 10. Una muestra de tamaño 50 arroja las siguientes estimaciones de probabilidad:

X_i	1	2	3	6	9	10
$P(X_i)$	0.2	0.2	0.2	0.1	0.2	0.1

- a) Escriba y represente gráficamente la distribución acumulativa.
 b) Calcule las siguientes probabilidades utilizando la distribución acumulativa: X está entre 6 y 10, y X tiene los valores 4, 5 o 6.
 c) Utilice la distribución acumulativa para demostrar que $P(X = 7 \text{ u } 8) = 0.0$. Aunque esta probabilidad es cero, se afirma que X puede adoptar valores enteros de 1 a 10. ¿Cómo explica usted la contradicción en esas dos afirmaciones?

Muestras aleatorias

- 19.9** Utilice la distribución de probabilidad variable discreta del problema 19.8 para desarrollar una muestra de tamaño 25. Estime las probabilidades para cada valor de X de su muestra y compárelas con aquellas de los valores $P(X_i)$ originales.
- 19.10** El porcentaje de incremento en el precio p de una diversidad de productos alimenticios durante un periodo de 1 año varió del 5 al 10% en todos los casos. A causa de la distribución de valores p , la distribución de probabilidad supuesta para el año próximo es:

$$f(X) = 2X \quad 0 \leq X \leq 1$$

donde

$$X = \begin{cases} 0 & \text{cuando } p = 5\% \\ 1 & \text{cuando } p = 10\% \end{cases}$$

Para una variable continua, la distribución acumulativa $F(X)$ es la integral de $f(X)$ en el mismo rango de la variable. En este caso,

$$F(X) = X^2 \quad 0 \leq X \leq 1$$

- a) Gráficamente asigne los NA a la distribución acumulativa y tome una muestra de tamaño 30 para la variable. Transforme los valores de X en tasas de interés.
- b) Calcule el valor p promedio de la muestra.
- 19.11** Desarrolle una distribución de probabilidad discreta propia para la variable G , la calificación esperada en este curso, donde $G = A, B, C, D, F$ o I (incompleto). Asigne números aleatorios a $F(G)$ y tome una muestra de ella. Ahora represente gráficamente los valores de probabilidad de la muestra para cada valor G .
- 19.12** Utilice la función ALEATORIO o ALEATORIO ENTRE en Excel (o el generador de números aleatorios correspondiente en

su sistema de hoja de cálculo) para generar 100 valores de una distribución $U(0,1)$.

- a) Calcule el promedio y compárelo con 0.5, el valor esperado para una muestra aleatoria entre 0 y 1.
- b) Para la muestra de la función RAND, agrupe los resultados en celdas de 0.1 de ancho, es decir, 0.0-0.1, 0.1-0.2, etcétera, donde se excluya el valor del límite superior de cada celda. Determine la probabilidad para cada agrupación a partir de los resultados. ¿Se acerca su muestra a tener aproximadamente 10% en cada celda?

Estimaciones muestrales

- 19.13** Carol realizó una muestra de los costos de mantenimiento mensuales para máquinas de soldar automatizadas, un total de 100 veces durante 1 año. Ella agrupó los costos en celdas de \$200, por ejemplo, \$500 a \$700, con celdas intermedias de \$600, \$800, \$1 000, etcétera, e indicó el número de veces (frecuencia) que se observó cada valor de celda. La información de costos y frecuencia es la siguiente:

Celda intermedia	Frecuencia
600	6
800	10
1000	9
1200	15
1400	28
1600	15
1800	7
2000	10

- a) Estime el valor esperado y la desviación estándar de los costos de mantenimiento que la compañía debe anticipar con base en la muestra de Carol.
- b) ¿Cuál es la mejor estimación del porcentaje de costos que caerá dentro de 2 desviaciones estándar de la media?

- c) Desarrolle una distribución de probabilidad de los costos de mantenimiento mensuales de la muestra de Carol e indique las respuestas a las dos preguntas anteriores sobre ésta.

19.14 a) Determine los valores del promedio muestral y la desviación estándar de la información planteada en el problema 19.8. b) Calcule los valores a 1 y 2 desviaciones estándar de la media. De los 50 puntos de muestra, ¿cuántos caen dentro de estos dos rangos?

19.15 a) Utilice las relaciones planteadas en la sección 19.4 para variables continuas con la finalidad de determinar el valor esperado y la desviación estándar para la distribución de $f(D_Y)$ en el problema 19.7. b) ¿Es posible calcular la probabilidad de una variable continua X entre dos puntos (a , b) utilizando la siguiente integral?

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(X) dx$$

Determine la probabilidad de que D_Y esté entre 2 desviaciones estándar del valor esperado.

19.16 a) Use las relaciones de la sección 19.4 para variables continuas y determine $E(X)$ y $\text{Var}(X)$ para la distribución de D_M en el problema 19.7.

$$f(D_M) = 3(1 - D_M)^2 \quad 0 \leq D_M \leq 1$$

b) Determine la probabilidad de que D_M esté dentro de dos desviaciones estándar del valor esperado. Use la relación en el problema 19.15.

19.17 Calcule el valor esperado para la variable N en el problema 19.5.

19.18 El gerente de una tienda de revistas está haciendo seguimiento a Y , el número de revistas semanales que quedan en las estanterías cuando sale una nueva edición. La información reunida durante un periodo de

30 semanas se resume mediante la siguiente distribución de probabilidad.

Represente gráficamente la distribución y los estimados para el valor esperado y una desviación estándar en cualquier lado de $E(Y)$ sobre la gráfica.

Y copias	3	7	10	12
P(Y)	1/3	1/4	1/3	1/2

Simulación

19.19 Carl, un colega de ingeniería, estimó flujos de efectivo netos después de impuestos (FEDI) para el plan en el cual está trabajando. El FEDI adicional de \$2 800 en el año 10 es el valor de salvamento de los activos de capital.

Año	FEDI, \$
0	-28 800
1-6	5 400
7-10	2 040
10	2 800

El valor VP a la TMAR vigente del 7% anual es:

$$\begin{aligned} VP &= 228\,800 + 5\,400(P/A, 7\%, 6) \\ &\quad + 2\,040(P/A, 7\%, 4)(P/F, 7\%, 6) \\ &\quad + 2\,800(P/F, 7\%, 10) \\ &= \$2\,966 \end{aligned}$$

Carl espera que la TMAR varíe, sobre un rango relativamente estrecho, lo mismo que el FEDI, especialmente durante los años 7 a 10. Él está dispuesto a aceptar las otras estimaciones como seguras. Utilice los siguientes supuestos de distribución de probabilidad para la TMAR y el FEDI, y realice una simulación, con base manual o en computadora.

TMAR. Distribución uniforme en el rango de 6 a 10%.

FEDI, años 7 a 10. Distribución uniforme en el rango de \$1 600 a \$2 400 para cada año.

Represente mediante gráfica la distribución VP resultante. ¿Debe aceptarse el plan uti-

lizando toma de decisiones bajo certidumbre? ¿Bajo riesgo?

19.20 Repita el problema 19.19 pero utilice la distribución normal para el FEDI entre los años 7 a 10 con un valor esperado de \$2 040 y una desviación estándar de \$500.

EJERCICIO AMPLIADO

USO DE SIMULACIÓN Y EL GNA DE EXCEL PARA ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD

Nota: Este ejercicio requiere que usted aprenda y use el Generador de Números Aleatorios (GNA) del paquete de Herramientas de Análisis de Datos de Microsoft Excel. La función de ayuda en línea explica cómo iniciar y usar el GNA para generar números aleatorios a partir de una variedad de distribuciones de probabilidad: normal, uniforme (variable continua), binomial, Poisson y discreta. La opción discreta se usa para generar números aleatorios a partir de una distribución de variables discretas que usted especifique sobre la hoja de trabajo. Esta opción es la que se emplea más adelante para la distribución uniforme discreta.

Vuelva a leer la situación del ejemplo 18.3, donde se comparan tres alternativas mutuamente excluyentes. Los parámetros de valor de salvamento S , costo anual de operación (COA) y vida n se hacen variar usando el enfoque de tres estimaciones del análisis de sensibilidad. Establezca una simulación al responder las siguientes preguntas, usando los datos proporcionados.

Preguntas

1. Familiarícese con la Herramienta de Análisis de Datos GNA de Excel accionando el botón de ayuda y leyendo acerca de la misma, cómo instalarla (si es necesario) y aplicarla.
2. Desarrolle una muestra de 10 números aleatorios a partir de cada una de las siguientes distribuciones:
 - Normal con una media de 100 y una desviación estándar de 20.
 - Uniforme (continua) entre 5 y 10.
 - Uniforme (discreta) entre 5 y 10, con una probabilidad de 0.2 para 5 hasta 7, 0.05 para 8 y 9, y 0.3 para 10.
3. Desarrolle una simulación de 50 puntos muestrales de valores VA a una TMAR de 12% anual, para las tres alternativas descritas en el ejemplo 18.3. Use las distribuciones de probabilidad especificadas a continuación. ¿Los resultados de su simulación indican que la alternativa B sigue siendo la elección clara? Si no es así, ¿cuál es la mejor elección?

Parámetro	Alternativa		
	A	B	C
AOC	Normal Media \$8 000 Desv. est. \$1 000	Normal Media \$3 000 Desv. est. \$500	Normal Media \$6 000 Desv. est. \$700
<i>S</i>	Uniforme 0 a \$ 1 000	Uniforme \$500 a \$2 000	Se fija en \$3 000
<i>n</i>	Uniforme discreta 3 a 8 años con igual probabilidad	Uniforme discreta 3 a 7 años con igual probabilidad	Uniforme discreta 5 a 8 años con igual probabilidad

USO DE HOJA DE CÁLCULO Y DEL PROGRAMA EXCEL[®] DE MICROSOFT

Este apéndice explica la distribución de una hoja de cálculo y las funciones de Excel de Microsoft (en adelante llamado Excel) que son útiles en la ingeniería económica. Remítase a la *Guía del usuario* y al sistema de ayuda de Excel para su computadora y versión de Excel particulares.

A.1 INTRODUCCIÓN AL USO DE EXCEL

Correr Excel en Windows

Después de encender la computadora, haga click sobre el ícono de Microsoft Excel para iniciarlo. Si el ícono no se muestra, oprima con el botón izquierdo del ratón sobre el botón inicio ubicado en la esquina inferior izquierda de la pantalla. Mueva el puntero del ratón a Programas y se desplegará un submenú. Elija el ícono de Microsoft Excel para correrlo.

Si el ícono Excel de Microsoft no está en el submenú de Programas, vaya al ícono Office de Microsoft y resalte el ícono Excel de Microsoft. Oprima el botón del lado izquierdo del ratón para correr Excel.

Ingreso de una fórmula

A continuación se detallan algunos cálculos a manera de ejemplo. El signo = es necesario para ejecutar cualquier cálculo de una fórmula o función en una celda.

1. Haga clic con el botón izquierdo del ratón en la celda B4.
2. Escriba = 4+3, oprima la tecla <Enter> y en B4 aparecerá el resultado.
3. Para corregir, use el ratón o las <flechas de navegación> para regresar a B4, oprima la tecla <F2> o haga clic con el ratón para pasar a la Barra de Fórmulas en la parte superior de la hoja de cálculo.
4. Una vez colocado, oprima la tecla <Backspace> para eliminar +3.
5. Escriba -3 y oprima <Enter>.
6. La respuesta 1 aparece en la celda B4.
7. Para borrar la celda completamente, pase a la celda B4 y digite la tecla <Supr> una vez.

8. Para salir, mueva el puntero del ratón hacia la esquina superior izquierda y oprima el botón a la izquierda sobre Archivo en el menú de la barra superior.
9. Mueva el ratón hacia abajo por el submenú de Archivo, resalte Salir y oprima el botón del lado izquierdo.
10. Cuando aparezca el cuadro “Guardar cambios”, oprima el botón del lado izquierdo en “No” para salir sin guardar.
11. Si usted desea guardar su trabajo, oprima el botón del lado izquierdo en “Sí”.
12. Digite el nombre de un archivo (por ej., calcs 1) y oprima el botón en “Guardar”.

Las fórmulas y funciones sobre la hoja de trabajo se pueden desplegar presionando Control y `. El símbolo ` usualmente se encuentra en la esquina superior izquierda del teclado, con el símbolo ~ (tilde). Presionar Control+ ` una segunda vez ocultará las fórmulas y funciones.

Uso de las funciones de Excel

1. Corra Excel.
2. Desplácese a la celda C3. (Mueva el puntero del ratón hacia C3 y oprima el botón del lado izquierdo).
3. Digite =VA(5%,12,10) y presione <Intro>. Esta función calculará el valor presente de 12 pagos de \$10 a una tasa de interés de 5% anual.

Otro uso: Para calcular el valor futuro de 12 pagos de \$10 a un interés de 5% anual, proceda de la manera siguiente:

1. Desplácese a la celda B3 y digite INTERÉS.
2. Desplácese a la celda C3 y digite 6% o =6/100.
3. Desplácese a la celda B4 y digite PAGO.
4. Desplácese a la celda C4 y digite 10 (para representar el monto de cada pago).
5. Desplácese a la celda B5 y digite NÚMERO DE PAGOS.
6. Desplácese a la celda C5 y digite 12 (para representar el número de pagos).
7. Desplácese a la celda B7 y digite VALOR FUTURO.
8. Desplácese a la celda C7 y digite =VF(C3,C5,C4) y presione <Intro>. La respuesta aparecerá en la celda C7.

Para editar los valores de cada celda (dicha característica se utilizará repetidamente en análisis de sensibilidad y análisis de equilibrio):

1. Desplácese a la celda C3 y digite =5/100 (se remplazará el valor anterior).
2. El valor en la celda C7 cambiará su respuesta de manera automática.

Referencias de celdas en fórmulas y funciones

Si en lugar de un número específico se usa una referencia de celda, es posible cambiar el número una vez y realizar análisis de sensibilidad sobre cualquier variable

(entrada), a la que haga referencia mediante el número de celda, como C5. Tal enfoque define la celda referida como una *variable global* para la hoja de trabajo. Existen dos tipos de referencias de celdas: relativa y absoluta.

Referencias relativas Si se ingresa una referencia de celda, por ejemplo, A1, en una fórmula o función que se copia o arrastra a otra celda, la referencia se cambia en relación con el movimiento de la celda original. Si la fórmula en C5 es =A1, y se copia en la celda C6, la fórmula cambia a =A2. Esta característica se usa cuando se arrastra una función a través de varias celdas, y la entrada fuente debe cambiar con la columna o fila.

Referencias absolutas Si no se desea el ajuste de las referencias de celdas, coloque un signo \$ enfrente de la parte de la referencia de celda que no debe ajustarse: la columna, la fila o ambas. Por ejemplo, =\$A\$1 retendrá la fórmula cuando se mueva a cualquier parte de la hoja de trabajo. De manera similar, =\$A1 retendrá la columna A, pero la referencia relativa sobre 1 ajustará el número de fila sobre el movimiento en torno a la hoja de trabajo.

Las referencias absolutas se usan en la ingeniería económica para análisis de sensibilidad de parámetros como TMAR, costo inicial y flujos de efectivo anuales. En tales casos, un cambio en la referencia absoluta de la entrada de celda puede ayudar a determinar la sensibilidad de un resultado, como VP o VA.

Impresión de la hoja de cálculo

Defina primero la parte (o la totalidad) de la hoja de cálculo que se va a imprimir.

1. Desplace el puntero del ratón hacia la esquina superior izquierda de su hoja de cálculo.
2. Mantenga oprimido el botón izquierdo. (No suelte el botón izquierdo.)
3. Arrastre el ratón hacia la esquina inferior derecha de su hoja de cálculo o hacia donde usted desee detener la impresión.
4. Suelte el botón izquierdo. (Está listo para imprimir.)
5. Oprima el botón izquierdo del ratón en Archivo del menú de la barra superior.
6. Desplace el ratón hacia abajo para seleccionar Imprimir y oprima el botón izquierdo.
7. En la caja de diálogo Imprimir, oprima el botón del lado izquierdo en la opción Selección del cuadro Imprimir (o un comando similar).
8. Oprima el botón izquierdo en Aceptar para iniciar la impresión.

Dependiendo del entorno de la computadora, es posible que se tenga que seleccionar una impresora de red y esperar turno para obtener la hoja impresa mediante un servidor.

Cómo guardar la hoja de cálculo

Usted puede guardar su hoja de cálculo en cualquier momento durante o después de terminar su trabajo. Se recomienda que guarde regularmente su trabajo.

1. Oprima el botón del lado izquierdo en Archivo del menú de la barra superior.
2. Para guardar la hoja de cálculo la primera vez, oprima el botón del lado izquierdo en la opción Guardar como.
3. Digite el nombre del archivo, por ejemplo, calcs2 y oprima el botón del lado izquierdo en Guardar.

Para guardar la hoja de cálculo después de que se ha guardado la primera vez, es decir, cuando ya se le asignó un nombre al archivo, oprima el botón del lado izquierdo en Archivo del menú de la barra superior, mueva el puntero del ratón hacia abajo y oprima el botón del lado izquierdo en Guardar.

Crear una gráfica de barras

1. Corra Excel.
2. Desplácese a la celda A1 y digite 1. Baje hacia la celda A2 y digite 2. Teclee 3 en la celda A3, 4 en la celda A4 y 5 en la celda A5.
3. Desplácese a la celda B1 y digite 4. Digite 3.5 en la celda B2, 5 en la celda B3, 7 en la celda B4, y 12 en la celda B5.
4. Mueva el puntero del ratón hacia la celda A1, oprima el botón del lado izquierdo y sosténgalo, a la vez que arrastra el puntero del ratón hacia la celda B5. (Deben resaltarse todas las celdas con números.)
5. Oprima el botón izquierdo sobre el botón de Asistente para Gráficos en la barra de herramientas.
6. Seleccione la opción Columna en el paso 1 de 4 y elija el primer subtipo de gráfica de columnas.
7. Oprima el botón izquierdo y sostenga el botón Presionar para ver muestra para determinar que usted ha seleccionado el tipo y estilo de gráfico deseado. Oprima Siguiente.
8. Puesto que los datos fueron resaltados previamente, puede omitir el paso 2. Oprima con el botón izquierdo sobre Siguiente.
9. Para el paso 3 de 4, oprima la etiqueta Títulos y la caja Título del gráfico. Digite Muestra 1.
10. Oprima con el botón izquierdo sobre la caja Eje categorías (X) y digite Año, luego oprima el botón izquierdo sobre la caja Eje valores (Y) y digite Tasa de rendimiento. Existen otras opciones (Líneas de división, Leyenda, etcétera) en etiquetas adicionales. Cuando termine, oprima el botón izquierdo sobre Siguiente.
11. Para el paso 4 de 4, oprima el botón izquierdo sobre Como objeto en; se resalta la hoja 1.
12. Oprima el botón izquierdo sobre Finalizar y el gráfico aparece sobre la hoja de cálculo.
13. Para ajustar el tamaño de la ventana del gráfico, oprima el botón izquierdo en cualquier parte dentro del gráfico para desplegar pequeños puntos en los lados y las esquinas. Las palabras Área del gráfico aparecerán inmediatamente debajo de la flecha. Mueva el ratón a un punto, oprima el botón izquierdo y sostenga, luego arrastre el punto para cambiar el tamaño del gráfico.

14. Para mover el gráfico, oprima el botón izquierdo y sostenga dentro del marco del gráfico, pero no sobre el gráfico mismo. Un pequeño indicador con flechas cruzadas aparecerá tan pronto como ocurra cualquier movimiento del ratón. Al cambiar la posición del ratón todo el gráfico se mueve a cualquier ubicación sobre la hoja de trabajo.
15. Para ajustar el tamaño del área gráfica (el gráfico en sí) dentro del marco del gráfico, oprima el botón izquierdo dentro del gráfico. Aparecerán las palabras Área del gráfico. Oprima el botón izquierdo y sostenga cualquier punto de esquina o lateral, y mueva el ratón para cambiar el tamaño del gráfico hasta el tamaño del marco del gráfico.

Para cambiar cualidades específicas del gráfico están disponibles otras características. Oprima el botón izquierdo dentro del marco del gráfico y oprima el botón Gráfico sobre la barra de herramientas en la parte superior de la pantalla. Las opciones son alterar Tipo de Gráfico, Datos de origen y Opciones de Gráfico. Para obtener ayuda detallada acerca de estas características, vea la función ayuda o experimente con el ejemplo Gráfico de columnas.

Crear una gráfica de dispersión xy

Este gráfico es uno de los usados con mayor frecuencia en los análisis científicos, incluyendo la ingeniería económica. En él se representan gráficamente pares de datos y se pueden colocar múltiples series de entradas sobre el eje Y . La gráfica de dispersión xy es especialmente útil para resultados como la gráfica de VP vs. i , donde i es el eje X y el eje Y muestra los resultados de la función VNA para varias alternativas.

1. Corra Excel.
2. Ingrese los siguientes números en las columnas A, B y C, respectivamente.

Columna A, celdas A1 a A6: Tasa $i\%$, 4, 6, 8, 9, 10

Columna B, celdas B1 a B6: \$ para A, 40, 55, 60, 45, 10

Columna C, celdas C1 a C6: \$ para B, 100, 70, 65, 50, 30

3. Mueva el ratón a A1, oprima el botón izquierdo y sostenga mientras arrastra hacia la celda C6. Se resaltarán todas las celdas, incluso la celda de título para cada columna.
4. Si todas las columnas del gráfico no son adyacentes entre sí, primero oprima y sostenga la tecla Control sobre el teclado durante la totalidad del paso 3. Después de arrastrar sobre una columna de datos, suelte momentáneamente el botón izquierdo, luego muévase a la parte superior de la siguiente columna (no adyacente) del gráfico. No suelte la tecla Control hasta que se hayan resaltado todas las columnas que se van a graficar.
5. Oprima el botón izquierdo sobre el botón Asistente para gráficos sobre la barra de herramientas.
6. Seleccione la opción xy (dispersión) en el paso 1 de 4, y elija un subtipo de gráfico de dispersión.

El resto de los pasos (7 en adelante) son los mismos que se detallaron con antelación para el gráfico de columnas. La etiqueta Leyenda en el paso 3 de 4 del proceso del Asistente para gráficos desplegará las etiquetas de las series a partir de las columnas resaltadas. (Sólo la fila inferior del título puede resaltarse.) Si los títulos no están resaltados, los conjuntos de datos se identifican genéricamente en la leyenda como Serie 1, Serie 2, etcétera.

Obtención de ayuda mientras usa Excel

1. Para obtener información adicional general, oprima el botón del lado izquierdo sobre Ayuda (?) de la barra superior de menú.
2. Oprima el botón del lado izquierdo en Temas de ayuda de Excel de Microsoft.
3. Por ejemplo, si usted desea saber más sobre la forma de guardar un archivo, digite la palabra *guardar* en la caja 1.
4. En la caja 2 seleccione las palabras de asociación adecuadas. Usted puede mirar palabras selectas en la caja 2 oprimiendo el botón del lado izquierdo en palabras sugeridas.
5. Observe los temas numerados en la caja 3.
6. Si usted encuentra un tema numerado en la caja 3 que coincida con lo que está buscando, oprima dos veces el botón del lado izquierdo en el tema seleccionado en la caja 3.

A.2 ORGANIZACIÓN (DISTRIBUCIÓN) DE LA HOJA DE CÁLCULO

Una hoja de cálculo se puede usar de diversas maneras para obtener respuestas a preguntas numéricas. La primera es como una rápida herramienta de solución, frecuentemente con la entrada de sólo unos cuantos números o una función predefinida. En el texto, dicha aplicación se identifica mediante el ícono Sol-R en el margen.

1. Corra Excel.
2. Mueva el ratón a la celda A1 y digite =SUMA(45,15,-20). La respuesta de 40 aparecerá en la celda.
3. Mueva el ratón a la celda B4 y digite =VF(8%,5,-2500). El número \$14 666.50 se desplegará como el valor futuro al 8% anual al final del quinto año de cinco pagos de \$2 500 cada uno.



La segunda aplicación es más formal. La hoja de cálculo con los resultados puede servir como documentación de lo que significan las entradas; la hoja puede presentarse a un compañero de trabajo, un jefe o un profesor; o la hoja final puede colocarse dentro de un reporte a la gerencia. Este tipo de hoja de cálculo se identifica mediante el ícono Sol-E en el texto. A continuación se presentan algunas guías fundamentales, útiles en la elaboración de la hoja de cálculo. En la figura A.1, se presenta una distribución muy simple. Conforme las soluciones se vuelven más complejas, una disposición ordenada de la información hace a la hoja de cálculo más fácil de leer y utilizar.



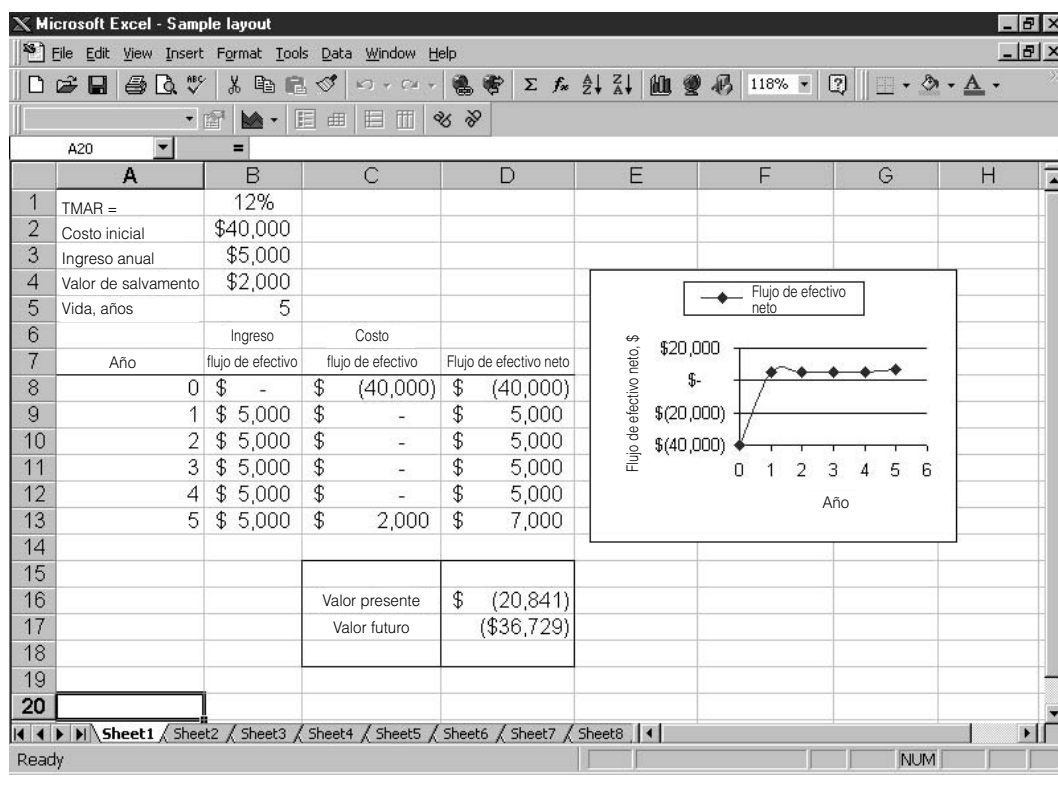


Figura A.1

Distribución muestra de una hoja de cálculo con estimados, resultados de fórmulas y funciones, y una gráfica de dispersión xy.

Agrupe los datos y las respuestas. Es aconsejable organizar los datos dados o estimados en la parte superior de la hoja de cálculo. Se debe usar una breve etiqueta para identificar los datos, por ejemplo, TMAR = en la celda A1 y el valor, 12%, en la celda B1. Entonces B1 puede ser la celda de referencia para todas las entradas que requieran la TMAR. De manera adicional, puede ser valioso agrupar las respuestas en un área y enmarcarla usando el botón Borde exterior de la barra de herramientas. Con frecuencia, la mejor ubicación de las respuestas es en la parte inferior o superior de la columna de entradas usada en la fórmula o función predefinida.

Escriba títulos para columnas y filas. Cada columna o fila deberá etiquetarse de modo que sus entradas sean claras para leer. Es muy sencillo seleccionar de la columna o fila equivocadas cuando no está presente un breve título en el encabezado de los datos.

Escriba por separado los flujos de efectivo de ingresos y costos. Cuando están involucrados flujos de efectivo tanto de ingresos como de costos, se recomienda ampliamente que las estimaciones del flujo de efectivo para ingresos (usualmente positivo) y el costo inicial, valor de salvamento y los costos anuales (usualmente negativos, con el salvamento como un número positivo) se ingresen en dos columnas adyacentes. Luego una fórmula que los combine en una tercera columna mostrará el flujo de efectivo neto. Existen dos ventajas inmediatas a esta práctica: se cometen pocos errores cuando se realizan sumas y restas mentalmente, y se vuelven más sencillos los cambios en el análisis de sensibilidad.

Use referencias a celdas. El uso de referencias a celdas relativas y absolutas es obligado cuando se espera efectuar algún cambio en las entradas. Por ejemplo, suponga que la TMAR se ingresa en la celda B1 y que se hacen tres referencias separadas a la TMAR en las funciones de la hoja de cálculo. La referencia a celda absoluta, ingresada como \$B\$1 en las tres funciones, permite que la TMAR cambie una vez, no tres.

Obtenga una respuesta final a través de la suma y el anidamiento. Cuando las fórmulas y funciones se mantienen relativamente simples, la respuesta final se puede obtener usando la función SUMA. Por ejemplo, si el valor presente (VP) de dos columnas de flujos de efectivo se determina por separado, entonces el VP total es la SUMA de los subtotales. Esta práctica es especialmente útil cuando son complejas las series de flujo de efectivo.

Aunque en Excel se permite el anidamiento de funciones, ello significa más oportunidades para cometer errores en las entradas. Separar los cálculos vuelve más fácil para el lector comprender las entradas. Una aplicación común de esta práctica en ingeniería económica es en la función PAGO que encuentra el valor anual de una serie de flujo de efectivo. La función VNA puede anidarse como el valor presente (P) dentro de PAGO. De manera alternativa, puede aplicarse primero la función VNA, después de lo cual la celda con la respuesta VP se refiere en la función PAGO. (Véase la sección 3.1 para comentarios adicionales.)

Prepare un gráfico. Si se va a desarrollar una gráfica, planee de antemano dejando suficiente espacio a la derecha de los datos y respuestas. Las gráficas pueden colocarse sobre la misma hoja de trabajo o en una hoja de trabajo separada cuando se use el Asistente para gráficos, como se analizó en la sección A.1 acerca de la creación de gráficos. Se recomienda la colocación en la misma hoja de trabajo, especialmente cuando los resultados del análisis de sensibilidad se representan gráficamente.

A.3 FUNCIONES DE EXCEL IMPORTANTES PARA LA INGENIERÍA ECONÓMICA (orden alfabético)

DB (Saldo decreciente)(corresponde a la sigla en inglés DB)

Calcula las cantidades de depreciación para un activo durante un periodo específico n utilizando el método del saldo decreciente. La tasa de depreciación d utilizada en el cálculo se determina a partir de los valores de activo VS (valor de salvamento) y B (base o costo inicial) como $d = 1 - (VS/B)^{1/n}$. Ésta es la ecuación [16.11]. Para d se usa una precisión de tres lugares decimales.

$$=DB(\text{costo,salvamento,vida,periodo,mes})$$

costo	Costo inicial o base del activo.
salvamento	Valor de salvamento.
vida	Vida de depreciación (periodo de recuperación).
periodo	El periodo, año, para el cual debe calcularse la depreciación.
mes	(entrada opcional) Si se omite dicha entrada, se supone un año completo durante el primer año.

Ejemplo Una máquina nueva cuesta \$100 000 y se espera que dure 10 años. Al final de los 10 años, el valor de salvamento de la máquina es \$50 000. ¿Cuál es la depreciación de la máquina en el año inicial y en el quinto año?

Depreciación para el primer año: =DB(100000,50000,10,1)

Depreciación para el quinto año: =DB(100000,50000,10,5)

DDB (Saldo doblemente decreciente) (corresponde a la sigla en inglés DDB)

Calcula la depreciación de un activo durante un periodo específico n utilizando el método de saldo doblemente decreciente. También puede ingresarse un factor para algún otro método de depreciación de saldo decreciente, especificando un factor en la función.

=DDB(costo,salvamento,vida,periodo,factor)

costo	Costo inicial o base del activo.
salvamento	Valor de salvamento del activo.
vida	Vida de depreciación.
periodo	Periodo, año, para el cual debe calcularse la depreciación.
factor	(entrada opcional) Si se omite esta entrada, la función utilizará un método doblemente decreciente con 2 veces la tasa en línea recta. Si, por ejemplo, la entrada es 1.5, se utilizará el método de saldo decreciente del 150%.

Ejemplo Una máquina nueva cuesta \$200 000 y se espera que dure 10 años. El valor de salvamento es \$10 000. Calcule la depreciación de la máquina durante el primero y el octavo años. Finalmente, calcule la depreciación para el quinto año utilizando un método del saldo decreciente del 175%.

Depreciación para el primer año: =DDB(200000,10000,10,1)

Depreciación para el año octavo: =DDB(200000,10000,10,8)

Depreciación durante el quinto año utilizando 175% SD:

=DDB(200000,10000,10,5,1.75)

VF (valor futuro)(corresponde a las siglas en inglés FV)

Calcula el valor futuro con base en los pagos periódicos a una tasa de interés específica.

=VF(tasa,nper,pago,vp,tipo)

tasa	Tasa de interés por periodo de capitalización.
nper	Número de periodos de capitalización.
npago	Cantidad constante de pago.
vp	Valor presente. Si no se especifica el vp, la función supondrá que éste es 0.
tipo	(entrada opcional) Digite un 0 o un 1. Un 0 representa los pagos hechos al final del periodo, y un 1, los pagos hechos al principio del mismo. Si se omite esta entrada, se supone un valor 0.

Ejemplo Jack desea abrir una cuenta de ahorros que pueda aumentar como lo desee. Depositará \$12 000 al iniciarla y depositará \$500.00 a la cuenta al principio de cada mes, durante los próximos 24 meses. El banco paga 0.25% mensual. ¿Cuánto habrá en la cuenta de Jack al final de los 24 meses?

Valor futuro en 24 meses: =VF(0.25%,24,500,12000,1)

IF (función lógica IF)

Determina cuál de dos posibilidades entra en una celda, con base en el resultado de una prueba de lógica que se aplica al contenido de otra celda. La prueba de lógica puede consistir en verificar una función o un solo valor, pero debe utilizar un operador de igualdad o desigualdad. Si la respuesta es una cadena de texto habrá que escribirla entre comillas (“ ”). Las respuestas pueden ser otras funciones IF. Es posible anidar hasta siete funciones IF con la finalidad de realizar pruebas lógicas muy complejas.

= IF (prueba_lógica, valor_IF_verdadero, valor_IF_falso)

prueba_lógica	Aquí puede usarse cualquier función de la hoja de cálculo, inclusive una operación matemática.
valor_IF_verdadero	Resultado si el argumento de la prueba_lógica es verdadero.
valor_IF_falso	Resultado si el argumento de la prueba_lógica es falso.

Ejemplo Si el valor de VP que está en la celda B3 es mayor o igual a cero, el contenido de la celda B4 debe ser “seleccionar” y “rechazar” si VP<0.

El contenido de la celda B4 es: IF(B3>=0,“seleccionar”,“rechazar”)

Ejemplo Si el valor VP en la celda C4 es mayor o igual que cero, el contenido de la celda C5 debe ser “seleccionar”, “rechazar” si VP<0 y “fantástico” si VP≥200.

El contenido de la celda C5 es: =IF(C4<0,“rechazar”,IF(C4>=200,“fantástico”,“seleccionar”))

PAGOINT (pago de intereses) (corresponde a las siglas IPMT en inglés)

Calcula el interés acumulado durante un periodo n dado con base en pagos periódicos constantes y tasa de interés.

=PAGOINT(tasa,per,npes,vp,vf,tipo)

tasa	Tasa de interés por periodo de capitalización.
per	Periodo durante el cual debe calcularse el interés.
nper	Número de periodos de capitalización.
vp	Valor presente. Si el vp no está especificado, la función supondrá que éste es 0.
vf	Valor futuro. Si se omite, la función supondrá que es 0. vf puede considerarse también un saldo de efectivo después de efectuar el último pago.

tipo (entrada opcional) Digite un 0 o un 1. Un 0 representa los pagos hechos al final del periodo, y un 1, los pagos hechos al principio del mismo. Si se omite, se supondrá 0.

Ejemplo Calcule el interés vencido en el décimo mes para un préstamo de \$20 000 a 48 meses. La tasa de interés es 0.25% por mes.

Interés debido: =PAGOINT(0.25%,10,48,20000)

TIR (tasa interna de rendimiento) (corresponde a las siglas IRR en inglés)

Calcula la tasa interna de rendimiento entre -100% e infinito para una serie de flujos de efectivo en periodos regulares.

=TIR(valores,estimación)

valores	Conjunto de números en una columna (o fila) de una hoja de cálculo para el (la) cual se calculará la tasa de rendimiento. El conjunto de números debe constar por lo menos de <i>un</i> número positivo y <i>uno</i> negativo. Los números negativos denotan un pago hecho o una salida de efectivo y los números positivos denotan ingresos o entrada de efectivo.
estimación	(entrada opcional) Para reducir el número de iteraciones, puede agregarse una <i>tasa de retorno estimada</i> . En la mayoría de los casos, no se requiere una aproximación y se supone inicialmente una tasa de rendimiento de 10%. Si aparece el error #NUM!, ensaye utilizando diferentes valores para la estimación. La entrada de diferentes valores de estimación hace posible determinar las raíces múltiples para la ecuación de tasa de rendimiento de una secuencia de flujo de efectivo no convencional.

Ejemplo John desea iniciar un negocio de imprenta. Necesitará \$25 000 en capital y anticipa que el negocio generará los siguientes ingresos durante los primeros 5 años. Calcule su tasa de rendimiento después de 3 años y después de 5 años.

Año 1	\$5 000
Año 2	\$7 500
Año 3	\$8 000
Año 4	\$10 000
Año 5	\$15 000

Prepare un arreglo en la hoja de cálculo.

En la celda A1, digite -25000 (negativo para pagos).
 En la celda A2, digite 5000 (positivo para ingresos).
 En la celda A3, digite 7500.
 En la celda A4, digite 8000.

En la celda A5, digite 10000.

En la celda A6, digite 15000.

Por consiguiente, las celdas A1 a A6 contienen un arreglo de flujos de efectivo durante los primeros 5 años, incluyendo la salida de capital. *Observe que cualquier año con un flujo de efectivo de cero debe tener un cero ingresado* para asegurar que el valor del año se mantenga correctamente para fines del cálculo.

Para calcular la tasa interna de rendimiento después de 3 años, pase a la celda A7, y digite =TIR(A1:A4).

Para calcular la tasa interna de rendimiento después de 5 años y especificar un valor estimado de 5%, desplácese a la celda A8 y digite =TIR(A1:A6,5%)

TIRM (Tasa interna de retorno modificada) (corresponde a las siglas MIRR en inglés)

Calcula la tasa interna de rendimiento modificada para una serie de flujos de efectivo, con la reinversión del ingreso y el interés a una tasa determinada.

=TIRM(valores,tasadefinanciación,tasadereinversión)

valores	Se refiere a un arreglo de celdas en la hoja de cálculo. Los números negativos representan pagos y los números positivos representan ingresos. La serie de pagos e ingresos debe ocurrir en periodos regulares, y debe contener por lo menos <i>un</i> número positivo y <i>uno</i> negativo.
tasadefinanciación	Tasa de interés del dinero utilizada en los flujos de efectivo.
tasadereinversión	Tasa de interés para las reinversiones sobre los flujos de efectivo positivos. (Ésta no es la misma tasa de reinversión sobre las inversiones netas cuando la serie de flujo de efectivo no es convencional. Véase la sección 7.5 para comentarios.)

Ejemplo Jane abrió una tienda de pasatiempos hace 4 años. Cuando empezó el negocio, Jane obtuvo \$50 000 en préstamos de un banco al 12% anual. Desde entonces, el negocio ha producido \$10 000 el primer año, \$15 000 el segundo año, \$18 000 el tercer año y \$21 000 el cuarto año. Jane reinvierte sus utilidades, ganando 85% anual. ¿Cuál es la tasa de rendimiento modificada después de 3 años y después de 4 años?

En la celda A1, digite -50000.

En la celda A2, digite 10000.

En la celda A3, digite 15000.

En la celda A4, digite 18000.

En la celda A5, digite 21000.

Para calcular la tasa de rendimiento modificada después de 3 años, desplácese a la celda A6 y digite =TIRM(A1:A4,12%,8%).

Para calcular la tasa de rendimiento modificada después de 4 años, desplácese a la celda A7 y digite =TIRM(A1:A5,12%,8%).

NPER (Número de periodos)

Calcula el número de periodos para que el valor presente de una inversión iguale un valor futuro especificado, con base en pagos regulares uniformes y una tasa de interés establecida.

=NPER(tasa,pago,vp,vf,tipo)

tasa	Tasa de interés por periodo de capitalización.
pago	Cantidad pagada durante cada periodo de capitalización.
vp	Valor presente (suma global).
vf	(entrada opcional) Valor futuro o saldo de efectivo después del último pago. Si se omite vf, la función asumirá un valor 0.
tipo	(entrada opcional) Ingrese 0 si los pagos se vencen al final del periodo de capitalización, y 1 si los pagos se vencen al principio del periodo. Si se omite, se supone 0.

Ejemplo Sally piensa abrir una cuenta de ahorro que paga 0.25% mensual. Su depósito inicial es \$3 000 y ella piensa depositar \$250 al principio de cada mes. ¿Cuántos pagos tiene ella que hacer para acumular \$15 000 con el propósito de comprar un nuevo auto?

Número de pagos: =NPER(0.25%,−250,−3000,15000,1)

VNA (Valor neto actual)

(corresponde a las siglas en inglés NPV)

Calcula el valor presente neto de una serie de flujos de efectivo futuros a una tasa de interés establecida.

=VNA(tasa,serie)

tasa	Tasa de interés por periodo de capitalización.
serie	Serie de pagos e ingresos dispuestos en un rango de celdas en la hoja de cálculo.

Ejemplo Mark está considerando la compra de una tienda de deportes por \$100 000 y espera recibir el siguiente ingreso durante los próximos 6 años del negocio: \$25 000, \$40 000, \$42 000, \$44 000, \$48 000, \$50 000. La tasa de interés es 8% anual.

En la celda A1, digite −100000.
 En la celda A2, digite 25000.
 En la celda A3, digite 40000.
 En la celda A4, digite 42000.
 En la celda A5, digite 44000.
 En la celda A6, digite 48000.

En la celda A7, digite 50000.

En la celda A8, digite =VNA(8%,A2:A7)+A1.

El valor de la celda A1 ya es un valor presente. *Cualquier año con un flujo de efectivo cero debe tener una entrada 0* para asegurar un resultado correcto.

PAGO (Pagos) (corresponde a las siglas en inglés PMT)

Calcula cantidades periódicas equivalentes basadas en valor presente y/o valor futuro a una tasa de interés constante.

=PAGO(tasa,aper,vp,vf,tipo)

tasa	Tasa de interés por periodo de capitalización.
nper	Número total de periodos.
vp	Valor presente.
vf	Valor futuro.
tipo	(entrada opcional) Ingrese 0 para los pagos vencidos al final del periodo de capitalización, y 1 si el pago se vence al principio de dicho periodo. Si se omite esta entrada, se supone un valor 0.

Ejemplo Jim piensa conseguir un préstamo por \$15 000 para comprar un auto nuevo. La tasa de interés es 7%. Él desea pagar el préstamo en 5 años (60 meses). ¿Cuáles son sus pagos mensuales?

Pagos mensuales: =PGS(7%/12,60,15000)

PAGOPRIN (Pago del principal) (corresponde a las siglas en inglés PPMT)

Calcula el pago sobre el principal con base en pagos uniformes a una tasa de interés determinada.

=PAGOPRIN(tasa,per,nper,vp,vf,tipo)

tasa	Tasa de interés por periodo de capitalización.
per	Periodo para el cual se requiere el pago sobre el principal.
nper	Número total de periodos.
vp	Valor presente.
vf	Valor futuro.
tipo	(entrada opcional) Ingrese 0 para pagos que se vencen al final del periodo de capitalización, y 1 si los pagos vencen al principio del periodo. Si se omite esta entrada, se supone un valor 0.

Ejemplo Jovita está pensando invertir \$10 000 en equipo que se espera dure 10 años sin valor de salvamento. La tasa de interés es 5%. ¿Cuál es el pago del principal al final del año 4 y del año 8?

Al final del año 4: =PAGOPRIN(5%,4,10,-10000)

Al final del año 8: =PAGOPRIN(5%,8,10,-10000)

VA (Valor actual o presente)

Calcula el valor presente de una serie futura de flujos de efectivo iguales y una cantidad global única en el último periodo a una tasa de interés constante.

$$=VA(tasa,nper,pago,vf,tipo)$$

tasa	Tasa de interés por periodo de capitalización.
nper	Número total de periodos.
pago	Flujo de efectivo a intervalos regulares. Los números negativos representan pagos (salidas de efectivo), y los números positivos, el ingreso.
vf	Valor futuro o saldo de efectivo al final del último pago.
tipo	(entrada opcional) Ingrese 0 si los pagos vencen al final del periodo de capitalización, y 1 si los pagos vencen al principio de cada periodo de capitalización. De omitirse, se supone 0.

Existen dos diferencias básicas entre la función VA y la función VNA: VA permite flujos de efectivo del principio o de final de periodo y exige que todas las cantidades tengan el mismo valor; mientras que para la función VNA éstas pueden variar.

Ejemplo José está considerando arrendar un auto por \$300 al mes durante 3 años (36 meses). Una vez transcurridos los 36 meses de arriendo, él puede comprar el auto por \$12 000. Usando un tasa de interés del 8% anual, encuentre el valor presente de esta opción.

$$\text{Valor presente: } =VA(8\%/12,36,-300,-12000)$$

Advierta los signos menos colocados en las cantidades pago y vf.

ALEATORIO (número aleatorio) (corresponde a las siglas en inglés RAND)

Los retornos son números distribuidos uniformemente que pueden ser: 1. ≥ 0 y < 1 ; 2. ≥ 0 y < 100 , o 3. entre los dos números especificados.

$=ALEATORIO()$	para el rango entre 0 y 1
$=ALEATORIO()*100$	para el rango entre 0 y 100
$=ALEATORIO()*(b-a)+a$	para el rango entre a y b

a = número entero mínimo que será generado

b = número entero máximo que será generado

La función de Excel ALEATORIO.ENTRE (a,b) sirve también para obtener un número aleatorio entre dos valores.

Ejemplo Grace necesita números aleatorios entre 5 y 10 con tres dígitos a la derecha del punto decimal. ¿Cuál es la función Excel? En este caso a = 3 y b = 10.

$$\text{Número aleatorio: } =RAND()*5 + 5$$

Ejemplo Randi quiere generar números aleatorios entre -10 y 25 . ¿Cuál es la función de Excel que debe usar? Los valores mínimo y máximo son $a = -10$ y $b = 25$, por tanto $b - a = 25 - (-10) = 35$.

Números aleatorios: $=\text{RAND}()*35 - 10$

TASA (tasa de interés) (corresponde a RATE en inglés)

Calcula la tasa de interés por periodo de capitalización para una serie de pagos o de ingresos.

$=\text{TASA}(\text{nper}, \text{pago}, \text{vp}, \text{vf}, \text{tipo}, \text{estimado})$

nper	Número total de periodos.
pago	Monto del pago hecho en cada periodo de capitalización.
vp	Valor presente.
vf	Valor futuro (no incluye la cantidad pago).
tipo	(entrada opcional) Ingrese 0 para pagos vencidos al final del periodo de capitalización, y 1 si los pagos vencen al principio de cada periodo de capitalización. Si se omite esta entrada, se supone un valor 0.
estimado	(entrada opcional) Para minimizar el tiempo de cálculo, incluya una tasa de interés estimada. Si el valor de la estimación no se especifica, la función supondrá una tasa de 10%. En general, esta función converge hacia una solución, si la tasa está entre 0% y 100%.

Ejemplo Mary desea abrir una cuenta de ahorros en un banco. Ella hará un depósito inicial de \$1000 para abrir la cuenta y piensa depositar \$100 al principio de cada mes. Su plan es hacer esto durante los próximos 3 años (36 meses). Al final de los 3 años, ella desea tener por lo menos \$5 000. ¿Cuál es el interés mínimo requerido para obtener este resultado?

Tasa de interés: $=\text{TASA}(36, -100, -1000, 5000, 1)$

SLN (Depreciación en línea recta) (corresponde a las siglas en inglés SLN)

Calcula la depreciación en línea recta de un activo para un año determinado.

$=\text{SLN}(\text{costo}, \text{salvamento}, \text{vida})$

costo	Costo inicial o base del activo.
salvamento	Valor de salvamento.
vida	Vida de depreciación.

Ejemplo María compró una máquina de impresión por \$100 000. La máquina tiene una vida de depreciación permitida de 8 años y un valor de salvamento estimado de \$15 000. ¿Cuál es la depreciación cada año?

Depreciación: $=\text{SLN}(100000, 15000, 8)$

SYD (Depreciación por el método de la suma de los dígitos del año) (corresponde a las siglas en inglés SYD)

Calcula la depreciación por el método de la suma de los dígitos del año de un activo para un año específico.

=SYD(costo,salvamento,vida,periodo)

costo	Costo inicial o base del activo.
salvamento	Valor del salvamento.
vida	Vida de depreciación.
periodo	El año para el cual se busca la depreciación.

Ejemplo Jack compró equipo por \$100 000 que tiene una vida de depreciación de 10 años. El valor de salvamento es \$10 000. ¿Cuál es la depreciación para el año 1 y para el año 9?

Depreciación para el año 1: = SYD(100000,10000,10,1)

Depreciación para el año 9: = SYD(100000,10000,10,9)

DVS (Saldo decreciente variable) (corresponde a las siglas VDB en inglés)

Calcula la depreciación usando el método del saldo decreciente con un cambio a depreciación en línea recta en el año en que la línea recta tiene una mayor cantidad de depreciación. Esta función aplica de manera automática el cambio de depreciación SD a LR, a menos que de manera específica se le instruya no realizar el cambio.

=DVS(costo,salvamento,vida,inicio_periodo,fin_periodo,factor,no_cambio)

costo	Costo inicial del activo.
salvamento	Valor de salvamento.
vida	Vida de depreciación.
inicio_periodo	Primer periodo para calcular la depreciación.
fin_periodo	Último periodo para calcular la depreciación.
factor	(entrada opcional) Si se omite, la función usará la tasa doblemente decreciente de $2/n$, o el doble de la tasa de línea recta. Otras entradas definen el método de saldo decreciente, por ejemplo, 1.5 para el saldo decreciente de 150%.
no_cambio	(entrada opcional) Si se omite o ingresa como FALSO, la función cambiará de saldo decreciente a depreciación en línea recta cuando la última es mayor que la depreciación SD. Si se ingresa como VERDADERO, la función no cambiará a depreciación LR en algún momento durante la vida de depreciación.

Ejemplo Equipo comprado recientemente con un costo inicial de \$300 000 tiene una vida depreciable de 10 años sin valor de salvamento. Calcule la depreciación de saldo decreciente de 175% para el primer año y el noveno año, primero si es aceptable el cambio a la depreciación LR, y luego si el cambio no es permitido.

Depreciación para el primer año, con cambio: =DVS(300000,0,10,0,1,1.75)

Depreciación para el noveno año, con cambio: =DVS(300000,0,10,8,9,1.75)

Depreciación para el primer año, sin cambio: =DVS(300000,0,10,0,1,1.75, VERDADERO)

Depreciación para el noveno año, sin cambio: =DVS(300000,0,10,8,9,1.75, VERDADERO)

A.4 SOLVER: UNA HERRAMIENTA DE EXCEL PARA ANÁLISIS DE EQUILIBRIO Y DEL TIPO “¿QUÉ SI...?”

SOLVER es una poderosa herramienta usada para cambiar el valor en una o más celdas con base en un valor de celda (objetivo) especificada. Es especialmente útil al realizar análisis de equilibrio y de sensibilidad para responder a preguntas del tipo “¿qué si...?”. En la figura A.2 se muestra la plantilla SOLVER.

Cuadro Celda objetivo. Ingrese una referencia a celda o nombre. La celda objetivo en sí misma debe contener una fórmula o función. El valor en la celda puede maximizarse (Max), minimizarse (Min) o restringirse a un valor específico (Valor de).

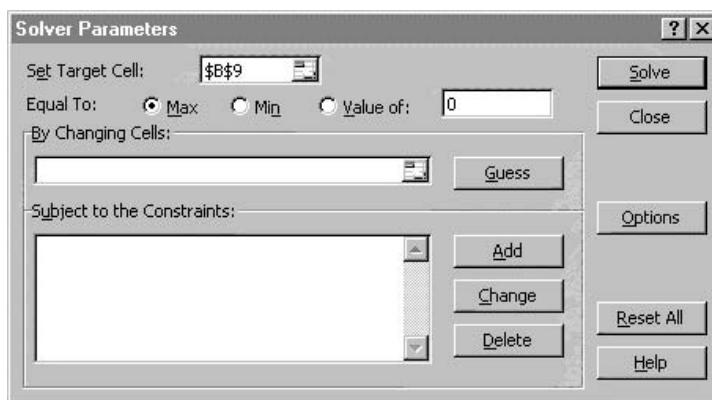
Cuadro Cambiando las celdas. Ingrese la referencia de celda para cada celda que va a ajustarse, usando comas entre celdas no adyacentes. Cada celda debe estar directa o indirectamente relacionada con la celda objetivo. SOLVER propone un valor para la celda cambiante con base en la entrada que se ofrece en torno a la celda objetivo. El botón Estimar listará todas las posibles celdas que cambian relacionadas con la celda objetivo.

Cuadro Sujetas a las siguientes restricciones. Ingrese cualquier restricción que pudiera aplicar, por ejemplo $\text{\$C\$1} < \$50,000$. Las variables enteras y binarias se determinan en este cuadro.

Cuadro Opciones. Las opciones aquí permiten al usuario especificar varios parámetros de la solución: tiempo máximo y número de iteraciones permitidas, la precisión y la tolerancia de los valores determinados, y los requerimientos de convergencia cuando se determina la solución final. Además, aquí es factible establecer las suposiciones de modelos lineales y no lineales. *Si están implicadas variables enteras o binarias, la opción tolerancia debe establecerse en un número pequeño, digamos, 0.0001, lo cual es especialmente importante para las variables binarias cuando se selecciona entre proyectos independientes (capítulo 12).* Si la tolerancia permanece en el valor preestablecido de 5%, un proyecto puede incluirse de manera incorrecta en la solución establecida a un nivel muy bajo.

Cuadro Resultados de SOLVER. Se presenta luego de que se oprime Resolver y aparece una solución. Desde luego, tal vez no se pueda encontrar solución alguna para el escenario descrito. Es posible actualizar la hoja de cálculo al oprimir Utilizar la solución de SOLVER o regresar a las entradas originales usando Restaurar valores originales.

Figura A.2
Plantilla SOLVER de
Excel.



A.5 LISTA DE LAS FUNCIONES FINANCIERAS DE EXCEL

A continuación se presentan un listado y una breve descripción del producto de las funciones financieras de Excel.* No todas estas funciones se encuentran disponibles en todas las versiones del Excel de Microsoft. El comando Complementos puede ayudarle a determinar si la función está disponible en el sistema que el usuario utiliza.

INT.ACUM	Se obtiene el interés acumulado para un valor bursátil que paga interés periódico. (ACCRINT)
INT.ACUM.V	Se obtiene el interés acumulado para un valor bursátil que paga interés al vencimiento. (ACCRINTM)
AMORTIZ.PROGRE	Se obtiene la depreciación para cada periodo contable. (AMORDEGRC)
AMORTIZ.LIN	Se obtiene la depreciación para cada periodo contable. (AMORLINC)
CUPON.DIAS.L1	Se obtiene el número de días desde el principio del periodo del cupón hasta la fecha de liquidación. (COUPDAYBS)
CUPON.DIAS	Se obtiene el número de días del periodo (entre dos cupones) donde se encuentra la fecha de liquidación. (COUPDAYS)
CUPON.DIAS.L2	Se obtiene el número de días desde la fecha de liquidación hasta la fecha del próximo cupón. (COUPDAYSNC)
CUPON.FECHA.L2	Se obtiene la fecha del próximo cupón después de la fecha de liquidación. (COUPNCD)
CUPON.NUM	Se obtiene el número de cupones por pagar entre la fecha de liquidación y la fecha de vencimiento. (COUPNUM)

* Los comandos en inglés aparecen entre paréntesis.

CUPON.FECHA.L1	Se obtiene la fecha del cupón anterior de la fecha de liquidación. (COUPPCD)
PAGO.INT.ENTRE	Se obtiene el interés acumulado pagado entre dos periodos. (CUMIPMT)
PAGO.PRINC.ENTRE	Se obtiene el principal acumulado pagado sobre un préstamo entre dos periodos. (CUMPRINC)
DB	Se obtiene la depreciación de un activo durante un periodo determinado utilizando el método fijo de saldo decreciente. (DB)
DDB	Se obtiene la depreciación de un activo durante un periodo específico utilizando el método de saldo doblemente decreciente o algún otro método que usted especifique. (DDB)
TASA.DESC	Se obtiene la tasa de descuento para un valor bursátil. (DISC)
MONEDA.DEC	Convierte el precio en dólares expresado como fracción en un precio en dólares expresado como número decimal. (DOLLARDE)
MONEDA.FRAC	Convierte el precio en dólares expresado como número decimal en un precio en dólares expresado como fracción. (DOLLARFR)
DURACION	Se obtiene la duración anual de un valor bursátil con pagos periódicos de intereses. (DURATION)
INT.EFECTIVO	Se obtiene la tasa de interés efectiva anual. (EFFECT)
VF	Se obtiene el valor futuro de una inversión. (FV)
VF.PLAN	Se obtiene el valor futuro de un principal inicial después de aplicar una serie de tasas de interés compuestas. (FVSCCHEDULE)
TASA.INT	Se obtiene la tasa de interés para la inversión total en un valor bursátil. (INTRATE)
PAGOINT	Se obtiene el pago de intereses para una inversión durante un periodo específico. (IPMT)
TIR	Se obtiene la tasa interna de rendimiento para una serie de flujos de efectivo. (IRR)
PAGO.INT	Se obtiene el interés pagado durante un periodo específico de una inversión. (Proporciona compatibilidad con Lotus 1-2-3.) (ISPMT)
DURACION.MODIF	Se obtiene la duración modificada de Macauley para un valor bursátil con un valor nominal supuesto de \$100. (MDURATION)
TIRM	Se obtiene la tasa interna de rendimiento donde los flujos de efectivo positivos y negativos se financian a tasas diferentes. (MIRR)
TASA.NOMINAL	Se obtiene la tasa de interés nominal anual. (NOMINAL)
NPER	Se obtiene el número de periodos para una inversión. (NPER)
VNA	Se obtiene el valor presente neto de una inversión con base en una serie de flujos de efectivo periódicos y una tasa de descuento. (NPV)

PRECIO.PER.IRREGULAR.1	Se obtiene el precio de un valor bursátil con un periodo inicial irregular por cada \$100 de valor nominal. (ODDFPRICE)
RENDTO.PER.IRREGULAR.1	Se obtiene el rendimiento de un valor bursátil con un periodo inicial irregular. (ODDFYIELD)
PRECIO.PER.IRREGULAR.2	Se obtiene el precio de un valor bursátil con un último periodo irregular por cada \$100 de valor nominal. (ODDLPRICE)
RENDTO.PER.IRREGULAR.2	Se obtiene el rendimiento de un valor bursátil con un periodo final irregular. (ODDLYIELD)
PAGO	Se obtiene el pago periódico para una anualidad. (PMT)
PAGOPRIN	Se obtiene el pago sobre el principal para una inversión durante un periodo dado. (PPMT)
PRECIO	Se obtiene el precio por cada \$100 de valor nominal de un valor bursátil que paga interés periódico. (PRICE)
PRECIO.DESCUENTO	Se obtiene el precio por cada \$100 de valor nominal de un valor bursátil con descuento. (PRICEDISC)
PRECIO.VENCIMIENTO	Se obtiene el precio por cada \$100 de valor nominal de un valor bursátil que paga intereses al vencimiento. (PRICEMAT)
VA	Se obtiene el valor presente de una inversión. (PV)
TASA	Se obtiene la tasa de interés por periodo de una anualidad. (RATE)
CANTIDAD.RECIBIDA	Se obtiene el monto recibido al vencimiento de un valor bursátil completamente invertido. (RECEIVED)
SLN	Se obtiene la depreciación en línea recta de un activo durante un periodo. (SLN)
SYD	Se obtiene la depreciación por el método de la suma de los dígitos del año de un activo durante un periodo determinado. (SYD)
LETRA.DE.TES.EQV.A.BOND	Se obtiene el rendimiento para un bono equivalente a una letra de tesorería (US Treasury bill). (TBILLEQ)
LETRA.DE.TES.PRECIO	Se obtiene el precio por cada \$100 de valor nominal de una letra de tesorería (US Treasury bill). (TBILLPRICE)
LETRA.DE.TES.RENDTO	Se obtiene el rendimiento de una letra de tesorería (US Treasury bill). (TBILLYIELD)
DVS	Se obtiene la depreciación de un activo durante un periodo especificado o parcial, utilizando el método de saldo decreciente con un cambio a línea recta cuando éste es mejor. (VDB)
TIR.NO.PER	Se obtiene la tasa interna de rendimiento para un programa de flujos de efectivo que no necesariamente es periódico. (XIRR)
VNA.NO.PER	Se obtiene el valor presente neto de un programa de flujos de efectivo que no necesariamente es periódico. (XNPV)
RENDTO	Se obtiene el rendimiento en un valor bursátil que paga interés periódico. (YIELD)

RENDTO.DESC	Se obtiene el rendimiento anual de un valor bursátil con descuento. Por ejemplo, un bono del tesoro. (US Treasury bill). (YIELDDISC)
RENDTO.VENCTO	Se obtiene el rendimiento anual de un valor bursátil que paga intereses al vencimiento. (YIELDMAT)

Muchas más funciones están disponibles en Excel para otras áreas: matemáticas y trigonometría, estadística, fecha y hora, base de datos, lógica e información.

A.6 MENSAJES DE ERROR

Si Excel no puede terminar el cálculo de una fórmula o de una función, aparece un mensaje de error. Algunos mensajes comunes son:

#¡DIV/0!	Está tratando de dividir entre cero.
#N/A	Se refiere a un valor que no está disponible.
#¿NOMBRE?	Utiliza un nombre que Excel no reconoce.
#¡NULO!	Especifica una intersección inválida de dos áreas.
#¡NUM!	Utiliza un número incorrectamente.
#¡REF!	Se refiere a una celda que no es válida.
#¡VALOR!	Utiliza un argumento u operando inválido.
#####	Produce un resultado, o incluye un valor numérico constante, que es demasiado largo para ajustarse a la celda. (Ensanche la columna.)

ELEMENTOS BÁSICOS DE LOS INFORMES DE CONTABILIDAD Y DE LAS RAZONES FINANCIERAS

Este apéndice ofrece una descripción fundamental de los estados financieros. Los documentos que se analizan aquí sirven para revisar o entender los estados financieros básicos y para reunir información útil en un estudio de ingeniería económica.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Objetivo general: reconocer y entender los elementos básicos de los estados financieros y de las razones financieras fundamentales.

Este apéndice ayudará al lector a:

Balance general

1. Identificar las categorías principales de un balance general y su relación básica.

**Estado de resultados;
costo de lo vendido**

2. Identificar las categorías principales de un estado de resultados y un estado de costo de lo vendido y sus relaciones básicas.

Razones financieras

3. Calcular e interpretar las razones financieras fundamentales.

B.1 EL BALANCE GENERAL

El año fiscal y el año tributario están definidos en forma idéntica para una corporación o para un individuo: 12 meses de duración. El año fiscal (AF) por lo general no es el año de calendario (AC) para una corporación. El gobierno de EUA utiliza el periodo de octubre a septiembre como su AF. Por ejemplo, octubre de 2001 hasta septiembre de 2002 es AF2002. Para un ciudadano individual, el año fiscal o año tributario siempre es el año de calendario.

Al final de cada año fiscal, una compañía publica un *balance general*. Una muestra de balance general para TeamWork Corporation se presenta en la tabla B.1. Ésta es una presentación anual de un estado de la firma en un momento particular,

TABLA B.1 Muestra de balance general

TEAMWORK CORPORATION			
Balance general			
Diciembre 31, 2006			
Activos		Pasivos	
Circulante			
Efectivo	\$10 500	Cuentas por pagar	\$19 700
Cuentas por cobrar	18 700	Dividendos por pagar	7 000
Intereses acumulados por cobrar	500	Documentos de largo plazo por pagar	16 000
Inventarios	<u>52 000</u>	Bonos por pagar	<u>20 000</u>
Total activos corrientes	\$81 700	Total pasivos	\$62 700
Capital			
Fijos			
Terrenos	\$25 000	Acciones comunes	\$275 000
Construcciones y equipo	438 000	Acciones preferenciales	100 000
Menos: Reserva para depreciación \$82 000	<u>356 000</u>	Utilidades retenidas	<u>25 000</u>
Total activos fijos	<u>381 000</u>	Total capital	<u>400 000</u>
Total activos	<u><u>\$462 700</u></u>	Total pasivos y capital	<u><u>\$462 700</u></u>

por ejemplo, de diciembre de 2006; sin embargo, por lo común el balance general se prepara trimestral o mensualmente. Observe que se utilizan las tres categorías principales.

Activos. Resumen de todos los recursos poseídos por la compañía o que se le adeudan a ésta. Hay dos clases principales de activos. Los *activos circulantes* representan capital de trabajo de corto plazo (efectivo, cuentas por cobrar, etcétera), que pueden convertirse más fácilmente a efectivo, por lo general, en menos de 1 año. Se hace referencia a los activos de largo plazo como *activos fijos* (terreno, equipo, etcétera). La conversión de estas posesiones a efectivo en un corto plazo requeriría una reorientación corporativa importante.

Pasivos. Resumen de todas las obligaciones financieras (deudas, hipotecas, préstamos, etcétera) de una corporación. La deuda de bonos se incluye aquí.

Capital. Es un resumen del valor financiero de la propiedad, incluyendo las acciones emitidas y las utilidades retenidas por la corporación.

El balance general se construye utilizando la relación

$$\text{Activos} = \text{pasivos} + \text{capital}$$

En la tabla B.1 cada gran categoría se divide adicionalmente en subcategorías estándar. Por ejemplo, los activos circulantes se componen de efectivo, cuentas por cobrar, etcétera. Cada subdivisión tiene una interpretación específica, tal como cuentas por cobrar, que representa todo el dinero adeudado a la compañía por sus clientes habituales.

B.2 ESTADO DE RESULTADOS Y ESTADO DEL COSTO DE LO VENDIDO

Otro estado financiero, segundo en importancia, es el *estado de resultados* (tabla B.2). El estado de resultados resume las utilidades o las pérdidas de la corporación durante un periodo establecido. Los estados de resultados siempre acompañan a los balances generales. Las categorías principales de un estado de resultados son:

Ingresos. Todas las ventas y entradas por intereses que la compañía recibió durante el pasado periodo contable.

Gastos. Resumen de todos los gastos durante el periodo. Algunas cantidades de gastos aparecen en otros estados, por ejemplo, el costo de lo vendido y de los impuestos sobre la renta.

El estado de resultados, publicado simultáneamente con el balance general, utiliza la ecuación básica:

$$\text{Ingresos} - \text{gastos} = \text{utilidad (o pérdida)}$$

TABLA B.2 Muestra del estado de resultados

TEAMWORK CORPORATION			
Estado de resultados			
Año terminado el 31 de diciembre, 2006			
Ingresos			
Ventas	\$505 000		
Ingresos de intereses	3 500		
Ingresos totales			\$508 500
Gastos			
Costo de lo vendido (de acuerdo con la tabla B.3)	\$290 000		
Por venta	28 000		
Administrativos	35 000		
Otros	12 000		
Gastos totales			365 000
Ingreso antes de impuestos			143 500
Impuestos durante el año			64 575
Utilidad neta durante el año			\$ 78 925

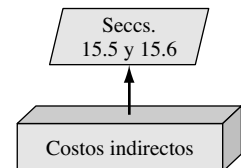
TABLA B.3 Muestra del estado del costo de lo vendido

TEAMWORK CORPORATION		
Estado del costo de lo vendido		
Año terminado el 31 de diciembre, 2006		
Materiales		
Inventario, enero 1, 2002	\$54 000	
Compras durante el año	174 500	
Totales	<u>\$228 500</u>	
Menos: Inventario diciembre 31, 2002	<u>50 000</u>	
Costo de materiales		\$178 500
Mano de obra directa		110 000
Costo primo		<u>288 500</u>
Costos indirectos		7 000
Costos de fabricación		<u>295 500</u>
Menos: Incremento en el inventario de producto terminado durante el año		<u>5 500</u>
Costo de lo vendido (en la tabla B.2)		<u><u>\$290 000</u></u>

El *costo de lo vendido* es un término de contabilidad importante, el cual representa el costo neto de generar el producto comercializado por la firma. El costo de lo vendido también recibe el nombre de *costo de fabricación*. El costo de lo vendido, como aquel que aparece en la tabla B.3, es útil al determinar exactamente cuánto cuesta fabricar un producto específico durante un periodo establecido, por lo general un año. Observe que el total del estado del costo de lo vendido se ingresa como un renglón de gastos en el estado de resultados. Este total se determina utilizando las relaciones:

$$\begin{aligned}\text{Costo de lo vendido} &= \text{costo primo} + \text{costo indirecto} \\ \text{Costo primo} &= \text{materiales directos} + \text{mano de obra directa}\end{aligned}\quad [\text{B.1}]$$

El renglón costos indirectos incluye todos los costos indirectos y gastos generales cargados a un producto, proceso o centro de costo. Los métodos de asignación de costos indirectos se analizan en el capítulo 15.



B.3 RAZONES FINANCIERAS

Los contadores, analistas financieros e ingenieros economistas utilizan con frecuencia los análisis de razones financieras para evaluar la salud financiera (condición) de una compañía en el tiempo y en relación con las normas de la industria. Debido a que el ingeniero economista debe comunicarse continuamente con otros, él (ella) debería tener un conocimiento básico de las diversas razones. Para fines de compa-

ración, es necesario calcular las razones para compañías en la misma industria. La mediana de valores de las razones en las industrias se publica anualmente por firmas tales como Dun and Bradstreet en *Industry Norms and Key Business Ratios*. Las razones se clasifican por lo común de acuerdo con su papel de medición de la corporación.

Razones de solvencia. Capacidad de satisfacer las obligaciones financieras de corto y de largo plazos.

Razones de eficiencia. Medidas que reflejan la capacidad de la gerencia para utilizar y controlar los activos.

Razones de rentabilidad. Evalúan la capacidad de obtener un rendimiento para los propietarios de la corporación.

La información numérica para diferentes razones importantes que se analizan aquí se obtuvo del balance general y del estado de resultados de TeamWork, tablas B.1 y B.2.

Razón corriente (o índice de liquidez) Esta razón se utiliza para analizar la condición del capital de trabajo de la compañía; se define como:

$$\text{Razón corriente (o índice de liquidez)} = \frac{\text{activos circulantes}}{\text{pasivos circulantes}}$$

Los pasivos circulantes incluyen todas las deudas de corto plazo, tales como cuentas y dividendos por pagar. Observe que en la razón corriente (o índice de liquidez) solamente se utilizan datos del balance general; es decir, no se asocia con los ingresos o los gastos. Para el balance general de la tabla B.1, los pasivos circulantes son \$19 700 + \$7 000 = \$26 700 y

$$\text{Razón corriente (o índice de liquidez)} = \frac{81\,700}{26\,700} = 3.06$$

Puesto que los pasivos circulantes son aquellas deudas por pagar en el año siguiente, el valor de la razón corriente de 3.06 significa que los activos circulantes cubrirían las deudas de corto plazo aproximadamente 3 veces. Son comunes los valores de 2 a 3 para la razón corriente.

La razón corriente supone que el capital de trabajo invertido en inventario puede convertirse a efectivo de manera bastante rápida. Con frecuencia, sin embargo, puede obtenerse una mejor idea financiera de la posición financiera *inmediata* de una compañía, utilizando la razón de la prueba del ácido.

Razón de la prueba del ácido (razón de liquidez rápida) Esta razón es:

$$\begin{aligned} \text{Razón de la prueba del ácido} &= \frac{\text{activos líquidos}}{\text{pasivos circulantes}} \\ &= \frac{\text{activos circulantes} - \text{inventarios}}{\text{pasivos circulantes}} \end{aligned}$$

Es significativa para la situación de emergencia cuando la firma debe cubrir deudas de corto plazo utilizando sus activos fácilmente convertibles. Para TeamWork Corporation.

$$\text{Razón de la prueba del ácido} = \frac{81\,700 - 52\,000}{26\,700} = 1.11$$

La comparación de esta razón y la razón corriente muestra que aproximadamente 2 veces las deudas corrientes de la compañía están invertidas en inventarios. Sin embargo, una razón de la prueba del ácido de cerca de 1.0 se considera, en general, como una posición corriente fuerte, independientemente de la cantidad de activos en inventarios.

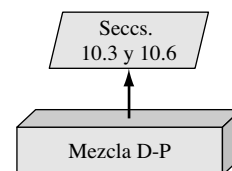
Razón de deuda Esta es una medida para la fortaleza financiera, según la definición:

$$\text{Razón de deuda} = \frac{\text{pasivos totales}}{\text{activos totales}}$$

Para TeamWork Corporation,

$$\text{Razón de deuda} = \frac{62\,700}{462\,700} = 0.136$$

Los acreedores de TeamWork tienen 13.6% de la propiedad de la compañía y sus accionistas 86.4%. Una razón de deuda en el rango de 20% o menos indica condiciones financieras muy buenas, con poco temor a una reorganización forzada por las obligaciones no pagadas. Sin embargo, una compañía virtualmente sin deudas, es decir, con razón de deuda muy baja, tal vez no tenga un futuro prometedor debido a su inexperiencia en el manejo del financiamiento con deuda de corto y largo plazos. Otra medida de fortaleza financiera es la mezcla de deuda con patrimonio propio.



Razón de rendimiento sobre ventas Esta razón, frecuentemente citada, indica el margen de utilidad para la compañía; se define como:

$$\text{Rendimiento sobre ventas} = \frac{\text{utilidad neta}}{\text{ventas netas}} (100\%)$$

La utilidad neta es el valor después de impuestos del estado de resultados. Esta razón mide la utilidad obtenida por dólar en ventas e indica qué tan bien la corporación se puede sostener en condiciones adversas a través del tiempo, tales como precios en descenso, costos en aumento y ventas en descenso. Para TeamWork Corporation:

$$\text{Rendimiento sobre ventas} = \frac{78\,925}{505\,000} (100\%) = 15.6\%$$

Las corporaciones pueden indicar razones bajas de rendimiento sobre ventas, por ejemplo 2.5% a 4.0%, como indicadores de condiciones económicas de receso. En verdad, para un negocio de un volumen relativamente grande y de alta rotación, una razón de ingresos de 3% es bastante saludable. Por supuesto, una razón en constante

decrecimiento indica aumento en los gastos de la compañía, que absorben la utilidad neta después de impuestos.

Razón de rendimiento de los activos Éste es el indicador clave de la rentabilidad puesto que evalúa la capacidad de la corporación para transferir activos en utilidad de operaciones. La definición y el valor para TeamWork son:

$$\begin{aligned}\text{Rendimiento de los activos} &= \frac{\text{utilidad neta}}{\text{activos totales}} (100\%) \\ &= \frac{78\,925}{462\,700} (100\%) = 17.1\%\end{aligned}$$

El uso eficiente de los activos indica que la compañía debería obtener un rendimiento alto; mientras que bajos rendimientos generalmente acompañan a valores bajos de esta razón, comparados con las razones del correspondiente grupo industrial.

Razón de rotación del inventario Aquí se utilizan dos razones diferentes. Ambas indican el número de veces que el valor del inventario promedio pasa por las operaciones de la compañía. Si se desea la rotación del inventario a *ventas netas*, la fórmula es:

$$\text{Ventas netas a inventario} = \frac{\text{ventas netas}}{\text{inventario promedio}}$$

donde el inventario promedio es la cifra registrada en el balance general. Para TeamWork Corporation esta razón es:

$$\text{Ventas netas a inventario} = \frac{505\,000}{52\,000} = 9.71$$

Esto significa que el valor promedio del inventario se ha vendido 9.71 veces durante el año. Los valores de esta razón varían bastante entre una industria y otra.

Si la rotación del inventario se relaciona con el *costo de lo vendido*, la razón a utilizar es:

$$\text{Costo de lo vendido a inventario} = \frac{\text{costo de lo vendido}}{\text{inventario promedio}}$$

Ahora, el inventario promedio se calcula como el promedio de los valores de inventario inicial y final en el estado de costo de lo vendido. Esta razón se utiliza en general como una medida de la tasa de rotación de inventario en las compañías manufactureras. Dicha razón varía según la industria, aunque la gerencia desea verla relativamente constante a medida que el negocio aumenta. Para TeamWork, usando los valores de la tabla B.3,

$$\text{Costo de lo vendido a inventario} = \frac{290\,000}{\frac{1}{2}(54\,000 + 50\,000)} = 5.58$$

Desde luego existen muchas otras razones para utilizar en diversas circunstancias; sin embargo, las que aquí se presentan se utilizan comúnmente, tanto por los contadores como por los analistas económicos.

EJEMPLO B.1

A continuación se presentan valores típicos de razones o porcentajes financieros de cuatro compañías nacionales analizadas. Comparta los valores de TeamWork Corporation con las normas que se muestran y haga comentarios acerca de las diferencias y similitudes.

Razón o porcentaje	Manufatura de vehículos de motor y sus refacciones 336 105*	Transporte aéreo (tamaño medio) 481 000*	Manufatura de maquinaria industrial 333 200*	Muebles para el hogar 442 000*
Razón corriente	2.4	0.4	1.7	2.6
Razón ácida	1.6	0.3	0.9	1.2
Razón de deuda	59.3%	96.8%	61.5%	52.4%
Rendimiento sobre los activos	40.9%	8.1%	6.4%	5.1%

*Código del *North American Industry Classification System (NAICS)* para el sector industrial en cuestión. FUENTE: L. Troy, *Almanac of Business and Industrial Financial Ratios*, 33a. edición anual, Prentice-Hall, Paramus, NJ, 2002.

Solución

No es correcto comparar las razones de una compañía con los índices de industrias distintas, es decir, con los de aquellas que tengan diferente código NAICS. Por tanto, la comparación que sigue sólo tiene fines ilustrativos. Los valores correspondientes de TeamWork son:

$$\text{Razón corriente} = 3.06$$

$$\text{Razón ácida} = 1.11$$

$$\text{Razón de deuda} = 13.5\%$$

$$\text{Rendimiento sobre los activos} = 17.1\%$$

TeamWork tiene una razón corriente mayor que todas las otras cuatro industrias, ya que 3.06 indica que puede cubrir 3 veces sus obligaciones actuales, en comparación con 2.6 y mucho menos en el caso del *promedio* de las corporaciones de transporte aéreo. TeamWork tiene una razón de deuda significativamente más baja que cualquiera de las industrias que se muestran, por lo que es probable que tenga más salud financiera. El rendimiento sobre los activos, que es una medida de la capacidad de convertir éstos en utilidades, no es tan alto en TeamWork como en la industria automotriz, pero TeamWork compite bien con los demás sectores industriales.

Para hacer una comparación justa de las razones de TeamWork con otros valores es necesario tener las normas para su tipo de industria, así como los de otras corporaciones en la misma categoría NAICS y con el mismo tamaño de activos totales. Los activos corporativos se clasifican en categorías en unidades de \$100 000; por ejemplo de 100 a 250, 1 001 a 5 000, más de 250 000, etcétera.

PROBLEMAS

La siguiente información financiera (en miles de dólares) corresponde al mes de julio 20XX para Non-Stop, Inc. Utilice esta información para resolver los problemas B.1 a B.5.

Situación actual, julio 31, 20XX

Cuenta	Saldo
Cuentas por pagar	\$ 35 000
Cuentas por cobrar	29 000
Bonos por pagar (20 años)	110 000
Edificaciones (valor neto)	605 000
Efectivo disponible	17 000
Dividendos por pagar	8 000
Valor de inventario (todos los inventarios)	31 000
Valor terrenos	450 000
Hipotecas de largo plazo por pagar	450 000
Utilidades retenidas	154 000
Valor de acciones en circulación	375 000

Transacciones para julio 20XX

Categoría	Monto
Mano de obra directa	\$ 50 000
Gastos	
Seguros	\$ 20 000
Venta	62 000
Arrendamiento	40 000
Salarios	110 000
Otros	62 000
Total	294 000
Impuesto sobre la renta	20 000
Incremento del inventario	
de producto terminado	25 000
Inventario de materiales, julio 1, 20XX	46 000
Inventario de materiales, julio 31, 20XX	25 000
Compras de materiales	20 000
Cargos de gastos generales	75 000
Ingresos por ventas	500 000

- B.1** Utilice la información del resumen de cuentas *a)* para construir un balance general para Non-Stop, julio 31, 20XX, y *b)* para determinar el valor de cada término en la ecuación básica del balance general.
- B.2** ¿Cuál es el cambio neto en el valor del inventario de materiales durante el mes?
- B.3** Utilice la información del resumen para desarrollar *a)* un estado de resultados para julio 20XX y *b)* la ecuación básica del estado de resultados. *c)* ¿Qué porcentaje de los ingresos se reporta como ingreso después de impuestos?
- B.4** *a)* Calcule el valor de cada razón financiera que utiliza solamente información del balance general del estado que usted elaboró en el problema B.1. *b)* ¿Qué porcentaje de la deuda corriente de la compañía no está disponible y en inventario?
- B.5** *a)* Calcule la razón de la rotación de inventario (con base en las ventas netas) para Non-Stop, Inc., y establezca su significado. *b)* ¿Con qué porcentaje de cada dólar de ventas puede contar la compañía como utilidad? *c)* Si Non-Stop es una aerolínea, ¿cómo se compara su indicador clave de la rentabilidad con el valor de la razón mediana de su NAICS?

MATERIALES DE REFERENCIA

LIBROS DE TEXTO ACERCA DE TEMAS RELACIONADOS

- Bowman, M. S.: *Applied Economic Analysis for Technologists, Engineers, and Managers*, 2a. ed., Pearson Prentice-Hall, Upper Saddle River, Nueva Jersey, 2003.
- Bussey, L. E. y T. G. Eschenbach: *The Economic Analysis of Industrial Projects*, 2a. ed., Pearson Prentice-Hall, Upper Saddle River, Nueva Jersey, 1992.
- Canada, J. R., W. G. Sullivan y J. A. White: *Capital Investment Analysis for Engineering and Management*, 2a. ed., Pearson Prentice-Hall, Upper Saddle River, Nueva Jersey, 1996.
- Collier, C. A. y C. R. Glagola: *Engineering and Economic Cost Analysis*, 3a. ed., Pearson Prentice-Hall, Upper Saddle River, Nueva Jersey, 1999.
- Eschenbach, T. G.: *Engineering Economy: Applying Theory to Practice*, McGraw-Hill, Nueva York, 1995.
- Fabrycky, W. J. G., J. Thuesen y D. Verma: *Economic Decision Analysis*, 3a. ed., Pearson Prentice-Hall, Upper Saddle River, Nueva Jersey, 1998.
- Innes, J., F. Mitchell y T. Yoshikawa: *Activity Costing for Engineers*, John Wiley & Sons, Hoboken, Nueva Jersey, 1994.
- Levy, S. M.: *Build, Operate, Transfer: Paving the Way for Tomorrow's Infrastructure*, John Wiley & Sons, Hoboken, Nueva Jersey, 1996.
- Newnan, D. G., T. G. Eschenbach y J. P. Lavelle: *Engineering Economic Analysis*, 9a. ed., Oxford University Press, Nueva York, 2004.
- Ostwald, P. F.: *Construction Cost Analysis and Estimating*, Pearson Prentice-Hall, Upper Saddle River, Nueva Jersey, 2001.
- Ostwald, P. F. y T. S. McLaren: *Cost Analysis and Estimating for Engineering and Management*, Pearson Prentice-Hall, Upper Saddle River, Nueva Jersey, 2004.
- Park, C. S.: *Contemporary Engineering Economics*, 3a. ed., Pearson Prentice-Hall, Upper Saddle River, Nueva Jersey, 2002.
- Park, C. S.: *Fundamentals of Engineering Economics*, Pearson Prentice-Hall, Upper Saddle River, Nueva Jersey, 2004.
- Peurifoy, R. L. y G. D. Oberlender: *Estimating Construction Costs*, 5a. ed., McGraw-Hill, Nueva York, 2002.
- Stewart, R. D., R. M. Wyskida y J. D. Johannes: *Cost Estimator's Reference Manual*, 2a. ed., John Wiley & Sons, Hoboken, Nueva Jersey, 1995.
- Sullivan, W. G., E. Wicks y J. Luxhoj: *Engineering Economy*, 12a. ed., Pearson Prentice-Hall, Upper Saddle River, Nueva Jersey, 2003.
- Thuesen, G. L. y W. J. Fabrycky: *Engineering Economy*, 9a. ed., Pearson Prentice-Hall, Upper Saddle River, Nueva Jersey, 2001.
- White, J. A., K. E. Case, D. B. Pratt y M. H. Agee: *Principles of Engineering Economic Analysis*, 4a. ed., John Wiley & Sons, Nueva Jersey, 1997.
- Young, D.: *Modern Engineering Economy*, John Wiley & Sons, Hoboken, Nueva Jersey, 1993.

USO DE EXCEL EN INGENIERÍA ECONÓMICA

Gootfried, B. S.: *Spreadsheet Tools for Engineers Using Excel*, McGraw-Hill, Nueva York, 2003

SITIOS WEB

Para este libro: www.mhhe.com/catalogs

Índice de estimación de costos de planta: www.che.com/pindex

Índice de estimación de costos de construcción: www.construction.com

REVISTAS Y PUBLICACIONES ESPECIALIZADAS

Corporations, Publication 542, Departamento del Tesoro; *Internal Revenue Service*; Oficina de Publicaciones del Gobierno, Washington, DC, publicación anual.

Engineering News-Record, McGraw-Hill, Nueva York, publicación mensual.

Harvard Business Review, Harvard University Press, Boston, 6 números por año.

How to depreciate property, Publication 946, Departamento del Tesoro; *Internal Revenue Service*, Oficina de Publicaciones del Gobierno, Washington, DC, publicación anual.

Journal of Finance, *American Finance Association*, Nueva York, 5 números por año.

Sales and other dispositions of assets, Publication 542, Departamento del Tesoro; *Internal Revenue Service*, Oficina de Publicaciones del Gobierno, Washington, DC, publicación anual.

The engineering economist, publicación conjunta de *Engineering Economy Divisions* de ASEE e IEE, publicada por Taylor and Francis, Filadelfia, PA, publicación trimestral.

U.S. Master Tax Guide, Commerce Clearing House, Chicago, publicación anual.

0.25%		TABLA 1 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto					0.25%	
n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Factor de amortización A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Gradiente de valor presente P/G	Gradiente de serie anual A/G
1	1.0025	0.9975	1.00000	1.0000	1.00250	0.9975		
2	1.0050	0.9950	0.49938	2.0025	0.50188	1.9925	0.9950	0.4994
3	1.0075	0.9925	0.33250	3.0075	0.33500	2.9851	2.9801	0.9983
4	1.0100	0.9901	0.24906	4.0150	0.25156	3.9751	5.9503	1.4969
5	1.0126	0.9876	0.19900	5.0251	0.20150	4.9627	9.9007	1.9950
6	1.0151	0.9851	0.16563	6.0376	0.16813	5.9478	14.8263	2.4927
7	1.0176	0.9827	0.14179	7.0527	0.14429	6.9305	20.7223	2.9900
8	1.0202	0.9802	0.12391	8.0704	0.12641	7.9107	27.5839	3.4869
9	1.0227	0.9778	0.11000	9.0905	0.11250	8.8885	35.4061	3.9834
10	1.0253	0.9753	0.09888	10.1133	0.10138	9.8639	44.1842	4.4794
11	1.0278	0.9729	0.08978	11.1385	0.09228	10.8368	53.9133	4.9750
12	1.0304	0.9705	0.08219	12.1664	0.08469	11.8073	64.5886	5.4702
13	1.0330	0.9681	0.07578	13.1968	0.07828	12.7753	76.2053	5.9650
14	1.0356	0.9656	0.07028	14.2298	0.07278	13.7410	88.7587	6.4594
15	1.0382	0.9632	0.06551	15.2654	0.06801	14.7042	102.2441	6.9534
16	1.0408	0.9608	0.06134	16.3035	0.06384	15.6650	116.6567	7.4469
17	1.0434	0.9584	0.05766	17.3443	0.06016	16.6235	131.9917	7.9401
18	1.0460	0.9561	0.05438	18.3876	0.05688	17.5795	148.2446	8.4328
19	1.0486	0.9537	0.05146	19.4336	0.05396	18.5332	165.4106	8.9251
20	1.0512	0.9513	0.04882	20.4822	0.05132	19.4845	183.4851	9.4170
21	1.0538	0.9489	0.04644	21.5334	0.04894	20.4334	202.4634	9.9085
22	1.0565	0.9466	0.04427	22.5872	0.04677	21.3800	222.3410	10.3995
23	1.0591	0.9442	0.04229	23.6437	0.04479	22.3241	243.1131	10.8901
24	1.0618	0.9418	0.04048	24.7028	0.04298	23.2660	264.7753	11.3804
25	1.0644	0.9395	0.03881	25.7646	0.04131	24.2055	287.3230	11.8702
26	1.0671	0.9371	0.03727	26.8290	0.03977	25.1426	310.7516	12.3596
27	1.0697	0.9348	0.03585	27.8961	0.03835	26.0774	335.0566	12.8485
28	1.0724	0.9325	0.03452	28.9658	0.03702	27.0099	360.2334	13.3371
29	1.0751	0.9301	0.03329	30.0382	0.03579	27.9400	386.2776	13.8252
30	1.0778	0.9278	0.03214	31.1133	0.03464	28.8679	413.1847	14.3130
36	1.0941	0.9140	0.02658	37.6206	0.02908	34.3865	592.4988	17.2306
40	1.1050	0.9050	0.02380	42.0132	0.02630	38.0199	728.7399	19.1673
48	1.1273	0.8871	0.01963	50.9312	0.02213	45.1787	1 040.06	23.0209
50	1.1330	0.8826	0.01880	53.1887	0.02130	46.9462	1 125.78	23.9802
52	1.1386	0.8782	0.01803	55.4575	0.02053	48.7048	1 214.59	24.9377
55	1.1472	0.8717	0.01698	58.8819	0.01948	51.3264	1 353.53	26.3710
60	1.1616	0.8609	0.01547	64.6467	0.01797	55.6524	1 600.08	28.7514
72	1.1969	0.8355	0.01269	78.7794	0.01519	65.8169	2 265.56	34.4221
75	1.2059	0.8292	0.01214	82.3792	0.01464	68.3108	2 447.61	35.8305
84	1.2334	0.8108	0.01071	93.3419	0.01321	75.6813	3 029.76	40.0331
90	1.2520	0.7987	0.00992	100.7885	0.01242	80.5038	3 446.87	42.8162
96	1.2709	0.7869	0.00923	108.3474	0.01173	85.2546	3 886.28	45.5844
100	1.2836	0.7790	0.00881	113.4500	0.01131	88.3825	4 191.24	47.4216
108	1.3095	0.7636	0.00808	123.8093	0.01058	94.5453	4 829.01	51.0762
120	1.3494	0.7411	0.00716	139.7414	0.00966	103.5618	5 852.11	56.5084
132	1.3904	0.7192	0.00640	156.1582	0.00890	112.3121	6 950.01	61.8813
144	1.4327	0.6980	0.00578	173.0743	0.00828	120.8041	8 117.41	67.1949
240	1.8208	0.5492	0.00305	328.3020	0.00555	180.3109	19 399	107.5863
360	2.4568	0.4070	0.00172	582.7369	0.00422	237.1894	36 264	152.8902
480	3.3151	0.3016	0.00108	926.0595	0.00358	279.3418	53 821	192.6699

0.5%		TABLA 2 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto					0.5%	
n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Factor de amortización A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Gradiente de valor presente P/G	Gradiente de serie anual A/G
1	1.0050	0.9950	1.00000	1.0000	1.00500	0.9950		
2	1.0100	0.9901	0.49875	2.0050	0.50375	1.9851	0.9901	0.4988
3	1.0151	0.9851	0.33167	3.0150	0.33667	2.9702	2.9604	0.9967
4	1.0202	0.9802	0.24813	4.0301	0.25313	3.9505	5.9011	1.4938
5	1.0253	0.9754	0.19801	5.0503	0.20301	4.9259	9.8026	1.9900
6	1.0304	0.9705	0.16460	6.0755	0.16960	5.8964	14.6552	2.4855
7	1.0355	0.9657	0.14073	7.1059	0.14573	6.8621	20.4493	2.9801
8	1.0407	0.9609	0.12283	8.1414	0.12783	7.8230	27.1755	3.4738
9	1.0459	0.9561	0.10891	9.1821	0.11391	8.7791	34.8244	3.9668
10	1.0511	0.9513	0.09777	10.2280	0.10277	9.7304	43.3865	4.4589
11	1.0564	0.9466	0.08866	11.2792	0.09366	10.6770	52.8526	4.9501
12	1.0617	0.9419	0.08107	12.3356	0.08607	11.6189	63.2136	5.4406
13	1.0670	0.9372	0.07464	13.3972	0.07964	12.5562	74.4602	5.9302
14	1.0723	0.9326	0.06914	14.4642	0.07414	13.4887	86.5835	6.4190
15	1.0777	0.9279	0.06436	15.5365	0.06936	14.4166	99.5743	6.9069
16	1.0831	0.9233	0.06019	16.6142	0.06519	15.3399	113.4238	7.3940
17	1.0885	0.9187	0.05651	17.6973	0.06151	16.2586	128.1231	7.8803
18	1.0939	0.9141	0.05323	18.7858	0.05823	17.1728	143.6634	8.3658
19	1.0994	0.9096	0.05030	19.8797	0.05530	18.0824	160.0360	8.8504
20	1.1049	0.9051	0.04767	20.9791	0.05267	18.9874	177.2322	9.3342
21	1.1104	0.9006	0.04528	22.0840	0.05028	19.8880	195.2434	9.8172
22	1.1160	0.8961	0.04311	23.1944	0.04811	20.7841	214.0611	10.2993
23	1.1216	0.8916	0.04113	24.3104	0.04613	21.6757	233.6768	10.7806
24	1.1272	0.8872	0.03932	25.4320	0.04432	22.5629	254.0820	11.2611
25	1.1328	0.8828	0.03765	26.5591	0.04265	23.4456	275.2686	11.7407
26	1.1385	0.8784	0.03611	27.6919	0.04111	24.3240	297.2281	12.2195
27	1.1442	0.8740	0.03469	28.8304	0.03969	25.1980	319.9523	12.6975
28	1.1499	0.8697	0.03336	29.9745	0.03836	26.0677	343.4332	13.1747
29	1.1556	0.8653	0.03213	31.1244	0.03713	26.9330	367.6625	13.6510
30	1.1614	0.8610	0.03098	32.2800	0.03598	27.7941	392.6324	14.1265
36	1.1967	0.8356	0.02542	39.3361	0.03042	32.8710	557.5598	16.9621
40	1.2208	0.8191	0.02265	44.1588	0.02765	36.1722	681.3347	18.8359
48	1.2705	0.7871	0.01849	54.0978	0.02349	42.5803	959.9188	22.5437
50	1.2832	0.7793	0.01765	56.6452	0.02265	44.1428	1035.70	23.4624
52	1.2961	0.7716	0.01689	59.2180	0.02189	45.6897	1 113.82	24.3778
55	1.3156	0.7601	0.01584	63.1258	0.02084	47.9814	1 235.27	25.7447
60	1.3489	0.7414	0.01433	69.7700	0.01933	51.7256	1 448.65	28.0064
72	1.4320	0.6983	0.01157	86.4089	0.01657	60.3395	2 012.35	33.3504
75	1.4536	0.6879	0.01102	90.7265	0.01602	62.4136	2 163.75	34.6679
84	1.5204	0.6577	0.00961	104.0739	0.01461	68.4530	2 640.66	38.5763
90	1.5666	0.6383	0.00883	113.3109	0.01383	72.3313	2 976.08	41.1451
96	1.6141	0.6195	0.00814	122.8285	0.01314	76.0952	3 324.18	43.6845
100	1.6467	0.6073	0.00773	129.3337	0.01273	78.5426	3 562.79	45.3613
108	1.7137	0.5835	0.00701	142.7399	0.01201	83.2934	4 054.37	48.6758
120	1.8194	0.5496	0.00610	163.8793	0.01110	90.0735	4 823.51	53.5508
132	1.9316	0.5177	0.00537	186.3226	0.01037	96.4596	5 624.59	58.3103
144	2.0508	0.4876	0.00476	210.1502	0.00976	102.4747	6 451.31	62.9551
240	3.3102	0.3021	0.00216	462.0409	0.00716	139.5808	13 416	96.1131
360	6.0226	0.1660	0.00100	1 004.52	0.00600	166.7916	21 403	128.3236
480	10.9575	0.0913	0.00050	1 991.49	0.00550	181.7476	27 588	151.7949

0.75%		TABLA 3 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto					0.75%	
n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Factor de amortización A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Gradiente de valor presente P/G	Gradiente de serie anual A/G
1	1.0075	0.9926	1.00000	1.0000	1.00750	0.9926		
2	1.0151	0.9852	0.49813	2.0075	0.50563	1.9777	0.9852	0.4981
3	1.0227	0.9778	0.33085	3.0226	0.33835	2.9556	2.9408	0.9950
4	1.0303	0.9706	0.24721	4.0452	0.25471	3.9261	5.8525	1.4907
5	1.0381	0.9633	0.19702	5.0756	0.20452	4.8894	9.7058	1.9851
6	1.0459	0.9562	0.16357	6.1136	0.17107	5.8456	14.4866	2.4782
7	1.0537	0.9490	0.13967	7.1595	0.14717	6.7946	20.1808	2.9701
8	1.0616	0.9420	0.12176	8.2132	0.12926	7.7366	26.7747	3.4608
9	1.0696	0.9350	0.10782	9.2748	0.11532	8.6716	34.2544	3.9502
10	1.0776	0.9280	0.09667	10.3443	0.10417	9.5996	42.6064	4.4384
11	1.0857	0.9211	0.08755	11.4219	0.09505	10.5207	51.8174	4.9253
12	1.0938	0.9142	0.07995	12.5076	0.08745	11.4349	61.8740	5.4110
13	1.1020	0.9074	0.07352	13.6014	0.08102	12.3423	72.7632	5.8954
14	1.1103	0.9007	0.06801	14.7034	0.07551	13.2430	84.4720	6.3786
15	1.1186	0.8940	0.06324	15.8137	0.07074	14.1370	96.9876	6.8606
16	1.1270	0.8873	0.05906	16.9323	0.06656	15.0243	110.2973	7.3413
17	1.1354	0.8807	0.05537	18.0593	0.06287	15.9050	124.3887	7.8207
18	1.1440	0.8742	0.05210	19.1947	0.05960	16.7792	139.2494	8.2989
19	1.1525	0.8676	0.04917	20.3387	0.05667	17.6468	154.8671	8.7759
20	1.1612	0.8612	0.04653	21.4912	0.05403	18.5080	171.2297	9.2516
21	1.1699	0.8548	0.04415	22.6524	0.05165	19.3628	188.3253	9.7261
22	1.1787	0.8484	0.04198	23.8223	0.04948	20.2112	206.1420	10.1994
23	1.1875	0.8421	0.04000	25.0010	0.04750	21.0533	224.6682	10.6714
24	1.1964	0.8358	0.03818	26.1885	0.04568	21.8891	243.8923	11.1422
25	1.2054	0.8296	0.03652	27.3849	0.04402	22.7188	263.8029	11.6117
26	1.2144	0.8234	0.03498	28.5903	0.04248	23.5422	284.3888	12.0800
27	1.2235	0.8173	0.03355	29.8047	0.04105	24.3595	305.6387	12.5470
28	1.2327	0.8112	0.03223	31.0282	0.03973	25.1707	327.5416	13.0128
29	1.2420	0.8052	0.03100	32.2609	0.03850	25.9759	350.0867	13.4774
30	1.2513	0.7992	0.02985	33.5029	0.03735	26.7751	373.2631	13.9407
36	1.3086	0.7641	0.02430	41.1527	0.03180	31.4468	524.9924	16.6946
40	1.3483	0.7416	0.02153	46.4465	0.02903	34.4469	637.4693	18.5058
48	1.4314	0.6986	0.01739	57.5207	0.02489	40.1848	886.8404	22.0691
50	1.4530	0.6883	0.01656	60.3943	0.02406	41.5664	953.8486	22.9476
52	1.4748	0.6780	0.01580	63.3111	0.02330	42.9276	1 022.59	23.8211
55	1.5083	0.6630	0.01476	67.7688	0.02226	44.9316	1 128.79	25.1223
60	1.5657	0.6387	0.01326	75.4241	0.02076	48.1734	1 313.52	27.2665
72	1.7126	0.5839	0.01053	95.0070	0.01803	55.4768	1 791.25	32.2882
75	1.7514	0.5710	0.00998	100.1833	0.01748	57.2027	1 917.22	33.5163
84	1.8732	0.5338	0.00859	116.4269	0.01609	62.1540	2 308.13	37.1357
90	1.9591	0.5104	0.00782	127.8790	0.01532	65.2746	2 578.00	39.4946
96	2.0489	0.4881	0.00715	139.8562	0.01465	68.2584	2 853.94	41.8107
100	2.1111	0.4737	0.00675	148.1445	0.01425	70.1746	3 040.75	43.3311
108	2.2411	0.4462	0.00604	165.4832	0.01354	73.8394	3 419.90	46.3154
120	2.4514	0.4079	0.00517	193.5143	0.01267	78.9417	3 998.56	50.6521
132	2.6813	0.3730	0.00446	224.1748	0.01196	83.6064	4 583.57	54.8232
144	2.9328	0.3410	0.00388	257.7116	0.01138	87.8711	5 169.58	58.8314
240	6.0092	0.1664	0.00150	667.8869	0.00900	111.1450	9 494.12	85.4210
360	14.7306	0.0679	0.00055	1 830.74	0.00805	124.2819	1 3312	107.1145
480	36.1099	0.0277	0.00021	4 681.32	0.00771	129.6409	1 5513	119.6620

1%	TABLA 4 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto						1%	
n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Factor de amortización A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Gradiente de valor presente P/G	Gradiente de serie anual A/G
1	1.0100	0.9901	1.00000	1.0000	1.01000	0.9901		
2	1.0201	0.9803	0.49751	2.0100	0.50751	1.9704	0.9803	0.4975
3	1.0303	0.9706	0.33002	3.0301	0.34002	2.9410	2.9215	0.9934
4	1.0406	0.9610	0.24628	4.0604	0.25628	3.9020	5.8044	1.4876
5	1.0510	0.9515	0.19604	5.1010	0.20604	4.8534	9.6103	1.9801
6	1.0615	0.9420	0.16255	6.1520	0.17255	5.7955	14.3205	2.4710
7	1.0721	0.9327	0.13863	7.2135	0.14863	6.7282	19.9168	2.9602
8	1.0829	0.9235	0.12069	8.2857	0.13069	7.6517	26.3812	3.4478
9	1.0937	0.9143	0.10674	9.3685	0.11674	8.5660	33.6959	3.9337
10	1.1046	0.9053	0.09558	10.4622	0.10558	9.4713	41.8435	4.4179
11	1.1157	0.8963	0.08645	11.5668	0.09645	10.3676	50.8067	4.9005
12	1.1268	0.8874	0.07885	12.6825	0.08885	11.2551	60.5687	5.3815
13	1.1381	0.8787	0.07241	13.8093	0.08241	12.1337	71.1126	5.8607
14	1.1495	0.8700	0.06690	14.9474	0.07690	13.0037	82.4221	6.3384
15	1.1610	0.8613	0.06212	16.0969	0.07212	13.8651	94.4810	6.8143
16	1.1726	0.8528	0.05794	17.2579	0.06794	14.7179	107.2734	7.2886
17	1.1843	0.8444	0.05426	18.4304	0.06426	15.5623	120.7834	7.7613
18	1.1961	0.8360	0.05098	19.6147	0.06098	16.3983	134.9957	8.2323
19	1.2081	0.8277	0.04805	20.8109	0.05805	17.2260	149.8950	8.7017
20	1.2202	0.8195	0.04542	22.0190	0.05542	18.0456	165.4664	9.1694
21	1.2324	0.8114	0.04303	23.2392	0.05303	18.8570	181.6950	9.6354
22	1.2447	0.8034	0.04086	24.4716	0.05086	19.6604	198.5663	10.0998
23	1.2572	0.7954	0.03889	25.7163	0.04889	20.4558	216.0660	10.5626
24	1.2697	0.7876	0.03707	26.9735	0.04707	21.2434	234.1800	11.0237
25	1.2824	0.7798	0.03541	28.2432	0.04541	22.0232	252.8945	11.4831
26	1.2953	0.7720	0.03387	29.5256	0.04387	22.7952	272.1957	11.9409
27	1.3082	0.7644	0.03245	30.8209	0.04245	23.5596	292.0702	12.3971
28	1.3213	0.7568	0.03112	32.1291	0.04112	24.3164	312.5047	12.8516
29	1.3345	0.7493	0.02990	33.4504	0.03990	25.0658	333.4863	13.3044
30	1.3478	0.7419	0.02875	34.7849	0.03875	25.8077	355.0021	13.7557
36	1.4308	0.6989	0.02321	43.0769	0.03321	30.1075	494.6207	16.4285
40	1.4889	0.6717	0.02046	48.8864	0.03046	32.8347	596.8561	18.1776
48	1.6122	0.6203	0.01633	61.2226	0.02633	37.9740	820.1460	21.5976
50	1.6446	0.6080	0.01551	64.4632	0.02551	39.1961	879.4176	22.4363
52	1.6777	0.5961	0.01476	67.7689	0.02476	40.3942	939.9175	23.2686
55	1.7285	0.5785	0.01373	72.8525	0.02373	42.1472	1 032.81	24.5049
60	1.8167	0.5504	0.01224	81.6697	0.02224	44.9550	1 192.81	26.5333
72	2.0471	0.4885	0.00955	104.7099	0.01955	51.1504	1 597.87	31.2386
75	2.1091	0.4741	0.00902	110.9128	0.01902	52.5871	1 702.73	32.3793
84	2.3067	0.4335	0.00765	130.6723	0.01765	56.6485	2 023.32	35.7170
90	2.4486	0.4084	0.00690	144.8633	0.01690	59.1609	2 240.57	37.8724
96	2.5993	0.3847	0.00625	159.9273	0.01625	61.5277	2 459.43	39.9727
100	2.7048	0.3697	0.00587	170.4814	0.01587	63.0289	2 605.78	41.3426
108	2.9289	0.3414	0.00518	192.8926	0.01518	65.8578	2 898.42	44.0103
120	3.3004	0.3030	0.00435	230.0387	0.01435	69.7005	3 334.11	47.8349
132	3.7190	0.2689	0.00368	271.8959	0.01368	73.1108	3 761.69	51.4520
144	4.1906	0.2386	0.00313	319.0616	0.01313	76.1372	4 177.47	54.8676
240	10.8926	0.0918	0.00101	989.2554	0.01101	90.8194	6 878.60	75.7393
360	35.9496	0.0278	0.00029	3 494.96	0.01029	97.2183	8 720.43	89.6995
480	118.6477	0.0084	0.00008	11 765	0.01008	99.1572	9 511.16	95.9200

1.25%		TABLA 5 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto					1.25%	
n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Factor de amortización A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Gradiente de valor presente P/G	Gradiente de serie anual A/G
1	1.0125	0.9877	1.00000	1.0000	1.01250	0.9877		
2	1.0252	0.9755	0.49680	2.0125	0.50939	1.9631	0.9755	0.4969
3	1.0380	0.9634	0.32920	3.0377	0.34170	2.9265	2.9023	0.9917
4	1.0509	0.9515	0.24536	4.0756	0.25786	3.8781	5.7569	1.4845
5	1.0641	0.9398	0.19506	5.1266	0.20756	4.8178	9.5160	1.9752
6	1.0774	0.9282	0.16153	6.1907	0.17403	5.7460	14.1569	2.4638
7	1.0909	0.9167	0.13759	7.2680	0.15009	6.6627	19.6571	2.9503
8	1.1045	0.9054	0.11963	8.3589	0.13213	7.5681	25.9949	3.4348
9	1.1183	0.8942	0.10567	9.4634	0.11817	8.4623	33.1487	3.9172
10	1.1323	0.8832	0.09450	10.5817	0.10700	9.3455	41.0973	4.3975
11	1.1464	0.8723	0.08537	11.7139	0.09787	10.2178	49.8201	4.8758
12	1.1608	0.8615	0.07776	12.8604	0.09026	11.0793	59.2967	5.3520
13	1.1753	0.8509	0.07132	14.0211	0.08382	11.9302	69.5072	5.8262
14	1.1900	0.8404	0.06581	15.1964	0.07831	12.7706	80.4320	6.2982
15	1.2048	0.8300	0.06103	16.3863	0.07353	13.6005	92.0519	6.7682
16	1.2199	0.8197	0.05685	17.5912	0.06935	14.4203	104.3481	7.2362
17	1.2351	0.8096	0.05316	18.8111	0.06566	15.2299	117.3021	7.7021
18	1.2506	0.7996	0.04988	20.0462	0.06238	16.0295	130.8958	8.1659
19	1.2662	0.7898	0.04696	21.2968	0.05946	16.8193	145.1115	8.6277
20	1.2820	0.7800	0.04432	22.5630	0.05682	17.5993	159.9316	9.0874
21	1.2981	0.7704	0.04194	23.8450	0.05444	18.3697	175.3392	9.5450
22	1.3143	0.7609	0.03977	25.1431	0.05227	19.1306	191.3174	10.0006
23	1.3307	0.7515	0.03780	26.4574	0.05030	19.8820	207.8499	10.4542
24	1.3474	0.7422	0.03599	27.7881	0.04849	20.6242	224.9204	10.9056
25	1.3642	0.7330	0.03432	29.1354	0.04682	21.3573	242.5132	11.3551
26	1.3812	0.7240	0.03279	30.4996	0.04529	22.0813	260.6128	11.8024
27	1.3985	0.7150	0.03137	31.8809	0.04387	22.7963	279.2040	12.2478
28	1.4160	0.7062	0.03005	33.2794	0.04255	23.5025	298.2719	12.6911
29	1.4337	0.6975	0.02882	34.6954	0.04132	24.2000	317.8019	13.1323
30	1.4516	0.6889	0.02768	36.1291	0.04018	24.8889	337.7797	13.5715
36	1.5639	0.6394	0.02217	45.1155	0.03467	28.8473	466.2830	16.1639
40	1.6436	0.6084	0.01942	51.4896	0.03192	31.3269	559.2320	17.8515
48	1.8154	0.5509	0.01533	65.2284	0.02783	35.9315	759.2296	21.1299
50	1.8610	0.5373	0.01452	68.8818	0.02702	37.0129	811.6738	21.9295
52	1.9078	0.5242	0.01377	72.6271	0.02627	38.0677	864.9409	22.7211
55	1.9803	0.5050	0.01275	78.4225	0.02525	39.6017	946.2277	23.8936
60	2.1072	0.4746	0.01129	88.5745	0.02379	42.0346	1 084.84	25.8083
72	2.4459	0.4088	0.00865	115.6736	0.02115	47.2925	1 428.46	30.2047
75	2.5388	0.3939	0.00812	123.1035	0.02062	48.4890	1 515.79	31.2605
84	2.8391	0.3522	0.00680	147.1290	0.01930	51.8222	1 778.84	34.3258
90	3.0588	0.3269	0.00607	164.7050	0.01857	53.8461	1 953.83	36.2855
96	3.2955	0.3034	0.00545	183.6411	0.01795	55.7246	2 127.52	38.1793
100	3.4634	0.2887	0.00507	197.0723	0.01757	56.9013	2 242.24	39.4058
108	3.8253	0.2614	0.00442	226.0226	0.01692	59.0865	2 468.26	41.7737
120	4.4402	0.2252	0.00363	275.2171	0.01613	61.9828	2 796.57	45.1184
132	5.1540	0.1940	0.00301	332.3198	0.01551	64.4781	3 109.35	48.2234
144	5.9825	0.1672	0.00251	398.6021	0.01501	66.6277	3 404.61	51.0990
240	19.7155	0.0507	0.00067	1 497.24	0.01317	75.9423	5 101.53	67.1764
360	87.5410	0.0114	0.00014	6 923.28	0.01264	79.0861	5 997.90	75.8401
480	388.7007	0.0026	0.00003	31 016	0.01253	79.7942	6 284.74	78.7619

1.5%	TABLA 6 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto						1.5%	
n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Factor de amortización A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Gradiente de valor presente P/G	Gradiente de serie anual A/G
1	1.0150	0.9852	1.00000	1.0000	1.01500	0.9852		
2	1.0302	0.9707	0.49628	2.0150	0.51128	1.9559	0.9707	0.4963
3	1.0457	0.9563	0.32838	3.0452	0.34338	2.9122	2.8833	0.9901
4	1.0614	0.9422	0.24444	4.0909	0.25944	3.8544	5.7098	1.4814
5	1.0773	0.9283	0.19409	5.1523	0.20909	4.7826	9.4229	1.9702
6	1.0934	0.9145	0.16053	6.2296	0.17553	5.6972	13.9956	2.4566
7	1.1098	0.9010	0.13656	7.3230	0.15156	6.5982	19.4018	2.9405
8	1.1265	0.8877	0.11858	8.4328	0.13358	7.4859	25.6157	3.4219
9	1.1434	0.8746	0.10461	9.5593	0.11961	8.3605	32.6125	3.9008
10	1.1605	0.8617	0.09343	10.7027	0.10843	9.2222	40.3675	4.3772
11	1.1779	0.8489	0.08429	11.8633	0.09929	10.0711	48.8568	4.8512
12	1.1956	0.8364	0.07668	13.0412	0.09168	10.9075	58.0571	5.3227
13	1.2136	0.8240	0.07024	14.2368	0.08524	11.7315	67.9454	5.7917
14	1.2318	0.8118	0.06472	15.4504	0.07972	12.5434	78.4994	6.2582
15	1.2502	0.7999	0.05994	16.6821	0.07494	13.3432	89.6974	6.7223
16	1.2690	0.7880	0.05577	17.9324	0.07077	14.1313	101.5178	7.1839
17	1.2880	0.7764	0.05208	19.2014	0.06708	14.9076	113.9400	7.6431
18	1.3073	0.7649	0.04881	20.4894	0.06381	15.6726	126.9435	8.0997
19	1.3270	0.7536	0.04588	21.7967	0.06088	16.4262	140.5084	8.5539
20	1.3469	0.7425	0.04325	23.1237	0.05825	17.1686	154.6154	9.0057
21	1.3671	0.7315	0.04087	24.4705	0.05587	17.9001	169.2453	9.4550
22	1.3876	0.7207	0.03870	25.8376	0.05370	18.6208	184.3798	9.9018
23	1.4084	0.7100	0.03673	27.2251	0.05173	19.3309	200.0006	10.3462
24	1.4295	0.6995	0.03492	28.6335	0.04992	20.0304	216.0901	10.7881
25	1.4509	0.6892	0.03326	30.0630	0.04826	20.7196	232.6310	11.2276
26	1.4727	0.6790	0.03173	31.5140	0.04673	21.3986	249.6065	11.6646
27	1.4948	0.6690	0.03032	32.9867	0.04532	22.0676	267.0002	12.0992
28	1.5172	0.6591	0.02900	34.4815	0.04400	22.7267	284.7958	12.5313
29	1.5400	0.6494	0.02778	35.9987	0.04278	23.3761	302.9779	12.9610
30	1.5631	0.6398	0.02664	37.5387	0.04164	24.0158	321.5310	13.3883
36	1.7091	0.5851	0.02115	47.2760	0.03615	27.6607	439.8303	15.9009
40	1.8140	0.5513	0.01843	54.2679	0.03343	29.9158	524.3568	17.5277
48	2.0435	0.4894	0.01437	69.5652	0.02937	34.0426	703.5462	20.6667
50	2.1052	0.4750	0.01357	73.6828	0.02857	34.9997	749.9636	21.4277
52	2.1689	0.4611	0.01283	77.9249	0.02783	35.9287	796.8774	22.1794
55	2.2679	0.4409	0.01183	84.5296	0.02683	37.2715	868.0285	23.2894
60	2.4432	0.4093	0.01039	96.2147	0.02539	39.3803	988.1674	25.0930
72	2.9212	0.3423	0.00781	128.0772	0.02281	43.8447	1 279.79	29.1893
75	3.0546	0.3274	0.00730	136.9728	0.02230	44.8416	1 352.56	30.1631
84	3.4926	0.2863	0.00602	166.1726	0.02102	47.5786	1 568.51	32.9668
90	3.8189	0.2619	0.00532	187.9299	0.02032	49.2099	1 709.54	34.7399
96	4.1758	0.2395	0.00472	211.7202	0.01972	50.7017	1 847.47	36.4381
100	4.4320	0.2256	0.00437	228.8030	0.01937	51.6247	1 937.45	37.5295
108	4.9927	0.2003	0.00376	266.1778	0.01876	53.3137	2 112.13	39.6171
120	5.9693	0.1675	0.00302	331.2882	0.01802	55.4985	2 359.71	42.5185
132	7.1370	0.1401	0.00244	409.1354	0.01744	57.3257	2 588.71	45.1579
144	8.5332	0.1172	0.00199	502.2109	0.01699	58.8540	2 798.58	47.5512
240	35.6328	0.0281	0.00043	2 308.85	0.01543	64.7957	3 870.69	59.7368
360	212.7038	0.0047	0.00007	14 114	0.01507	66.3532	4 310.72	64.9662
480	1 269.70	0.0008	0.00001	84 580	0.01501	66.6142	4 415.74	66.2883

n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Factor de amortización A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Gradiente de valor presente P/G	Gradiente de serie anual A/G
1	1.0200	0.9804	1.00000	1.0000	1.02000	0.9804		
2	1.0404	0.9612	0.49505	2.0200	0.51505	1.9416	0.9612	0.4950
3	1.0612	0.9423	0.32675	3.0604	0.34675	2.8839	2.8458	0.9868
4	1.0824	0.9238	0.24262	4.1216	0.26262	3.8077	5.6173	1.4752
5	1.1041	0.9057	0.19216	5.2040	0.21216	4.7135	9.2403	1.9604
6	1.1262	0.8880	0.15853	6.3081	0.17853	5.6014	13.6801	2.4423
7	1.1487	0.8706	0.13451	7.4343	0.15451	6.4720	18.9035	2.9208
8	1.1717	0.8535	0.11651	8.5830	0.13651	7.3255	24.8779	3.3961
9	1.1951	0.8368	0.10252	9.7546	0.12252	8.1622	31.5720	3.8681
10	1.2190	0.8203	0.09133	10.9497	0.11133	8.9826	38.9551	4.3367
11	1.2434	0.8043	0.08218	12.1687	0.10218	9.7868	46.9977	4.8021
12	1.2682	0.7885	0.07456	13.4121	0.09456	10.5753	55.6712	5.2642
13	1.2936	0.7730	0.06812	14.6803	0.08812	11.3484	64.9475	5.7231
14	1.3195	0.7579	0.06260	15.9739	0.08260	12.1062	74.7999	6.1786
15	1.3459	0.7430	0.05783	17.2934	0.07783	12.8493	85.2021	6.6309
16	1.3728	0.7284	0.05365	18.6393	0.07365	13.5777	96.1288	7.0799
17	1.4002	0.7142	0.04997	20.0121	0.06997	14.2919	107.5554	7.5256
18	1.4282	0.7002	0.04670	21.4123	0.06670	14.9920	119.4581	7.9681
19	1.4568	0.6864	0.04378	22.8406	0.06378	15.6785	131.8139	8.4073
20	1.4859	0.6730	0.04116	24.2974	0.06116	16.3514	144.6003	8.8433
21	1.5157	0.6598	0.03878	25.7833	0.05878	17.0112	157.7959	9.2760
22	1.5460	0.6468	0.03663	27.2990	0.05663	17.6580	171.3795	9.7055
23	1.5769	0.6342	0.03467	28.8450	0.05467	18.2922	185.3309	10.1317
24	1.6084	0.6217	0.03287	30.4219	0.05287	18.9139	199.6305	10.5547
25	1.6406	0.6095	0.03122	32.0303	0.05122	19.5235	214.2592	10.9745
26	1.6734	0.5976	0.02970	33.6709	0.04970	20.1210	229.1987	11.3910
27	1.7069	0.5859	0.02829	35.3443	0.04829	20.7069	244.4311	11.8043
28	1.7410	0.5744	0.02699	37.0512	0.04699	21.2813	259.9392	12.2145
29	1.7758	0.5631	0.02578	38.7922	0.04578	21.8444	275.7064	12.6214
30	1.8114	0.5521	0.02465	40.5681	0.04465	22.3965	291.7164	13.0251
36	2.0399	0.4902	0.01923	51.9944	0.03923	25.4888	392.0405	15.3809
40	2.2080	0.4529	0.01656	60.4020	0.03656	27.3555	461.9931	16.8885
48	2.5871	0.3865	0.01260	79.3535	0.03260	30.6731	605.9657	19.7556
50	2.6916	0.3715	0.01182	84.5794	0.03182	31.4236	642.3606	20.4420
52	2.8003	0.3571	0.01111	90.0164	0.03111	32.1449	678.7849	21.1164
55	2.9717	0.3365	0.01014	98.5865	0.03014	33.1748	733.3527	22.1057
60	3.2810	0.3048	0.00877	114.0515	0.02877	34.7609	823.6975	23.6961
72	4.1611	0.2403	0.00633	158.0570	0.02633	37.9841	1 034.06	27.2234
75	4.4158	0.2265	0.00586	170.7918	0.02586	38.6771	1 084.64	28.0434
84	5.2773	0.1895	0.00468	213.8666	0.02468	40.5255	1 230.42	30.3616
90	5.9431	0.1683	0.00405	247.1567	0.02405	41.5869	1 322.17	31.7929
96	6.6929	0.1494	0.00351	284.6467	0.02351	42.5294	1 409.30	33.1370
100	7.2446	0.1380	0.00320	312.2323	0.02320	43.0984	1 464.75	33.9863
108	8.4883	0.1178	0.00267	374.4129	0.02267	44.1095	1 569.30	35.5774
120	10.7652	0.0929	0.00205	488.2582	0.02205	45.3554	1 710.42	37.7114
132	13.6528	0.0732	0.00158	632.6415	0.02158	46.3378	1 833.47	39.5676
144	17.3151	0.0578	0.00123	815.7545	0.02123	47.1123	1 939.79	41.1738
240	115.8887	0.0086	0.00017	5 744.44	0.02017	49.5686	2 374.88	47.9110
360	1 247.56	0.0008	0.00002	62 328	0.02002	49.9599	2 482.57	49.7112
480	13 430	0.0001			0.02000	49.9963	2 498.03	49.9643

3%		TABLA 8 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto					3%	
n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Factor de amortización A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Gradiente de valor presente P/G	Gradiente de serie anual A/G
1	1.0300	0.9709	1.00000	1.0000	1.03000	0.9709		
2	1.0609	0.9426	0.49261	2.0300	0.52261	1.9135	0.9426	0.4926
3	1.0927	0.9151	0.32353	3.0909	0.35353	2.8286	2.7729	0.9803
4	1.1255	0.8885	0.23903	4.1836	0.26903	3.7171	5.4383	1.4631
5	1.1593	0.8626	0.18835	5.3091	0.21835	4.5797	8.8888	1.9409
6	1.1941	0.8375	0.15460	6.4684	0.18460	5.4172	13.0762	2.4138
7	1.2299	0.8131	0.13051	7.6625	0.16051	6.2303	17.9547	2.8819
8	1.2668	0.7894	0.11246	8.8923	0.14246	7.0197	23.4806	3.3450
9	1.3048	0.7664	0.09843	10.1591	0.12843	7.7861	29.6119	3.8032
10	1.3439	0.7441	0.08723	11.4639	0.11723	8.5302	36.3088	4.2565
11	1.3842	0.7224	0.07808	12.8078	0.10808	9.2526	43.5330	4.7049
12	1.4258	0.7014	0.07046	14.1920	0.10046	9.9540	51.2482	5.1485
13	1.4685	0.6810	0.06403	15.6178	0.09403	10.6350	59.4196	5.5872
14	1.5126	0.6611	0.05853	17.0863	0.08853	11.2961	68.0141	6.0210
15	1.5580	0.6419	0.05377	18.5989	0.08377	11.9379	77.0002	6.4500
16	1.6047	0.6232	0.04961	20.1569	0.07961	12.5611	86.3477	6.8742
17	1.6528	0.6050	0.04595	21.7616	0.07595	13.1661	96.0280	7.2936
18	1.7024	0.5874	0.04271	23.4144	0.07271	13.7535	106.0137	7.7081
19	1.7535	0.5703	0.03981	25.1169	0.06981	14.3238	116.2788	8.1179
20	1.8061	0.5537	0.03722	26.8704	0.06722	14.8775	126.7987	8.5229
21	1.8603	0.5375	0.03487	28.6765	0.06487	15.4150	137.5496	8.9231
22	1.9161	0.5219	0.03275	30.5368	0.06275	15.9369	148.5094	9.3186
23	1.9736	0.5067	0.03081	32.4529	0.06081	16.4436	159.6566	9.7093
24	2.0328	0.4919	0.02905	34.4265	0.05905	16.9355	170.9711	10.0954
25	2.0938	0.4776	0.02743	36.4593	0.05743	17.4131	182.4336	10.4768
26	2.1566	0.4637	0.02594	38.5530	0.05594	17.8768	194.0260	10.8535
27	2.2213	0.4502	0.02456	40.7096	0.05456	18.3270	205.7309	11.2255
28	2.2879	0.4371	0.02329	42.9309	0.05329	18.7641	217.5320	11.5930
29	2.3566	0.4243	0.02211	45.2189	0.05211	19.1885	229.4137	11.9558
30	2.4273	0.4120	0.02102	47.5754	0.05102	19.6004	241.3613	12.3141
31	2.5001	0.4000	0.02000	50.0027	0.05000	20.0004	253.3609	12.6678
32	2.5751	0.3883	0.01905	52.5028	0.04905	20.3888	265.3993	13.0169
33	2.6523	0.3770	0.01816	55.0778	0.04816	20.7658	277.4642	13.3616
34	2.7319	0.3660	0.01732	57.7302	0.04732	21.1318	289.5437	13.7018
35	2.8139	0.3554	0.01654	60.4621	0.04654	21.4872	301.6267	14.0375
40	3.2620	0.3066	0.01326	75.4013	0.04326	23.1148	361.7499	15.6502
45	3.7816	0.2644	0.01079	92.7199	0.04079	24.5187	420.6325	17.1556
50	4.3839	0.2281	0.00887	112.7969	0.03887	25.7298	477.4803	18.5575
55	5.0821	0.1968	0.00735	136.0716	0.03735	26.7744	531.7411	19.8600
60	5.8916	0.1697	0.00613	163.0534	0.03613	27.6756	583.0526	21.0674
65	6.8300	0.1464	0.00515	194.3328	0.03515	28.4529	631.2010	22.1841
70	7.9178	0.1263	0.00434	230.5941	0.03434	29.1234	676.0869	23.2145
75	9.1789	0.1089	0.00367	272.6309	0.03367	29.7018	717.6978	24.1634
80	10.6409	0.0940	0.00311	321.3630	0.03311	30.2008	756.0865	25.0353
84	11.9764	0.0835	0.00273	365.8805	0.03273	30.5501	784.5434	25.6806
85	12.3357	0.0811	0.00265	377.8570	0.03265	30.6312	791.3529	25.8349
90	14.3005	0.0699	0.00226	443.3489	0.03226	31.0024	823.6302	26.5667
96	17.0755	0.0586	0.00187	535.8502	0.03187	31.3812	858.6377	27.3615
108	24.3456	0.0411	0.00129	778.1863	0.03129	31.9642	917.6013	28.7072
120	34.7110	0.0288	0.00089	1 123.70	0.03089	32.3730	963.8635	29.7737

4%		TABLA 9 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto					4%	
n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Factor de amortización A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Gradiente de valor presente P/G	Gradiente de serie anual A/G
1	1.0400	0.9615	1.00000	1.0000	1.04000	0.9615		
2	1.0816	0.9246	0.49020	2.0400	0.53020	1.8861	0.9246	0.4902
3	1.1249	0.8890	0.32035	3.1216	0.36035	2.7751	2.7025	0.9739
4	1.1699	0.8548	0.23549	4.2465	0.27549	3.6299	5.2670	1.4510
5	1.2167	0.8219	0.18463	5.4163	0.22463	4.4518	8.5547	1.9216
6	1.2653	0.7903	0.15076	6.6330	0.19076	5.2421	12.5062	2.3857
7	1.3159	0.7599	0.12661	7.8983	0.16661	6.0021	17.0657	2.8433
8	1.3686	0.7307	0.10853	9.2142	0.14853	6.7327	22.1806	3.2944
9	1.4233	0.7026	0.09449	10.5828	0.13449	7.4353	27.8013	3.7391
10	1.4802	0.6756	0.08329	12.0061	0.12329	8.1109	33.8814	4.1773
11	1.5395	0.6496	0.07415	13.4864	0.11415	8.7605	40.3772	4.6090
12	1.6010	0.6246	0.06655	15.0258	0.10655	9.3851	47.2477	5.0343
13	1.6651	0.6006	0.06014	16.6268	0.10014	9.9856	54.4546	5.4533
14	1.7317	0.5775	0.05467	18.2919	0.09467	10.5631	61.9618	5.8659
15	1.8009	0.5553	0.04994	20.0236	0.08994	11.1184	69.7355	6.2721
16	1.8730	0.5339	0.04582	21.8245	0.08582	11.6523	77.7441	6.6720
17	1.9479	0.5134	0.04220	23.6975	0.08220	12.1657	85.9581	7.0656
18	2.0258	0.4936	0.03899	25.6454	0.07899	12.6593	94.3498	7.4530
19	2.1068	0.4746	0.03614	27.6712	0.07614	13.1339	102.8933	7.8342
20	2.1911	0.4564	0.03358	29.7781	0.07358	13.5903	111.5647	8.2091
21	2.2788	0.4388	0.03128	31.9692	0.07128	14.0292	120.3414	8.5779
22	2.3699	0.4220	0.02920	34.2480	0.06920	14.4511	129.2024	8.9407
23	2.4647	0.4057	0.02731	36.6179	0.06731	14.8568	138.1284	9.2973
24	2.5633	0.3901	0.02559	39.0826	0.06559	15.2470	147.1012	9.6479
25	2.6658	0.3751	0.02401	41.6459	0.06401	15.6221	156.1040	9.9925
26	2.7725	0.3607	0.02257	44.3117	0.06257	15.9828	165.1212	10.3312
27	2.8834	0.3468	0.02124	47.0842	0.06124	16.3296	174.1385	10.6640
28	2.9987	0.3335	0.02001	49.9676	0.06001	16.6631	183.1424	10.9909
29	3.1187	0.3207	0.01888	52.9663	0.05888	16.9837	192.1206	11.3120
30	3.2434	0.3083	0.01783	56.0849	0.05783	17.2920	201.0618	11.6274
31	3.3731	0.2965	0.01686	59.3283	0.05686	17.5885	209.9556	11.9371
32	3.5081	0.2851	0.01595	62.7015	0.05595	17.8736	218.7924	12.2411
33	3.6484	0.2741	0.01510	66.2095	0.05510	18.1476	227.5634	12.5396
34	3.7943	0.2636	0.01431	69.8579	0.05431	18.4112	236.2607	12.8324
35	3.9461	0.2534	0.01358	73.6522	0.05358	18.6646	244.8768	13.1198
40	4.8010	0.2083	0.01052	95.0255	0.05052	19.7928	286.5303	14.4765
45	5.8412	0.1712	0.00826	121.0294	0.04826	20.7200	325.4028	15.7047
50	7.1067	0.1407	0.00655	152.6671	0.04655	21.4822	361.1638	16.8122
55	8.6464	0.1157	0.00523	191.1592	0.04523	22.1086	393.6890	17.8070
60	10.5196	0.0951	0.00420	237.9907	0.04420	22.6235	422.9966	18.6972
65	12.7987	0.0781	0.00339	294.9684	0.04339	23.0467	449.2014	19.4909
70	15.5716	0.0642	0.00275	364.2905	0.04275	23.3945	472.4789	20.1961
75	18.9453	0.0528	0.00223	448.6314	0.04223	23.6804	493.0408	20.8206
80	23.0498	0.0434	0.00181	551.2450	0.04181	23.9154	511.1161	21.3718
85	28.0436	0.0357	0.00148	676.0901	0.04148	24.1085	526.9384	21.8569
90	34.1193	0.0293	0.00121	827.9833	0.04121	24.2673	540.7369	22.2826
96	43.1718	0.0232	0.00095	1 054.30	0.04095	24.4209	554.9312	22.7236
108	69.1195	0.0145	0.00059	1 702.99	0.04059	24.6383	576.8949	23.4146
120	110.6626	0.0090	0.00036	2 741.56	0.04036	24.7741	592.2428	23.9057
144	283.6618	0.0035	0.00014	7 066.55	0.04014	24.9119	610.1055	24.4906

5%		TABLA 10 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto					5%	
n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Factor de amortización A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Gradiente de valor presente P/G	Gradiente de serie anual A/G
1	1.0500	0.9524	1.00000	1.0000	1.05000	0.9524		
2	1.1025	0.9070	0.48780	2.0500	0.53780	1.8594	0.9070	0.4878
3	1.1576	0.8638	0.31721	3.1525	0.36721	2.7232	2.6347	0.9675
4	1.2155	0.8227	0.23201	4.3101	0.28201	3.5460	5.1028	1.4391
5	1.2763	0.7835	0.18097	5.5256	0.23097	4.3295	8.2369	1.9025
6	1.3401	0.7462	0.14702	6.8019	0.19702	5.0757	11.9680	2.3579
7	1.4071	0.7107	0.12282	8.1420	0.17282	5.7864	16.2321	2.8052
8	1.4775	0.6768	0.10472	9.5491	0.15472	6.4632	20.9700	3.2445
9	1.5513	0.6446	0.09069	11.0266	0.14069	7.1078	26.1268	3.6758
10	1.6289	0.6139	0.07950	12.5779	0.12950	7.7217	31.6520	4.0991
11	1.7103	0.5847	0.07039	14.2068	0.12039	8.3064	37.4988	4.5144
12	1.7959	0.5568	0.06283	15.9171	0.11283	8.8633	43.6241	4.9219
13	1.8856	0.5303	0.05646	17.7130	0.10646	9.3936	49.9879	5.3215
14	1.9799	0.5051	0.05102	19.5986	0.10102	9.8986	56.5538	5.7133
15	2.0789	0.4810	0.04634	21.5786	0.09634	10.3797	63.2880	6.0973
16	2.1829	0.4581	0.04227	23.6575	0.09227	10.8378	70.1597	6.4736
17	2.2920	0.4363	0.03870	25.8404	0.08870	11.2741	77.1405	6.8423
18	2.4066	0.4155	0.03555	28.1324	0.08555	11.6896	84.2043	7.2034
19	2.5270	0.3957	0.03275	30.5390	0.08275	12.0853	91.3275	7.5569
20	2.6533	0.3769	0.03024	33.0660	0.08024	12.4622	98.4884	7.9030
21	2.7860	0.3589	0.02800	35.7193	0.07800	12.8212	105.6673	8.2416
22	2.9253	0.3418	0.02597	38.5052	0.07597	13.1630	112.8461	8.5730
23	3.0715	0.3256	0.02414	41.4305	0.07414	13.4886	120.0087	8.8971
24	3.2251	0.3101	0.02247	44.5020	0.07247	13.7986	127.1402	9.2140
25	3.3864	0.2953	0.02095	47.7271	0.07095	14.0939	134.2275	9.5238
26	3.5557	0.2812	0.01956	51.1135	0.06956	14.3752	141.2585	9.8266
27	3.7335	0.2678	0.01829	54.6691	0.06829	14.6430	148.2226	10.1224
28	3.9201	0.2551	0.01712	58.4026	0.06712	14.8981	155.1101	10.4114
29	4.1161	0.2429	0.01605	62.3227	0.06605	15.1411	161.9126	10.6936
30	4.3219	0.2314	0.01505	66.4388	0.06505	15.3725	168.6226	10.9691
31	4.5380	0.2204	0.01413	70.7608	0.06413	15.5928	175.2333	11.2381
32	4.7649	0.2099	0.01328	75.2988	0.06328	15.8027	181.7392	11.5005
33	5.0032	0.1999	0.01249	80.0638	0.06249	16.0025	188.1351	11.7566
34	5.2533	0.1904	0.01176	85.0670	0.06176	16.1929	194.4168	12.0063
35	5.5160	0.1813	0.01107	90.3203	0.06107	16.3742	200.5807	12.2498
40	7.0400	0.1420	0.00828	120.7998	0.05828	17.1591	229.5452	13.3775
45	8.9850	0.1113	0.00626	159.7002	0.05626	17.7741	255.3145	14.3644
50	11.4674	0.0872	0.00478	209.3480	0.05478	18.2559	277.9148	15.2233
55	14.6356	0.0683	0.00367	272.7126	0.05367	18.6335	297.5104	15.9664
60	18.6792	0.0535	0.00283	353.5837	0.05283	18.9293	314.3432	16.6062
65	23.8399	0.0419	0.00219	456.7980	0.05219	19.1611	328.6910	17.1541
70	30.4264	0.0329	0.00170	588.5285	0.05170	19.3427	340.8409	17.6212
75	38.8327	0.0258	0.00132	756.6537	0.05132	19.4850	351.0721	18.0176
80	49.5614	0.0202	0.00103	971.2288	0.05103	19.5965	359.6460	18.3526
85	63.2544	0.0158	0.00080	1 245.09	0.05080	19.6838	366.8007	18.6346
90	80.7304	0.0124	0.00063	1 594.61	0.05063	19.7523	372.7488	18.8712
95	103.0347	0.0097	0.00049	2 040.69	0.05049	19.8059	377.6774	19.0689
96	108.1864	0.0092	0.00047	2 143.73	0.05047	19.8151	378.5555	19.1044
98	119.2755	0.0084	0.00042	2 365.51	0.05042	19.8323	380.2139	19.1714
100	131.5013	0.0076	0.00038	2 610.03	0.05038	19.8479	381.7492	19.2337

6% TABLA 11 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto 6%								
n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Factor de amortización A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Gradiente de valor presente P/G	Gradiente de serie anual A/G
1	1.0600	0.9434	1.00000	1.0000	1.06000	0.9434		
2	1.1236	0.8900	0.48544	2.0600	0.54544	1.8334	0.8900	0.4854
3	1.1910	0.8396	0.31411	3.1836	0.37411	2.6730	2.5692	0.9612
4	1.2625	0.7921	0.22859	4.3746	0.28859	3.4651	4.9455	1.4272
5	1.3382	0.7473	0.17740	5.6371	0.23740	4.2124	7.9345	1.8836
6	1.4185	0.7050	0.14336	6.9753	0.20336	4.9173	11.4594	2.3304
7	1.5036	0.6651	0.11914	8.3938	0.17914	5.5824	15.4497	2.7676
8	1.5938	0.6274	0.10104	9.8975	0.16104	6.2098	19.8416	3.1952
9	1.6895	0.5919	0.08702	11.4913	0.14702	6.8017	24.5768	3.6133
10	1.7908	0.5584	0.07587	13.1808	0.13587	7.3601	29.6023	4.0220
11	1.8983	0.5268	0.06679	14.9716	0.12679	7.8869	34.8702	4.4213
12	2.0122	0.4970	0.05928	16.8699	0.11928	8.3838	40.3369	4.8113
13	2.1329	0.4688	0.05296	18.8821	0.11296	8.8527	45.9629	5.1920
14	2.2609	0.4423	0.04758	21.0151	0.10758	9.2950	51.7128	5.5635
15	2.3966	0.4173	0.04296	23.2760	0.10296	9.7122	57.5546	5.9260
16	2.5404	0.3936	0.03895	25.6725	0.09895	10.1059	63.4592	6.2794
17	2.6928	0.3714	0.03544	28.2129	0.09544	10.4773	69.4011	6.6240
18	2.8543	0.3503	0.03236	30.9057	0.09236	10.8276	75.3569	6.9597
19	3.0256	0.3305	0.02962	33.7600	0.08962	11.1581	81.3062	7.2867
20	3.2071	0.3118	0.02718	36.7856	0.08718	11.4699	87.2304	7.6051
21	3.3996	0.2942	0.02500	39.9927	0.08500	11.7641	93.1136	7.9151
22	3.6035	0.2775	0.02305	43.3923	0.08305	12.0416	98.9412	8.2166
23	3.8197	0.2618	0.02128	46.9958	0.08128	12.3034	104.7007	8.5099
24	4.0489	0.2470	0.01968	50.8156	0.07968	12.5504	110.3812	8.7951
25	4.2919	0.2330	0.01823	54.8645	0.07823	12.7834	115.9732	9.0722
26	4.5494	0.2198	0.01690	59.1564	0.07690	13.0032	121.4684	9.3414
27	4.8223	0.2074	0.01570	63.7058	0.07570	13.2105	126.8600	9.6029
28	5.1117	0.1956	0.01459	68.5281	0.07459	13.4062	132.1420	9.8568
29	5.4184	0.1846	0.01358	73.6398	0.07358	13.5907	137.3096	10.1032
30	5.7435	0.1741	0.01265	79.0582	0.07265	13.7648	142.3588	10.3422
31	6.0881	0.1643	0.01179	84.8017	0.07179	13.9291	147.2864	10.5740
32	6.4534	0.1550	0.01100	90.8898	0.07100	14.0840	152.0901	10.7988
33	6.8406	0.1462	0.01027	97.3432	0.07027	14.2302	156.7681	11.0166
34	7.2510	0.1379	0.00960	104.1838	0.06960	14.3681	161.3192	11.2276
35	7.6861	0.1301	0.00897	111.4348	0.06897	14.4982	165.7427	11.4319
40	10.2857	0.0972	0.00646	154.7620	0.06646	15.0463	185.9568	12.3590
45	13.7646	0.0727	0.00470	212.7435	0.06470	15.4558	203.1096	13.1413
50	18.4202	0.0543	0.00344	290.3359	0.06344	15.7619	217.4574	13.7964
55	24.6503	0.0406	0.00254	394.1720	0.06254	15.9905	229.3222	14.3411
60	32.9877	0.0303	0.00188	533.1282	0.06188	16.1614	239.0428	14.7909
65	44.1450	0.0227	0.00139	719.0829	0.06139	16.2891	246.9450	15.1601
70	59.0759	0.0169	0.00103	967.9322	0.06103	16.3845	253.3271	15.4613
75	79.0569	0.0126	0.00077	1 300.95	0.06077	16.4558	258.4527	15.7058
80	105.7960	0.0095	0.00057	1 746.60	0.06057	16.5091	262.5493	15.9033
85	141.5789	0.0071	0.00043	2 342.98	0.06043	16.5489	265.8096	16.0620
90	189.4645	0.0053	0.00032	3 141.08	0.06032	16.5787	268.3946	16.1891
95	253.5463	0.0039	0.00024	4 209.10	0.06024	16.6009	270.4375	16.2905
96	268.7590	0.0037	0.00022	4 462.65	0.06022	16.6047	270.7909	16.3081
98	301.9776	0.0033	0.00020	5 016.29	0.06020	16.6115	271.4491	16.3411
100	339.3021	0.0029	0.00018	5 638.37	0.06018	16.6175	272.0471	16.3711

7% TABLA 12 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto 7%								
n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Factor de amortización A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Gradiente de valor presente P/G	Gradiente de serie anual A/G
1	1.0700	0.9346	1.00000	1.0000	1.07000	0.9346		
2	1.1449	0.8734	0.48309	2.0700	0.55309	1.8080	0.8734	0.4831
3	1.2250	0.8163	0.31105	3.2149	0.38105	2.6243	2.5060	0.9549
4	1.3108	0.7629	0.22523	4.4399	0.29523	3.3872	4.7947	1.4155
5	1.4026	0.7130	0.17389	5.7507	0.24389	4.1002	7.6467	1.8650
6	1.5007	0.6663	0.13980	7.1533	0.20980	4.7665	10.9784	2.3032
7	1.6058	0.6227	0.11555	8.6540	0.18555	5.3893	14.7149	2.7304
8	1.7182	0.5820	0.09747	10.2598	0.16747	5.9713	18.7889	3.1465
9	1.8385	0.5439	0.08349	11.9780	0.15349	6.5152	23.1404	3.5517
10	1.9672	0.5083	0.07238	13.8164	0.14238	7.0236	27.7156	3.9461
11	2.1049	0.4751	0.06336	15.7836	0.13336	7.4987	32.4665	4.3296
12	2.2522	0.4440	0.05590	17.8885	0.12590	7.9427	37.3506	4.7025
13	2.4098	0.4150	0.04965	20.1406	0.11965	8.3577	42.3302	5.0648
14	2.5785	0.3878	0.04434	22.5505	0.11434	8.7455	47.3718	5.4167
15	2.7590	0.3624	0.03979	25.1290	0.10979	9.1079	52.4461	5.7583
16	2.9522	0.3387	0.03586	27.8881	0.10586	9.4466	57.5271	6.0897
17	3.1588	0.3166	0.03243	30.8402	0.10243	9.7632	62.5923	6.4110
18	3.3799	0.2959	0.02941	33.9990	0.09941	10.0591	67.6219	6.7225
19	3.6165	0.2765	0.02675	37.3790	0.09675	10.3356	72.5991	7.0242
20	3.8697	0.2584	0.02439	40.9955	0.09439	10.5940	77.5091	7.3163
21	4.1406	0.2415	0.02229	44.8652	0.09229	10.8355	82.3393	7.5990
22	4.4304	0.2257	0.02041	49.0057	0.09041	11.0612	87.0793	7.8725
23	4.7405	0.2109	0.01871	53.4361	0.08871	11.2722	91.7201	8.1369
24	5.0724	0.1971	0.01719	58.1767	0.08719	11.4693	96.2545	8.3923
25	5.4274	0.1842	0.01581	63.2490	0.08581	11.6536	100.6765	8.6391
26	5.8074	0.1722	0.01456	68.6765	0.08456	11.8258	104.9814	8.8773
27	6.2139	0.1609	0.01343	74.4838	0.08343	11.9867	109.1656	9.1072
28	6.6488	0.1504	0.01239	80.6977	0.08239	12.1371	113.2264	9.3289
29	7.1143	0.1406	0.01145	87.3465	0.08145	12.2777	117.1622	9.5427
30	7.6123	0.1314	0.01059	94.4608	0.08059	12.4090	120.9718	9.7487
31	8.1451	0.1228	0.00980	102.0730	0.07980	12.5318	124.6550	9.9471
32	8.7153	0.1147	0.00907	110.2182	0.07907	12.6466	128.2120	10.1381
33	9.3253	0.1072	0.00841	118.9334	0.07841	12.7538	131.6435	10.3219
34	9.9781	0.1002	0.00780	128.2588	0.07780	12.8540	134.9507	10.4987
35	10.6766	0.0937	0.00723	138.2369	0.07723	12.9477	138.1353	10.6687
40	14.9745	0.0668	0.00501	199.6351	0.07501	13.3317	152.2928	11.4233
45	21.0025	0.0476	0.00350	285.7493	0.07350	13.6055	163.7559	12.0360
50	29.4570	0.0339	0.00246	406.5289	0.07246	13.8007	172.9051	12.5287
55	41.3150	0.0242	0.00174	575.9286	0.07174	13.9399	180.1243	12.9215
60	57.9464	0.0173	0.00123	813.5204	0.07123	14.0392	185.7677	13.2321
65	81.2729	0.0123	0.00087	1 146.76	0.07087	14.1099	190.1452	13.4760
70	113.9894	0.0088	0.00062	1 614.13	0.07062	14.1604	193.5185	13.6662
75	159.8760	0.0063	0.00044	2 269.66	0.07044	14.1964	196.1035	13.8136
80	224.2344	0.0045	0.00031	3 189.06	0.07031	14.2220	198.0748	13.9273
85	314.5003	0.0032	0.00022	4 478.58	0.07022	14.2403	199.5717	14.0146
90	441.1030	0.0023	0.00016	6 287.19	0.07016	14.2533	200.7042	14.0812
95	618.6697	0.0016	0.00011	8 823.85	0.07011	14.2626	201.5581	14.1319
96	661.9766	0.0015	0.00011	9 442.52	0.07011	14.2641	201.7016	14.1405
98	757.8970	0.0013	0.00009	10 813	0.07009	14.2669	201.9651	14.1562
100	867.7163	0.0012	0.00008	12 382	0.07008	14.2693	202.2001	14.1703

n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Factor de amortización A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Gradiente de valor presente P/G	Gradiente de serie anual A/G
1	1.0800	0.9259	1.00000	1.0000	1.08000	0.9259		
2	1.1664	0.8573	0.48077	2.0800	0.56077	1.7833	0.8573	0.4808
3	1.2597	0.7938	0.30803	3.2464	0.38803	2.5771	2.4450	0.9487
4	1.3605	0.7350	0.22192	4.5061	0.30192	3.3121	4.6501	1.4040
5	1.4693	0.6806	0.17046	5.8666	0.25046	3.9927	7.3724	1.8465
6	1.5869	0.6302	0.13632	7.3359	0.21632	4.6229	10.5233	2.2763
7	1.7138	0.5835	0.11207	8.9228	0.19207	5.2064	14.0242	2.6937
8	1.8509	0.5403	0.09401	10.6366	0.17401	5.7466	17.8061	3.0985
9	1.9990	0.5002	0.08008	12.4876	0.16008	6.2469	21.8081	3.4910
10	2.1589	0.4632	0.06903	14.4866	0.14903	6.7101	25.9768	3.8713
11	2.3316	0.4289	0.06008	16.6455	0.14008	7.1390	30.2657	4.2395
12	2.5182	0.3971	0.05270	18.9771	0.13270	7.5361	34.6339	4.5957
13	2.7196	0.3677	0.04652	21.4953	0.12652	7.9038	39.0463	4.9402
14	2.9372	0.3405	0.04130	24.2149	0.12130	8.2442	43.4723	5.2731
15	3.1722	0.3152	0.03683	27.1521	0.11683	8.5595	47.8857	5.5945
16	3.4259	0.2919	0.03298	30.3243	0.11298	8.8514	52.2640	5.9046
17	3.7000	0.2703	0.02963	33.7502	0.10963	9.1216	56.5883	6.2037
18	3.9960	0.2502	0.02670	37.4502	0.10670	9.3719	60.8426	6.4920
19	4.3157	0.2317	0.02413	41.4463	0.10413	9.6036	65.0134	6.7697
20	4.6610	0.2145	0.02185	45.7620	0.10185	9.8181	69.0898	7.0369
21	5.0338	0.1987	0.01983	50.4229	0.09983	10.0168	73.0629	7.2940
22	5.4365	0.1839	0.01803	55.4568	0.09803	10.2007	76.9257	7.5412
23	5.8715	0.1703	0.01642	60.8933	0.09642	10.3711	80.6726	7.7786
24	6.3412	0.1577	0.01498	66.7648	0.09498	10.5288	84.2997	8.0066
25	6.8485	0.1460	0.01368	73.1059	0.09368	10.6748	87.8041	8.2254
26	7.3964	0.1352	0.01251	79.9544	0.09251	10.8100	91.1842	8.4352
27	7.9881	0.1252	0.01145	87.3508	0.09145	10.9352	94.4390	8.6363
28	8.6271	0.1159	0.01049	95.3388	0.09049	11.0511	97.5687	8.8289
29	9.3173	0.1073	0.00962	103.9659	0.08962	11.1584	100.5738	9.0133
30	10.0627	0.0994	0.00883	113.2832	0.08883	11.2578	103.4558	9.1897
31	10.8677	0.0920	0.00811	123.3459	0.08811	11.3498	106.2163	9.3584
32	11.7371	0.0852	0.00745	134.2135	0.08745	11.4350	108.8575	9.5197
33	12.6760	0.0789	0.00685	145.9506	0.08685	11.5139	111.3819	9.6737
34	13.6901	0.0730	0.00630	158.6267	0.08630	11.5869	113.7924	9.8208
35	14.7853	0.0676	0.00580	172.3168	0.08580	11.6546	116.0920	9.9611
40	21.7245	0.0460	0.00386	259.0565	0.08386	11.9246	126.0422	10.5699
45	31.9204	0.0313	0.00259	386.5056	0.08259	12.1084	133.7331	11.0447
50	46.9016	0.0213	0.00174	573.7702	0.08174	12.2335	139.5928	11.4107
55	68.9139	0.0145	0.00118	848.9232	0.08118	12.3186	144.0065	11.6902
60	101.2571	0.0099	0.00080	1 253.21	0.08080	12.3766	147.3000	11.9015
65	148.7798	0.0067	0.00054	1 847.25	0.08054	12.4160	149.7387	12.0602
70	218.6064	0.0046	0.00037	2 720.08	0.08037	12.4428	151.5326	12.1783
75	321.2045	0.0031	0.00025	4 002.56	0.08025	12.4611	152.8448	12.2658
80	471.9548	0.0021	0.00017	5 886.94	0.08017	12.4735	153.8001	12.3301
85	693.4565	0.0014	0.00012	8 655.71	0.08012	12.4820	154.4925	12.3772
90	1 018.92	0.0010	0.00008	12 724	0.08008	12.4877	154.9925	12.4116
95	1 497.12	0.0007	0.00005	18 702	0.08005	12.4917	155.3524	12.4365
6	1 616.89	0.0006	0.00005	20 199	0.08005	12.4923	155.4112	12.4406
98	1 885.94	0.0005	0.00004	23 562	0.08004	12.4934	155.5176	12.4480
100	2 199.76	0.0005	0.00004	27 485	0.08004	12.4943	155.6107	12.4545

9% TABLA 14 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto 9%								
n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Factor de amortización A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Gradiente de valor presente P/G	Gradiente de serie anual A/G
1	1.0900	0.9174	1.00000	1.0000	1.09000	0.9174		
2	1.1881	0.8417	0.47847	2.0900	0.56847	1.7591	0.8417	0.4785
3	1.2950	0.7722	0.30505	3.2781	0.39505	2.5313	2.3860	0.9426
4	1.4116	0.7084	0.21867	4.5731	0.30867	3.2397	4.5113	1.3925
5	1.5386	0.6499	0.16709	5.9847	0.25709	3.8897	7.1110	1.8282
6	1.6771	0.5963	0.13292	7.5233	0.22292	4.4859	10.0924	2.2498
7	1.8280	0.5470	0.10869	9.2004	0.19869	5.0330	13.3746	2.6574
8	1.9926	0.5019	0.09067	11.0285	0.18067	5.5348	16.8877	3.0512
9	2.1719	0.4604	0.07680	13.0210	0.16680	5.9952	20.5711	3.4312
10	2.3674	0.4224	0.06582	15.1929	0.15582	6.4177	24.3728	3.7978
11	2.5804	0.3875	0.05695	17.5603	0.14695	6.8052	28.2481	4.1510
12	2.8127	0.3555	0.04965	20.1407	0.13965	7.1607	32.1590	4.4910
13	3.0658	0.3262	0.04357	22.9534	0.13357	7.4869	36.0731	4.8182
14	3.3417	0.2992	0.03843	26.0192	0.12843	7.7862	39.9633	5.1326
15	3.6425	0.2745	0.03406	29.3609	0.12406	8.0607	43.8069	5.4346
16	3.9703	0.2519	0.03030	33.0034	0.12030	8.3126	47.5849	5.7245
17	4.3276	0.2311	0.02705	36.9737	0.11705	8.5436	51.2821	6.0024
18	4.7171	0.2120	0.02421	41.3013	0.11421	8.7556	54.8860	6.2687
19	5.1417	0.1945	0.02173	46.0185	0.11173	8.9501	58.3868	6.5236
20	5.6044	0.1784	0.01955	51.1601	0.10955	9.1285	61.7770	6.7674
21	6.1088	0.1637	0.01762	56.7645	0.10762	9.2922	65.0509	7.0006
22	6.6586	0.1502	0.01590	62.8733	0.10590	9.4424	68.2048	7.2232
23	7.2579	0.1378	0.01438	69.5319	0.10438	9.5802	71.2359	7.4357
24	7.9111	0.1264	0.01302	76.7898	0.10302	9.7066	74.1433	7.6384
25	8.6231	0.1160	0.01181	84.7009	0.10181	9.8226	76.9265	7.8316
26	9.3992	0.1064	0.01072	93.3240	0.10072	9.9290	79.5863	8.0156
27	10.2451	0.0976	0.00973	102.7231	0.09973	10.0266	82.1241	8.1906
28	11.1671	0.0895	0.00885	112.9682	0.09885	10.1161	84.5419	8.3571
29	12.1722	0.0822	0.00806	124.1354	0.09806	10.1983	86.8422	8.5154
30	13.2677	0.0754	0.00734	136.3075	0.09734	10.2737	89.0280	8.6657
31	14.4618	0.0691	0.00669	149.5752	0.09669	10.3428	91.1024	8.8083
32	15.7633	0.0634	0.00610	164.0370	0.09610	10.4062	93.0690	8.9436
33	17.1820	0.0582	0.00556	179.8003	0.09556	10.4644	94.9314	9.0718
34	18.7284	0.0534	0.00508	196.9823	0.09508	10.5178	96.6935	9.1933
35	20.4140	0.0490	0.00464	215.7108	0.09464	10.5668	98.3590	9.3083
40	31.4094	0.0318	0.00296	337.8824	0.09296	10.7574	105.3762	9.7957
45	48.3273	0.0207	0.00190	525.8587	0.09190	10.8812	110.5561	10.1603
50	74.3575	0.0134	0.00123	815.0836	0.09123	10.9617	114.3251	10.4295
55	114.4083	0.0087	0.00079	1 260.09	0.09079	11.0140	117.0362	10.6261
60	176.0313	0.0057	0.00051	1 944.79	0.09051	11.0480	118.9683	10.7683
65	270.8460	0.0037	0.00033	2 998.29	0.09033	11.0701	120.3344	10.8702
70	416.7301	0.0024	0.00022	4 619.22	0.09022	11.0844	121.2942	10.9427
75	641.1909	0.0016	0.00014	7 113.23	0.09014	11.0938	121.9646	10.9940
80	986.5517	0.0010	0.00009	10 951	0.09009	11.0998	122.4306	11.0299
85	1 517.93	0.0007	0.00006	16 855	0.09006	11.1038	122.7533	11.0551
90	2 335.53	0.0004	0.00004	25 939	0.09004	11.1064	122.9758	11.0726
95	3 593.50	0.0003	0.00003	39 917	0.09003	11.1080	123.1287	11.0847
96	3 916.91	0.0003	0.00002	43 510	0.09002	11.1083	123.1529	11.0866
98	4 653.68	0.0002	0.00002	51 696	0.09002	11.1087	123.1963	11.0900
100	5 529.04	0.0002	0.00002	61 423	0.09002	11.1091	123.2335	11.0930

10%		TABLA 15 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto					10%	
n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Factor de amortización A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Gradiente de valor presente P/G	Gradiente de serie anual A/G
1	1.1000	0.9091	1.00000	1.0000	1.10000	0.9091		
2	1.2100	0.8264	0.47619	2.1000	0.57619	1.7355	0.8264	0.4762
3	1.3310	0.7513	0.30211	3.3100	0.40211	2.4869	2.3291	0.9366
4	1.4641	0.6830	0.21547	4.6410	0.31547	3.1699	4.3781	1.3812
5	1.6105	0.6209	0.16380	6.1051	0.26380	3.7908	6.8618	1.8101
6	1.7716	0.5645	0.12961	7.7156	0.22961	4.3553	9.6842	2.2236
7	1.9487	0.5132	0.10541	9.4872	0.20541	4.8684	12.7631	2.6216
8	2.1436	0.4665	0.08744	11.4359	0.18744	5.3349	16.0287	3.0045
9	2.3579	0.4241	0.07364	13.5795	0.17364	5.7590	19.4215	3.3724
10	2.5937	0.3855	0.06275	15.9374	0.16275	6.1446	22.8913	3.7255
11	2.8531	0.3505	0.05396	18.5312	0.15396	6.4951	26.3963	4.0641
12	3.1384	0.3186	0.04676	21.3843	0.14676	6.8137	29.9012	4.3884
13	3.4523	0.2897	0.04078	24.5227	0.14078	7.1034	33.3772	4.6988
14	3.7975	0.2633	0.03575	27.9750	0.13575	7.3667	36.8005	4.9955
15	4.1772	0.2394	0.03147	31.7725	0.13147	7.6061	40.1520	5.2789
16	4.5950	0.2176	0.02782	35.9497	0.12782	7.8237	43.4164	5.5493
17	5.0545	0.1978	0.02466	40.5447	0.12466	8.0216	46.5819	5.8071
18	5.5599	0.1799	0.02193	45.5992	0.12193	8.2014	49.6395	6.0526
19	6.1159	0.1635	0.01955	51.1591	0.11955	8.3649	52.5827	6.2861
20	6.7275	0.1486	0.01746	57.2750	0.11746	8.5136	55.4069	6.5081
21	7.4002	0.1351	0.01562	64.0025	0.11562	8.6487	58.1095	6.7189
22	8.1403	0.1228	0.01401	71.4027	0.11401	8.7715	60.6893	6.9189
23	8.9543	0.1117	0.01257	79.5430	0.11257	8.8832	63.1462	7.1085
24	9.8497	0.1015	0.01130	88.4973	0.11130	8.9847	65.4813	7.2881
25	10.8347	0.0923	0.01017	98.3471	0.11017	9.0770	67.6964	7.4580
26	11.9182	0.0839	0.00916	109.1818	0.10916	9.1609	69.7940	7.6186
27	13.1100	0.0763	0.00826	121.0999	0.10826	9.2372	71.7773	7.7704
28	14.4210	0.0693	0.00745	134.2099	0.10745	9.3066	73.6495	7.9137
29	15.8631	0.0630	0.00673	148.6309	0.10673	9.3696	75.4146	8.0489
30	17.4494	0.0573	0.00608	164.4940	0.10608	9.4269	77.0766	8.1762
31	19.1943	0.0521	0.00550	181.9434	0.10550	9.4790	78.6395	8.2962
32	21.1138	0.0474	0.00497	201.1378	0.10497	9.5264	80.1078	8.4091
33	23.2252	0.0431	0.00450	222.2515	0.10450	9.5694	81.4856	8.5152
34	25.5477	0.0391	0.00407	245.4767	0.10407	9.6086	82.7773	8.6149
35	28.1024	0.0356	0.00369	271.0244	0.10369	9.6442	83.9872	8.7086
40	45.2593	0.0221	0.00226	442.5926	0.10226	9.7791	88.9525	9.0962
45	72.8905	0.0137	0.00139	718.9048	0.10139	9.8628	92.4544	9.3740
50	117.3909	0.0085	0.00086	1 163.91	0.10086	9.9148	94.8889	9.5704
55	189.0591	0.0053	0.00053	1 880.59	0.10053	9.9471	96.5619	9.7075
60	304.4816	0.0033	0.00033	3 034.82	0.10033	9.9672	97.7010	9.8023
65	490.3707	0.0020	0.00020	4 893.71	0.10020	9.9796	98.4705	9.8672
70	789.7470	0.0013	0.00013	7 887.47	0.10013	9.9873	98.9870	9.9113
75	1 271.90	0.0008	0.00008	12 709	0.10008	9.9921	99.3317	9.9410
80	2 048.40	0.0005	0.00005	20 474	0.10005	9.9951	99.5606	9.9609
85	3 298.97	0.0003	0.00003	32 980	0.10003	9.9970	99.7120	9.9742
90	5 313.02	0.0002	0.00002	53 120	0.10002	9.9981	99.8118	9.9831
95	8 556.68	0.0001	0.00001	85 557	0.10001	9.9988	99.8773	9.9889
96	9 412.34	0.0001	0.00001	94 113	0.10001	9.9989	99.8874	9.9898
98	11 389	0.0001	0.00001		0.10001	9.9991	99.9052	9.9914
100	13 781	0.0001	0.00001		0.10001	9.9993	99.9202	9.9927

11%	TABLA 16 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto						11%	
n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Factor de amortización A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Gradiente de valor presente P/G	Gradiente de serie anual A/G
1	1.1100	0.9009	1.00000	1.0000	1.11000	0.9009		
2	1.2321	0.8116	0.47393	2.1100	0.58393	1.7125	0.8116	0.4739
3	1.3676	0.7312	0.29921	3.3421	0.40921	2.4437	2.2740	0.9306
4	1.5181	0.6587	0.21233	4.7097	0.32233	3.1024	4.2502	1.3700
5	1.6851	0.5935	0.16057	6.2278	0.27057	3.6959	6.6240	1.7923
6	1.8704	0.5346	0.12638	7.9129	0.23638	4.2305	9.2972	2.1976
7	2.0762	0.4817	0.10222	9.7833	0.21222	4.7122	12.1872	2.5863
8	2.3045	0.4339	0.08432	11.8594	0.19432	5.1461	15.2246	2.9585
9	2.5580	0.3909	0.07060	14.1640	0.18060	5.5370	18.3520	3.3144
10	2.8394	0.3522	0.05980	16.7220	0.16980	5.8892	21.5217	3.6544
11	3.1518	0.3173	0.05112	19.5614	0.16112	6.2065	24.6945	3.9788
12	3.4985	0.2858	0.04403	22.7132	0.15403	6.4924	27.8388	4.2879
13	3.8833	0.2575	0.03815	26.2116	0.14815	6.7499	30.9290	4.5822
14	4.3104	0.2320	0.03323	30.0949	0.14323	6.9819	33.9449	4.8619
15	4.7846	0.2090	0.02907	34.4054	0.13907	7.1909	36.8709	5.1275
16	5.3109	0.1883	0.02552	39.1899	0.13552	7.3792	39.6953	5.3794
17	5.8951	0.1696	0.02247	44.5008	0.13247	7.5488	42.4095	5.6180
18	6.5436	0.1528	0.01984	50.3959	0.12984	7.7016	45.0074	5.8439
19	7.2633	0.1377	0.01756	56.9395	0.12756	7.8393	47.4856	6.0574
20	8.0623	0.1240	0.01558	64.2028	0.12558	7.9633	49.8423	6.2590
21	8.9492	0.1117	0.01384	72.2651	0.12384	8.0751	52.0771	6.4491
22	9.9336	0.1007	0.01231	81.2143	0.12231	8.1757	54.1912	6.6283
23	11.0263	0.0907	0.01097	91.1479	0.12097	8.2664	56.1864	6.7969
24	12.2392	0.0817	0.00979	102.1742	0.11979	8.3481	58.0656	6.9555
25	13.5855	0.0736	0.00874	114.4133	0.11874	8.4217	59.8322	7.1045
26	15.0799	0.0663	0.00781	127.9988	0.11781	8.4881	61.4900	7.2443
27	16.7386	0.0597	0.00699	143.0786	0.11699	8.5478	63.0433	7.3754
28	18.5799	0.0538	0.00626	159.8173	0.11626	8.6016	64.4965	7.4982
29	20.6237	0.0485	0.00561	178.3972	0.11561	8.6501	65.8542	7.6131
30	22.8923	0.0437	0.00502	199.0209	0.11502	8.6938	67.1210	7.7206
31	25.4104	0.0394	0.00451	221.9132	0.11451	8.7331	68.3016	7.8210
32	28.2056	0.0355	0.00404	247.3236	0.11404	8.7686	69.4007	7.9147
33	31.3082	0.0319	0.00363	275.5292	0.11363	8.8005	70.4228	8.0021
34	34.7521	0.0288	0.00326	306.8374	0.11326	8.8293	71.3724	8.0836
35	38.5749	0.0259	0.00293	341.5896	0.11293	8.8552	72.2538	8.1594
40	65.0009	0.0154	0.00172	581.8261	0.11172	8.9511	75.7789	8.4659
45	109.5302	0.0091	0.00101	986.6386	0.11101	9.0079	78.1551	8.6763
50	184.5648	0.0054	0.00060	1 668.77	0.11060	9.0417	79.7341	8.8185
55	311.0025	0.0032	0.00035	2 818.20	0.11035	9.0617	80.7712	8.9135
60	524.0572	0.0019	0.00021	4 755.07	0.11021	9.0736	81.4461	8.9762
65	883.0669	0.0011	0.00012	8 018.79	0.11012	9.0806	81.8819	9.0172
70	1 488.02	0.0007	0.00007	13 518	0.11007	9.0848	82.1614	9.0438
75	2 507.40	0.0004	0.00004	22 785	0.11004	9.0873	82.3397	9.0610
80	4 225.11	0.0002	0.00003	38 401	0.11003	9.0888	82.4529	9.0720
85	7 119.56	0.0001	0.00002	64 714	0.11002	9.0896	82.5245	9.0790

12%		TABLA 17 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto					12%	
n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Factor de amortización A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Gradiente de valor presente P/G	Gradiente de serie anual A/G
1	1.1200	0.8929	1.00000	1.0000	1.12000	0.8929		
2	1.2544	0.7972	0.47170	2.1200	0.59170	1.6901	0.7972	0.4717
3	1.4049	0.7118	0.29635	3.3744	0.41635	2.4018	2.2208	0.9246
4	1.5735	0.6355	0.20923	4.7793	0.32923	3.0373	4.1273	1.3589
5	1.7623	0.5674	0.15741	6.3528	0.27741	3.6048	6.3970	1.7746
6	1.9738	0.5066	0.12323	8.1152	0.24323	4.1114	8.9302	2.1720
7	2.2107	0.4523	0.09912	10.0890	0.21912	4.5638	11.6443	2.5512
8	2.4760	0.4039	0.08130	12.2997	0.20130	4.9676	14.4714	2.9131
9	2.7731	0.3606	0.06768	14.7757	0.18768	5.3282	17.3563	3.2574
10	3.1058	0.3220	0.05698	17.5487	0.17698	5.6502	20.2541	3.5847
11	3.4785	0.2875	0.04842	20.6546	0.16842	5.9377	23.1288	3.8953
12	3.8960	0.2567	0.04144	24.1331	0.16144	6.1944	25.9523	4.1897
13	4.3635	0.2292	0.03568	28.0291	0.15568	6.4235	28.7024	4.4683
14	4.8871	0.2046	0.03087	32.3926	0.15087	6.6282	31.3624	4.7317
15	5.4736	0.1827	0.02682	37.2797	0.14682	6.8109	33.9202	4.9803
16	6.1304	0.1631	0.02339	42.7533	0.14339	6.9740	36.3670	5.2147
17	6.8660	0.1456	0.02046	48.8837	0.14046	7.1196	38.6973	5.4353
18	7.6900	0.1300	0.01794	55.7497	0.13794	7.2497	40.9080	5.6427
19	8.6128	0.1161	0.01576	63.4397	0.13576	7.3658	42.9979	5.8375
20	9.6463	0.1037	0.01388	72.0524	0.13388	7.4694	44.9676	6.0202
21	10.8038	0.0926	0.01224	81.6987	0.13224	7.5620	46.8188	6.1913
22	12.1003	0.0826	0.01081	92.5026	0.13081	7.6446	48.5543	6.3514
23	13.5523	0.0738	0.00956	104.6029	0.12956	7.7184	50.1776	6.5010
24	15.1786	0.0659	0.00846	118.1552	0.12846	7.7843	51.6929	6.6406
25	17.0001	0.0588	0.00750	133.3339	0.12750	7.8431	53.1046	6.7708
26	19.0401	0.0525	0.00665	150.3339	0.12665	7.8957	54.4177	6.8921
27	21.3249	0.0469	0.00590	169.3740	0.12590	7.9426	55.6369	7.0049
28	23.8839	0.0419	0.00524	190.6989	0.12524	7.9844	56.7674	7.1098
29	26.7499	0.0374	0.00466	214.5828	0.12466	8.0218	57.8141	7.2071
30	29.9599	0.0334	0.00414	241.3327	0.12414	8.0552	58.7821	7.2974
31	33.5551	0.0298	0.00369	271.2926	0.12369	8.0850	59.6761	7.3811
32	37.5817	0.0266	0.00328	304.8477	0.12328	8.1116	60.5010	7.4586
33	42.0915	0.0238	0.00292	342.4294	0.12292	8.1354	61.2612	7.5302
34	47.1425	0.0212	0.00260	384.5210	0.12260	8.1566	61.9612	7.5965
35	52.7996	0.0189	0.00232	431.6635	0.12232	8.1755	62.6052	7.6577
40	93.0510	0.0107	0.00130	767.0914	0.12130	8.2438	65.1159	7.8988
45	163.9876	0.0061	0.00074	1 358.23	0.12074	8.2825	66.7342	8.0572
50	289.0022	0.0035	0.00042	2 400.02	0.12042	8.3045	67.7624	8.1597
55	509.3206	0.0020	0.00024	4 236.01	0.12024	8.3170	68.4082	8.2251
60	897.5969	0.0011	0.00013	7 471.64	0.12013	8.3240	68.8100	8.2664
65	1 581.87	0.0006	0.00008	13 174	0.12008	8.3281	69.0581	8.2922
70	2 787.80	0.0004	0.00004	23 223	0.12004	8.3303	69.2103	8.3082
75	4 913.06	0.0002	0.00002	40 934	0.12002	8.3316	69.3031	8.3181
80	8 658.48	0.0001	0.00001	72 146	0.12001	8.3324	69.3594	8.3241
85	15 259	0.0001	0.00001		0.12001	8.3328	69.3935	8.3278

14%		TABLA 18 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto					14%	
n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Factor de amortización A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Gradiente de valor presente P/G	Gradiente de serie anual A/G
1	1.1400	0.8772	1.00000	1.0000	1.14000	0.8772		
2	1.2996	0.7695	0.46729	2.1400	0.60729	1.6467	0.7695	0.4673
3	1.4815	0.6750	0.29073	3.4396	0.43073	2.3216	2.1194	0.9129
4	1.6890	0.5921	0.20320	4.9211	0.34320	2.9137	3.8957	1.3370
5	1.9254	0.5194	0.15128	6.6101	0.29128	3.4331	5.9731	1.7399
6	2.1950	0.4556	0.11716	8.5355	0.25716	3.8887	8.2511	2.1218
7	2.5023	0.3996	0.09319	10.7305	0.23319	4.2883	10.6489	2.4832
8	2.8526	0.3506	0.07557	13.2328	0.21557	4.6389	13.1028	2.8246
9	3.2519	0.3075	0.06217	16.0853	0.20217	4.9464	15.5629	3.1463
10	3.7072	0.2697	0.05171	19.3373	0.19171	5.2161	17.9906	3.4490
11	4.2262	0.2366	0.04339	23.0445	0.18339	5.4527	20.3567	3.7333
12	4.8179	0.2076	0.03667	27.2707	0.17667	5.6603	22.6399	3.9998
13	5.4924	0.1821	0.03116	32.0887	0.17116	5.8424	24.8247	4.2491
14	6.2613	0.1597	0.02661	37.5811	0.16661	6.0021	26.9009	4.4819
15	7.1379	0.1401	0.02281	43.8424	0.16281	6.1422	28.8623	4.6990
16	8.1372	0.1229	0.01962	50.9804	0.15962	6.2651	30.7057	4.9011
17	9.2765	0.1078	0.01692	59.1176	0.15692	6.3729	32.4305	5.0888
18	10.5752	0.0946	0.01462	68.3941	0.15462	6.4674	34.0380	5.2630
19	12.0557	0.0829	0.01266	78.9692	0.15266	6.5504	35.5311	5.4243
20	13.7435	0.0728	0.01099	91.0249	0.15099	6.6231	36.9135	5.5734
21	15.6676	0.0638	0.00954	104.7684	0.14954	6.6870	38.1901	5.7111
22	17.8610	0.0560	0.00830	120.4360	0.14830	6.7429	39.3658	5.8381
23	20.3616	0.0491	0.00723	138.2970	0.14723	6.7921	40.4463	5.9549
24	23.2122	0.0431	0.00630	158.6586	0.14630	6.8351	41.4371	6.0624
25	26.4619	0.0378	0.00550	181.8708	0.14550	6.8729	42.3441	6.1610
26	30.1666	0.0331	0.00480	208.3327	0.14480	6.9061	43.1728	6.2514
27	34.3899	0.0291	0.00419	238.4993	0.14419	6.9352	43.9289	6.3342
28	39.2045	0.0255	0.00366	272.8892	0.14366	6.9607	44.6176	6.4100
29	44.6931	0.0224	0.00320	312.0937	0.14320	6.9830	45.2441	6.4791
30	50.9502	0.0196	0.00280	356.7868	0.14280	7.0027	45.8132	6.5423
31	58.0832	0.0172	0.00245	407.7370	0.14245	7.0199	46.3297	6.5998
32	66.2148	0.0151	0.00215	465.8202	0.14215	7.0350	46.7979	6.6522
33	75.4849	0.0132	0.00188	532.0350	0.14188	7.0482	47.2218	6.6998
34	86.0528	0.0116	0.00165	607.5199	0.14165	7.0599	47.6053	6.7431
35	98.1002	0.0102	0.00144	693.5727	0.14144	7.0700	47.9519	6.7824
40	188.8835	0.0053	0.00075	1 342.03	0.14075	7.1050	49.2376	6.9300
45	363.6791	0.0027	0.00039	2 590.56	0.14039	7.1232	49.9963	7.0188
50	700.2330	0.0014	0.00020	4 994.52	0.14020	7.1327	50.4375	7.0714
55	1 348.24	0.0007	0.00010	9 623.13	0.14010	7.1376	50.6912	7.1020
60	2 595.92	0.0004	0.00005	18 535	0.14005	7.1401	50.8357	7.1197
65	4 998.22	0.0002	0.00003	35 694	0.14003	7.1414	50.9173	7.1298
70	9 623.64	0.0001	0.00001	68 733	0.14001	7.1421	50.9632	7.1356
75	18 530	0.0001	0.00001		0.14001	7.1425	50.9887	7.1388
80	35 677				0.14000	7.1427	51.0030	7.1406
85	68 693				0.14000	7.1428	51.0108	7.1416

15%		TABLA 19 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto					15%	
n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Factor de amortización A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Gradiente de valor presente P/G	Gradiente de serie anual A/G
1	1.1500	0.8696	1.00000	1.0000	1.15000	0.8696		
2	1.3225	0.7561	0.46512	2.1500	0.61512	1.6257	0.7561	0.4651
3	1.5209	0.6575	0.28798	3.4725	0.43798	2.2832	2.0712	0.9071
4	1.7490	0.5718	0.20027	4.9934	0.35027	2.8550	3.7864	1.3263
5	2.0114	0.4972	0.14832	6.7424	0.29832	3.3522	5.7751	1.7228
6	2.3131	0.4323	0.11424	8.7537	0.26424	3.7845	7.9368	2.0972
7	2.6600	0.3759	0.09036	11.0668	0.24036	4.1604	10.1924	2.4498
8	3.0590	0.3269	0.07285	13.7268	0.22285	4.4873	12.4807	2.7813
9	3.5179	0.2843	0.05957	16.7858	0.20957	4.7716	14.7548	3.0922
10	4.0456	0.2472	0.04925	20.3037	0.19925	5.0188	16.9795	3.3832
11	4.6524	0.2149	0.04107	24.3493	0.19107	5.2337	19.1289	3.6549
12	5.3503	0.1869	0.03448	29.0017	0.18448	5.4206	21.1849	3.9082
13	6.1528	0.1625	0.02911	34.3519	0.17911	5.5831	23.1352	4.1438
14	7.0757	0.1413	0.02469	40.5047	0.17469	5.7245	24.9725	4.3624
15	8.1371	0.1229	0.02102	47.5804	0.17102	5.8474	26.6930	4.5650
16	9.3576	0.1069	0.01795	55.7175	0.16795	5.9542	28.2960	4.7522
17	10.7613	0.0929	0.01537	65.0751	0.16537	6.0472	29.7828	4.9251
18	12.3755	0.0808	0.01319	75.8364	0.16319	6.1280	31.1565	5.0843
19	14.2318	0.0703	0.01134	88.2118	0.16134	6.1982	32.4213	5.2307
20	16.3665	0.0611	0.00976	102.4436	0.15976	6.2593	33.5822	5.3651
21	18.8215	0.0531	0.00842	118.8101	0.15842	6.3125	34.6448	5.4883
22	21.6447	0.0462	0.00727	137.6316	0.15727	6.3587	35.6150	5.6010
23	24.8915	0.0402	0.00628	159.2764	0.15628	6.3988	36.4988	5.7040
24	28.6252	0.0349	0.00543	184.1678	0.15543	6.4338	37.3023	5.7979
25	32.9190	0.0304	0.00470	212.7930	0.15470	6.4641	38.0314	5.8834
26	37.8568	0.0264	0.00407	245.7120	0.15407	6.4906	38.6918	5.9612
27	43.5353	0.0230	0.00353	283.5688	0.15353	6.5135	39.2890	6.0319
28	50.0656	0.0200	0.00306	327.1041	0.15306	6.5335	39.8283	6.0960
29	57.5755	0.0174	0.00265	377.1697	0.15265	6.5509	40.3146	6.1541
30	66.2118	0.0151	0.00230	434.7451	0.15230	6.5660	40.7526	6.2066
31	76.1435	0.0131	0.00200	500.9569	0.15200	6.5791	41.1466	6.2541
32	87.5651	0.0114	0.00173	577.1005	0.15173	6.5905	41.5006	6.2970
33	100.6998	0.0099	0.00150	664.6655	0.15150	6.6005	41.8184	6.3357
34	115.8048	0.0086	0.00131	765.3654	0.15131	6.6091	42.1033	6.3705
35	133.1755	0.0075	0.00113	881.1702	0.15113	6.6166	42.3586	6.4019
40	267.8635	0.0037	0.00056	1 779.09	0.15056	6.6418	43.2830	6.5168
45	538.7693	0.0019	0.00028	3 585.13	0.15028	6.6543	43.8051	6.5830
50	1 083.66	0.0009	0.00014	7 217.72	0.15014	6.6605	44.0958	6.6205
55	2 179.62	0.0005	0.00007	14 524	0.15007	6.6636	44.2558	6.6414
60	4 384.00	0.0002	0.00003	29 220	0.15003	6.6651	44.3431	6.6530
65	8 817.79	0.0001	0.00002	58 779	0.15002	6.6659	44.3903	6.6593
70	17 736	0.0001	0.00001		0.15001	6.6663	44.4156	6.6627
75	35 673				0.15000	6.6665	44.4292	6.6646
80	71 751				0.15000	6.6666	44.4364	6.6656
85					0.15000	6.6666	44.4402	6.6661

16%		TABLA 20 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto					16%	
n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Factor de amortización A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Gradiente de valor presente P/G	Gradiente de serie anual A/G
1	1.1600	0.8621	1.00000	1.0000	1.16000	0.8621		
2	1.3456	0.7432	0.46296	2.1600	0.62296	1.6052	0.7432	0.4630
3	1.5609	0.6407	0.28526	3.5056	0.44526	2.2459	2.0245	0.9014
4	1.8106	0.5523	0.19738	5.0665	0.35738	2.7982	3.6814	1.3156
5	2.1003	0.4761	0.14541	6.8771	0.30541	3.2743	5.5858	1.7060
6	2.4364	0.4104	0.11139	8.9775	0.27139	3.6847	7.6380	2.0729
7	2.8262	0.3538	0.08761	11.4139	0.24761	4.0386	9.7610	2.4169
8	3.2784	0.3050	0.07022	14.2401	0.23022	4.3436	11.8962	2.7388
9	3.8030	0.2630	0.05708	17.5185	0.21708	4.6065	13.9998	3.0391
10	4.4114	0.2267	0.04690	21.3215	0.20690	4.8332	16.0399	3.3187
11	5.1173	0.1954	0.03886	25.7329	0.19886	5.0286	17.9941	3.5783
12	5.9360	0.1685	0.03241	30.8502	0.19241	5.1971	19.8472	3.8189
13	6.8858	0.1452	0.02718	36.7862	0.18718	5.3423	21.5899	4.0413
14	7.9875	0.1252	0.02290	43.6720	0.18290	5.4675	23.2175	4.2464
15	9.2655	0.1079	0.01936	51.6595	0.17936	5.5755	24.7284	4.4352
16	10.7480	0.0930	0.01641	60.9250	0.17641	5.6685	26.1241	4.6086
17	12.4677	0.0802	0.01395	71.6730	0.17395	5.7487	27.4074	4.7676
18	14.4625	0.0691	0.01188	84.1407	0.17188	5.8178	28.5828	4.9130
19	16.7765	0.0596	0.01014	98.6032	0.17014	5.8775	29.6557	5.0457
20	19.4608	0.0514	0.00867	115.3797	0.16867	5.9288	30.6321	5.1666
22	26.1864	0.0382	0.00635	157.4150	0.16635	6.0113	32.3200	5.3765
24	35.2364	0.0284	0.00467	213.9776	0.16467	6.0726	33.6970	5.5490
26	47.4141	0.0211	0.00345	290.0883	0.16345	6.1182	34.8114	5.6898
28	63.8004	0.0157	0.00255	392.5028	0.16255	6.1520	35.7073	5.8041
30	85.8499	0.0116	0.00189	530.3117	0.16189	6.1772	36.4234	5.8964
32	115.5196	0.0087	0.00140	715.7475	0.16140	6.1959	36.9930	5.9706
34	155.4432	0.0064	0.00104	965.2698	0.16104	6.2098	37.4441	6.0299
35	180.3141	0.0055	0.00089	1 120.71	0.16089	6.2153	37.6327	6.0548
36	209.1643	0.0048	0.00077	1 301.03	0.16077	6.2201	37.8000	6.0771
38	281.4515	0.0036	0.00057	1 752.82	0.16057	6.2278	38.0799	6.1145
40	378.7212	0.0026	0.00042	2 360.76	0.16042	6.2335	38.2992	6.1441
45	795.4438	0.0013	0.00020	4 965.27	0.16020	6.2421	38.6598	6.1934
50	1 670.70	0.0006	0.00010	10 436	0.16010	6.2463	38.8521	6.2201
55	3 509.05	0.0003	0.00005	21 925	0.16005	6.2482	38.9534	6.2343
60	7 370.20	0.0001	0.00002	46 058	0.16002	6.2492	39.0063	6.2419

18% TABLA 21 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto 18%								
n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Factor de amortización A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Gradiente de valor presente P/G	Gradiente de serie anual A/G
1	1.1800	0.8475	1.00000	1.0000	1.18000	0.8475		
2	1.3924	0.7182	0.45872	2.1800	0.63872	1.5656	0.7182	0.4587
3	1.6430	0.6086	0.27992	3.5724	0.45992	2.1743	1.9354	0.8902
4	1.9388	0.5158	0.19174	5.2154	0.37174	2.6901	3.4828	1.2947
5	2.2878	0.4371	0.13978	7.1542	0.31978	3.1272	5.2312	1.6728
6	2.6996	0.3704	0.10591	9.4420	0.28591	3.4976	7.0834	2.0252
7	3.1855	0.3139	0.08236	12.1415	0.26236	3.8115	8.9670	2.3526
8	3.7589	0.2660	0.06524	15.3270	0.24524	4.0776	10.8292	2.6558
9	4.4355	0.2255	0.05239	19.0859	0.23239	4.3030	12.6329	2.9358
10	5.2338	0.1911	0.04251	23.5213	0.22251	4.4941	14.3525	3.1936
11	6.1759	0.1619	0.03478	28.7551	0.21478	4.6560	15.9716	3.4303
12	7.2876	0.1372	0.02863	34.9311	0.20863	4.7932	17.4811	3.6470
13	8.5994	0.1163	0.02369	42.2187	0.20369	4.9095	18.8765	3.8449
14	10.1472	0.0985	0.01968	50.8180	0.19968	5.0081	20.1576	4.0250
15	11.9737	0.0835	0.01640	60.9653	0.19640	5.0916	21.3269	4.1887
16	14.1290	0.0708	0.01371	72.9390	0.19371	5.1624	22.3885	4.3369
17	16.6722	0.0600	0.01149	87.0680	0.19149	5.2223	23.3482	4.4708
18	19.6733	0.0508	0.00964	103.7403	0.18964	5.2732	24.2123	4.5916
19	23.2144	0.0431	0.00810	123.4135	0.18810	5.3162	24.9877	4.7003
20	27.3930	0.0365	0.00682	146.6280	0.18682	5.3527	25.6813	4.7978
22	38.1421	0.0262	0.00485	206.3448	0.18485	5.4099	26.8506	4.9632
24	53.1090	0.0188	0.00345	289.4945	0.18345	5.4509	27.7725	5.0950
26	73.9490	0.0135	0.00247	405.2721	0.18247	5.4804	28.4935	5.1991
28	102.9666	0.0097	0.00177	566.4809	0.18177	5.5016	29.0537	5.2810
30	143.3706	0.0070	0.00126	790.9480	0.18126	5.5168	29.4864	5.3448
32	199.6293	0.0050	0.00091	1 103.50	0.18091	5.5277	29.8191	5.3945
34	277.9638	0.0036	0.00065	1 538.69	0.18065	5.5356	30.0736	5.4328
35	327.9973	0.0030	0.00055	1 816.65	0.18055	5.5386	30.1773	5.4485
36	387.0368	0.0026	0.00047	2 144.65	0.18047	5.5412	30.2677	5.4623
38	538.9100	0.0019	0.00033	2 988.39	0.18033	5.5452	30.4152	5.4849
40	750.3783	0.0013	0.00024	4 163.21	0.18024	5.5482	30.5269	5.5022
45	1 716.68	0.0006	0.00010	9 531.58	0.18010	5.5523	30.7006	5.5293
50	3 927.36	0.0003	0.00005	21 813	0.18005	5.5541	30.7856	5.5428
55	8 984.84	0.0001	0.00002	49 910	0.18002	5.5549	30.8268	5.5494
60	20 555			114 190	0.18001	5.5553	30.8465	5.5526

20%		TABLA 22 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto					20%	
n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Factor de amortización A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Gradiente de valor presente P/G	Gradiente de serie anual A/G
1	1.2000	0.8333	1.00000	1.0000	1.20000	0.8333		
2	1.4400	0.6944	0.45455	2.2000	0.65455	1.5278	0.6944	0.4545
3	1.7280	0.5787	0.27473	3.6400	0.47473	2.1065	1.8519	0.8791
4	2.0736	0.4823	0.18629	5.3680	0.38629	2.5887	3.2986	1.2742
5	2.4883	0.4019	0.13438	7.4416	0.33438	2.9906	4.9061	1.6405
6	2.9860	0.3349	0.10071	9.9299	0.30071	3.3255	6.5806	1.9788
7	3.5832	0.2791	0.07742	12.9159	0.27742	3.6046	8.2551	2.2902
8	4.2998	0.2326	0.06061	16.4991	0.26061	3.8372	9.8831	2.5756
9	5.1598	0.1938	0.04808	20.7989	0.24808	4.0310	11.4335	2.8364
10	6.1917	0.1615	0.03852	25.9587	0.23852	4.1925	12.8871	3.0739
11	7.4301	0.1346	0.03110	32.1504	0.23110	4.3271	14.2330	3.2893
12	8.9161	0.1122	0.02526	39.5805	0.22526	4.4392	15.4667	3.4841
13	10.6993	0.0935	0.02062	48.4966	0.22062	4.5327	16.5883	3.6597
14	12.8392	0.0779	0.01689	59.1959	0.21689	4.6106	17.6008	3.8175
15	15.4070	0.0649	0.01388	72.0351	0.21388	4.6755	18.5095	3.9588
16	18.4884	0.0541	0.01144	87.4421	0.21144	4.7296	19.3208	4.0851
17	22.1861	0.0451	0.00944	105.9306	0.20944	4.7746	20.0419	4.1976
18	26.6233	0.0376	0.00781	128.1167	0.20781	4.8122	20.6805	4.2975
19	31.9480	0.0313	0.00646	154.7400	0.20646	4.8435	21.2439	4.3861
20	38.3376	0.0261	0.00536	186.6880	0.20536	4.8696	21.7395	4.4643
22	55.2061	0.0181	0.00369	271.0307	0.20369	4.9094	22.5546	4.5941
24	79.4968	0.0126	0.00255	392.4842	0.20255	4.9371	23.1760	4.6943
26	114.4755	0.0087	0.00176	567.3773	0.20176	4.9563	23.6460	4.7709
28	164.8447	0.0061	0.00122	819.2233	0.20122	4.9697	23.9991	4.8291
30	237.3763	0.0042	0.00085	1 181.88	0.20085	4.9789	24.2628	4.8731
32	341.8219	0.0029	0.00059	1 704.11	0.20059	4.9854	24.4588	4.9061
34	492.2235	0.0020	0.00041	2 456.12	0.20041	4.9898	24.6038	4.9308
35	590.6682	0.0017	0.00034	2 948.34	0.20034	4.9915	24.6614	4.9406
36	708.8019	0.0014	0.00028	3 539.01	0.20028	4.9929	24.7108	4.9491
38	1 020.67	0.0010	0.00020	5 098.37	0.20020	4.9951	24.7894	4.9627
40	1 469.77	0.0007	0.00014	7 343.86	0.20014	4.9966	24.8469	4.9728
45	3 657.26	0.0003	0.00005	18 281	0.20005	4.9986	24.9316	4.9877
50	9 100.44	0.0001	0.00002	45 497	0.20002	4.9995	24.9698	4.9945
55	22 645		0.00001		0.20001	4.9998	24.9868	4.9976

22%		TABLA 23 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto					22%	
n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Factor de amortización A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Gradiente de valor presente P/G	Gradiente de serie anual A/G
1	1.2200	0.8197	1.00000	1.0000	1.22000	0.8197		
2	1.4884	0.6719	0.45045	2.2200	0.67045	1.4915	0.6719	0.4505
3	1.8158	0.5507	0.26966	3.7084	0.48966	2.0422	1.7733	0.8683
4	2.2153	0.4514	0.18102	5.5242	0.40102	2.4936	3.1275	1.2542
5	2.7027	0.3700	0.12921	7.7396	0.34921	2.8636	4.6075	1.6090
6	3.2973	0.3033	0.09576	10.4423	0.31576	3.1669	6.1239	1.9337
7	4.0227	0.2486	0.07278	13.7396	0.29278	3.4155	7.6154	2.2297
8	4.9077	0.2038	0.05630	17.7623	0.27630	3.6193	9.0417	2.4982
9	5.9874	0.1670	0.04411	22.6700	0.26411	3.7863	10.3779	2.7409
10	7.3046	0.1369	0.03489	28.6574	0.25489	3.9232	11.6100	2.9593
11	8.9117	0.1122	0.02781	35.9620	0.24781	4.0354	12.7321	3.1551
12	10.8722	0.0920	0.02228	44.8737	0.24228	4.1274	13.7438	3.3299
13	13.2641	0.0754	0.01794	55.7459	0.23794	4.2028	14.6485	3.4855
14	16.1822	0.0618	0.01449	69.0100	0.23449	4.2646	15.4519	3.6233
15	19.7423	0.0507	0.01174	85.1922	0.23174	4.3152	16.1610	3.7451
16	24.0856	0.0415	0.00953	104.9345	0.22953	4.3567	16.7838	3.8524
17	29.3844	0.0340	0.00775	129.0201	0.22775	4.3908	17.3283	3.9465
18	35.8490	0.0279	0.00631	158.4045	0.22631	4.4187	17.8025	4.0289
19	43.7358	0.0229	0.00515	194.2535	0.22515	4.4415	18.2141	4.1009
20	53.3576	0.0187	0.00420	237.9893	0.22420	4.4603	18.5702	4.1635
22	79.4175	0.0126	0.00281	356.4432	0.22281	4.4882	19.1418	4.2649
24	118.2050	0.0085	0.00188	532.7501	0.22188	4.5070	19.5635	4.3407
26	175.9364	0.0057	0.00126	795.1653	0.22126	4.5196	19.8720	4.3968
28	261.8637	0.0038	0.00084	1 185.74	0.22084	4.5281	20.0962	4.4381
30	389.7579	0.0026	0.00057	1 767.08	0.22057	4.5338	20.2583	4.4683
32	580.1156	0.0017	0.00038	2 632.34	0.22038	4.5376	20.3748	4.4902
34	863.4441	0.0012	0.00026	3 920.20	0.22026	4.5402	20.4582	4.5060
35	1 053.40	0.0009	0.00021	4 783.64	0.22021	4.5411	20.4905	4.5122
36	1 285.15	0.0008	0.00017	5 837.05	0.22017	4.5419	20.5178	4.5174
38	1 912.82	0.0005	0.00012	8 690.08	0.22012	4.5431	20.5601	4.5256
40	2 847.04	0.0004	0.00008	12 937	0.22008	4.5439	20.5900	4.5314
45	7 694.71	0.0001	0.00003	34 971	0.22003	4.5449	20.6319	4.5396
50	20 797		0.00001	94 525	0.22001	4.5452	20.6492	4.5431
55	56 207				0.22000	4.5454	20.6563	4.5445

24%		TABLA 24 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto					24%	
n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Factor de amortización A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Gradiente de valor presente P/G	Gradiente de serie anual A/G
1	1.2400	0.8065	1.00000	1.0000	1.24000	0.8065		
2	1.5376	0.6504	0.44643	2.2400	0.68643	1.4568	0.6504	0.4464
3	1.9066	0.5245	0.26472	3.7776	0.50472	1.9813	1.6993	0.8577
4	2.3642	0.4230	0.17593	5.6842	0.41593	2.4043	2.9683	1.2346
5	2.9316	0.3411	0.12425	8.0484	0.36425	2.7454	4.3327	1.5782
6	3.6352	0.2751	0.09107	10.9801	0.33107	3.0205	5.7081	1.8898
7	4.5077	0.2218	0.06842	14.6153	0.30842	3.2423	7.0392	2.1710
8	5.5895	0.1789	0.05229	19.1229	0.29229	3.4212	8.2915	2.4236
9	6.9310	0.1443	0.04047	24.7125	0.28047	3.5655	9.4458	2.6492
10	8.5944	0.1164	0.03160	31.6434	0.27160	3.6819	10.4930	2.8499
11	10.6571	0.0938	0.02485	40.2379	0.26485	3.7757	11.4313	3.0276
12	13.2148	0.0757	0.01965	50.8950	0.25965	3.8514	12.2637	3.1843
13	16.3863	0.0610	0.01560	64.1097	0.25560	3.9124	12.9960	3.3218
14	20.3191	0.0492	0.01242	80.4961	0.25242	3.9616	13.6358	3.4420
15	25.1956	0.0397	0.00992	100.8151	0.24992	4.0013	14.1915	3.5467
16	31.2426	0.0320	0.00794	126.0108	0.24794	4.0333	14.6716	3.6376
17	38.7408	0.0258	0.00636	157.2534	0.24636	4.0591	15.0846	3.7162
18	48.0386	0.0208	0.00510	195.9942	0.24510	4.0799	15.4385	3.7840
19	59.5679	0.0168	0.00410	244.0328	0.24410	4.0967	15.7406	3.8423
20	73.8641	0.0135	0.00329	303.6006	0.24329	4.1103	15.9979	3.8922
22	113.5735	0.0088	0.00213	469.0563	0.24213	4.1300	16.4011	3.9712
24	174.6306	0.0057	0.00138	723.4610	0.24138	4.1428	16.6891	4.0284
26	268.5121	0.0037	0.00090	1 114.63	0.24090	4.1511	16.8930	4.0695
28	412.8642	0.0024	0.00058	1 716.10	0.24058	4.1566	17.0365	4.0987
30	634.8199	0.0016	0.00038	2 640.92	0.24038	4.1601	17.1369	4.1193
32	976.0991	0.0010	0.00025	4 062.91	0.24025	4.1624	17.2067	4.1338
34	1 500.85	0.0007	0.00016	6 249.38	0.24016	4.1639	17.2552	4.1440
35	1 861.05	0.0005	0.00013	7 750.23	0.24013	4.1664	17.2734	4.1479
36	2 307.71	0.0004	0.00010	9 611.28	0.24010	4.1649	17.2886	4.1511
38	3 548.33	0.0003	0.00007	14 781	0.24007	4.1655	17.3116	4.1560
40	5 455.91	0.0002	0.00004	22 729	0.24004	4.1659	17.3274	4.1593
45	15 995	0.0001	0.00002	66 640	0.24002	4.1664	17.3483	4.1639
50	46 890		0.00001		0.24001	4.1666	17.3563	4.1653
55					0.24000	4.1666	17.3593	4.1663

25% TABLA 25 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto 25%								
n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Factor de amortización A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Gradiente de valor presente P/G	Gradiente de serie anual A/G
1	1.2500	0.8000	1.00000	1.0000	1.25000	0.8000		
2	1.5625	0.6400	0.44444	2.2500	0.69444	1.4400	0.6400	0.4444
3	1.9531	0.5120	0.26230	3.8125	0.51230	1.9520	1.6640	0.8525
4	2.4414	0.4096	0.17344	5.7656	0.42344	2.3616	2.8928	1.2249
5	3.0518	0.3277	0.12185	8.2070	0.37185	2.6893	4.2035	1.5631
6	3.8147	0.2621	0.08882	11.2588	0.33882	2.9514	5.5142	1.8683
7	4.7684	0.2097	0.06634	15.0735	0.31634	3.1611	6.7725	2.1424
8	5.9605	0.1678	0.05040	19.8419	0.30040	3.3289	7.9469	2.3872
9	7.4506	0.1342	0.03876	25.8023	0.28876	3.4631	9.0207	2.6048
10	9.3132	0.1074	0.03007	33.2529	0.28007	3.5705	9.9870	2.7971
11	11.6415	0.0859	0.02349	42.5661	0.27349	3.6564	10.8460	2.9663
12	14.5519	0.0687	0.01845	54.2077	0.26845	3.7251	11.6020	3.1145
13	18.1899	0.0550	0.01454	68.7596	0.26454	3.7801	12.2617	3.2437
14	22.7374	0.0440	0.01150	86.9495	0.26150	3.8241	12.8334	3.3559
15	28.4217	0.0352	0.00912	109.6868	0.25912	3.8593	13.3260	3.4530
16	35.5271	0.0281	0.00724	138.1085	0.25724	3.8874	13.7482	3.5366
17	44.4089	0.0225	0.00576	173.6357	0.25576	3.9099	14.1085	3.6084
18	55.5112	0.0180	0.00459	218.0446	0.25459	3.9279	14.4147	3.6698
19	69.3889	0.0144	0.00366	273.5558	0.25366	3.9424	14.6741	3.7222
20	86.7362	0.0115	0.00292	342.9447	0.25292	3.9539	14.8932	3.7667
22	135.5253	0.0074	0.00186	538.1011	0.25186	3.9705	15.2326	3.8365
24	211.7582	0.0047	0.00119	843.0329	0.25119	3.9811	15.4711	3.8861
26	330.8722	0.0030	0.00076	1 319.49	0.25076	3.9879	15.6373	3.9212
28	516.9879	0.0019	0.00048	2 063.95	0.25048	3.9923	15.7524	3.9457
30	807.7936	0.0012	0.00031	3 227.17	0.25031	3.9950	15.8316	3.9628
32	1 262.18	0.0008	0.00020	5 044.71	0.25020	3.9968	15.8859	3.9746
34	1 972.15	0.0005	0.00013	7 884.61	0.25013	3.9980	15.9229	3.9828
35	2 465.19	0.0004	0.00010	9 856.76	.025010	3.9984	15.9367	3.9858
36	3 081.49	0.0003	0.00008	12 322	0.25008	3.9987	15.9481	3.9883
38	4 814.82	0.0002	0.00005	19 255	0.25005	3.9992	15.9651	3.9921
40	7 523.16	0.0001	0.00003	30 089	0.25003	3.9995	15.9766	3.9947
45	22 959		0.00001	91 831	0.25001	3.9998	15.9915	3.9980
50	70 065				0.25000	3.9999	15.9969	3.9993
55					0.25000	4.0000	15.9989	3.9997

30%		TABLA 26 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto					30%	
n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Factor de amortización A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Gradiente de valor presente P/G	Gradiente de serie anual A/G
1	1.3000	0.7692	1.00000	1.0000	1.30000	0.7692		
2	1.6900	0.5917	0.43478	2.3000	0.73478	1.3609	0.5917	0.4348
3	2.1970	0.4552	0.25063	3.9900	0.55063	1.8161	1.5020	0.8271
4	2.8561	0.3501	0.16163	6.1870	0.46163	2.1662	2.5524	1.1783
5	3.7129	0.2693	0.11058	9.0431	0.41058	2.4356	3.6297	1.4903
6	4.8268	0.2072	0.07839	12.7560	0.37839	2.6427	4.6656	1.7654
7	6.2749	0.1594	0.05687	17.5828	0.35687	2.8021	5.6218	2.0063
8	8.1573	0.1226	0.04192	23.8577	0.34192	2.9247	6.4800	2.2156
9	10.6045	0.0943	0.03124	32.0150	0.33124	3.0190	7.2343	2.3963
10	13.7858	0.0725	0.02346	42.6195	0.32346	3.0915	7.8872	2.5512
11	17.9216	0.0558	0.01773	56.4053	0.31773	3.1473	8.4452	2.6833
12	23.2981	0.0429	0.01345	74.3270	0.31345	3.1903	8.9173	2.7952
13	30.2875	0.0330	0.01024	97.6250	0.31024	3.2233	9.3135	2.8895
14	39.3738	0.0254	0.00782	127.9125	0.30782	3.2487	9.6437	2.9685
15	51.1859	0.0195	0.00598	167.2863	0.30598	3.2682	9.9172	3.0344
16	66.5417	0.0150	0.00458	218.4722	0.30458	3.2832	10.1426	3.0892
17	86.5042	0.0116	0.00351	285.0139	0.30351	3.2948	10.3276	3.1345
18	112.4554	0.0089	0.00269	371.5180	0.30269	3.3037	10.4788	3.1718
19	146.1920	0.0068	0.00207	483.9734	0.30207	3.3105	10.6019	3.2025
20	190.0496	0.0053	0.00159	630.1655	0.30159	3.3158	10.7019	3.2275
22	321.1839	0.0031	0.00094	1 067.28	0.30094	3.3230	10.8482	3.2646
24	542.8008	0.0018	0.00055	1 806.00	0.30055	3.3272	10.9433	3.2890
25	705.6410	0.0014	0.00043	2 348.80	0.30043	3.3286	10.9773	3.2979
26	917.3333	0.0011	0.00033	3 054.44	0.30033	3.3297	11.0045	3.3050
28	1 550.29	0.0006	0.00019	5 164.31	0.30019	3.3312	11.0437	3.3153
30	2 620.00	0.0004	0.00011	8 729.99	0.30011	3.3321	11.0687	3.3219
32	4 427.79	0.0002	0.00007	14 756	0.30007	3.3326	11.0845	3.3261
34	7 482.97	0.0001	0.00004	24 940	0.30004	3.3329	11.0945	3.3288
35	9 727.86	0.0001	0.00003	32 423	0.30003	3.3330	11.0980	3.3297

35% TABLA 27 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto 35%								
n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Factor de amortización A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Gradiente de valor presente P/G	Gradiente de serie anual A/G
1	1.3500	0.7407	1.00000	1.0000	1.35000	0.7407		
2	1.8225	0.5487	0.42553	2.3500	0.77553	1.2894	0.5487	0.4255
3	2.4604	0.4064	0.23966	4.1725	0.58966	1.6959	1.3616	0.8029
4	3.3215	0.3011	0.15076	6.6329	0.50076	1.9969	2.2648	1.1341
5	4.4840	0.2230	0.10046	9.9544	0.45046	2.2200	3.1568	1.4220
6	6.0534	0.1652	0.06926	14.4384	0.41926	2.3852	3.9828	1.6698
7	8.1722	0.1224	0.04880	20.4919	0.39880	2.5075	4.7170	1.8811
8	11.0324	0.0906	0.03489	28.6640	0.38489	2.5982	5.3515	2.0597
9	14.8937	0.0671	0.02519	39.6964	0.37519	2.6653	5.8886	2.2094
10	20.1066	0.0497	0.01832	54.5902	0.36832	2.7150	6.3363	2.3338
11	27.1439	0.0368	0.01339	74.6967	0.36339	2.7519	6.7047	2.4364
12	36.6442	0.0273	0.00982	101.8406	0.35982	2.7792	7.0049	2.5205
13	49.4697	0.0202	0.00722	138.4848	0.35722	2.7994	7.2474	2.5889
14	66.7841	0.0150	0.00532	187.9544	0.35532	2.8144	7.4421	2.6443
15	90.1585	0.0111	0.00393	254.7385	0.35393	2.8255	7.5974	2.6889
16	121.7139	0.0082	0.00290	344.8970	0.35290	2.8337	7.7206	2.7246
17	164.3138	0.0061	0.00214	466.6109	0.35214	2.8398	7.8180	2.7530
18	221.8236	0.0045	0.00158	630.9247	0.35158	2.8443	7.8946	2.7756
19	299.4619	0.0033	0.00117	852.7483	0.35117	2.8476	7.9547	2.7935
20	404.2736	0.0025	0.00087	1 152.21	0.35087	2.8501	8.0017	2.8075
22	736.7886	0.0014	0.00048	2 102.25	0.35048	2.8533	8.0669	2.8272
24	1 342.80	0.0007	0.00026	3 833.71	0.35026	2.8550	8.1061	2.8393
25	1 812.78	0.0006	0.00019	5 176.50	0.35019	2.8556	8.1194	2.8433
26	2 447.25	0.0004	0.00014	6 989.28	0.35014	2.8560	8.1296	2.8465
28	4 460.11	0.0002	0.00008	12 740	0.35008	2.8565	8.1435	2.8509
30	8 128.55	0.0001	0.00004	23 222	0.35004	2.8568	8.1517	2.8535
32	14 814	0.0001	0.00002	42 324	0.35002	2.8569	8.1565	2.8550
34	26 999		0.00001	77 137	0.35001	2.8570	8.1594	2.8559
35	36 449		0.00001		0.35001	2.8571	8.1603	2.8562

40%		TABLA 28 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto					40%	
n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Factor de amortización A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Gradiente de valor presente P/G	Gradiente de serie anual A/G
1	1.4000	0.7143	1.00000	1.0000	1.40000	0.7143		
2	1.9600	0.5102	0.41667	2.4000	0.81667	1.2245	0.5102	0.4167
3	2.7440	0.3644	0.22936	4.3600	0.62936	1.5889	1.2391	0.7798
4	3.8416	0.2603	0.14077	7.1040	0.54077	1.8492	2.0200	1.0923
5	5.3782	0.1859	0.09136	10.9456	0.49136	2.0352	2.7637	1.3580
6	7.5295	0.1328	0.06126	16.3238	0.46126	2.1680	3.4278	1.5811
7	10.5414	0.0949	0.04192	23.8534	0.44192	2.2628	3.9970	1.7664
8	14.7579	0.0678	0.02907	34.3947	0.42907	2.3306	4.4713	1.9185
9	20.6610	0.0484	0.02034	49.1526	0.42034	2.3790	4.8585	2.0422
10	28.9255	0.0346	0.01432	69.8137	0.41432	2.4136	5.1696	2.1419
11	40.4957	0.0247	0.01013	98.7391	0.41013	2.4383	5.4166	2.2215
12	56.6939	0.0176	0.00718	139.2348	0.40718	2.4559	5.6106	2.2845
13	79.3715	0.0126	0.00510	195.9287	0.40510	2.4685	5.7618	2.3341
14	111.1201	0.0090	0.00363	275.3002	0.40363	2.4775	5.8788	2.3729
15	155.5681	0.0064	0.00259	386.4202	0.40259	2.4839	5.9688	2.4030
16	217.7953	0.0046	0.00185	541.9883	0.40185	2.4885	6.0376	2.4262
17	304.9135	0.0033	0.00132	759.7837	0.40132	2.4918	6.0901	2.4441
18	426.8789	0.0023	0.00094	1 064.70	0.40094	2.4941	6.1299	2.4577
19	597.6304	0.0017	0.00067	1 491.58	0.40067	2.4958	6.1601	2.4682
20	836.6826	0.0012	0.00048	2 089.21	0.40048	2.4970	6.1828	2.4761
22	1 639.90	0.0006	0.00024	4 097.24	0.40024	2.4985	6.2127	2.4866
24	3 214.20	0.0003	0.00012	8 033.00	0.40012	2.4992	6.2294	2.4925
25	4 499.88	0.0002	0.00009	11 247	0.40009	2.4994	6.2347	2.4944
26	6 299.83	0.0002	0.00006	15 747	0.40006	2.4996	6.2387	2.4959
28	12 348	0.0001	0.00003	30 867	0.40003	2.4998	6.2438	2.4977
30	24 201		0.00002	60 501	0.40002	2.4999	6.2466	2.4988
32	47 435		0.00001		0.40001	2.4999	6.2482	2.4993
34	92 972				0.40000	2.5000	6.2490	2.4996
35					0.40000	2.5000	6.2493	2.4997

50%		TABLA 29 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto					50%	
n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Factor de amortización A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Gradiente de valor presente P/G	Gradiente de serie anual A/G
1	1.5000	0.6667	1.00000	1.0000	1.50000	0.6667		
2	2.2500	0.4444	0.40000	2.5000	0.90000	1.1111	0.4444	0.4000
3	3.3750	0.2963	0.21053	4.7500	0.71053	1.4074	1.0370	0.7368
4	5.0625	0.1975	0.12308	8.1250	0.62308	1.6049	1.6296	1.0154
5	7.5938	0.1317	0.07583	13.1875	0.57583	1.7366	2.1564	1.2417
6	11.3906	0.0878	0.04812	20.7813	0.54812	1.8244	2.5953	1.4226
7	17.0859	0.0585	0.03108	32.1719	0.53108	1.8829	2.9465	1.5648
8	25.6289	0.0390	0.02030	49.2578	0.52030	1.9220	3.2196	1.6752
9	38.4434	0.0260	0.01335	74.8867	0.51335	1.9480	3.4277	1.7596
10	57.6650	0.0173	0.00882	113.3301	0.50882	1.9653	3.5838	1.8235
11	86.4976	0.0116	0.00585	170.9951	0.50585	1.9769	3.6994	1.8713
12	129.7463	0.0077	0.00388	257.4927	0.50388	1.9846	3.7842	1.9068
13	194.6195	0.0051	0.00258	387.2390	0.50258	1.9897	3.8459	1.9329
14	291.9293	0.0034	0.00172	581.8585	0.50172	1.9931	3.8904	1.9519
15	437.8939	0.0023	0.00114	873.7878	0.50114	1.9954	3.9224	1.9657
16	656.8408	0.0015	0.00076	1 311.68	0.50076	1.9970	3.9452	1.9756
17	985.2613	0.0010	0.00051	1 968.52	0.50051	1.9980	3.9614	1.9827
18	1 477.89	0.0007	0.00034	2 953.78	0.50034	1.9986	3.9729	1.9878
19	2 216.84	0.0005	0.00023	4 431.68	0.50023	1.9991	3.9811	1.9914
20	3 325.26	0.0003	0.00015	6 648.51	0.50015	1.9994	3.9868	1.9940
22	7 481.83	0.0001	0.00007	14 962	0.50007	1.9997	3.9936	1.9971
24	16 834	0.0001	0.00003	33 666	0.50003	1.9999	3.9969	1.9986
25	25 251		0.00002	50 500	0.50002	1.9999	3.9979	1.9990
26	37 877		0.00001	75 752	0.50001	1.9999	3.9985	1.9993
28	85 223		0.00001		0.50001	2.0000	3.9993	1.9997
30					0.50000	2.0000	3.9997	1.9998
32					0.50000	2.0000	3.9998	1.9999
34					0.50000	2.0000	3.9999	2.0000
35					0.50000	2.0000	3.9999	2.0000

ÍNDICE

A

A, 24, 27

Acciones

comunes, 368, 376
modelo MPAC, 377
preferenciales, 368, 376

Acciones comunes, 368, 376

Acciones de preferencia, 368, 376

Activos. *Véanse también*

Agotamiento; Depreciación;
Valor de salvamento; Valor
en libros; Vida

costo hundido, 409

en la hoja de balance, 765

estudios de reemplazo, 228. *Véase
también* Análisis del
reemplazo

recuperación de capital, 229

rendimiento sobre los, 770

Activos circulantes, 765

Activos fijos, 765

Agotamiento

costo, 580, 581

porcentaje, 581

Agotamiento porcentual. *Véase*

Agotamiento

Ahorros, impuestos, 611, 631

Alternativa de la línea recta en

SMARC, 574-576, 583

Alternativa (proyecto) de no hacer

algo, 11, 176, 179

y el análisis B/C, 340

y la tasa de rendimiento, 295,
305-306, 308

y los proyectos independientes,
447, 448

Alternativas (proyectos)

calificación basada en atributos,
386-387

descripción, 11

elección, 11

en la simulación, 721, 722

independientes, 176-178, 295,
347. *Véase también*

Presupuestación de capital

ingreso, 178

mutuamente excluyentes, 170,
231-237, 364-367

servicio, 178

tipos de estimación de flujo de
efectivo, 228-229

vida infinita (inversión

permanente), 237-239, 345

y el análisis de la recuperación, 193

y el análisis del equilibrio, 300

y la tasa de rendimiento
incremental, 624-626

y VEA™, 636-637

Alternativas de ingresos, 178, 291,
306, 627

Alternativas de servicio, 178, 291

y la tasa de rendimiento

incremental, 627

Alternativas de servicio igual,

178-180, 294, 311-313, 628

Alternativas de vida diferentes,

180-183, 204-207

Alternativas de vida finita, 190

Alternativas independientes, 176-178,

295, 347. *Véase también*

Presupuestación de capital

Alternativas múltiples

análisis beneficio/costo para,
339-349

independientes, 176-178, 295, 347

Véase también

Presupuestación de capital

mutuamente excluyentes, 176,

232, 364-367

tasa de rendimiento incremental,
305-311

Alternativas mutuamente

excluyentes, 176

selección del método de
evaluación, 364-367

y el valor anual, 231-237

y el valor presente, 178-183

Amortización. *Véase* Depreciación

Análisis de recuperación

análisis con hoja de cálculo,
208-210

cálculo, 192-196, 208-209

definición, 192

limitaciones, 194

usos, 193, 195

Análisis de recuperación

descontado, 192-196

Análisis de sensibilidad. *Véanse*

también Análisis del
equilibrio; SOLVER

de un parámetro, 662-670

enfoque, 8, 663

y referencia a celdas de Excel[®],
257, 743-744

Análisis del equilibrio. *Véanse*

también Análisis de
sensibilidad; VP contra

gráfica *i*

Análisis del reemplazo

activos de vida diferente, 425, 432

antes de impuestos, 406-432

costos hundidos, 409

costos iniciales, 409

después de impuestos, 631-636

enfoque del costo de oportunidad,
409, 424

enfoque del flujo de efectivo, 424

ganancias y pérdidas, 631

necesidad de, 408

panorama, 419

recobro de la depreciación, 631

un año adicional, 419

valor anual, 410, 412-416, 425-432

valor de mercado, 408-410, 413

vida útil económica, 408, 411-418

y periodos de estudio, 425-432

Análisis del reemplazo después de
impuestos, 631-636

Análisis incremental beneficio/costo

para dos alternativas, 339-342

para tres alternativas o más,
342-349

Año(s). *Véanse también* Convención

del medio año; Depreciación

con la suma de los dígitos del

año; Estudios de reemplazo

de un año adicional

desconocidos, 80-81

fiscal contra calendario, 764

símbolos, 24

y la convención del final del periodo, 33-34
 Año fiscal, 764
 Años (vida) desconocidos, 80-81
 Apalancamiento, 381
 Aspectos internacionales
 contratos, 333
 deflación, 500
 depreciación, 564, 567-568, 640-642
 después de impuestos, 640-642
 diseño y manufactura, 6
 estimación del costo, 526
 hiperinflación, 511
 Atributos
 evaluación múltiple, 387-390
 identificación de, 383-384
 ponderación, 384-387

B

Base no ajustada, 565
 B/C. *Véase* Razón beneficio/costo
 Beneficios
 directos contra implícitos, 342
 en proyectos públicos, 329, 335, 342, 349, 377, 378
 Beneficios directos, 342-343
 Bonos
 cálculo del interés, 201
 e inflación, 519-520
 para proyectos del sector público, 329
 periodos de pago, 201
 tasa de rendimiento, 273-275
 tipos, 201-202, 329
 valor presente, 201
 y deuda por financiamiento, 368, 373-376, 381
 Bonos certificados, 201
 Bonos convertibles, 201
 Bonos del Tesoro, 201, 330
 Bonos hipotecarios, 202
 Bonos municipales, 202, 329, 519-520

C

c. *Véase* Tasa externa de rendimiento
 Cambios de signo, número de, 260-265

Canadá, depreciación e impuestos, 640
 Cantidad base
 definida, 71
 y gradiente diferido, 106, 111
 CAO. *Véase* Costos anuales de operación
 Capital
 costo de. *Véase* Costo de capital
 de trabajo, 768
 deuda contra patrimonio propio, 31, 368
 invertido, costo de, 637
 limitado (racionamiento), 370, 446-459
 no recuperado, 409
 Capital de trabajo, 768
 Capital del propietario, 368, 765
 Capital invertido, costo de, 637
 Capital no recuperado. *Véase* Costos hundidos
 Capitalización
 anual, 134-140, 157
 continua, 155-157
 entre periodos, 153-155
 frecuencia, 132, 139, 141
 tiempo de duplicación, 19-24, 36-37
 y el interés simple, 18-24
 Capitalización continua, 155-157
 Cargar hacia atrás y cargar hacia delante (flujo de efectivo que entra y sale), 609
 CAUE. *Véase* Valor anual
 Centros de costo, 536-540
 Certidumbre, 698, 700, 710
 Ciclo de vida, costo del, 196-201
 Ciclo de vida y el valor anual, 226
 Colocación temporal de dólares, 33, 498-499
 Componentes de costo, 524-526
 Computadoras, usos, 27-28, 37-41.
 Véase también Hoja de cálculo
 Conjuntos, 446, 448
 Contabilidad (financieras)
 estados, 766-767
 razones, 767-771
 Contra beneficios, 329, 334
 Contratos, tipos, 333

Convención de final de periodo, 33
 Convención del medio año, 566, 576, 579
 Corporaciones
 apalancadas, 380-381
 valor financiero, 637
 Corporaciones muy apalancadas, 381-382
 Costeo basado en actividades (CBA), 540-545
 Costo, agotamiento del. *Véase* Agotamiento
 Costo, orientadores de, 540-545
 Costo anual equivalente. *Véase* Valor anual
 Costo de capital
 contra TMAR, 30, 367-370
 costo disminuido del, 412
 definido, 30-31, 229, 367-368
 e inflación, 512-513
 en la evaluación de alternativas, 185-192
 para financiamiento con capital propio, 376-379
 para financiamiento de la deuda, 373-376
 promedio ponderado, 31, 371-373
 y análisis del reemplazo, 416, 425, 428
 y el valor presente, 185
 y la mezcla deuda-capital propio, 371-373, 379-382
 y los proyectos públicos, 328-329, 348
 y VEATM, 638
 Costo de capital invertido, 637
 Costo de fabricación, 539, 767
 Costo de los bienes vendidos, 537, 539, 766-767
 establecimiento, 766-767
 Costo de oportunidad, 32, 368
 y el análisis del reemplazo, 411, 424
 Costo del ciclo de vida, 196-201
 Costo grupal, 540-545
 Costo inicial, 11, 409, 476. *Véase también* Inversión inicial
 en hoja de cálculo Excel^R, 748
 y análisis de sensibilidad, 670
 y depreciación, 564, 574, 617
 y estimación, 524-526

- Costo promedio ponderado del capital, 31, 371-373
- Costo promedio por unidad, 473
- Costo uniforme anual equivalente, 408. *Véase también* Valor anual
- Costos. *Véanse* Costo de capital; Costos incrementales; Costo de oportunidad
- Costos anuales de operación (CAO), 11, 229, 411-412, 475
en hojas de cálculo de Excel^R, 748
y la estimación, 525
- Costos de construcción, cambio en los, 73
- Costos de instalación, 409
- Costos de M & O. *Véanse* Costos anuales de operación; Costos de mantenimiento y operación
- Costos de mantenimiento y operación (M & O), 385, 604. *Véanse también* Costo del ciclo de vida; Costos anuales de operación
- Costos de operación. *Véanse* Costos anuales de operación; Estimación del costo
- Costos de planta, 534-536
- Costos directos, 524-528, 534-536
- Costos fijos, 468-469, 476
- Costos hundidos, 409
- Costos incrementales
definición, 294-295
y el análisis beneficio/costo, 339-348
y la tasa de rendimiento, 295-311
- Costos indirectos
carga, 539
en la declaración de bienes vendidos, 767
tasas, 536-540
varianza en la asignación, 540
y el costeo basado en actividades, 540-545
y el método del factor, 534-536
- Costos marginales, 416
- Costos variables, 468-472
- CPPC. *Véase* Costo promedio ponderado del capital
- Criterio de Norstrom, 261, 629
- Curva en forma de campana. *Véase* Distribución normal
- ## D
- DB, función, 570-571, 749-750
- DDB, función, 570-574, 750
- Decisión, árboles de, 676-677
- Decisiones, fabricar o comprar, 228, 477. *Véase también* Análisis del equilibrio
- Decisiones, toma de
atributos, 383-387
bajo certidumbre, 700, 709
bajo incertidumbre, 701
bajo riesgo, 702-708
lineamientos, 367
papel de la ingeniería económica, 7-9
- Deducción de gastos de capital, 566
- Defensor, análisis
en el análisis del reemplazo, 408-409, 411, 631-636
en la evaluación de alternativas múltiples, 305-311
- Deflación, 500
- Depósitos geotérmicos. *Véase* Agotamiento
- Depreciación. *Véanse también* Análisis del reemplazo; Depreciación recapturada; Tasa de depreciación
acelerada, 564
alternativa de la línea recta, 574-575
convención del medio año, 566, 576
definida, 564
impuesto, 564
libro, 564, 567, 637
línea recta, 566-569, 582
funciones de Excel^R, 757-759
métodos de cambio, 591-597, 758
no usada, 567
saldo decreciente, 565, 569-570, 758-759
saldo decreciente doble, 569-574
SARC, 567
SDG, 578
sistema alternativo, 578
- SMARC, 567, 574-578, 599-601
periodo de recuperación para, 574, 578-579, 583, 597
valor presente, 594
suma de los dígitos del año, 566, 590-591, 758
tasa de, 565
tasa de recuperación, 565
vida de clase, 581
y los impuestos sobre la renta, 562, 567, 610-611
y VEATM, 643
- Depreciación acelerada, 564, 613
- Depreciación en libros, 564, 567, 637
- Depreciación en línea recta, 567-569, 616-621. *Véase también* Alternativas
- Depreciación fiscal, 564
- Depreciación por saldo decreciente, 565, 569-570
en Excel^R, 749-750, 758
- Depreciación por suma de los dígitos del año, 565, 569, 758
- Depreciación recapturada (recobro)
definición, 617
e impuestos, 617, 622-623, 643
en estudios de reemplazo, 631-636
- Descartes, regla de, 260, 262, 264
- Descuento, tasa de, 330, 349
- Desembolsos, 32, 254
- Después de impuestos
financiamiento por deuda contra patrimonio propio, 656-658
flujo de efectivo, 609-612, 622-628, 643
internacional, 640-642
tasa de rendimiento, 624-627
y depreciación, 564
y el CPPC, 373
y elección de alternativas, 11-12, 640
y la TMAR, 369, 622
y valor anual, 622-624
- Desviación cuadrada media, 717
- Desviación cuadrada media, raíz de la, 717
- Desviación estándar
definición, 716-717
para variables continuas, 720
para variables discretas, 716-719

Deuda, capital de, 368, 373-376
 Deuda-capital propio, mezcla de,
 371-373, 379-382
 Deuda, razón de, 769
 Diagramas de flujo de efectivo,
 33-36, 41-43
 partición, 73
 Diferencia beneficio y costo, 334-336
 Dinero
 e inflación, 15, 498-499
 unidades financieras, 11
 valor del tiempo, 9
 Dinero recibido en préstamo. *Véase*
 Deuda, capital de
 Distribución
 normal, 706, 731-735
 normal estándar, 731-735
 triangular, 706, 708-709
 uniforme, 706, 707, 713
 Distribución acumulativa, 704-708
 Distribución de Gauss. *Véase*
 Distribución normal
 Distribución de probabilidad, 703, 721
 de variables continuas, 702, 721
 de variables discretas, 704-705
 en la simulación, 721
 propiedades, 716, 721
 y Excel[®], 740
 y las muestras, 709, 716
 Distribución, estimaciones de, 33
 Distribución normal, 706, 731-735
 Distribución normal estándar, 731-733
 Distribución triangular, 706, 708-709
 Distribución uniforme, 706, 707, 713
 Dividendos, 201, 376-377
 Dólares de hoy contra futuros,
 498-499
 DVS, función, 593, 595-596, 758

E

E-solución (Sol-E), 28
 Ecuaciones de costo-capacidad, 532-533
 Eficiencia, razones de, 768
 Enfoque de abajo-arriba, 526-527
 Enfoque del diseño por costo, 526-527
 Equivalencia, 16-18, 21-24, 253
 periodo de capitalización mayor
 que el periodo de pago,
 153-155

 periodo de capitalización menor
 que el periodo de pago,
 145-152
 Equivalencia económica. *Véase*
 Equivalencia
 Error, distribución del. *Véase*
 Distribución normal
 Estado de pérdidas y ganancias.
 Véase Declaración de
 utilidades
 Estimación
 de flujo de efectivo, 11, 32-36,
 329-330
 de tasas de interés, 36-37
 del tiempo de duplicación, 36-37
 e incertidumbre, 7. *Véase también*
 Incertidumbre
 método del factor, 534-536
 TMAR antes de impuestos, 625
 y alternativas, 11
 y análisis de sensibilidad, 662,
 670-672
 Estimación del costo
 e índices de costo, 528-531
 e inflación, 15
 enfoques, 526-527
 método del costo-capacidad,
 532-533
 método del factor, 534-536
 método unitario, 527
 Estimación más probable, 670-671
 Estimación optimista, 670-671
 Estimación pesimista, 670-671
 Estimación por el método del factor,
 534-536
 Estimación razonable, 670-671
 Estimaciones puntuales, 33, 672, 702
 Estudio de caso
 análisis de la recuperación,
 221-223
 análisis de sensibilidad, 556-558
 análisis del equilibrio, 490-493
 análisis del reemplazo, 442-443
 descripción de alternativas, 48-49
 estimación del costo, 556-561
 financiamiento de vivienda,
 168-170
 financiamiento por deuda contra
 capital propio, 401-402, 656-658
 interés compuesto, 48-49, 93

 proyecto público, 360-361
 selección de proyectos
 independientes, 463-465
 tasas de interés múltiples, 324-325
 tasas de rendimiento, 285-287
 valor anual, 245-246
 venta del negocio, 322-323
 Estudios de reemplazo de un año
 adicional, 419
 Etapa de construcción, 198
 Etapa de desecho, 198
 Etapa de eliminación, 198
 Etapa de implantación, 198
 Etapa de uso, 198
 Etapas de diseño, preliminar y
 detallado, 197, 200
 Evaluación, criterios de, 11, 364-367
 Evaluación de atributos múltiples,
 382-390
 Evaluación, método de, 364-367
 Excel[®]. *Véanse también* Funciones
 específicas; Hoja de cálculo
 distribución de la hoja de cálculo,
 747-749
 funciones anidadas, 749
 fundamentos, 742-747
 generación de números aleatorios,
 740
 gráficas, 749
 introducción, 27-31
 lista de funciones, 760-763
 mensajes de error, 763
 mostrar entradas, 32
 VA y VP después de impuestos,
 623-624
 y depreciación, 565, 568, 570-575,
 577-578, 592, 595
 y el análisis del equilibrio, 480-484
 y la programación lineal, 456-459
 y la simulación, 727-729
 y la tasa de rendimiento, 265, 310
 y valor del reemplazo, 423-424

F

F, 24, 27
 Factor A/F, 62
 Factor A/G, 70. *Véase también*
 Gradiente aritmético
 Factor A/P, 60-61, 229

- Factor de cantidad compuesta de pago único, 52
- Factor de fondo de amortización (A/F), 62-65
- Factor de recuperación de capital y cantidades únicas aleatorias, 101
 - y el valor anual equivalente, 229
- Factor de valor presente de pago único, 53-54
- Factor F/A, 62. *Véase también* Serie uniforme, factor de cantidad compuesta
- Factor F/G, 71. *Véase también* Gradiente aritmético
- Factor F/P, 50. *Véase también* Factores de pago único
- Factor P/A, 58-59, 73-76. *Véanse también* Factores de valor presente; Gradiente geométrico; Serie uniforme
- Factor P/F, 52. *Véase también* Factor de valor presente de pago único
- Factor P/G, 69. *Véase también* Gradiente aritmético
- Factores. *Véase también* Factores de valor presente
 - fondo de amortización, 62-65
 - gradiente
 - aritmético, 67-73
 - geométrico, 73-76
 - intangibles, 6
 - interés capitalizable en forma continua, 157
 - interés capitalizable en forma discreta, 153-156
 - múltiples (combinación), 94
 - notación, 53, 60, 63
 - obtención, 52-76
 - pago único, 52-58
 - recuperación de capital. *Véase* Factor de recuperación de capital
 - serie uniforme, 58-65, 83
 - tablas, 53-54, 775-803
- Factores de cantidad compuesta
 - pago único (F/P), 52
 - serie uniforme (F/A), 62
- Factores de valor presente
 - factor de pago único, 53-54
 - gradiente, 67-73
 - serie uniforme, 58-60
- Factores del pago único, 52-58
- Factores intangibles, 6. *Véanse también* Evaluación de atributos múltiples; Factores no económicos
- Factores no económicos, 11
- Fase de adquisición, 197, 199
- Fase de operación, 198-200
- Fases de sistemas, 197-198
- FEAI. *Véase* Flujo de efectivo antes de impuestos
- FEDI. *Véase* Flujo de efectivo después de impuestos
- Financiamiento. *Véase*
 - Financiamiento con capital propio. *Véase también* Bonos; Financiamiento por deuda
- Financiamiento a plazos, 252
- Financiamiento con capital propio, 31, 368
- Financiamiento de deuda, 31, 368
 - apalancamiento, 381
 - costos del, 373-376
 - en la hoja de balance, 765
 - y la inflación, 506-507
- Financiamiento del capital, 31, 368. *Véase también* Costo de la deuda de capital
 - capital propio, 31, 368, 656-658
 - deuda contra capital propio, 401-402, 656-658
 - mixto (deuda y capital propio), 371-373, 379-382
- Flujo de efectivo. *Véanse también*
 - Flujo de efectivo; Flujos discretos de efectivo; Gradiente aritmético
- Flujo de efectivo
 - antes de impuestos, 610-611
 - cero, 114, 206, 746, 755
 - como variable continua, 707-709
 - continuo, 157
 - definido, 11
 - descontado, 174, 673
 - después de impuestos, 609-611 y VEATM, 637-639
 - diagrama, gradiente convencional, 72
 - diagramación, 34-36, 41-43, 73
 - estimación, 11, 32-36, 228-230, 329-330
 - factores de la serie, 73-75
 - flujo de entrada y flujo de salida, 32, 254
 - futuro, 751-752
 - incremental, 291-294, 303, 304
 - después de impuestos, 626-630
 - ingresos contra servicio, 178
 - más allá del periodo de estudio, 181
 - neto, 33, 101, 459, 609-610
 - en Excel^R, 748
 - y periodo de recuperación, 192-193
 - neto positivo, y la TR, 266
 - no convencional, 260-265
 - periódico, 187-189
 - real contra incremental, 627
 - recurrente y no recurrente, 186
 - serie convencional, 259, 260
 - series con cantidades únicas, 101-106
 - y análisis del reemplazo, 424, 631-636
 - y la función VPN, 206
 - y los proyectos del sector público, 329-330
- Flujo de efectivo antes de impuestos (FEAI), 609-612, 643, 680
- Flujo de efectivo cero en funciones de Excel^R, 115, 206, 753, 755
- Flujo de efectivo descontado (ningún), 174, 673
- Flujo de efectivo después de impuestos (FEDI), 609-612, 622-628, 643
 - y VEATM, 636-640
- Flujo de efectivo incremental, 291-294, 304-305, 624-627
- Flujos continuos de fondos
 - capitalización continua, 153-157
 - factores de interés compuesto, 775-803
- Flujos de efectivo no recurrentes, 186
- Flujos de efectivo periódicos, 186-188
- Flujos de efectivo recurrentes, 186

G

- Ganancias del capital
 - de corto y largo plazos, 618
 - definidas, 617
 - impuestos por las, 619-620
 - Ganancias (utilidades) retenidas (conservadas), 31, 368, 377
 - Ganancias y pérdidas. *Véanse*
 - Ganancias del capital;
 - Pérdidas del capital
 - Gastos, 604, 718. *Véanse también*
 - Costos; Estimación del costo
 - GNA, función, 740
 - Gradiente(s) aritmético(s)
 - cantidad, 67
 - cantidad base, 71, 106
 - convencional, 68, 72, 106
 - creciente, 71
 - decreciente, 71, 111-113
 - definido, 67
 - diferido, 106-111
 - obtención de factores para los, 69-70
 - serie uniforme anual equivalente, 62
 - uniforme, 70
 - uso de hoja de cálculo, 72
 - valor presente, 69
 - Gradiente convencional, 68, 72
 - Gradiente geométrico, 73-76
 - diferido, 110
 - factores, 73-76
 - y la inflación, 503
 - Gradiente uniforme. *Véase*
 - Gradiente aritmético
 - Gradientes aritméticos. *Véase*
 - Gradiente aritmético
 - Gradientes decrecientes, 71, 111-113
 - Gradientes intercambiados. *Véase*
 - Gradiente aritmético
 - Gráficas de dispersión. *Véase*
 - Gráficas de Excel^R tipo xy
 - Gráficas de Excel^R tipo xy, 258, 746-747
 - Gráficas en Excel^R, 747-749
- H**
- Hiperinflación, 449-511
 - Hoja de balance
 - categorías, 765
 - ecuación básica, 765
 - y razones de negocio, 767
 - Hoja de cálculo. *Véase también*
 - Excel^R
 - análisis del reemplazo, 416-418, 423-427
 - después de impuestos, 635-636
 - para interés simple y compuesto, 37-41
 - incremental, después de impuestos, 628-631
 - referencia absoluta a celdas, 257, 749
 - valor anual, 234, 236
 - y el análisis B/C, 338, 346-347
 - y el análisis de equilibrio, 475-476
 - y el análisis de sensibilidad, 665-666, 668-669
 - y el FEDI con depreciación, 613-614
 - y el valor presente, 204-210
 - y la inflación, 506-507
 - y la serie uniforme diferida, 114
 - y la tasa de rendimiento, 77-80, 257, 263, 275, 299, 302, 311-313
 - y proyectos independientes, 453, 457-459
 - y VEATM, 638
 - Horizonte de planeación. *Véase*
 - Periodo de estudio

I

- i*, 24, 27. *Véanse también* Tasa
 - de interés; Tasa efectiva de interés; Tasa interna de rendimiento
- i**, 253-259. *Véanse también* Tasa de rendimiento; TMAR
- i*'. *Véase* Tasa compuesta de rendimiento
- IF, función, en Excel^R, 751
- Impuesto sobre la renta
 - corporativa, 605
 - definido, 604
 - internacional, 640-642
 - negativo, 610-611
 - tasa promedio de impuestos, 606
 - tasas efectivas, 605, 631
 - y el flujo de efectivo, 609-612, 622-628, 643
 - y el valor anual, 228
 - y ganancias y pérdidas de capital, 616-619
 - y la depreciación, 562, 567, 610-611
 - recobro, 612, 617
 - y los causantes individuales, 607-608
- Impuestos. *Véanse también* Después de impuestos; Impuesto sobre la renta; Utilidad gravable
 - tasas, 607-609
 - y el capital propio (patrimonial), 376-377
 - y la depreciación, 562
 - y la deuda de capital, 373-376
 - y la TMAR, 369-370
- Incertidumbre, 698, 701
- Índice de rentabilidad, 248. *Véase también* Tasa de rendimiento
- Índices de costos, 528-531
- Indización, impuestos sobre la renta, 605
- Inflación
 - definición, 15, 499
 - elevada, 511, 513
 - impacto de la, 15, 498-499
 - suposición en el VP y VA, 181, 226
 - y el análisis de sensibilidad, 662
 - y el valor futuro, 507-512
 - y el valor presente, 501-507
 - y la recuperación de capital, 512-513
 - y la TMAR, 499-500, 509-511
 - y tasas de interés, 499
- Ingeniería económica
 - definida, 6
 - enfoque de estudio, 10-12
 - papel en la toma de decisiones, 7-9
 - terminología y símbolos, 24
 - usos, 6-9
- Ingreso
 - anual estimado, 11
 - bruto y neto, 604, 605
 - en hoja de cálculo Excel^R, 748
 - gravable, 604, 618

Ingreso anual estimado, 11
 Ingreso bruto, 604
 Ingreso neto (IN), 605
 Ingresos, declaración de categorías, 766
 ecuación básica, 766
 razones, 769
 Inicial, costo, 11
 Interés
 acumulado en Excel^R. Véase Función IPMT
 capitalizable en forma continua, 155-157
 compuesto, 18-24, 40, 48-49
 de los bonos, 201
 definido, 12
 entre periodos, 153-155
 simple, 18-19, 37-38
 tasa. Véase Tasa(s) de interés
 Interés compuesto, 18-24, 40, 749-763. Véase también Capitalización
 Interés entre periodos, 153-155
 Interés simple, 18-19, 37-38
 Interpolación en tablas de interés, 65-67, 138
 Inversión(es). Véase Inversión inicial
 adicional, 294-295, 305-308
 ingreso fijo, 519-520
 neta, 268-271
 permanente, 237-239
 segura, 201
 Inversión adicional, 294-295, 305-308
 Inversión de capital y evaluación de alternativas, 178
 Inversión de ingreso fijo, 519-520.
 Inversión inicial. Véase Costo inicial
 definida, 228
 en el análisis con hoja de cálculo, 205
 en el análisis del reemplazo, 409, 424-425
 más baja, 308-310
 mayor, 291, 293, 300, 306
 Inversión neta del proyecto (procedimiento), 267-273
 Inversión perpetua. Véase Costo de capital
 Inversión segura, 28-29, 201, 377

Inversiones permanentes, 237-239.
 Véase también Costo de capital
 IPMT, función, 751-752

L

Ley de los exponentes y modelo del dimensionamiento, 532
 Likert, escala, 386-387

M

m. Véase Periodo de capitalización, número por año
 Materiales. Véase Costos directos
 Media. Véase Valor esperado
 Mediana, 716
 Medida de valor, 9, 11, 721
 Método del atributo ponderado, 390
 Método del porcentaje fijo. Véase Depreciación por saldo decreciente
 Método del porcentaje uniforme. Véase Depreciación por saldo decreciente
 Método Delphi, 383-384
 Método unitario, 527
 México, depreciación e impuestos, 641
 Mínimo común múltiplo, 180-181, 183
 en el análisis con hoja de cálculo, 204
 en los métodos de evaluación, 365-366
 y el flujo de efectivo incremental, 291-294, 304
 y el valor anual, 226, 234
 y el valor futuro, 183
 y la tasa de rendimiento incremental, 296, 304-305, 626-627
 y los proyectos independientes, 455
 Moda, 706, 716
 Modelo del valor del capital activo (MPAC), 377-378
 Muestras aleatorias, 709-714, 721
 Muestreo, 709-714
 Monte Carlo, 720-732

MVCA. Véase Modelo del valor del capital activo

N

n, 24, 27, 106-108. Véanse también
 Análisis de la recuperación;
 Interpolación en tablas de tasas de interés; Mínimo común múltiplo; Periodo de estudio
 Notación por factores, 53, 60, 63, 69, 74
 NPER, función, 754
 y el valor anual, 238-239
 y *n* desconocida, 80
 Números aleatorios, 710, 711
 generación de, 756-757

O

Obligaciones, 765
 Obsolescencia, 408
 Oportunidad de inversión, 369
 Ordenamiento, inconsistencia de, 303

P

P, 24, 27
 PAGO, función, 755
 y cantidades únicas aleatorias, 104-105
 y el análisis B/C, 338
 y el análisis del reemplazo, 413
 y el análisis después de impuestos, 623-624
 y el costo capitalizado, 191
 y el factor de fondo de amortización, 64
 y el valor anual, 233, 364
 y el valor presente de la serie uniforme, 61
 y el VNA anidado, 749
 y la recuperación de capital, 231
 y la vida útil económica, 414
 y las series diferidas, 98-99, 110
 y los gradientes aritméticos, 71
 y los gradientes geométricos, 75
 Pago de préstamos, 21-23
 Pasivos circulantes, 768

- Pérdidas de capital
 - definidas, 618
 - impuestos por las, 618
 - Periodo de capitalización
 - continuo, 155-157
 - definido, 132
 - mensual, 147
 - número por año, 134
 - y el periodo de pago, 144-155
 - y la tasa efectiva anual, 137
 - Periodo de estudio
 - ejemplo en hoja de cálculo, 204-208
 - servicio igual, 179, 450
 - y el análisis del reemplazo, 410, 421
 - y el análisis del VF, 183
 - y el valor anual, 226, 234-236
 - y el valor de salvamiento, 229
 - y la evaluación del VP, 180-183
 - y la presupuestación de capital, 447
 - Periodo de interés, 12, 14
 - Periodo de pago. *Véase* Análisis de la recuperación
 - Periodo de pago
 - cantidad única, 145-147, 153-155
 - de los bonos, 201
 - definido, 140
 - función Excel^R, 755
 - más largo que el periodo de capitalización, 145-152
 - periodo de capitalización igual, 148
 - Periodo de recuperación
 - definido, 565
 - efecto sobre los impuestos, 615-617
 - opción de la línea recta, 583
 - SMARC, 574, 577-580, 597-601
 - Perspectiva
 - para análisis del reemplazo, 409-410
 - y el sector público, 331-334
 - Poder de compra, 507-508, 510
 - PPMT, función, 755
 - Presupuestación. *Véase* Presupuestación de capital
 - Presupuestación de capital
 - conjuntos mutuamente excluyentes, 448
 - descripción, 444, 446-448
 - programación lineal, 455-459
 - proyectos de vida diferente, 451-455
 - proyectos de vida igual, 448-451
 - solución en hoja de cálculo, 456-459
 - suposición de la reinversión, 448-449
 - uso del valor presente, 448-455
 - y el flujo neto de efectivo, 459
 - Probabilidad
 - definida, 672, 702
 - en los árboles de decisión, 678-681
 - y el valor esperado, 675, 714-715
 - Procedimiento de la inversión neta, 267-273
 - Programación lineal, 455-456
 - Programación lineal entera, 455-456
 - Promedio. *Véase* Valor esperado
 - Propiedad, clase de, 578-579
 - Propiedad de la sección 185, 566
 - Propiedad inmobiliaria, 565, 574, 575
 - Propiedad personal, 565, 574, 575, 578-579
 - Propiedades de las variables aleatorias independientes, 721
 - Proyectos contingentes, 446
 - Proyectos de exploración, 193, 195-196
 - Proyectos del sector público, 328-334
 - análisis beneficio/costo, 334-339
 - contratos BOT, 334
 - costo capitalizado, 185-192
 - estimación, 329, 349
 - negocios conjuntos, 333
 - y el valor anual, 237
 - Proyectos dependientes, 446
 - Proyectos gubernamentales. *Véase* Proyectos del sector público
 - Prueba del signo del flujo de flujo acumulado, 261
 - Punto de equilibrio, 468, 667
- R
- r*. *Véase* Tasa de interés nominal
 - RAND, función, 727-729, 756
 - Rango, 719
 - Rango (jerarquización) y técnica de la tasa, 387
 - Razón beneficio/costo
 - análisis incremental, 339-342
 - cálculo, 334-339
 - convencional, 334-335
 - cuándo usarla, 366
 - modificada, 335
 - para dos alternativas, 339-342
 - para tres alternativas o más, 342-348
 - Razón beneficio/costo convencional, 334-335
 - Razón beneficio/costo modificada, 335
 - Razón de circulante (corriente), 768
 - Razón de la prueba del ácido, 768
 - Razón de liquidez rápida, 768
 - Razón de rotación del inventario, 770
 - Razones contabilidad (financieras), 767-770
 - Razones de rentabilidad, 768
 - RCI. *Véase* Rendimiento sobre capital invertido
 - Recuperación de capital, 228-231. *Véanse también* Depreciación; Factor A/P
 - Recuperación de capital por activos. *Véase* Depreciación
 - Recuperación sin rendimiento (sencilla), 194
 - Recursos naturales. *Véase* Agotamiento
 - Redondeo, error, 55, 106
 - Referencia absoluta de celda, 258
 - Referencias a celdas, 749
 - absoluta, 258
 - signo, 258, 751-752
 - Regla de los signos, 260-261, 262, 264, 313
 - Regla del 72, 36, 179
 - Regla del 100, 37
 - Reinversión, suposición en la presupuestación de capital, 448-449
 - Relación de costo total (costo de ciclo de vida)
 - convención de los signos, 244
 - de la propiedad de los activos, 229
 - de operación, 73-75
 - del capital invertido, 367-370, 615
 - del ciclo de vida, 196-201
 - directos, 524-528, 534-536
 - en proyectos públicos, 329

estimación, 524-528
 fijos, 468-469, 475
 hundidos, 409
 indirectos, 534-545, 767
 marginales, 416
 periódicos, 186
 variables, 468-469, 476, 479
 VAUE. *Véase* Valor anual
 uniforme equivalente
 y ahorros aparentes, 200
 y evaluación de alternativas, 178
 y valor anual, 229
 Relación total de costo, 469. *Véase*
también Análisis de
 equilibrio
 Rendimiento porcentual anual
 (RPA), 132
 Rendimiento sobre el capital
 invertido, 268
 Rendimiento sobre la inversión
 (RSI), 14, 248. *Véase*
también Tasa de rendimiento
 Rendimiento sobre la razón de
 activos, 770
 Rendimiento sobre la razón de
 ventas, 769
 Rendimiento sobre las ventas, 769
 Retador
 en el análisis del reemplazo, 408,
 409, 411, 425, 432
 en la evaluación de alternativas
 múltiples, 306, 343
 RI. *Véase* Rendimiento sobre la
 inversión
 Riesgo
 descripción, 698
 y el análisis de la recuperación,
 193, 195
 y el muestreo aleatorio, 710
 y la mezcla deuda-capital propio,
 379-382
 y la TMAR, 369, 379
 y la toma de decisiones, 698-709
 RPA, 132

S

s. *Véase* Desviación estándar
 Saldo decreciente doble (SDD), 569,
 577-578

en el cambio, 591-596
 en Excel^R, 573
 tiempo de duplicación, 36
 y los impuestos, 613
 Saldo no recuperado, 250-251, 267
 Selección del método de evaluación,
 364-367
 Serie convencional de flujo de
 efectivo, 260, 272
 Serie no convencional de flujo de
 efectivo, 260-266
 Serie no simple de flujo de efectivo,
 260-266
 Serie uniforme
 descripción, 24
 diferidas, 96, 97, 114-117
 factor de cantidad compuesta,
 62-65
 factores de valor presente, 58-60,
 82-83, 117-118
 periodo de capitalización mayor al
 periodo de pago, 153-155
 periodo de capitalización menor al
 periodo de pago, 147-152
 Series diferidas, 96-106
 Series simples de flujo de efectivo,
 260
 Símbolos, 24
 Simulación, 701, 721-730
 Simulación con métodos Monte
 Carlo, 720-730
 Sistema acelerado de recuperación
 de costos (SARC), 567
 Sistema de depreciación alternativa
 (SDA), 578
 Sistema, fases del, 197-198
 SLN, función, 568, 757
 SMARC (Sistema modificado
 acelerado de recuperación de
 capital), 574-578
 alternativa en línea recta (ALR),
 579
 en el ejemplo FEDI, 610-611
 Estados Unidos, requerido, 567, 577
 intercambio, 591-597
 periodo de recuperación, 574,
 578-579, 597
 tasas de depreciación, 574-578
 uso de la computadora, 577-578
 VP, depreciación, 592

Solución rápida, 28
 Solvencia, razones de, 768
 SOLVER, 457-459, 480-484, 759-760
 aplicación de hoja de cálculo,
 480-483
 contra análisis de sensibilidad,
 466, 662-663
 costo promedio por unidad, 473
 costos fijos, 468-473
 descripción, 466
 dos alternativas, 475-479, 484
 proyecto único, 468-475, 484
 tres alternativas o más, 457
 variable, 475
 y decisiones fabricar o comprar,
 477
 y el valor anual, 228
 y la tasa de rendimiento, 299, 304,
 627
 y recuperación, 192, 473-475
 SUMA, función, 749
 SYD, función, 590, 758

T

Tablas
 factores de interés compuesto,
 775-803
 interpolación, 65-67
 tasas efectivas de interés, 138
 Tablas de interés
 capitalización discreta, 775-803
 interpolación, 65-67, 136
 Tasa de cupón, 201
 Tasa de depreciación
 línea recta, 565
 saldo decreciente, 569
 SMARC, 597-599
 suma de los dígitos del año, 590-591
 Tasa de descuento social, 330, 349
 Tasa(s) de interés. *Véase también*
 Tasa efectiva de interés
 ajustado por inflación, 499
 definición, 12-13
 desconocida, 77-79
 en Excel^R, 757
 estimación, 36
 expresiones, 133
 inflación libre (real), 499, 507-513
 interpolación, 65-67

- mercado, 499
- múltiple, 324-325
- nominal contra efectivo, 130-134
- para el sector público, 330
- sobre el saldo no recuperado (TR), 250-251
- variable en el tiempo, 157-159
- y el análisis de sensibilidad, 662
- y el análisis del equilibrio, 476
- y el riesgo, 377-378
- Tasa de interés anual
 - efectiva, 134-140
 - nominal, 134, 135
- Tasa de interés del mercado. *Véase* Tasa(s) de interés
- Tasa de interés desconocida, 77-79
- Tasa de interés nominal, 130, 132
 - anual, 134, 135
 - cualquier periodo de pago, 134, 135
 - de los bonos, 203-204
 - y tasas efectivas, 135, 142
- Tasa de productividad por hora, 539
- Tasa de recuperación. *Véase* Tasa de depreciación
- Tasa de reinversión, 267
- Tasa de rendimiento. *Véase también*
 - Tasa de rendimiento incremental
 - compuesta, 266-273, 296
 - de equilibrio, 300, 627
 - definida, 14, 250
 - después de impuestos, 624-630
 - determinación de la, 77-79, 253-260
 - e inflación, 15, 499, 509-510
 - en Excel®, 27, 752, 757
 - en la presupuestación de capital, 455-459
 - externa, 267
 - financiamiento a plazos, 251-252
 - inconsistencia de ordenación, 303
 - incremental, 290-294
 - interna, 78, 266, 752-753
 - método de evaluación, 366
 - mínima atractiva. *Véase* Tasa mínima atractiva de rendimiento
 - múltiple, 259-273, 285-287
 - precauciones, 259-260
 - sobre bonos, 273-275
 - sobre capital de deuda, 373-376
 - sobre el capital propio, 376-379
 - sobre la inversión adicional, 294-295
 - soluciones por computadora, 255, 257, 259-260, 263, 264, 274-275
 - y alternativas mutuamente excluyentes, 290
 - y análisis de sensibilidad, 663
 - y el valor anual, 259, 304-305
 - y el valor presente, 253-258, 295-303
 - y proyectos independientes, 295
 - y tasa de reinversión, 267
 - Tasa de rendimiento antes de impuestos
 - cálculo, 250-260
 - y después de impuestos, 370, 625
 - Tasa de rendimiento compuesta (TRC), 266-273, 296
 - Tasa de rendimiento incremental
 - para alternativas múltiples, 305-310, 624-627
 - para dos alternativas, 295-305, 624-627
 - vidas desiguales, 365, 455
 - Tasa de rendimiento múltiple. *Véase también* Procedimiento de inversión neta
 - definición, 259
 - determinación, 261-263
 - eliminación, 266
 - presencia de, 260
 - Tasa efectiva de impuestos, 606, 632
 - Tasa efectiva de interés
 - anual, 134-140
 - de los bonos, 203
 - definida, 131-132, 159
 - gráfica del flujo, 171
 - para capitalización continua, 155-157
 - para cualquier periodo de tiempo, 140-143
 - y la tasa nominal, 605, 631
 - y los periodos de capitalización, 137, 140-142
 - Tasa en línea recta, 566, 568
 - Tasa externa de rendimiento, 267. *Véase también* Tasa de rendimiento
 - TASA, función, 78-79, 255, 757
 - Tasa interna de rendimiento, 266. *Véase también* Tasa de rendimiento
 - Tasa mínima atractiva de rendimiento (TMAR)
 - ajustada por inflación, 499, 510-511
 - antes de impuestos, 625
 - como tasa base, 30
 - definición, 20-29
 - después de impuestos, 369, 622, 627, 638
 - en el análisis de sensibilidad, 663
 - en la evaluación de alternativas, 178-179, 181, 183-185, 231-232
 - establecimiento de la, 28-32, 253, 367-371
 - y CPPC, 31, 379
 - y la presupuestación de capital, 447-455
 - y la tasa de rendimiento, 294-295, 296, 300, 303, 306
 - y los bonos, 203
 - y los proyectos independientes, 448-455
 - Tasa porcentual anual (TPA), 132
 - Tasa por rebasar. *Véase* Tasa mínima atractiva de rendimiento porcentual
 - Tasa promedio de impuestos, 606
 - Tasa real de interés, 499, 502, 505, 510
 - Tasas de impuesto (tributarias) marginales, 605
 - Tasas de impuestos progresivos, 605
 - Tasas indirectas. *Véase* Costos indirectos
 - Tiempo
 - tasas de interés en el, 157-159
 - unidades de, 24
 - Tierra, 565
 - Tierra (planta) factores de la, 534
 - Tipos de comparación, selección de, 364-367
 - TIR. *Véase* Tasa de rendimiento compuesta
 - TIR, función, 78-80, 255, 752-753
 - incremental después de impuestos, 629
 - TIRM, función, 273, 753

TMAR. *Véase* Tasa mínima atractiva de rendimiento
 TPA, 132
 TR. *Véase* Tasa de rendimiento
 Transacciones de la sección, 127, 618

U

Utilidad (ingreso) gravable, 604-605, 618
 negativa, 612-613
 y el FEDI, 611
 y la depreciación, 606
 Utilidad neta de operación después de impuestos (UNODI), 605
 Utilidad neta después de impuestos (UNDI), 604, 637, 643

V

Valor agregado después de impuestos, análisis de, 636-640. *Véase también* Valor económico agregado
 Valor anual
 análisis después de impuestos, 622-624
 componentes, 229-231
 cuándo usarlo, 366
 de los costos de operación anual, 411
 de proyectos de vida infinita, 237-240
 evaluación por medio del, 226
 inversión equivalente, 229, 237
 soluciones en computadora, 233, 235-236, 238-239
 ventajas, 226-265
 y el análisis B/C, 335-338, 341, 346, 347
 y el análisis de sensibilidad, 663
 y el análisis del equilibrio, 476
 y el análisis del reemplazo, 408, 410, 412-416, 425-432
 y el valor presente, 226
 y la inflación, 226, 512-513
 y la recuperación del capital más el interés, 229-231
 y la tasa de rendimiento, 258, 304-305

 y la tasa de rendimiento incremental, 624-627
 Valor anual equivalente. *Véase* Valor anual
 Valor de cambio, 409, 565. *Véanse también* Valor de mercado; Valor de salvamento
 Valor de mercado
 como valor de salvamento, 229, 409
 en el análisis del reemplazo, 408-410
 en el análisis en línea recta (LR), 416
 estimación del, 416-418
 y depreciación, 565
 y el VP, alternativas de vida diferente, 181
 Valor de reemplazo, 424-425
 Valor de salvamento. *Véase también* Valor de cambio
 actualización para el periodo de estudio, 365
 definido, 11, 229
 en el análisis del reemplazo, 406, 408, 411-412
 y el valor de mercado, 408, 412, 418
 y el VP excedente del MCM, 181
 y la depreciación, 565, 570, 572, 576, 592
 y la recuperación de capital, 229
 y los proyectos públicos, 334
 Valor del dinero en el tiempo, 9, 131. *Véase también* Inflación
 y costo capitalizado, 186
 y equivalencia, 16-18
 y recuperación sin rendimiento, 193
 Valor del sistema general de depreciación (SDG), 578
 Valor económico agregado (VEA), 228, 636-640, 643
 Valor en libros
 contra valor de mercado, 576
 definido, 565
 método de la suma de los dígitos del año, 589
 método en línea recta, 567
 por el método del saldo decreciente, 572
 por el método del saldo decreciente doble, 572

 por medio del SMARC, 574, 576
 y el VEATM, 637
 Valor esperado
 cálculo, 564
 definido, 714
 en la simulación, 721, 728, 729
 y árboles de decisión, 678-681
 y decisiones con riesgo, 701
 Valor financiero de las corporaciones, 637
 Valor futuro. *Véase también* Análisis de sensibilidad
 a partir del valor anual, 226
 cálculo, 71
 cuándo usarlo, 183
 de series diferidas, 96-98, 101
 en Excel^R, 750-751
 evaluación (análisis) por medio de, 183-185
 y la inflación, 507-512, 514
 y la tasa efectiva de interés, 134
 Valor, medida de, 9, 721
 Valor neto, 765
 Valor nominal de los bonos, 201
 Valor presente, 176-210
 análisis después de impuestos, 622-624
 de bonos, 201-204
 de la depreciación, 594-595
 en la evaluación de alternativas, 174
 en la simulación, 721, 722
 en series diferidas, 96-98
 factor de pago único, 52-54
 impuestos sobre la renta, 622
 método de evaluación, 360
 para vidas diferentes, 180-183
 para vidas iguales, 178-180
 serie gradiente geométrico, 73-76
 suposiciones, 185
 y el análisis de sensibilidad, 663-666
 y el análisis del equilibrio, 476
 y el costo de ciclo de vida, 197
 y el valor anual, 226
 y la inflación, 501-507
 y la presupuestación de capital, 455-459
 y la tasa de rendimiento, 254-257, 295-303
 y las tasas de interés múltiples, 260-265, 324-325

- y proyectos independientes, 451-457
- Valor presente neto. *Véanse* Valor presente; VPN, función
- Valor, reventa, 11. *Véanse también* Valor de intercambio; Valor de salvamento
- Valor uniforme anual equivalente. *Véase* Valor anual
- Valores definidos, 377
- Variable. *Véase* Variables aleatorias
- Variables aleatorias
 - continuas, 702, 703, 707-709, 713-714, 720, 722-723, 740
 - desviación estándar, 716-717
 - discretas, 702-705, 710-713, 716-719, 722-723, 740
 - distribución acumulada, 704-709
 - distribución de probabilidad de las, 703, 705-706, 709, 714
 - valor esperado, 714-716
- Variación de parámetros, 662-670
- Varianza
 - en la asignación de costos, 540
 - definición, 716
 - fórmula para la, 717-720
 - y la distribución normal, 731-732
- VAUE. *Véase* Valor anual uniforme equivalente
- VF, función, 750-751
 - y factores de pago único, 54-55
 - y montos únicos aleatorios, 104-105
 - y series uniformes cambiadas, 115
- Vida
 - costo mínimo, 411
 - desconocida, 80-81
 - en la simulación, 740
 - finita, 190
 - infinita o muy larga, 186, 237, 328, 347
 - recuperación (impuesto), 567
 - útil, 11, 578
- Vida de clase, 578
- Vida de costo mínimo del activo. *Véase* Vida útil económica
- Vida de reemplazo. *Véase* Vida útil económica
- Vida de retiro. *Véase* Vida útil económica
- Vida de servicio, 180. *Véase también* Vida útil económica
- Vida infinita, 185, 237-239, 328, 347
- Vida útil económica (VUE), 408, 411-418, 424
- Vidas
 - desiguales (diferentes), 291-292, 310, 349, 365, 425, 476
 - iguales, 178-180, 291-292, 448-451
 - múltiplo común, 180-181
 - perpetuas (largas), 186, 233, 328
 - y la tasa de rendimiento, 291-294
 - y los proyectos independientes, 448
- VP contra la gráfica *i*, 255, 300-303, 630
- VP (VA), función, 27, 61, 756
 - y el valor presente, 365
 - y el valor presente de una serie uniforme, 61
 - y la función NPV, 754
 - y las series uniformes diferidas, 114-115
 - y los bonos, 204
 - y un pago único, 54, 57
- VPN (NPV, VNA) función, 754
 - análisis de sensibilidad, 666, 669
 - anidamiento en PAGO, 235, 414, 749
 - combinación, 98, 100, 111, 114-115
 - después de impuestos, 623, 624
 - en VP contra gráficas de *i*, 255, 258
 - gradientes geométricos, 75
 - para gradientes aritméticos, 71
 - proyectos independientes, 452
 - y el valor presente, 205-208
- VUE. *Véase* Vida útil económica

W

- Web (sitios), IRS, 602
- Blank y Tarquin, xxi

Comparación de las alternativas con exclusividad mutua mediante distintos métodos de evaluación

Método de evaluación	Relación de equivalencia	Vidas de las alternativas	Tiempo para el análisis	Evaluar esta serie	Tasa de interés	Seleccione una alternativa con	Referencia a la sección
Valor presente	PW	Igual	Vidas	Flujos de efectivo	MARR	Mejor PW	5.2
	PW	Desigual	LCM	Flujos de efectivo	MARR	Mejor PW	5.3
	PW	Periodo de estudio	Periodo de estudio	Flujos de efectivo actualizados	MARR	Mejor PW	5.3
	Costo capitalizado (CC)	Hacia el infinito	Infinidad	Flujos de efectivo	MARR	Mejor CC	5.5
Valor futuro	FW	Igual al valor presente para vidas iguales, vidas desiguales y periodo de estudio					5.4
Valor anual	AW	Igual o desigual	Vidas	Flujos de efectivo	MARR	Mejor AW	6.3
	AW	Periodo de estudio	Periodo de estudio	Flujos de efectivo actualizados	MARR	Mejor AW	6.3
	AW	Hacia el infinito	Infinidad	Flujos de efectivo	MARR	Mejor AW	6.4
Tasa de retorno	PW o AW	Igual	Vidas	Flujos incrementales de efectivo	Encuentre Δi^*	Último $\Delta i^* > \text{MARR}$	8.4
	PW o AW	Desigual	LCM de pares	Flujos incrementales de efectivo	Encuentre Δi^*	Último $\Delta i^* > \text{MARR}$	8.4
	AW	Desigual	Vidas	Flujos de efectivo	Encuentre Δi^*	Último $\Delta i^* > \text{MARR}$	8.5
	PW o AW	Periodo de estudio	Periodo de estudio	Flujos incrementales de efectivo actualizados	Encuentre Δi^*	Último $\Delta i^* > \text{MARR}$	8.4
Beneficio/ Costo	AW	Igual o desigual	Vidas	Flujos incrementales de efectivo	Tasa de descuento	Último $\Delta B/C > 1.0$	9.3
	AW o PW	Hacia el infinito	Infinidad	Flujos incrementales de efectivo	Tasa de descuento	Último $\Delta B/C > 1.0$	9.3
	PW	Igual o desigual	LCM de pares	Flujos incrementales de efectivo	Tasa de descuento	Último $\Delta B/C > 1.0$	9.3

*Alternativa con el valor numérico más elevado tiene el costo equivalente más bajo o el ingreso equivalente más alto.

Glosario de términos comunes

Término	Símbolo	Descripción (con la sección en que se hace la primera referencia entre paréntesis)
Cantidad o valor anual	A o VA	Valor anual equivalente de todos los flujos de entrada y salida de efectivo durante la vida estimada (1.7, 6.1).
Costo de operación anual	COA	Costos anuales estimados de mantener y fomentar la alternativa (1.3).
Razón beneficio/costo	B/C	Razón de los beneficios a los costos de un proyecto, se expresa en términos del VP, VA o VF (9.2).
Punto de equilibrio	Q_{EQ}	Cantidad con la que los ingresos son iguales a los costos, o dos alternativas son equivalentes (1.3.1).
Valor en libros	VL	Remanente de la inversión de capital en un activo, después de tomar en cuenta la depreciación (16.1).
Presupuesto de capital	b	Cantidad de dinero disponible para proyectos de inversión de capital (12.1).
Recuperación de capital	RC o A	Costo anual equivalente de poseer un activo más el rendimiento requerido sobre la inversión inicial (6.2).
Costo capitalizado	CC o P	Valor presente de una alternativa que durará para siempre (o un tiempo muy largo) (5.5).
Flujo de efectivo	FE	Cantidades reales de efectivo que se recibe (entradas) y desembolsa (salidas) (1.10).
Flujo de efectivo antes o después de impuestos	$FEAI$ o $FEDT$	Monto del flujo de efectivo antes o después de que se aplique impuestos relevantes (17.2).
Tasa de rendimiento compuesta	i'	Tasa de rendimiento única cuando se aplica una tasa c de reinversión a una serie de flujo de efectivo con tasa múltiple (7.5).
Estimación de relaciones de costo	C_2 o C_T	Relaciones que emplean a las variables de diseño y a los cambios de los costos en el tiempo, para estimar los costos actuales y futuros (15.3-4).
Costo de capital	i o $VACC$	Tasa de interés que se paga por usar fondos de capital. Incluye fondos tanto propios como de deuda. Si se considera a estos dos tipos, se trata del costo promedio ponderado del capital (10.2-3).
Mezcla de propios-deuda	$D-P$	Porcentaje del capital de inversión propio y de deuda que utiliza una corporación (1.9-10.3).
Depreciación	D	Reducción del valor de los activos, por medio de modelos y reglas específicos; existen métodos para hacer la depreciación en libros y la fiscal (16.1).
Tasa de depreciación	d_t	Tasa anual para reducir el valor de los activos por medio de modelos de depreciación (16.1).
Vida económica de servicio	VES o n	Número de años para la que el VA de los costos es mínimo (11.2).
Valor (promedio) esperado	$\bar{X}$, μ o $E(X)$	Valor esperado de una variable en el largo plazo si se muestrea muchas veces (18.3, 19.4).
Gastos	E	Todos los costos corporativos en que se incurre al realizar transacciones de negocios (17.1).
Costo inicial	P	Costo inicial total: compras, construcción, preparación, etcétera (1.3, 16.1).

(Continúa)

Formato para las funciones que se emplean con frecuencia en las hojas de cálculo de Excel®

Valor presente:

PV(i%,n,A,F)

para las series A constantes

NPV(i%,second_cell:last_cell) + first_cell

para las series variables de flujo de efectivo

Valor futuro:

FV(i%,n,A,P)

para las series A constantes

Valor anual:

PMT(i%,n,P,F)

para cantidades simples sin series A

Número de periodos (años):

NPER(i%,A,P,F)

para las series A constantes

(Nota: Las funciones PV, FV y PMT cambian el sentido del signo. Coloque un signo de menos delante de la función para que se conserve el signo. Las funciones NPV e IRR toman el signo de los flujos de efectivo tabulados.)

Tasa de retorno:

RATE(n,A,P,F)

para las series A constantes

IRR(first_cell:last_cell)

para las series variables de flujo de efectivo

Depreciación:

SLN(P,S,n)

Depreciación a línea recta para cada periodo

DDB(P,S,n,t,d)

Depreciación con saldo de declinación doble para el periodo t con la tasa d (opcional)

DB(P,S,n,t)

Saldo en declinación, tasa determinada por la función

SYD(P,S,n,t)

Depreciación de los dígitos de la suma del año para el periodo t

Función SI lógica:

IF(logical_test,value_if_true,value_if_false) Para las operaciones binomiales lógicas

Una función puede estar integrada en otra función.

Todas las funciones deben estar precedidas por el signo =.

Término	Símbolo	Descripción (con la sección en que se hace la primera referencia entre paréntesis)
Cantidad o valor anual	F o VF	Cantidad a cierto periodo futuro de tiempo en consideración con el valor del tiempo del dinero (1.7).
Gradiente, aritmético	G	Cambio uniforme (+ o -) en el flujo de efectivo cada periodo de tiempo (2.5, 3.3-4).
Gradiente, geométrico	g	Tasa constante del cambio (+ o -) cada periodo de tiempo (2.6).
Ingreso bruto	IB	Ingresos de todas las fuentes para las empresas o las personas (17.1).
Tasa de inflación	f	Tasa que refleja los cambios en el valor de una moneda con respecto al tiempo (14.1).
Tasa de interés	i o r	Interés expresado como un porcentaje de la cantidad original por periodo de tiempo; tasas nominal (r) y efectiva (i) (1.4, 4.1).
Vida (estimada)	n	Número de años o periodos en los que se hará uso de una alternativa o activo; el periodo de evaluación (1.7).
Costo del ciclo de vida	CCV	Evaluación de los costos para un sistema con relación a todas sus etapas, posibilidad de diseñar para su fallecimiento (5.7).
Medición del valor	varios	Valor, tal como VP , VA , i^* , utilizado para juzgar la viabilidad económica (1.2).
Tasa mínima atractiva de retorno	$TMAR$	Valor mínimo de la tasa de retorno para que una alternativa sea financieramente viable (1.9, 10.2).
Flujo neto de efectivo	FNE	Cantidad real resultante de efectivo que fluye hacia adentro y hacia fuera durante cierto periodo de tiempo (1.10).
Valor neto presente	VNP	Otro nombre para valor presente, VP .
Periodo de retorno	n_p	Número de años para recuperar la inversión inicial y la tasa de retorno establecida (5.6).
Cantidad presente o valor	P o VP	Valor del dinero actual o representado como <i>presente</i> (17, 5.1).
Distribución de probabilidad	$P(X)$	Distribución de probabilidad con valores distintos de una variable. (19.2).
Variable aleatoria	X	Parámetro o característica que puede tomar los distintos valores, discretos o continuos (19.2).
Tasa de retorno	i^*	Tasa de interés compuesto sobre saldos no pagados o no recuperados tales como los resultados de la cantidad final en un saldo de cero (7.1).
Periodo de recuperación	n	Número de años para que un activo se deprecie por completo (16.1).
Valor de salvamento	S	Valor comercial o mercantil esperado cuando se dispone o se comercia con un activo (16.1).
Desviación estándar	s o σ	Medida de dispersión con relación al valor esperado o promedio (19.4).
Ingreso gravable	IG	Cantidad en la que se basan los impuestos (17.1).
Tasa fiscal	T	Tasa decimal, generalmente graduada, utilizada para incorporar los impuestos personales o corporativos (17.1).
Tasa fiscal (efectiva)	T_e	Tasa fiscal de un solo dígito que incorpora diversas tasas y bases (17.1).
Tiempo	t	Indicador de un periodo de tiempo (1.7).
Valor agregado	VEA	Valor económico agregado que refleja las utilidades netas después de impuestos (UNDI) después de eliminar el costo del capital invertido durante el año (17.8).