

MATEMÁTICAS FINANCIERAS

TEORÍA, PROBLEMAS Y CASOS

CARLOS ALIAGA VALDEZ
CARLOS ALIAGA CALDERÓN



MATEMÁTICAS FINANCIERAS

Teoría, problemas y casos

Carlos Aliaga Valdez y Carlos Aliaga Calderón



Matemáticas financieras

© Carlos Aliaga Valdez y Carlos Aliaga Calderón

Derechos reservados © Empresa Editora Macro EIRL, Lima – Perú

Primera edición: Empresa Editora Macro EIRL, Lima – Perú, julio de 2019

Primera edición: MARCOMBO, S.L. 2022

© 2022 MARCOMBO, S.L.

www.marcombo.com

«Cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública o transformación de esta obra solo puede ser realizada con la autorización de sus titulares, salvo excepción prevista por la ley. Diríjase a CEDRO (Centro Español de Derechos Reprográficos, www.cedro.org) si necesita fotocopiar o escanear algún fragmento de esta obra».

ISBN: 978-84-267-3390-0

D.L.: B 2366-2022

Impreso en Servicepoint

Printed in Spain

Carlos Aliaga Valdez

Doctor en Administración. Master of Business Administration MBA. Maestría en Ciencias Financieras y Contables con mención en Finanzas. Licenciado en Administración por la Universidad Nacional Mayor de San Marcos. Miembro activo del Colegio Profesional de Licenciados en Administración.

Experiencia laboral en las áreas de Logística, Operaciones Bancarias y Finanzas en empresas bancarias e industriales. Especialista en gestión de costes financieros, modelamiento de finanzas y simulación de negocios. Ha participado en el desarrollo de proyectos de fortalecimiento y mejoramiento empresarial financiados por el Banco Interamericano de Desarrollo.

Socio de ECITEC S.A. e investigador registrado en ORCID. Ha publicado los siguientes libros: *Manual de las funciones financieras de Excel*; *Tasas, inflación y tipo de cambio*, entre otros. Colaborador en la revista *Pensamiento y Gestión* de la Universidad del Norte, Colombia. En la actualidad, es director de la Unidad de Investigación de la Facultad de Ciencias Administrativas de la Universidad Nacional del Callao.

Carlos Aliaga Calderón

Máster en Gestión Pública por la Universidad de Potsdam (Alemania). Egresado de la maestría en Ciencias, mención en Ingeniería de Sistemas, por la Universidad Nacional de Ingeniería. Diploma de Postgrado en Derecho de las Concesiones y la Infraestructura por la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas. Certificado en Gestión Moderna de Puertos por la UNCTAD (United Nations Conference on Trade and Development). Economista por la Universidad Nacional Mayor de San Marcos.

Gerente general de ECITEC S.A., jefe de contratos portuarios del Organismo Supervisor de la Inversión en Infraestructura de Transporte de Uso Público (OSITRAN). Experiencia profesional en áreas vinculadas a proyectos de inversión pública; endeudamiento público; administración tributaria; créditos, negocios y operaciones bancarias; concesiones de infraestructura de transporte; y auditoría y control gubernamental.

Experiencia como profesor de la Maestría en Gestión Pública y de la Maestría en Gestión de la Inversión Social de la Universidad del Pacífico. Asimismo, docente de la Maestría en Gestión Pública de EUCIM Business School y de la Universidad de San Martín de Porres, entre otros programas universitarios de pregrado y postgrado.

Autor de *Fundamentos de gestión pública* (2011) y *Sistemas de tesorería, endeudamiento y contabilidad: análisis de la administración financiera del sector público* (2015), entre otras publicaciones especializadas en los ámbitos de la gestión pública y finanzas.

*Esta obra se la dedicamos con mucho amor a
nuestra nueva generación, que con fe en Dios
superarán nuestro trabajo: Lía Guadalupe,
Jonathan Valentino, Liam Sebastian, Gabriel
y a las futuras generaciones por llegar.*

► Tabla de contenidos

PREFACIO.....	19
---------------	----

SÍMBOLOS COMUNES Y NOTACIONES	21
-------------------------------------	----

CAPÍTULO 1. INTERÉS Y CUANTÍA	25
--	-----------

1.1 Interés.....	26
1.2 Cuantía.....	29
1.3 Capitalización de interés.....	31
1.4 Período comprendido entre dos fechas.....	32
1.5 Bases para contar días del mes y del año	34
1.6 Horizonte y subhorizonte temporal	36
1.7 Métodos de afectación al interés acumulado y a los fondos, cuando se reduce la cuantía	37
1.8 Diagrama de flujo de caja o de tiempo-valor	39
Preguntas de autoevaluación.....	42
Problemas propuestos	43
Resumen del capítulo.....	45

CAPÍTULO 2. CUANTÍA E INTERÉS SIMPLE	47
---	-----------

2.1 Interés con P constante y j constante	49
2.2 Interés con P constante y j variable.....	54
2.3 Interés con P variable y j constante.....	56
2.4 Interés con P variable y j variable.....	59
2.5 Cuantía con P constante y j constante	62
2.6 Cuantía con P constante y j variable.....	65
2.7 Cuantía con P variable y j constante.....	66
2.8 Cuantía con P variable y j variable	68



2.9 Ecuaciones de equivalencia financiera con tasa j	69
2.10 Problemas resueltos de interés simple	73
Preguntas de autoevaluación	82
Problemas propuestos	83
Resumen del capítulo	89

CAPÍTULO 3. CUANTÍA E INTERÉS COMPUESTO 91

3.1 Cuantía con P constante e i constante	93
3.2 Cuantía con P constante e i variable	98
3.3 Cuantía con P variable e i constante	101
3.4 Cuantía con P variable e i variable	104
3.5 Cuantía compuesta con tasa nominal capitalizable	105
3.6 Interés con P constante e i constante	109
3.7 Interés devengado en el período k	112
3.8 Interés con P constante e i variable	115
3.9 Interés con P variable e i constante	115
3.10 Interés con P variable e i variable	117
3.11 Ecuaciones de equivalencia financiera con tasa i	119
3.12 Comparación del interés simple y compuesto cuando n varía	124
3.13 Problemas resueltos de interés compuesto	126
Preguntas de autoevaluación	130
Problemas propuestos	131
Resumen del capítulo	140

CAPÍTULO 4. DESCUENTO RACIONAL 143

4.1 Descuento	144
4.2 Descuento racional simple con j constante	147
4.3 Descuento racional simple con j variable	150
4.4 Descuento racional compuesto con i constante	153
4.5 Descuento racional compuesto con i variable	156
4.6 Descuento racional compuesto generado en cualquier período de descuento	158
4.7 Descuento racional compuesto con tasa j	159
4.8 Comparación de los descuentos racional simple y compuesto cuando n varía	160
4.9 Problemas resueltos de descuento racional	162
Preguntas de autoevaluación	164
Problemas propuestos	164
Resumen del capítulo	168

CAPÍTULO 5. DESCUENTO BANCARIO 169

5.1 Descuento bancario	170
5.2 Descuento bancario simple con d_n constante	171
5.3 Descuento bancario simple con d_n variable	174



5.4	Descuento bancario compuesto con d_e constante	178
5.5	Descuento bancario compuesto con d_e variable.	182
5.6	Descuento bancario compuesto generado en cualquier período de descuento	185
5.7	Descuento bancario compuesto con d_n	187
5.8	Comparación de los descuentos bancario simple y compuesto cuando n varía	188
5.9	Equivalencia de tasa anticipada y tasa vencida	189
5.10	Problemas resueltos de descuento bancario	195
	Preguntas de autoevaluación	198
	Problemas propuestos	199
	Resumen del capítulo	203
CAPÍTULO 6. DESCUENTO COMERCIAL		205
6.1	Descuento comercial unitario	206
6.2	Descuento comercial sucesivo	206
6.3	Último precio rebajado con descuentos sucesivos	207
6.4	Coste del crédito comercial.	209
	Preguntas de autoevaluación	211
	Problemas propuestos	211
	Resumen del capítulo	212
CAPÍTULO 7. TASAS DE INTERÉS		213
7.1	Tasa de interés	214
7.2	Número de períodos de tasa de interés	216
7.3	Tasa de interés vencida	218
7.4	Tasa de interés anticipada	219
7.5	Tasa nominal y tasa proporcional	221
7.6	Tasa efectiva y tasa equivalente	225
7.7	Tasa nominal con capitalización discreta y continua	228
7.8	Tasa activa y tasa pasiva	228
7.9	Tasas compensatoria, moratoria y legal	229
7.10	Tasas de interés en moneda nacional y en moneda extranjera.	233
7.11	Tasa explícita y tasa implícita o <i>TIR</i>	235
7.12	Tasa de interés real	237
7.13	Tasa de interés al rebatir	240
7.14	Tasa de interés fija y flotante	241
7.15	Tasa de interés combinada	245
7.16	Tasa de interés <i>flat</i>	246
7.17	<i>TCEA</i> y <i>TREA</i>	249
7.18	Problemas resueltos de tasas de interés	254
	Preguntas de autoevaluación	256
	Problemas propuestos	256
	Resumen del capítulo	262



CAPÍTULO 8. CONVERSIONES DE TASAS DE INTERÉS	263
8.1 Conversión de una tasa nominal en tasa efectiva	264
8.2 Conversión de una tasa j con capitalización continua, en una tasa i	268
8.3 Conversión de una tasa efectiva i de un período en otra tasa efectiva i' equivalente de diferente período	272
8.4 Conversión de una tasa efectiva i en una tasa nominal j	276
8.5 Conversión de una tasa de interés simple en una tasa de interés compuesto.	278
8.6 Conversión de las tasas vencidas en las tasas anticipadas y viceversa	279
8.7 Problemas resueltos de conversiones de tasas	284
Preguntas de autoevaluación	289
Problemas propuestos	290
Resumen del capítulo.	295
CAPÍTULO 9. TASA DE INFLACIÓN	297
9.1 Inflación	298
9.2 Tasa de inflación	300
9.3 Tasa de interés real	303
9.4 Tasa de interés efectiva corriente o inflada.	306
9.5 Inflación y cambio de precios	308
9.6 Problemas resueltos de tasa de inflación.	316
Preguntas de autoevaluación	322
Problemas propuestos	322
Resumen del capítulo.	328
CAPÍTULO 10. ANUALIDADES	329
10.1 Flujos financieros y flujos de caja	330
10.2 Periodicidades de flujos y anualidades	331
10.3 Clasificación de las anualidades	333
Preguntas de autoevaluación	338
Problemas propuestos	338
Resumen del capítulo.	339
CAPÍTULO 11. ANUALIDADES VENCIDAS	341
11.1 Cuantía de una anualidad simple vencida.	342
11.2 Valor presente de una anualidad simple vencida	346
11.3 Rentas uniformes vencidas	352
11.4 Renta uniforme vencida a partir de S	352
11.5 Renta uniforme vencida a partir de P	356
11.6 n en una anualidad simple vencida	359
11.7 Factores financieros.	366
11.8 Problemas resueltos de anualidades vencidas	368
Preguntas de autoevaluación	376
Problemas propuestos	377
Resumen del capítulo.	383



CAPÍTULO 12. ANUALIDADES ANTICIPADAS 385

12.1	Anualidad anticipada	386
12.2	Cuantía de una anualidad simple anticipada	387
12.3	Valor presente de una anualidad simple anticipada	390
12.4	Rentas uniformes anticipadas	392
12.5	Renta uniforme anticipada a partir de S	393
12.6	Renta uniforme anticipada a partir de P	395
12.7	n en una anualidad anticipada	397
12.8	Problemas resueltos de anualidades anticipadas	403
	Preguntas de autoevaluación	408
	Problemas propuestos	409
	Resumen del capítulo	412

CAPÍTULO 13. ANUALIDADES DIFERIDAS 413

13.1	Anualidad simple diferida	414
13.2	Cuantía de una anualidad simple diferida	415
13.3	Valor presente de una anualidad simple diferida vencida	416
13.4	Valor presente de una anualidad simple diferida anticipada	418
13.5	Renta uniforme diferida a partir de S	419
13.6	Renta uniforme diferida a partir de P	420
13.7	k y n en una anualidad simple diferida	424
13.8	Problemas resueltos de anualidades diferidas	426
	Preguntas de autoevaluación	434
	Problemas propuestos	435
	Resumen del capítulo	439

CAPÍTULO 14. ANUALIDADES GENERALES 441

14.1	Anualidad general	442
14.2	Cuantía de una anualidad general	444
14.3	Valor presente de una anualidad general	447
14.4	Rentas de una anualidad general	450
14.5	Factores de distribución y agrupamiento	453
14.6	i o TIR en anualidades simples y generales	457
14.7	Problemas resueltos de anualidades generales	463
	Preguntas de autoevaluación	474
	Problemas propuestos	475
	Resumen del capítulo	484

**CAPÍTULO 15. GRADIENTES**

485

15.1	Gradientes	487
15.2	Valor presente de una anualidad de gradientes uniformes convencionales	491
15.3	Valor presente de anualidad de gradientes uniformes desfasados	494
15.4	Renta uniforme equivalente de anualidad de gradientes uniformes	495
15.5	Valor futuro de anualidad de gradientes uniformes convencionales y desfasados	497
15.6	Valor presente de anualidad con rentas que varían en progresión geométrica	500
15.7	Valor futuro de una anualidad con rentas que varían en progresión geométrica	505
15.8	Gradientes uniformes variables aritméticamente cada m número de rentas	507
15.9	Cuotas variables geométricamente cada m número de rentas	515
15.10	Problemas resueltos de gradientes	518
	Preguntas de autoevaluación	528
	Problemas propuestos	529
	Resumen del capítulo	536

CAPÍTULO 16. PERPETUIDADES

537

16.1	Perpetuidad	538
16.2	Cuantía de una perpetuidad	540
16.3	Valor presente de una perpetuidad simple vencida	540
16.4	Valor presente de una perpetuidad simple anticipada	543
16.5	Valor presente de una perpetuidad cuyas rentas vencidas crecen con una tasa g ($i > g$)	544
16.6	Valor presente de una anualidad cuyas rentas crecen con una tasa g ($i = g$) y es posible determinar el número de rentas	547
16.7	Valor presente de una perpetuidad simple anticipada cuya renta inicial es distinta de las demás	548
16.8	Valor presente de una perpetuidad simple diferida vencida	549
16.9	Valor presente de una perpetuidad simple diferida anticipada	550
16.10	Valor presente de una perpetuidad cuyas rentas vencidas se realizan cada cierto número de períodos de tasa	551
16.11	Renta perpetua vencida	552
16.12	Renta perpetua anticipada	553
16.13	i o TIR en una perpetuidad	554
16.14	Coste capitalizado	555
16.15	Coste capitalizado cuando F es igual que W	556
16.16	Problemas resueltos de perpetuidades	558
	Preguntas de autoevaluación	563
	Problemas propuestos	563
	Resumen del capítulo	567



CAPÍTULO 17. AMORTIZACIÓN DE PRÉSTAMOS 569

17.1	Amortización de préstamos	570
17.2	Tabla referencial de amortización o de servicio de la deuda	572
17.3	Elementos de la tabla de amortización	573
17.4	Principio de equivalencia financiera	574
17.5	Interés al rebatir (simple y compuesto) en préstamos amortizables	575
17.6	Interés moratorio de cuotas vencidas	577
17.7	Pagos de cuotas antes de su fecha de vencimiento	580
17.8	Pagos de mayor importe que la cuota vencida	583
17.9	Problemas resueltos de amortización de préstamos	584
	Preguntas de autoevaluación	591
	Problemas propuestos	592
	Resumen del capítulo	594

CAPÍTULO 18. CUOTAS UNIFORMES VENCIDAS EN PERÍODOS UNIFORMES 595

18.1	Cuotas uniformes vencidas en periodos uniformes	596
18.2	Cuota principal CP en cuotas uniformes vencidas	597
18.3	Cuota interés CI en cuotas uniformes vencidas	601
18.4	Saldo insoluto o deuda residual S_N en cuotas uniformes vencidas	603
18.5	Deuda Extinguida (DE) en cuotas uniformes vencidas	605
18.6	Problemas resueltos de cuotas uniformes vencidas en periodos uniformes	608
	Preguntas de autoevaluación	616
	Problemas propuestos	617
	Resumen del capítulo	622

CAPÍTULO 19. CUOTAS UNIFORMES VENCIDAS CON DESEMBOLSOS PARCIALES Y VARIACIONES DE TASA 623

19.1	Cuotas uniformes vencidas con desembolsos parciales	624
19.2	Cuota uniforme con desembolsos parciales antes del vencimiento de la cuota 1	624
19.3	Cuota uniforme con desembolsos parciales después del vencimiento de la cuota 1	626
19.4	Cuotas uniformes vencidas con variaciones de tasas	629
19.5	Valor presente de cuotas de un préstamo con tasa variable	631
19.6	Problemas resueltos de cuotas uniformes vencidas con desembolsos parciales	631
	Preguntas de autoevaluación	635
	Problemas propuestos	635
	Resumen del capítulo	636

**CAPÍTULO 20. CUOTAS UNIFORMES VENCIDAS CON *IGV*** 637

20.1 Cuotas uniformes con <i>IGV</i> en la cuota interés	638
20.2 Tabla de amortización con <i>IGV</i> en la cuota interés	639
20.3 Tasa de interés verdadera de un préstamo con cuotas uniformes con <i>IGV</i>	639
20.4 Problemas resueltos de cuotas uniformes vencidas con <i>IGV</i>	640
Preguntas de autoevaluación	642
Problemas propuestos	642
Resumen del capítulo	642

CAPÍTULO 21. CUOTAS UNIFORMES VENCIDAS CON CUOTAS DOBLES O CERO, EN CUALQUIER NÚMERO DE CUOTA 643

21.1 Cuotas uniformes vencidas con cuotas dobles o triples en cualquier número de cuota	644
21.2 Cuotas uniformes vencidas con cuotas cero en cualquier número de cuota	646
21.3 Problemas resueltos de cuotas uniformes vencidas con cuotas dobles, triples o cero	647
Preguntas de autoevaluación	649
Problemas propuestos	649
Resumen del capítulo	650

CAPÍTULO 22. CUOTAS UNIFORMES VENCIDAS SIN PAGO DE FONDOS EN LAS PRIMERAS CUOTAS 651

22.1 Cuotas uniformes vencidas sin pago de fondos en las primeras cuotas	652
22.2 Problema resuelto de cuota uniforme vencida sin pago de fondos en las primeras cuotas	653
Problemas propuestos	654

CAPÍTULO 23. CUOTAS UNIFORMES VENCIDAS EN PERÍODOS VARIABLES 655

23.1 Períodos variables	656
23.2 <i>FRC'</i> para períodos variables	657
23.3 Tabla de amortización del préstamo en períodos variables	658
23.4 Problemas resueltos de cuotas uniformes vencidas en períodos variables	660
Preguntas de autoevaluación	661
Problemas propuestos	661
Resumen del capítulo	662

CAPÍTULO 24. CUOTAS UNIFORMES ANTICIPADAS EN PERÍODOS UNIFORMES 663

24.1 Cuotas uniformes anticipadas en períodos uniformes	664
24.2 Tabla de amortización del préstamo con cuotas uniformes anticipadas	664
24.3 Préstamo bruto <i>PB</i> y préstamo neto <i>PN</i> con cuotas uniformes anticipadas	666
24.4 Problemas resueltos de cuotas uniformes anticipadas en períodos uniformes	668
Preguntas de autoevaluación	670
Problemas propuestos	670
Resumen del capítulo	671



CAPÍTULO 25. CUOTAS UNIFORMES CON PERÍODOS DIFERIDOS	673
25.1 Cuotas uniformes diferidas vencidas	674
25.2 Cuotas uniformes diferidas anticipadas	675
25.3 Problemas resueltos de cuotas uniformes con períodos diferidos	677
Preguntas de autoevaluación	679
Problemas propuestos	679
Resumen del capítulo	681
CAPÍTULO 26. CUOTAS DE FONDOS UNIFORMES	683
26.1 Cuota de fondos uniformes en períodos uniformes	684
26.2 Cuota de fondos uniformes en períodos variables	685
26.3 Problemas resueltos de cuotas de fondos uniformes	686
Preguntas de autoevaluación	687
Problemas propuestos	687
Resumen del capítulo	688
CAPÍTULO 27. CUOTAS DE INTERÉS UNIFORME Y NO UNIFORME	689
27.1 Cuota de interés uniforme en períodos uniformes	690
27.2 Cuotas de interés no uniforme	690
27.3 Problemas resueltos de cuotas de interés uniforme y no uniforme	691
Preguntas de autoevaluación	693
Problemas propuestos	693
Resumen del capítulo	694
CAPÍTULO 28. CUOTAS VARIABLES ARITMÉTICAMENTE	695
28.1 Cuotas variables aritméticamente	696
28.2 Cuota base del préstamo con cuotas variables aritméticamente	696
28.3 Gradiente aritmético convencional y no convencional	698
28.4 Otros gradientes aritméticos no convencionales	701
28.5 Cuota base con gradiente uniforme aritmético convencional negativo	702
28.6 Cuota base con gradiente positivo de un préstamo con cuotas variables aritméticamente cada m número de cuotas	703
28.7 Cuota base con gradiente negativo de un préstamo con cuotas variables aritméticamente cada m número de cuotas	705
28.8 P y G en cuotas variables aritméticamente cada m número de cuotas	706
28.9 Problemas resueltos de cuotas variables aritméticamente	708
Preguntas de autoevaluación	716
Problemas propuestos	717
Resumen del capítulo	719

**CAPÍTULO 29. CUOTAS VARIABLES GEOMÉTRICAMENTE** 721

29.1 Cuota base de un préstamo con cuotas variables crecientes geométricamente.	722
29.2 Cuota base de un préstamo con cuotas variables decrecientes geométricamente.	723
29.3 Importe del préstamo en un sistema de cuotas variables geométricamente	725
29.4 Cuota base creciente geométricamente cada m número de cuotas	726
29.5 Cuota base decreciente geométricamente cada m número de cuotas	728
29.6 Problemas resueltos de cuotas variables geométricamente	729
Preguntas de autoevaluación	736
Problemas propuestos	737
Resumen del capítulo.	738

CAPÍTULO 30. PRÉSTAMOS POR SUMA DE DÍGITOS 739

30.1 Suma de dígitos	740
30.2 Suma de dígitos que generan cuotas crecientes	741
30.3 Suma de dígitos que generan cuotas decrecientes	742
30.4 Problemas resueltos de préstamos por suma de dígitos	742
Preguntas de autoevaluación	744
Problemas propuestos	744
Resumen del capítulo.	744

CAPÍTULO 31. PRÉSTAMOS DE VALOR ADQUISITIVO CONSTANTE (VAC) 745

31.1 Préstamos VAC	746
31.2 Préstamo VAC con cuotas principales uniformes.	750
31.3 Préstamo VAC con cuotas uniformes	751
31.4 Problemas resueltos de préstamos VAC	754
Preguntas de autoevaluación	757
Problemas propuestos	757
Resumen del capítulo.	759



CAPÍTULO 32. FONDOS DE AMORTIZACIÓN	761
32.1 Fondo de amortización	762
32.2 Tabla de acumulación de un fondo de amortización	763
32.3 Fondo acumulado con cuotas uniformes anticipadas.	764
32.4 Fondo acumulado con cuotas uniformes vencidas.	765
32.5 Fondo acumulado con cuotas uniformes en períodos variables	766
32.6 Problemas resueltos de fondo de amortización	768
Preguntas de autoevaluación	771
Problemas propuestos	771
Resumen del capítulo.	774
RESPUESTAS A PROBLEMAS IMPARES.	775
RESUMEN DE FÓRMULAS	785
ÍNDICE TEMÁTICO	803
GLOSARIO	809
BIBLIOGRAFÍA	815

► Prefacio

Tenemos el agrado de presentarles el libro *Matemáticas financieras*, que tiene sus orígenes en noviembre del año 1991, cuando divulgamos nuestro primer trabajo, *Cálculo financiero: operaciones activas*. Este libro fue la base de las cuatro ediciones del *Manual de matemática financiera: texto problemas y casos*, publicadas por la Universidad del Pacífico desde diciembre de 1994 hasta marzo de 2001, cada una de las cuales fue aumentada y corregida. En el año 2002, dicho *Manual* fue publicado por Pearson Educación de Colombia Ltda. para todo Perú y Latinoamérica con el nombre de *Matemáticas financieras: un enfoque práctico*.

Desde sus orígenes en el año 1991 hasta la actualidad, en esta edición que reúne, aumenta y corrige todas las anteriores, hemos tratado de mejorar su contenido y adaptarlo a las necesidades de cualquier persona que requiera efectuar cálculos financieros, con el objetivo de tomar decisiones de inversión o de financiamiento, determinar costes y rentabilidades de cualquier operación que involucre capitales y tasas de rendimientos financieros.

El desarrollo de los capítulos tiene un nivel de complejidad creciente; la comprensión de cada tema facilitará la interpretación del siguiente tema de estudio. Cada capítulo presenta sus objetivos, la nueva simbología que se utiliza, los puntos a tratar, el desarrollo de la parte teórica, ejemplos y problemas de aplicación práctica resueltos, un listado de fórmulas, problemas propuestos con el objeto de que el lector compruebe su nivel de aprendizaje y un resumen general. Para una mejor didáctica puede dividirse el contenido en cuatro partes: “Interés y descuento”, “Tasas e inflación”, “Anualidades y perpetuidades” y se concluye con “Amortizaciones de préstamos”.

La primera parte, “Interés y descuento”, que va del capítulo 1 al 6, introduce al lector en el cálculo financiero con las operaciones monocapitalizadas y multicapitalizadas de interés simple, de interés compuesto y de descuento. Para el cálculo del interés simple y de la cuantía compuesta se presentan cuatro casos de aplicación. Las operaciones de financiamiento a través del descuento simple y compuesto se realizan para su cálculo racional, que utilizan tasas nominales y tasas efectivas. El descuento bancario simple y compuesto se desarrolla con tasas anticipadas nominales y tasas



efectivas respectivamente. Esta parte se concluye con el descuento comercial que constituye rebajas sobre el precio facturado por empresas que no pertenecen al sistema financiero.

La segunda parte, “Tasas e inflación”, que va desde el capítulo 7 hasta el capítulo 9, analiza las principales tasas que utiliza el sistema financiero y se aplican a las operaciones activas y pasivas de los bancos, incluye la tasa de interés compensatorio, moratorio, y la tasa de interés en moneda nacional de operaciones en moneda extranjera. Se dedica todo un capítulo para las conversiones de tasas nominales en efectivas y viceversa, tasas efectivas en equivalentes, tasas vencidas en anticipadas y la conversión de tasas nominales con capitalización continua en tasas efectivas. Dado que la inflación es un fenómeno que se presenta en todas las economías, se desarrolla la tasa de inflación, la tasa de interés real, y la tasa de inflación y cambio de precios.

La tercera parte, “Anualidades y perpetuidades”, que va del capítulo 10 hasta el 16, abarca la teoría de rentas que forman las anualidades vencidas, anticipadas y diferidas. Una anualidad es una periodicidad constituida por flujos de caja uniformes, cuyos períodos de tasas pueden coincidir con los períodos de renta; cuando esto sucede se denominan simples, de lo contrario se llaman anualidades generales. Las rentas pueden variar en progresión aritmética o en progresión geométrica, que se evalúan como anualidades con gradientes y sirven de sustento para diversos productos financieros. En esta parte también se trabajan las perpetuidades, cuando el número de rentas tienden hacia infinito, que tienen múltiples aplicaciones, especialmente en la evaluación de proyectos y de acciones.

La cuarta parte, “Amortizaciones”, que va del capítulo 17 al 32, abarca los diferentes sistemas de préstamos y de fondos de amortización. Se presenta el sistema de cuotas uniformes vencidas en períodos uniformes, el sistema de cuotas uniformes vencidas con desembolsos parciales, el sistema de cuotas uniformes vencidas con variaciones de tasas, el sistema de cuotas uniformes vencidas con el Impuesto General a las Ventas (*IGV* o *IVA*) sobre los intereses, el sistema de cuotas uniformes vencidas con cuotas dobles o triples en cualquier número de cuotas, el sistema de cuotas uniformes vencidas con cuotas cero en cualquier número de cuota, el sistema de cuotas uniformes vencidas sin pago de principal o fondos en las primeras cuotas, el sistema de cuotas uniformes vencidas en períodos variables, además de diversos sistemas de amortización de préstamos con cuotas uniformes anticipadas y cuotas diferidas. Se trabaja el sistema de cuotas de principal (o fondos) uniforme y de interés uniforme y no uniforme. Se culmina el trabajo de amortización con cuotas variables aritméticamente y cuotas variables aritméticamente cada m número de cuotas. Del mismo modo se trabaja las cuotas variables geométricamente, cuotas variables geométricamente cada m número de cuotas, y los sistemas de préstamos por suma de dígitos y préstamos de valor adquisitivo constante. Se concluye esta cuarta parte con las aplicaciones de fondos de amortización.

Los autores

► Símbolos comunes y notaciones

b	Momento que se escoge como base para expresar um corrientes en um reales.
C_0	Valor original de una variable en el momento 0.
C_n	Valor original de una variable en el momento n .
COK	Tasa de coste de oportunidad del capital.
D	Descuento racional, el mismo que puede ser simple o compuesto. Deuda: bonos o préstamos de largo plazo.
D_B	Descuento bancario simple o compuesto. Es simple cuando la tasa es d_n y compuesto cuando la tasa es d_e .
D_c	Descuento comercial.
d	Tasa de interés anticipada. Tasa de interés anticipada de descuento comercial.
d_a	Tasa de descuento comercial acumulado.
d_n	Tasa anticipada nominal aplicable sobre S .
d_e	Tasa de interés anticipada efectiva aplicable sobre S .
ERR	<i>External Rate of Return</i> , tasa externa de retorno.
e	Base los logaritmos naturales cuyo valor es aproximadamente 2,718 281 828.
F	Periodo de la tasa de interés nominal.
FF	Fecha Focal.
F_k	Periodo de la tasa de interés nominal en el k -ésimo subhorizonte del horizonte temporal.
FAS	Factor de Actualización de la Serie.
$FASG$	Factor de Actualización de la Serie de Gradientes uniformes.
FC	Flujo de caja neto de un proyecto, resultado de la diferencia de beneficios y costes.
f	Plazo del periodo capitalizable.
f_k	Duración del periodo de cada tasa i_k .
FC_r	Flujo de caja real.



FC_c	Flujo de caja corriente.
FSA	Factor Simple de Actualización.
FSC	Factor Simple de Capitalización.
FCS	Factor de Capitalización de la Serie uniforme.
$FCSG$	Factor de Capitalización de la Serie de Gradientes uniformes.
$FDFA$	Factor de Depósito al Fondo de Amortización.
FRC	Factor de Recuperación del Capital.
$FRCG$	Factor de Recuperación del Capital de Gradientes uniformes.
G	Gradiente uniforme.
g	Razón de variación geométrica de rentas o flujos de caja.
H	Plazo del horizonte temporal. Es el plazo de vida de la cuenta, tiempo comprendido entre la fecha de apertura y la fecha de cierre de la misma. Por ejemplo, si un importe de dinero se coloca en una cuenta a plazo fijo trimestral, $H = 90$ días.
h	Plazo del subhorizonte temporal uniforme. Por ejemplo, si se coloca en un banco un importe a un plazo fijo de un año cuyos intereses se pagan mensualmente, entonces $H = 360$ días puede ser dividido en 12 periodos uniformes, en tal caso $h = 30$ días.
h_k	Plazo del k -ésimo subhorizonte del horizonte temporal. Período en el que es válido una tasa j_k . Duración de cada subhorizonte temporal. Número de días de vigencia de cada flujo de caja.
I	Interés acumulado (variable de <i>stock</i>). Inversión o coste de inversión.
I_c	Interés compensatorio.
i_f	Tasa efectiva inflada que evalúa precios corrientes o nominales.
I_m	Interés moratorio.
$I_{k'}$	Interés compuesto devengado en el k -ésimo período.
I_{kd}	Interés devengado en el k -ésimo período (variable de flujo).
I_k	Interés al final del k -ésimo período (variable de <i>stock</i>). <i>Stock</i> o acumulación de interés al final del k -ésimo período.
IPC	Índice de Precios al Consumidor.
IPM	Índice de Precios al por Mayor.
IP_0	Índice de precios cuando la base $b = 0$.
IP_n	Índice de precios en el momento n .
IR	Impuesto a la Renta.
IRR	<i>Internal Rate of Return</i> , <i>TIR</i> .
ITM	Interés Total de una deuda en Moratoria.
i	Tasa de interés efectiva vencida aplicable sobre P . Tasa de interés efectiva de un período.
i'	Tasa efectiva equivalente de una tasa efectiva i proporcionada como dato.
$\tilde{i}$	Tasa efectiva que se obtuvo con una tasa nominal capitalizada continuamente. Por ejemplo, $\overline{TEA}$ es una <i>TEA</i> resultado de una <i>TNA</i> con capitalización continua.
i_a	Tasa de interés efectiva acumulada.
i_c	Tasa de interés compensatorio.
i_f	Tasa de interés efectiva corriente o inflada.
i_k	Tasa de interés efectiva vigente durante el k -ésimo subhorizonte del horizonte temporal.
i_m	Tasa de interés moratorio.



i_{tm}	Tasa de interés total en moratoria.
j	Tasa de interés nominal cuyo período puede coincidir o no con el horizonte temporal de la operación.
j_k	Tasa de interés nominal del k -ésimo subhorizonte del horizonte temporal.
k	Momento del período de evaluación. Número entero no negativo que representa un período de tasa de interés dentro del horizonte temporal. En una anualidad simple diferida es el número de períodos de renta existentes en su subhorizonte temporal diferido.
k_d	Tasa de coste de la deuda antes de los impuestos.
Ln	Símbolo de logaritmo natural.
M	Momento del tiempo designado con un número igual al número de períodos de tasa existentes desde el inicio del horizonte temporal hasta que se produce dicho momento. En virtud de esta definición, en cualquier anualidad simple el momento inicial es igual que 0, mientras que el momento final es igual que n .
ME	Moneda Extranjera.
MN	Moneda Nacional.
m	Número de capitalizaciones de la tasa j en su plazo. Razón del período de j al período de capitalización $(F \div f)$. Por ejemplo, si se tiene una TNT capitalizable mensualmente, $m = 90 \div 30 = 3$.
N°	Ordinal de una cuota determinada en una anualidad. Así, para la primera cuota su ordinal será $N^\circ = 1$; para la segunda será $N^\circ = 2$ y así sucesivamente hasta la última cuota, cuyo ordinal será $N^\circ = n_c$.
n	Número de períodos de la tasa j en el horizonte temporal. Número de períodos capitalizables; es la relación $\frac{H}{f}$. Número de períodos de la tasa i en el horizonte temporal. Número de rentas en una anualidad simple.
n_c	Número de rentas o cuotas en el caso de una anualidad simple.
n_k	Número de períodos de la tasa i_k o la tasa j_k en el k -ésimo subhorizonte del horizonte temporal.
P_k	Principal o fondos al final de los k primeros períodos, valor presente.
P	Principal o fondos (variable de <i>stock</i>). Parte de la cuantía que no corresponde al interés. Valor presente del título-valor en el descuento racional. Valor presente.
P_G	Valor presente de una anualidad cuyas rentas varían en progresión aritmética.
P_g	Valor presente de una anualidad cuyas rentas varían en progresión geométrica.
Per	Período de tasa.
$Per j$	Período de tasa de interés simple.
$Per i$	Período de tasa de interés compuesto.
PV	Precio de venta en el descuento comercial.
PR	Precio rebajado en el descuento comercial.
R	Renta uniforme vencida, flujo de caja uniforme. Cuota base.
R_a	Renta uniforme anticipada.
R_k	Variación en la cuantía de la operación producida al final de los k subhorizontes, que no corresponde a la capitalización de intereses, depósitos o retiradas.
r	Tasa real. Símbolo de la tasa interna de retorno en una ecuación de equivalencia financiera.
r_k	Tasa de rentabilidad si sucede el evento k .



S	Saldo final de efectivo o cuantía (variable de <i>stock</i>). Es la suma del principal (o fondos) y el interés acumulado. Valor nominal del título-valor, valor futuro.
S_k	Cuantía al final del k -ésimo período, valor futuro. Cuantía compuesta al final del k -ésimo período.
T	Tasa.
$TAMN$	Tasa Activa en Moneda Nacional.
$TAMEX$	Tasa Activa en Moneda Extranjera.
TE	Tasa Efectiva i , que puede corresponder a cualquier período; por ejemplo TEA = Tasa Efectiva Anual; TEC = Tasa Efectiva Cuatrimestral; etc.
TER	Tasa Externa de Retorno.
$TIPMN$	Tasa de Interés Pasiva en Moneda Nacional.
$TIPMEX$	Tasa de Interés Pasiva en Moneda Extranjera.
TIR	Tasa Interna de Retorno.
TN	Tasa Nominal j , que puede corresponder a cualquier período; por ejemplo TNA = Tasa Nominal Anual; TNC = Tasa Nominal Cuatrimestral; etc.
um	Unidades monetarias.
$VANE$	Valor Actual Neto Económico.
$VANF$	Valor Actual Neto Financiero.
VC	Valor Contable de Activos.
VL	Valor en Libros, valor contable de los activos de un proyecto.
z	Número de subhorizontes, en cada uno de los cuales la tasa de interés nominal no sufre variaciones antes del final del mismo. Número de subhorizontes.
π	Tasa de inflación.
π'	Tasa de inflación equivalente.

► Interés y cuantía

En el presente capítulo se explican los conceptos básicos para la comprensión de los siguientes capítulos, como *interés* y *monto* o *cuantía*, así como el proceso para calcular el plazo comprendido entre dos fechas de un *horizonte temporal*.

Objetivos del capítulo

Al terminar de estudiar este capítulo, el lector estará capacitado para:

- 1.1 Definir el interés a partir del importe inicial de una cuenta que devenga una tasa de interés en un período determinado.
- 1.2 Obtener la cuantía de una cuenta cuando se conoce el importe inicial y el interés acumulado.
- 1.3 Conocer el significado de *capitalización de interés*, que da origen a los regímenes monocapitalizado y multicapitalizado.
- 1.4 Calcular el plazo comprendido entre dos fechas, con base en el método de los días finales.
- 1.5 Aplicar diversas bases para contar días de meses y de años.
- 1.6 Definir un horizonte y subhorizonte temporales.
- 1.7 Aplicar los métodos *PPLI* (Primero Principal Luego Interés) y *PILP* (Primero Interés Luego Principal).
- 1.8 Dibujar diagramas de flujo de caja o de tiempo-valor.



1.1 Interés

Una colocación de capitales financieros, o de captación de ellos, es toda acción en la que se produce un intercambio de capitales de vencimientos no simultáneos; los cuales llevan implícitamente una equivalencia entre el valor financiero de los intercambios en relación con una fecha de referencia. En una operación financiera de este tipo, el prestamista suele otorgar al prestatario un importe denominado *principal* (o *fondos*) exigible al finalizar determinado horizonte temporal; además de la devolución del principal (o fondos), se cobra un importe adicional llamado *interés*. El interés entonces corresponde:

- ▶ Al precio del uso del capital ajeno durante un determinado intervalo de tiempo.
- ▶ Al beneficio que se obtiene por la colocación del principal o fondos representado por un *stock* de efectivo; o recíprocamente, al coste que asume el prestatario por usar ese principal durante el referido intervalo temporal.

El interés es la ganancia de un capital financiero en un plazo determinado. Es preciso distinguir entre el *interés devengado* en un período y el *interés acumulado* hasta un momento determinado. El primero es un flujo producido en el referido período. El segundo es la acumulación de intereses devengados que aún se mantienen impagos. En adelante, salvo indicación contraria, el término interés hará referencia a interés acumulado.

El *interés devengado* en un período es una variable de flujo. El *interés acumulado* hasta un momento determinado es una variable de *stock*.

Los fondos y el interés acumulado se registran en una cuenta. El saldo de la cuenta, que viene a ser la suma de los fondos y del interés acumulado, se denomina *monto* o *cuantía*. De lo anterior se deduce que el interés acumulado es la diferencia entre la cuantía y los fondos. El monto o cuantía de la cuenta puede variar por cambios en el principal o fondos o por cambios en el interés acumulado. En este capítulo, excepto en el estudio de los métodos de afectación a los fondos y al interés acumulado, cuando se reduce la cuantía, se supone la invariabilidad de los fondos durante la vigencia de la cuenta.

La FIGURA 1.1 ilustra que, en el momento de apertura de la cuenta, la cuantía y los fondos coinciden, puesto que no se ha generado interés. En el momento del cierre, la cuantía supera a los fondos como resultado de añadir el interés. El intervalo de tiempo entre el momento de apertura y el momento de cierre se denomina *horizonte temporal*.

Para que se genere interés, la condición *sine qua non* es el tiempo; por este motivo, el interés anticipado es una ficción matemática producida por una “tasa anticipada” o “adelantada” a ser tratada en detalle en el capítulo correspondiente al descuento bancario.

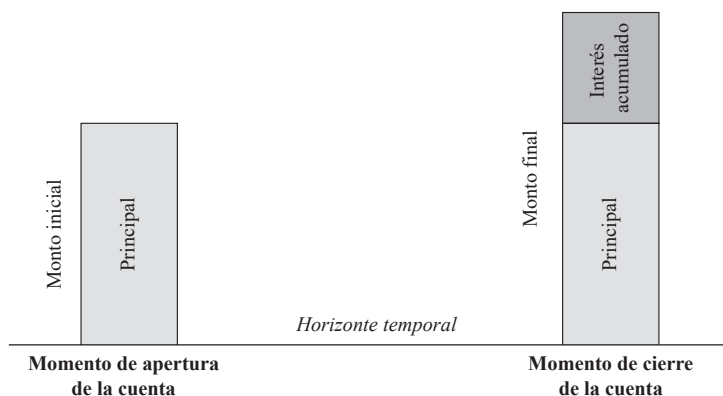


FIGURA 1.1 Variación de la cuantía como resultado de la generación de interés.

El interés acumulado de una cuenta, representado por la letra i , está en función de múltiples variables, entre las cuales se encuentran:

- ▶ El importe del principal (o fondos) colocado o invertido.
- ▶ El horizonte temporal; a mayor tiempo mayor interés para un mismo principal positivo y una misma tasa de interés positiva.
- ▶ El riesgo de la operación; se supone que a un mayor riesgo le corresponde una mayor tasa de interés que genera un mayor interés.
- ▶ Otras variables de carácter económico, político, social, etc.

Como consecuencia, el interés acumulado es función de los fondos, del horizonte temporal, del riesgo y de otras variables relacionadas no contempladas anteriormente.

$$I = f(\text{principal; horizonte temporal; tasa de interés, riesgo; otras variables}) \quad (\text{i})$$

El riesgo y las otras variables de cada período se reflejan en la tasa de interés periódica (explícita o implícita):

$$I = f(\text{principal; horizonte temporal; tasa de interés periódica}) \quad (\text{ii})$$

Esta última variable puede ser una tasa nominal, representada por j , utilizada en el régimen de interés simple, o una tasa efectiva, representada por i , utilizada en el régimen de interés compuesto. Alternativamente, puede trabajarse con la *tasa efectiva acumulada*, simbolizada i_a , que refleja el efecto de la tasa de interés periódica (sea nominal o efectiva) durante todo el horizonte temporal, con lo cual la expresión (ii) se convierte en:

$$I = f(\text{fondos; tasa efectiva acumulada})$$

Por ejemplo, dada una cuenta bajo un régimen de interés compuesto con un horizonte temporal semestral, si se eligiera el mes como período de trabajo, entonces i sería una tasa efectiva mensual mientras que i_a sería una tasa efectiva semestral; si se eligiera el bimestre como período de trabajo, sin alterar el horizonte temporal, entonces i sería una tasa efectiva bimestral, pero i_a seguiría siendo una tasa efectiva semestral.



Si se asume que:

- ▶ durante el horizonte temporal y después de la apertura no se realizan depósitos ni retiradas,
- ▶ el principal o fondos, representado por P , se mantiene constante, el interés acumulado puede calcularse con la siguiente fórmula:

$$I = P i_a \quad (1.1)$$

Las fórmulas para las variables i_a y P , cuando dichas variables son distintas de cero, deducibles a partir de la fórmula (1.1), se presentan a continuación:

$$i_a = \frac{I}{P} \quad (1.2)$$

$$P = \frac{I}{i_a} \quad (1.3)$$

Las fórmulas (1.1), (1.2) y (1.3) son válidas para cuentas bajo regímenes de interés monocapitalizado (como el que se presenta en el interés simple) y para aquellas bajo regímenes de interés multicapitalizado (como el que se presenta en el interés compuesto), bajo los supuestos establecidos anteriormente, los cuales se asumen también en los siguientes ejemplos.

EJEMPLO 1.1 INTERÉS ACUMULADO

Una persona colocó durante 3 meses en el Banco de los Andes unos fondos de 15 000 um (unidades monetarias). La tasa de interés acumulada fue de 0,04; ¿Cuánto interés se acumuló al final de dicho plazo?

▶ SOLUCIÓN

$I = ?$	$P = 15\,000$	$i_a = 0,04$
$I = P i_a$	$I = 15\,000 \times 0,04 = 600$	

El interés acumulado fue de 600 um.

EJEMPLO 1.2 TASA DE INTERÉS ACUMULADA

Un préstamo de 50 000 um generó un interés de 2 500 um en un horizonte temporal semestral, ¿cuál fue la tasa de interés acumulada en esa operación?

▶ SOLUCIÓN

$i_a = ?$	$I = 2\,500$	$P = 50\,000$
$i_a = \frac{I}{P}$	$i_a = \frac{2\,500}{50\,000} = 0,05$	

La tasa de interés acumulada es 0,05, que es equivalente a 5%. Debido a que el horizonte es semestral, dicha variable es una tasa efectiva semestral.



EJEMPLO 1.3 CÁLCULO DE LOS FONDOS

Al final del horizonte temporal semestral de una cuenta se acumuló un interés de 2 800 um. La tasa de interés acumulada fue de 0,05. ¿Cuál fue el importe del depósito inicial?

► SOLUCIÓN

$$P = ? \qquad I = 2\,800 \qquad i_a = 0,05$$

$$P = \frac{I}{i_a} \qquad P = \frac{2\,800}{0,05} = 56\,000$$

El depósito inicial fue de 56 000 um.

1.2 Cuantía

El *monto* (o *cuantía*) o valor futuro S de una cuenta está formado por los fondos y el interés acumulado generado en función de la tasa de interés acordada entre el deudor y el acreedor. Si se conocen los fondos y el interés acumulado hasta determinado momento, la cuantía en dicho momento puede calcularse con la siguiente fórmula:

$$S = P + I \qquad (1.4)$$

La fórmula (1.4) obtiene la cuantía en función de los fondos y del interés acumulado en la cuenta, hasta un determinado momento del horizonte temporal. Las fórmulas para las variables P e i , deducidas a partir de (1.4), se presentan a continuación:

$$P = S - I \qquad (1.5)$$

$$I = S - P \qquad (1.6)$$

Las fórmulas (1.4), (1.5) y (1.6) son válidas para cuentas bajo regímenes de interés monocapitalizado (interés simple) y para aquellas bajo regímenes de interés multicapitalizado (interés compuesto).

Al reemplazar (1.6) en (1.2) se obtiene: $i_a = \frac{I}{P} = \frac{S - P}{P} = \frac{S}{P} - \frac{P}{P}$.

$$i_a = \frac{S}{P} - 1 \qquad (1.7)$$

La fórmula (1.7) calcula la tasa de interés efectiva acumulada en determinado horizonte temporal, en función de los fondos y de la cuantía.

En el momento de apertura de la cuenta, el interés acumulado es cero y la cuantía coincide con el principal o fondos. Con el transcurso del tiempo, la cuantía de la cuenta puede variar como resultado de los cambios en los fondos, en el interés acumulado o en ambos.

**EJEMPLO 1.4** CUANTÍA GENERADA POR LOS FONDOS

Calcule la cuantía generada por unos fondos de 80 000 um colocados en un banco durante 90 días, plazo en el que la tasa de interés acumulada fue de 0,03.

► SOLUCIÓN

$$S = ? \qquad P = 80\,000 \qquad i_a = 0,03$$

$$S = P + I \qquad S = 80\,000 + 80\,000 \times 0,03 = 82\,400$$

La cuantía generada por los fondos de 80 000 um es 82 400 um.

EJEMPLO 1.5 IMPORTE DE UNOS FONDOS

Calcule el importe de los fondos que, devengando una tasa de interés de 0,05 durante un período cuatrimestral, se convirtieron en 20 000 um al final del período de 120 días.

► SOLUCIÓN

$$P = 20\,000 - P \times 0,05$$

$$P + P \times 0,05 = 20\,000$$

$$P(1 + 0,05) = 20\,000$$

$$P = 19\,047,62$$

EJEMPLO 1.6 INTERÉS ACUMULADO

¿Cuánto interés acumulado se encuentra incluido en una cuantía de 70 000 um, cuyos fondos de 69 100 um se colocaron en un banco durante un periodo de 60 días?

► SOLUCIÓN

$$I = ? \qquad S = 70\,000 \qquad P = 69\,100$$

$$I = S - P \qquad I = 70\,000 - 69\,100 = 900$$

El interés acumulado al final del bimestre es de 900 um.

EJEMPLO 1.7 TASA DE INTERÉS ACUMULADO

A partir de unos fondos de 15 000 um y al cabo de 75 días se obtuvo una cuantía final de 15 675 um. Calcule la tasa de interés acumulada que se aplicó en la cuenta.

► SOLUCIÓN

$$i_a = ? \qquad S = 15\,675 \qquad P = 15\,000$$

$$i_a = \frac{S}{P} - 1 \qquad i_a = \frac{15\,675}{15\,000} - 1 = 0,045$$

La tasa de interés efectiva acumulada en 75 días es 0,045.



1.3 Capitalización de interés

Es el proceso de incorporación del interés en el capital. Si este proceso se da una sola vez durante la vigencia de la cuenta es un régimen de interés moncapitalizado; si se da múltiples veces es un régimen de interés multicapitalizado. Mientras la cuenta esté vigente, el interés se genera al aplicar una tasa de interés a una base de cálculo denominada *capital*. En el momento de apertura de la cuenta, el capital coincide con los fondos; posteriormente puede variar debido a la incorporación de interés en el capital, proceso llamado *capitalización de interés*.

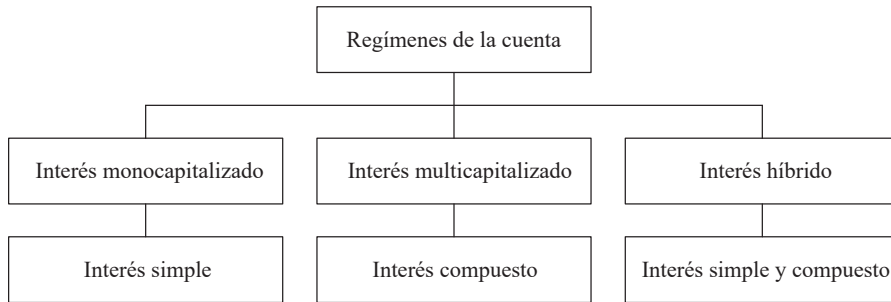


FIGURA 1.2 Tipos de regímenes de las cuentas según el número de capitalizaciones de interés.

Régimen de interés moncapitalizado

Cuando la capitalización se produce una sola vez durante la vigencia de la cuenta, se trata de un régimen de interés *moncapitalizado*, caso que se presenta en el interés simple.

EJEMPLO 1.8 INTERÉS EN UNA OPERACIÓN MONOCAPITALIZADA

Un capital de 10 000 um fue colocado en un banco y devenga una tasa de interés trimestral de 0,03. Calcule el importe del interés acumulado en un horizonte anual si el régimen de interés es moncapitalizado (interés simple).

► SOLUCIÓN

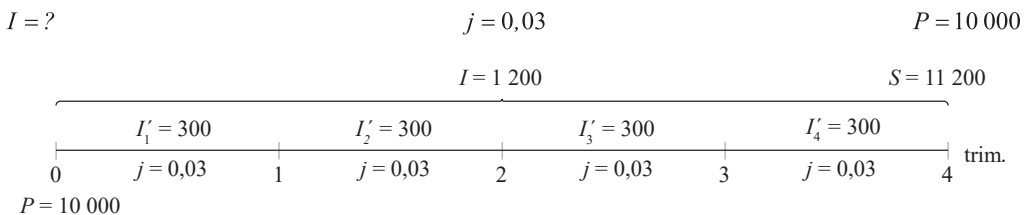


FIGURA 1.3 Interés bajo un régimen de interés moncapitalizado.

Observe en la FIGURA 1.3 que el capital permanece invariable durante el horizonte temporal antes del final del horizonte temporal, momento en el cual se produce la única capitalización de interés, que origina una cuantía final de 11 200 um, que incluye un interés de 1 200 um.

Régimen de interés multicapitalizado

Cuando la capitalización se produce más de una vez durante la vigencia de la cuenta, se trata de un régimen de interés *multicapitalizado*, caso que presenta en el interés compuesto. El interés acumulado que se encuentra incorporado en el capital se denomina *interés capitalizado*.

EJEMPLO 1.9 INTERÉS EN UNA OPERACIÓN MULTICAPITALIZADA

Un capital de 10 000 um fue colocado en un banco sujeto a una tasa de interés trimestral de 0,03. ¿Cuánto interés se acumulará en un horizonte anual si el régimen de interés es multicapitalizado trimestralmente (interés compuesto)?

► SOLUCIÓN

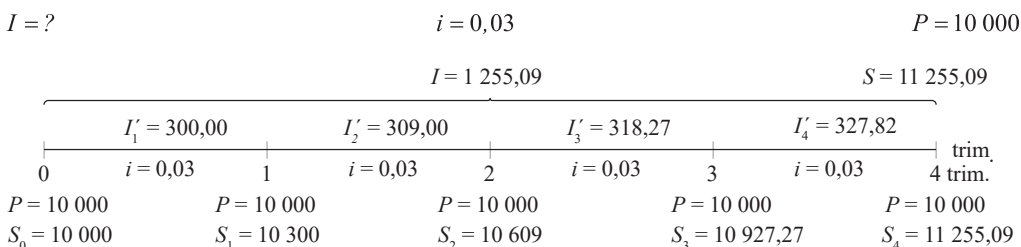


FIGURA 1.4 Interés acumulado durante un año bajo un régimen de interés multicapitalizado.

Como se observa en la FIGURA 1.4, el capital varía al final de cada trimestre debido a la capitalización del interés durante el horizonte temporal hasta que la operación termina, fecha en que se produce la última capitalización, que origina una cuantía de 11 255,09 um.

Al final del horizonte anual, bajo un régimen de interés monocalpitalizado, se acumula un interés simple de 1 200 um, mientras que bajo un régimen de interés multicapitalizado se acumula un interés compuesto de 1 255,09 um.

1.4 Período comprendido entre dos fechas

Si se abre una cuenta el día 28 de abril y se cierra el 2 de mayo del mismo año, ¿cuántos días deben considerarse entre ambas fechas?

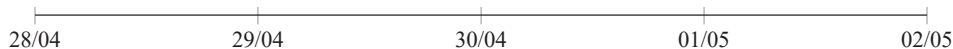


FIGURA 1.5 Diagrama para determinar el número de días comprendidos en ese período.

- Al incluir el día inicial (28/04) y el día terminado (02/05) se podrá decir que han transcurrido 5 días;
- mientras que por otra parte al excluir el día inicial e incluir el final, o al incluir el día inicial y excluir el final, se podrá asegurar que han transcurrido 4 días.
- Incluso podría decirse que depende de la hora en que se abrió la cuenta y la hora en que se cerró.

De acuerdo con la normatividad vigente en Perú, si una persona en el mismo día deposita y retira de su cuenta bancaria determinada cantidad de dinero, no habrá ganado interés alguno en esa operación.



Lo contrario supondría percibir intereses por horas, minutos, segundos, etc., o incluso en cada punto del tiempo, situación que corresponde al cálculo del interés continuo. En el presente libro, excepto indicación contraria, se adoptará el *método de los días finales*, que se explica a continuación.

Método de los días finales

El cómputo del período comprendido entre una fecha *inicial* y una *final*, cuando se aplica el método de los días finales, consiste en considerar todos los días posteriores a la fecha inicial que no sean posteriores a la fecha final, se excluye el día correspondiente a la fecha inicial.

Para aplicar el método de los días finales puede efectuar lo siguiente:

- ▶ Para depósitos y retiradas en una cuenta efectuados en el mismo mes: restar al día de retirada el día de depósito. Por ejemplo, para un depósito del 3 de abril retirado el 26 del mismo mes, se considerarán 23 días ($26 - 3 = 23$).
- ▶ Para depósitos y retiradas producidos en períodos que incluyen más de un mes: restar al número de días del primer mes los días transcurridos desde que se efectuó el depósito (incluido ese día) y añadir los días de los meses siguientes, inclusive el día de la retirada. Por ejemplo, para un depósito efectuado el 26 de mayo, retirado el 7 de junio del mismo año, se considerarán 12 días (5 en mayo y 7 en junio).

EJEMPLO 1.10 MÉTODO DE LOS DÍAS FINALES

¿Cuántos días transcurrieron entre el 28 de abril y el 2 de mayo del mismo año si se utiliza el método de los días finales?

▶ SOLUCIÓN

La FIGURA 1.6 muestra el plazo comprendido entre el 28 de abril y 2 de mayo. Así, por ejemplo, desde las 0:01 horas hasta las 23:59 horas del 28 de abril se considerarán 0 días del 28 de abril.

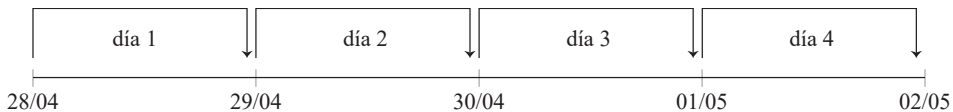


FIGURA 1.6 Plazos comprendidos entre dos fechas consecutivas.

EJEMPLO 1.11 NÚMERO DE DÍAS TRANSCURRIDOS ENTRE DOS FECHAS

¿Cuántos días transcurrieron entre el 27 de junio y el 4 de agosto del mismo año, fechas de depósito y cancelación de un capital colocado en un banco?

▶ SOLUCIÓN

Los días transcurridos en cada mes son:

Junio: dado que junio tiene 30 días, efectuamos la operación: $30 - 27 = 3$. Los 30 días del mes de junio menos el día 27 que da comienzo al período de interés, de este modo se excluye el día 27 y se incluyen los días 28, 29 y 30.

Julio: se incluyen los 31 días del mes.

Agosto: se incluyen los 4 días de agosto.

El número de días en el intervalo que corresponde a la suma: $3 + 31 + 4 = 38$.

1.5 Bases para contar días del mes y del año

En términos generales, cuando se dice que se contrató un préstamo para amortizarlo, por ejemplo, cada mes o cada año, sin dar mayores detalles adicionales, el término *mes* puede referirse a periodos de 28 días (febrero en año no bisiesto), 29 días (febrero en año bisiesto), 30 días (abril, junio, septiembre y noviembre) o 31 días (enero, marzo, mayo, julio, agosto, octubre y diciembre), mientras que el término *año* puede referirse a periodos de 365 días (año no bisiesto) o de 366 (año bisiesto).

Si de forma específica se dice que una cuenta abierta hoy deberá cancelarse en el período de un trimestre con cuotas mensuales, ¿cuántos días contendrá cada mes? En este caso, falta precisar los datos del mes y el día del mes en que se invirtió. Si se sabe que fue el 28 de febrero, puede argumentarse que el primer mes se cumple el 28 marzo y el segundo el 28 de abril. Sin embargo, puede aducirse que, dado que el 28 es el último día del mes de febrero, el primer mes se cumple el 31 de marzo y el segundo el 30 de abril (últimos días de cada mes). Si el año fuera bisiesto, entonces el 28 de febrero sería el penúltimo día del mes. Otra respuesta sería que el primer mes se cumple el 30 de marzo y el segundo el 29 de abril (penúltimos días de cada mes).

Para evitar confusiones, se usa el término *año bancario* para referirse a un período de 360 días en el calendario, dividido en 12 meses bancarios de 30 días de calendario cada uno. Este período de 360 días tiene los siguientes divisores: 2, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 24, 30, 36, 40, 45, 60, 72, 90, 120 y 180; los cuales facilitan los cálculos de las operaciones financieras. El año bancario tiene como submúltiplos a los semestres, cuatrimestres, trimestres, bimestres, meses, quincenas, días (entre otros periodos), cuyo número de días se indican en la **TABLA 1.1**.

TABLA 1.1 Algunos periodos en un año de 360 días.

Período bancario	Sigla	Número de días	Número de periodos en un año
Año	A	360	1
Semestre	S	180	2
Cuatrimestre	C	120	3
Trimestre	T	90	4
Bimestre	B	60	6
Mes	M	30	12
Quincena	Q	15	24
Día	D	1	360

En ausencia del adjetivo *bancario*, salvo indicación contraria, en todos los ejercicios y problemas propuestos, se asume que los días de una operación financiera son los *cronológicamente transcurridos*, y que el *periodo de tasa anual se refiere a un periodo de 360 días*, lo que coincide con la base 2 de Excel que se explica en el siguiente punto.



Bases utilizadas por Excel para contar los días del mes y del año

Algunas funciones financieras incorporadas en Excel usan un argumento denominado *base*, el cual indica el método para contar los días del mes y del año que utilizan. La base puede adoptar los valores 0 (puede omitirse), 1, 2, 3 o 4, cuyos significados son los siguientes:

TABLA 1.2 Métodos para contar días según NASD.

Base	Método para contar días	Significado	Observaciones
0	US (NASD) ¹ 30/360	Mes de 30 días y año de 360 días	Omitida
1	Real/real	Mes calendario y año calendario	
2	Real/360	Mes calendario y año de 360 días	Año bancario
3	Real/365	Mes calendario y año de 365 días	
4	Europea 30/360	Mes de 30 días y año de 360 días	

EJEMPLO 1.12 NÚMERO DE DÍAS Y FRACCIONES DE AÑO

Una cuenta a interés simple sigue un régimen de interés monocapitalizado. Un modelo particular de este tipo de cuenta es aquel en el cual se cumple $I = Pjn$. Los símbolos del segundo miembro de la fórmula anterior significan, respectivamente: principal (o fondos), tasa de interés simple, o tasa nominal, y número de periodos de tasa. Calcule el interés simple de un depósito de ahorros colocado desde el 31/08/19 hasta el 31/03/20 (el año 2020 es bisiesto). En esta cuenta, que se ajusta al modelo particular anteriormente señalado, los fondos son de 50 000 um y la tasa de interés simple anual es de 0,12. Emplee cada una de las 5 bases que utiliza Excel para el cálculo de sus operaciones financieras.

► SOLUCIÓN

El número de días contenidos en cada uno de los 7 meses de la operación, de acuerdo con cada una de las bases utilizadas por Excel, se muestra en el siguiente cuadro.

Base	Método para contar días	Significado	Número de días									
			Sept.	Oct.	Nov.	Dic.	Ene.	Feb.	Mar.	Total	Año	Total ÷ año
0	US (NASD) 30/360	Mes de 30 días y año de 360 días	30	30	30	30	30	30	30	210	360	0,5833333
1	Actual/actual	Mes calendario y año calendario	30	31	30	31	31	29	31	213	366	0,5819672
2	Actual/360	Mes calendario y año de 360 días	30	31	30	31	31	29	31	213	360	0,5916666
3	Actual/365	Mes calendario y año de 365 días	30	31	30	31	31	29	30	213	365	0,5835616
4	Europea 30/360	Mes de 30 días y año de 360 días	30	30	30	30	30	30	30	210	360	0,5833333

¹ National Association Of Securities Dealers, Inc.

Base 0

Todos los meses tienen 30 días, inclusive febrero, y el año tiene 360 días, lo que suma un período de 210 días.

Base 1

Todos los meses tienen los días calendarios (efectivamente transcurridos), en el presente caso febrero tiene 29 días (bisiesto), y el año tiene 366 días porque 2020 es bisiesto, lo que suma un período de 213 días.

Base 2

Todos los meses tienen los días calendarios (efectivamente transcurridos), en el presente caso febrero tiene 29 días (bisiesto), y el año tiene 360 días, lo que suma un período de 213 días.

Base 3

Todos los meses tienen los días calendarios (efectivamente transcurridos), en el presente caso febrero tiene 29 días (bisiesto), y el año tiene 365 días, lo que suma un período de 213 días.

Base 4

Todos los meses tienen 30 días, inclusive febrero, y el año tiene 360 días, lo que suma un período de 210 días. Observe que en este ejercicio todas las fracciones de año son diferentes, excepto las que corresponden a las bases 0 y 4.

De acuerdo con los días de cada mes y del año calculado para cada base, se tienen los siguientes importes de interés simple:

Base	Pjn
0	$I = 50\,000 \times 0,12 \times \frac{210}{360} = 3\,500,00$
1	$I = 50\,000 \times 0,12 \times \frac{213}{366} = 3\,491,80$
2	$I = 50\,000 \times 0,12 \times \frac{213}{360} = 3\,550,00$
3	$I = 50\,000 \times 0,12 \times \frac{213}{365} = 3\,501,37$
4	$I = 50\,000 \times 0,12 \times \frac{210}{360} = 3\,500,00$

En el presente libro se aplicará la base 2: días efectivamente transcurridos y período de tasa anual de 360 días (normado por el Banco de Reserva de Perú BCRP).

1.6 Horizonte y subhorizonte temporal

El *horizonte temporal* de una cuenta es el intervalo que existe desde que se abre la cuenta hasta que se cierra. Su plazo se representa con H .

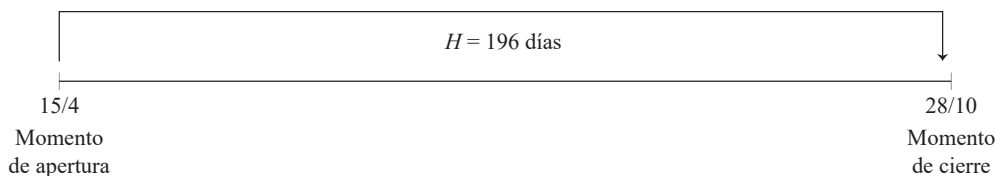


FIGURA 1.7 El horizonte temporal entre el 15 de abril y 28 de octubre de un mismo año es 196 días.



Subhorizonte temporal

Un *subhorizonte temporal* es un intervalo dentro del horizonte temporal de la cuenta. Cuando el horizonte temporal se divide en subhorizontes temporales uniformes, el plazo de tales subhorizontes se representa con la letra h ; si no son necesariamente uniformes, al plazo del k -ésimo subhorizonte se representa con h_k . Por ejemplo, en un préstamo amortizable en un horizonte temporal de 90 días con cuotas que deben pagarse cada 30 días, tal horizonte puede dividirse en 3 subhorizontes uniformes; entonces se tiene: $H = 90$ días y $h = 30$ días.

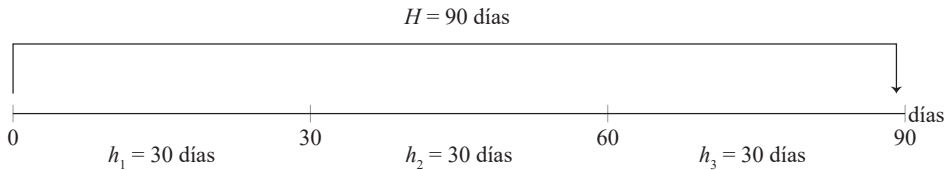


FIGURA 1.8 El horizonte temporal de 90 días integrado por subhorizontes de 30 días cada uno.

EJEMPLO 1.13 MÉTODO DE LOS DÍAS FINALES

Determine el horizonte temporal de una cuenta de ahorros a un plazo de 30 días, si esta se abre el 2 de enero y se cancela el 29 de enero del mismo año.

► SOLUCIÓN

Al aplicar el método de los días finales se tiene $H = 27$ días. Observe que aunque en el enunciado del ejemplo se dice que la cuenta es a un plazo de 30 días, en realidad se cierra a los 27 días. Ocurre que a veces las cuentas a plazos ofrecen una tasa de interés para un período mínimo; en este caso, 30 días. Si el cliente cierra la cuenta antes del final de ese plazo, se le aplica una tasa menor.

EJEMPLO 1.14 MÉTODO DE LOS DÍAS FINALES

Calcule el horizonte temporal medido en días, de una cuenta colocada a un plazo de 15 días, si esta se abre el 2 de enero y se cierra el 1 de febrero.

► SOLUCIÓN

Al aplicar el método de los días finales se tiene: $H = 30$ días. Observe que, aunque en el enunciado del ejemplo se dice que la cuenta tiene un plazo de 15 días, realmente se cierra a los 30 días.

1.7 Métodos de afectación al interés acumulado y a los fondos, cuando se reduce la cuantía

Anteriormente se supuso la invariabilidad de los fondos, es decir, que una cuenta no sufre modificaciones por cargos o abonos después de su apertura. En el presente punto, va a permitirse que el principal o fondos sufra variaciones; se supondrá, además, que durante el día, antes de su final, se realizan pagos a la cuenta y no se genera interés.

Cuando una deuda o un préstamo se amortiza con un pago parcial, la cuantía de la deuda se reduce en esa cantidad, pero los importes de sus componentes (interés y fondos) pueden reducirse de acuerdo con diversos métodos.

EJEMPLO 1.15
MÉTODO DE AFECTACIÓN AL INTERÉS Y A LOS FONDOS

Por ejemplo, si al inicio del día se tiene una cuantía de 1 100 um, integrada por 1 000 um de principal o fondos y 100 um de interés, y durante el transcurso del día y antes de su final se realiza un pago de 500 um, entonces la cuantía se reduciría a $1\,100\text{ um} - 500\text{ um} = 600\text{ um}$, ¿a qué importes se reducen el interés acumulado y los fondos?

La respuesta a esta pregunta depende de la elección del *método de afectación al interés y al principal cuando se reduce la cuantía*; dos de los métodos más usados son: Primero Principal Luego Interés (*PPLI*) y Primero Interés Luego Principal (*PILP*).

Al inicio del día		Antes del final del día			
Cuantía		Pago		Cuantía	
1 100 um		500 um		600 um	
Fondos	Interés acumulado	Fondos	Interés	Fondos	Interés acumulado
1 000 um	100 um	?	?	?	?

Primero principal luego interés (*PPLI*)

Si el importe del pago es menor o igual que los fondos al inicio del día, se aplica por completo para reducirlo; de lo contrario, se cancelan por completo los fondos y la diferencia rebaja el interés acumulado. En el ejemplo dado, si se usa el método *PPLI*, el pago de 500 um se aplica íntegramente para rebajar los fondos.

Al inicio del día		Antes del final del día			
Cuantía		Pago		Cuantía	
1 100 um		500 um		600 um	
Fondos	Interés acumulado	Fondos	Interés acumulado	Fondos	Interés acumulado
1 000 um	100 um	500 um	0 um	500 um	100 um

Un caso particular del método *PPLI*, en el cual, el interés no solo no puede retirarse antes del principal, sino que solo puede retirarse al final del horizonte temporal, se da en el caso de las cuentas bajo régimen de interés simple.

Primero interés luego principal (*PILP*)

Si el importe del pago es menor igual que el interés al inicio del día, se aplica por completo para rebajarlo; de lo contrario, se cancela por completo el interés acumulado y la diferencia rebaja principal. Este método se usa comúnmente en el **interés compuesto**. En el ejemplo dado, si se usa el método *PILP*, el pago de 500 um se aplica 100 um al interés y las 400 um restantes se aplican al principal o fondos.



Al inicio del día		Antes del final del día			
Cuantía		Pago		Cuantía	
1 100 um		500 um		600 um	
Fondos	Interés acumulado	Fondos	Interés acumulado	Fondos	Interés acumulado
1 000 um	100 um	400 um	100 um	600 um	0 um

1.8 Diagrama de flujo de caja o de tiempo-valor

En una operación financiera, tanto los ingresos de efectivo como los egresos, o desembolsos de efectivo, constituyen *flujos de caja*. La diferencia entre los flujos de entrada (ingresos) y los flujos de salida (desembolsos) generados en un período constituye el flujo de caja neto del período. Estos flujos de caja son importantes para evaluar alternativas de inversión o de operaciones financieras.

El diagrama de tiempo-valor o de flujos de caja es una gráfica en la que se representan distintos elementos en una línea de tiempo que se asemeja al horizonte temporal. Los ingresos se indican con una flecha hacia arriba, que denota un incremento de efectivo (o contablemente un cargo en la cuenta caja); los desembolsos, con una flecha hacia abajo, que una salida de efectivo (o contablemente un abono en la cuenta caja). Las longitudes de las flechas trazadas no necesariamente son proporcionales a los importes de efectivo que representan.



FIGURA 1.9 Diagrama de flujo de caja o de tiempo-valor de un prestatario, el cual recibió un préstamo de 1 000 um.



FIGURA 1.10 Diagrama de flujo de caja o de tiempo-valor de un prestamista, el cual otorgó un préstamo de 1 000 um.

Convenciones en diagramas de flujos de caja

- Convención de fin de período: como los flujos de caja son el resultado de una corriente de ingresos y pagos de efectivo, para efectos de evaluación se considera que ellos ocurren al fin de un período de interés.
- El tiempo o momento 0 corresponde al presente y el momento 1 al final de un período de interés. Se debe escoger una unidad de tiempo adecuada: mes, trimestre, semestre, año, etc. La tasa de interés debe coincidir con la unidad de tiempo.



- Un determinado momento futuro se expresará con un número positivo, mientras que un determinado momento pasado se expresará con un número negativo.
- Son flujos de caja positivos: los ingresos, las utilidades, los beneficios, las rentas percibidas, etc.
- Son flujos de caja negativos: las inversiones, los desembolsos, los costes, los gastos, las rentas pagadas, etc.
- Los flujos de caja positivos están representados con flechas hacia arriba y, a la inversa, los flujos de caja negativos están representados con flechas hacia abajo.
- Los flujos de caja en un horizonte temporal pueden ser presentados de forma bruta (ingresos y desembolsos) o de forma neta (ingresos–desembolsos).
- Las representaciones de los flujos de caja pueden ser efectuadas desde el punto de vista del prestatario (FIGURA 1.9), o del prestamista (FIGURA 1.10), de acuerdo con las características de la evaluación.

En un diagrama de flujo de caja o de tiempo-valor, el tiempo puede medirse en sentido positivo (de izquierda a derecha) si se tiene una fecha inicial y se requiere hallar un valor futuro (capitalización); o puede medirse en sentido negativo de derecha a izquierda si se conoce la fecha de vencimiento de la operación y se requiere conocer un valor antes de su vencimiento (descuento). La fecha de evaluación en la que se quiere calcular dicho valor se denomina *fecha focal*, que puede ser una fecha del presente, del futuro o del pasado.

Dos unidades monetarias del mismo importe ubicadas en momentos distintos son iguales nominalmente, pero no necesariamente serán financieramente equivalentes, dada la variación del valor del dinero a través del tiempo. Por ello, en la evaluación financiera de una sucesión de flujos de caja, los importes de aquellos ubicados en fechas distintas de la focal no se suman directamente, sino que previamente se trasladan hacia la fecha focal utilizando una tasa apropiada (de interés, de inflación, etc.).

EJEMPLO 1.16 DIAGRAMA DE FLUJO DE CAJA

La deuda de una empresa con su proveedor fue originalmente pactada para ser cancelada en dos letras actualmente impagas: la primera con valor nominal de 8 000 um vencida hace 30 días; la segunda con valor nominal de 7 000 um vencida hace 60 días. En el día de hoy (momento cero), la empresa ha refinanciado la deuda para ser cancelada en 3 cuotas mensuales de 5 050 um cada una, con vencimiento dentro de 30, 60 y 90 días respectivamente. Represente el diagrama de flujo de caja correspondiente al pago de la deuda. Asuma que la empresa pagará las cuotas del refinanciamiento en el día de su vencimiento.

► SOLUCIÓN

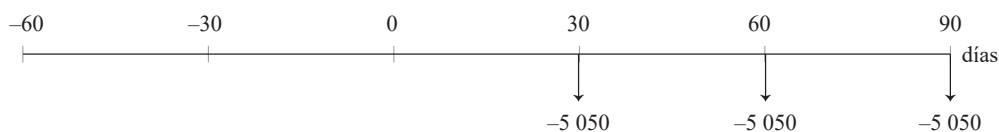


Diagrama de flujos de caja del pago de la deuda.



Se representan las salidas de caja para el pago de las cuotas del refinanciamiento, pero no las letras vencidas, debido a que, al no ser pagadas, no representaron flujos de caja del pago de la deuda.

EJEMPLO 1.17 DIAGRAMA DE FLUJO DE CAJA NETO

En el presente año (momento 0) se compró una camioneta, que representó un desembolso de efectivo de 6 000 um, esta camioneta tuvo un coste de mantenimiento anual de 500 um durante 3 años y al final de su tercer año de vida se vendió en 2 000 um. Represente los importes en un diagrama de flujo de caja neto *FCN*.

► SOLUCIÓN

Año	Ingresos	Desembolsos	FC neto
0	0	-6 000	-6 000
1	0	-500	-500
2	0	-500	-500
3	2 000	-500	1 500



EJEMPLO 1.18 DIAGRAMA DE FLUJO DE CAJA

Dibuje un diagrama de flujo de caja que muestre ingresos de 1 000 um, 5 000 um y 2 000 um en los momentos 0, 1 y 5 respectivamente, y un desembolso de 4 000 um en el momento 3.

► SOLUCIÓN



Diagramas de flujos de caja simples o convencionales

Son aquellos que solo contemplan un cambio de signo: de negativo (inversiones) a positivo (retornos) o viceversa. Entre los principales casos se tienen:

- Un flujo de inversión y un flujo de liquidación.
- Varios flujos de inversión y uno de liquidación.
- Un flujo de inversión y varios flujos de retorno.

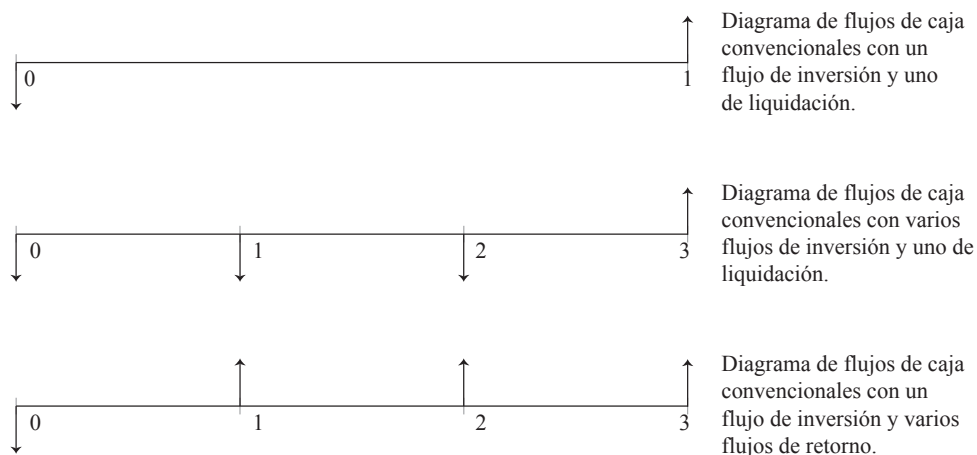


FIGURA 1.11. Diversos tipos de diagramas de flujos de caja simples o convencionales.

Diagramas de flujos de caja no simples o no convencionales

Son aquellos en los que las inversiones y retornos se realizan intermitentemente originando varios cambios de signos.

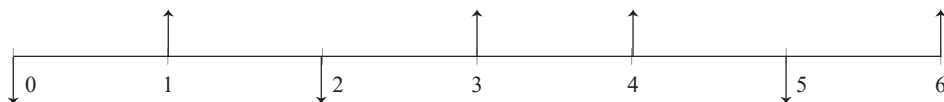


FIGURA 1.12. Diagrama de flujos de caja no simples o no convencionales.

Preguntas de autoevaluación

1. Reúna cinco definiciones de interés en una operación financiera y sobre la base de esa información enuncie su propia definición de interés. Haga referencia a la fuente bibliográfica consultada.
2. El interés acumulado es la función de muchas variables, identifique las principales que intervienen en su determinación.
3. ¿Qué es la cuantía de una cuenta? Ponga un ejemplo, el cual debe enunciarlo como un problema propuesto.
4. ¿Qué significa la capitalización de interés?
5. ¿Cuál es la diferencia entre los fondos y el capital? Aclare los conceptos con un ejemplo numérico.
6. ¿Qué es un interés monocapitalizado y qué es un interés multicapitalizado? Enuncie dos ejemplos de cada uno de ellos.
7. ¿En qué consiste el método de los días finales? Si se aplica este método, ¿cuántos días existen entre el dos de febrero y el uno de diciembre del mismo año, no bisiesto?
8. ¿Qué es un horizonte temporal y qué es un subhorizonte temporal? Ponga un ejemplo de una operación financiera en la que se identifiquen dichos horizontes.
9. ¿Qué es un diagrama de flujo de caja o de tiempo-valor?



10. ¿Cuáles son las convenciones que se utilizan para representar los diagramas de flujos de caja?
11. ¿En qué consisten los métodos *PPLI* y *PILP* de afectación al interés acumulado y a los fondos cuando se reduce la cuantía? Aclare el concepto anterior planteando un ejemplo numérico.

Problemas propuestos

Interés

1. En una cuenta bancaria se colocó un principal o fondos de 6 500 um durante un trimestre; la tasa de interés para ese período fue de 0,04. ¿Cuál fue el interés acumulado al final del trimestre?
2. Una cuenta bancaria que tiene un plazo de 180 días se abrió con unos fondos de 5 000 um. Por ese plazo el banco ofrece una tasa de interés de 0,08. ¿A cuánto ascenderá el interés al final del semestre?
3. En una cuenta se colocó unos fondos de 4 500 um, que generaron un interés de 67,5 um en un plazo de un mes. Calcule la tasa de interés acumulada en dicho plazo.
4. Calcule el importe de los fondos con los que se abrió una cuenta, la misma que hasta el momento de cierre generó un interés de 75 um. La tasa de interés acumulada fue de 0,05.
5. Calcule la tasa de interés acumulada de una cuenta, la misma que se abrió con un principal o fondos de 1 100 um y que en el momento de su cancelación acumuló una cuantía de 1 210 um.

Cuantía

6. ¿Cuál es la cuantía de una cuenta que se abrió con unos fondos de 1 500 um y que devengó hasta hoy una tasa de interés acumulada de 0,05?
7. Calcule la cuantía de una cuenta que acumuló un interés de 300 um, generado por una tasa de interés acumulada de 0,04.
8. Calcule el importe del principal o fondos con el que se abrió una cuenta, la misma que acumuló una cuantía de 1 442 um, generada por una tasa de interés acumulada de 0,03.
9. Calcule el importe del interés que generó una cuenta abierta con unos fondos de 1 500 um, cuya cuantía es de 1 750 um.

Capitalización de interés

10. Unos fondos de 20 000 um, colocados durante un año en un banco, devengan una tasa de interés bimestral de 0,01. ¿Cuánto interés acumulado produjo la cuenta si está:
 - a. bajo un régimen de interés monocapitalizado (interés simple);
 - b. bajo un régimen de interés multicapitalizado bimestralmente (interés compuesto)?

Período comprendido entre dos fechas

11. Calcule el número de días transcurridos entre el 15/01/16 y el 20/03/18; aplique el método de los días finales.
12. ¿Cuántos días hay en el período de un año, 6 meses, 2 semanas y 5 días?



Bases para contar días del mes y del año

13. Calcule el número de días y las fracciones de año por el período transcurrido entre el 31/08/19 y el 31/03/20 (año bisiesto). Utilice las diferentes bases de acuerdo con National Association Of Securities Dealers, Inc NASD.
14. Calcule el número de días y las fracciones de año por el período transcurrido entre el 06/06/19 y el 24/04/20 (año bisiesto). Utilice las diferentes bases de acuerdo con National Association Of Securities Dealers, Inc NASD.

Horizonte y subhorizonte temporal

15. Un capital estuvo colocado desde el 05/03/20 hasta el 20/04/21, durante ese período la tasa de interés anual de 0,12, que originalmente estuvo vigente, varió a 0,14 el 20/07/20 y luego cambió a 0,13 el 08/10/20. Calcule el horizonte temporal de la operación y los subhorizontes temporales de la vigencia de las tasas. Aplique el método de los días finales.

Métodos de afectación al interés cuando se reduce la cuantía

16. El 20 de junio el saldo de una cuenta es de 5000 um, integrado por 4000 um de fondos y 1000 um de interés. En ese día se realiza un pago de 3000 um. ¿A qué importes se reducen los fondos y el interés acumulado después del pago, si se aplican los métodos *PPLI* y *PILP*?

Diagrama de flujo de caja o de tiempo-valor

17. Dibuje el diagrama de flujo de caja de una deuda de 50000 um en una operación multicapitalizada, que devenga una tasa de interés efectiva trimestral de 0,03. Este diagrama debe incluir los pagos trimestrales de la cuenta durante un período anual. Los pagos de los fondos en cada cuota son uniformes.
18. Un proyecto, que producirá un ingreso anual uniforme de 5300 um, demanda una inversión de 10000 um que se realizará en el momento cero. Los gastos anuales de operación y mantenimiento de este proyecto serán de 3000 um. Se estima que el valor de mercado del proyecto al final de sus 5 años de vida será de 2000 um. Dibuje el diagrama de flujo de caja desde el punto de vista del inversor.



Resumen del capítulo

En una operación crediticia, el prestamista suele otorgar al prestatario un capital denominado *principal* (o *fondos*) exigible al final de cierto tiempo; además de la devolución de los fondos se cobra un importe adicional llamado *interés*. El interés, entonces, corresponde al precio del uso de capital ajeno durante determinado horizonte temporal, que está en función del principal (o fondos), de la tasa de interés, del tiempo de la operación, del riesgo y de otras variables económicas, políticas y sociales.

El *monto* o *cuantía* de una cuenta está formado por el principal o fondos y el interés acumulado generado en función de una tasa de interés acordada previamente entre el deudor y el acreedor.

El *capital*, hasta antes del cierre de la cuenta, constituye la base de cálculo sobre la cual se aplica una tasa de interés y se obtiene el interés. En el momento de la apertura de la cuenta, el capital está dado por el principal o fondos; posteriormente puede variar debido a que se le incorpore el interés, proceso denominado *capitalización de interés*. Si este proceso se da una sola vez durante la vigencia de la cuenta, se presenta un régimen de interés *monocapitalizado*; si ocurre múltiples veces, se trata de un régimen de interés *multicapitalizado*. Ejemplo del primer régimen es el *interés simple*, por estudiar en el Capítulo 2; ejemplo del segundo es el *interés compuesto*, por estudiar en el Capítulo 3. En el momento de cierre de la cuenta, el *capital* es todo lo que el titular de la misma tiene derecho a retirar y coincide con la cuantía.

El cómputo del plazo comprendido entre una fecha *inicial* y una fecha *final*, al aplicar el *método de los días finales*, consiste en considerar todos los días posteriores a la fecha inicial que no sean posteriores a la final; se excluye el día correspondiente a la fecha inicial.

El *horizonte temporal* de una cuenta es el intervalo desde que se abre hasta que se cierra, su plazo se representa con el símbolo *H*. El horizonte temporal puede dividirse en períodos denominados *subhorizontes*.

Cuando una deuda se amortiza con pagos periódicos (cada uno de los cuales se compone de principal o fondos e interés) pueden aplicarse los métodos: *PPLI* (Primero Principal Luego Interés) y *PILP* (Primero Interés Luego Principal).

El flujo de caja, evaluado como ingresos y desembolsos de efectivo, permite representar en un diagrama de flujo de caja, o de tiempo-valor, las diferentes variables que intervienen en las evaluaciones de proyectos y en las operaciones a interés simple y compuesto.

► Cuantía e interés simple

En este capítulo se estudian los siguientes temas de interés simple:

- Principal o fondos y tasa de interés simple o tasa de interés nominal constantes.
- Fondos constantes y tasa nominal variable.
- Fondos variables y tasa nominal constante.
- Fondos variables y tasa nominal variable.
- Ecuaciones de valor equivalente a interés simple.

Una cuenta está bajo un régimen de *interés simple* generado por una tasa de interés nominal j , cuando se produce una sola capitalización de interés, la misma que se realiza al final del horizonte temporal (momento final).

En concordancia con lo anterior:

- Antes del momento final, el capital en función del cual se aplica la tasa de interés nominal j para el cálculo de los flujos de intereses devengados, es el principal o fondos de la cuenta.
- Las reducciones en el monto o cuantía (abonos en operaciones activas o cargos en operaciones pasivas) se ajustan a un caso particular del método *PPLI* (Primero Principal Luego Interés), en el cual las retiradas de interés solo pueden realizarse al final del referido horizonte. Si se realizaran antes, se estaría produciendo una capitalización de interés previa al momento final, por lo cual, la cuenta no sería entonces una de interés simple.



Objetivos del capítulo

Al terminar de estudiar este capítulo, el lector estará capacitado para:

- 2.1 Calcular el interés simple con fondos constantes y tasa de interés constante.
- 2.2 Obtener el interés simple cuando los fondos permanecen constantes y se producen variaciones en la tasa de interés.
- 2.3 Calcular el interés simple con fondos variables durante el horizonte temporal y tasa de interés constante.
- 2.4 Obtener el interés simple con fondos variables y la tasa variable.
- 2.5 Hallar la cuantía simple con fondos constantes y tasa de interés constante.
- 2.6 Calcular la cuantía simple con con fondos constantes y tasa de interés variable.
- 2.7 Calcular la cuantía simple con con fondos variables y tasa de interés constante.
- 2.8 Calcular la cuantía simple con con fondos variables y tasa de interés variable.
- 2.9 Plantear y resolver ecuaciones de equivalencia financiera con tasa j .

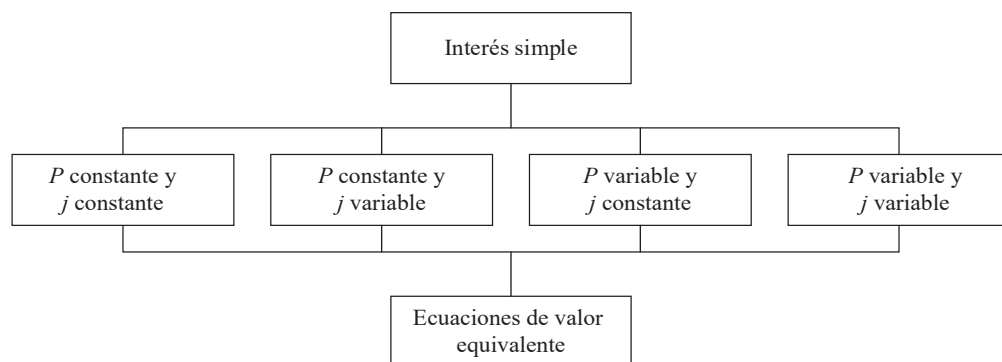


FIGURA 2.1 Casos que se presentan en las operaciones a interés simple.



2.1 Interés con P constante y j constante

Se supone que durante el horizonte temporal de la cuenta a interés simple:

- ▶ El principal o fondos P permanece invariable antes del cierre de la cuenta.
- ▶ La tasa de interés nominal j anunciada que se aplica sobre el principal o fondos no sufre variaciones.
- ▶ n es el número de períodos de la tasa j en el horizonte temporal de la operación; por ejemplo, si j es mensual, n es el número de meses en el que se divide ese horizonte temporal.

Dado que la tasa de interés simple o tasa de interés nominal j puede referirse a diferentes períodos, se designará con las siguientes siglas:

j	Anual	Semestral	Cuatrimestral	Trimestral	Bimestral	Mensual	Quincenal	Diaria
Siglas	TNA	TNS	TNC	TNT	TNB	TNM	TNQ	TND

Con base en los supuestos anteriores, el interés acumulado al final del n -ésimo período será la suma de los flujos de interés devengado correspondientes a cada período. Es decir: $I_n = I'_1 + I'_2 + I'_3 + \dots + I'_n$

El flujo de interés devengado en el primer período de tasa (I'_1) será igual que el principal (o fondos) original (P_0) multiplicado por la tasa nominal j . Es decir: $I'_1 = P_0 j$.

Para el segundo período, el flujo de interés devengado (I'_2) será igual que el principal al final del período anterior (P_1) multiplicado por la tasa nominal j . Es decir: $I'_2 = P_1 j$.

Un procedimiento análogo puede seguirse para los futuros períodos, con lo cual I_n puede expresarse como:

$$I_n = \underbrace{P_0 j + P_1 j + P_2 j + \dots + P_{n-1} j}_{n \text{ sumandos}}$$

Sin embargo, como el principal (o fondos) es constante, resulta que $P_0 = P_1 = P_2 \dots = P_{n-1}$. Al adaptar P a dicho valor constante, la expresión anterior se convierte en:

$$I_n = \underbrace{Pj + Pj + Pj + \dots + Pj}_{n \text{ sumandos}} \quad I_n = Pjn$$

La forma de deducir esta fórmula se esquematiza en la siguiente figura:

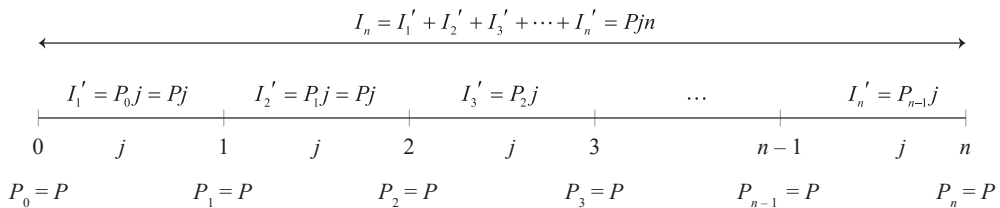


FIGURA 2.2 Esquema de la deducción de la fórmula de interés simple de una cuenta con fondos y tasa constante.

Otra forma de deducir el interés simple es de la siguiente manera: el interés simple I_n acumulado al cabo de n períodos de tasa corresponde a la suma de los flujos de intereses devengados en cada período del horizonte temporal; entonces:

$$I_n = \sum_{k=1}^n I'_k \quad (i)$$



Pero, como antes del final del horizonte temporal los fondos son constantes, se tiene:

$$I'_k = Pj \quad \text{para } k > 0 \quad (\text{ii})$$

Al reemplazar (ii) en (i) se obtiene: $I_n = \sum_{k=1}^n Pj \rightarrow Pjn$.

Al hacer $I = I_n$, se llega a la siguiente fórmula:

$$I = Pjn \quad (2.1)$$

$$P = \frac{I}{jn} \quad (2.2)$$

$$j = \frac{I}{Pn} \quad (2.3)$$

$$n = \frac{I}{Pj} \quad (2.4)$$

La fórmula (2.1) calcula el interés simple cuando los fondos y la tasa de interés nominal no varían durante el horizonte temporal. Dicho interés es proporcional al plazo del horizonte temporal y al importe de los fondos; ello significa que a mayor plazo de vigencia de la cuenta se acumula mayor interés.

Las fórmulas (2.2), (2.3) y (2.4) derivadas de la fórmula (2.1) calculan los fondos, la tasa de interés simple y el número de períodos de tasa. Téngase en cuenta, en estas fórmulas, el principio de correspondencia entre estas dos últimas variables; según el cual, si j es anual, n es el número de años en el horizonte temporal; si j es mensual, n es el número de meses en dicho horizonte, y así sucesivamente para otros períodos.

EJEMPLO 2.1 VALOR DE n E INTERÉS SIMPLE

Si en un banco se colocan unos fondos de 1 000 um, a una tasa j anual de 0,18 durante un trimestre, ¿qué valor toma n y cuál es el interés simple?

► SOLUCIÓN

$$I = ? \quad P = 1\,000 \quad TNA = 0,18 \quad n = \frac{90}{360}$$

Puesto que se definió n como el número de períodos al que se refiere la tasa j , H como el período del horizonte temporal y F como el período de la tasa nominal, entonces:

$$H = 90 \text{ días} \quad F = 360 \text{ días} \quad n = \frac{H}{F} = \frac{90 \text{ días}}{360 \text{ días}} = \frac{1}{4}$$

De este modo j y n se refieren a períodos anuales. Lo anterior es equivalente a calcular n con la siguiente regla de tres simple:

$$\text{Si 1 año tiene } \rightarrow 360 \text{ días} \quad n = \frac{90 \text{ días} \times 1}{360 \text{ días}} = \frac{90}{360} = \frac{1}{4}$$

$$n \text{ años tienen } \rightarrow 90 \text{ días}$$

$$I = Pjn \quad I = 1\,000 \times 0,18 \times \frac{90}{360} = 45$$



EJEMPLO 2.2 INTERÉS SIMPLE

Si coloca unos fondos de 1 000 um, a una TNM de 0,015 durante un trimestre bajo un régimen de interés simple, ¿qué valor debe tomar n y cuál es el interés simple?

► SOLUCIÓN

$$\begin{array}{llll} I = ? & P = 1\,000 & TNM = 0,015 & n = \frac{90}{30} = 3 \\ I = Pjn & I = 1\,000 \times 0,015 \times 3 = 45 & & \end{array}$$

EJEMPLO 2.3 INTERÉS SIMPLE

Un banco otorgó a una empresa un préstamo de 10 000 um que devenga una TNA de 0,24 para ser devuelto dentro de un año. ¿Cuál es el interés simple que pagará la empresa en el vencimiento del plazo?

► SOLUCIÓN

$$\begin{array}{llll} I = ? & P = 10\,000 & TNA = 0,24 & n = 1 \\ I = Pjn & I = 10\,000 \times 0,24 \times 1 = 2\,400 & & \end{array}$$

EJEMPLO 2.4 INTERÉS SIMPLE

Una persona depositó 10 000 um en una institución financiera; este importe devenga una TNM de 0,02. ¿Cuánto interés simple habrá generado esos fondos en tres meses?

► SOLUCIÓN

$$\begin{array}{llll} I = ? & P = 10\,000 & TNM = 0,02 & n = 3 \\ I = Pjn & I = 10\,000 \times 0,02 \times 3 = 600 & & \end{array}$$

EJEMPLO 2.5 INTERÉS SIMPLE

¿Cuánto será el interés simple acumulado en 180 días generado por una cuenta de ahorros abierta con unos fondos de 1 000 um que devengan una TNA de 0,24?

► SOLUCIÓN

$$\begin{array}{llll} I = ? & P = 1\,000 & TNA = 0,24 & n = \frac{180}{360} \\ I = Pjn & I = 1\,000 \times 0,24 \times \frac{180}{360} = 120 & & \end{array}$$

**EJEMPLO 2.6** INTERÉS SIMPLE

El 20 de marzo se abrió en el Banco del Oriente una cuenta con 8 000 um que devenga una TNA de 0,18. Calcule el interés simple que generó la cuenta hasta el 15 de abril del mismo año, fecha en que se canceló la operación.

► SOLUCIÓN

$$I = ? \qquad P = 8\,000 \qquad TNA = 0,18 \qquad n = \frac{26}{360}$$

$$I = Pjn \qquad I = 8\,000 \times 0,18 \times \frac{26}{360} = 104$$

EJEMPLO 2.7 FONDOS EN UNA OPERACIÓN A INTERÉS SIMPLE

Calcule el importe con el que se abrió una cuenta, la cual fue colocada en un banco a una TNM de 0,02 durante el plazo de 7 meses y generó un interés simple de 112 um.

► SOLUCIÓN

$$P = ? \qquad I = 112 \qquad TNM = 0,02 \qquad n = \frac{210}{30}$$

$$P = \frac{I}{jn} \qquad P = \frac{112}{0,02 \times \frac{210}{30}} = 800$$

EJEMPLO 2.8 FONDOS EN UNA OPERACIÓN A INTERÉS SIMPLE

¿Qué principal (o fondos) colocado entre el 19 de abril y 30 de junio del mismo año, a una TNM de 0,02, producirá un interés simple de 96 um?

► SOLUCIÓN

$$P = ? \qquad I = 96 \qquad TNM = 0,02 \qquad n = \frac{72}{30}$$

$$P = \frac{I}{jn} \qquad P = \frac{96}{0,02 \times \frac{72}{30}} = 2\,000$$



EJEMPLO 2.9 TASA NOMINAL EN UNA OPERACIÓN A INTERÉS SIMPLE

Calcule la *TNA* que se aplicó a unos fondos de 5 000 um, que durante el plazo de 3 meses produjo un interés simple de 300 um.

► SOLUCIÓN

$$\begin{array}{llll}
 TNA = ? & I = 300 & P = 5\,000 & n = \frac{3}{12} \\
 j = \frac{I}{Pn} & TNA = \frac{300}{5\,000 \times \frac{3}{12}} = 0,24 & &
 \end{array}$$

EJEMPLO 2.10 TASA NOMINAL EN UNA OPERACIÓN A INTERÉS SIMPLE

Calcule la *TNT* que se aplicó a unos fondos de 4 000 um, los cuales durante el plazo comprendido entre el 5 de marzo y 17 de julio del mismo año produjeron un interés simple de 297,78 um.

► SOLUCIÓN

$$\begin{array}{llll}
 TNT = ? & I = 297,78 & P = 4\,000 & n = \frac{134}{90} \\
 j = \frac{I}{Pn} & TNT = \frac{297,78}{4\,000 \times \frac{134}{90}} = 0,05 & &
 \end{array}$$

EJEMPLO 2.11 PERÍODOS DE TASA EN UNA OPERACIÓN A INTERÉS SIMPLE

Calcule el plazo al cual estuvo colocado un principal (o fondos) de 5 000 um, que generó una *TNM* de 0,02 y rindió un interés simple de 350 um.

► SOLUCIÓN

$$\begin{array}{llll}
 n_{mes} = ? & I = 350 & P = 5\,000 & TNM = 0,02 \\
 n = \frac{I}{Pj} & n = \frac{350}{5\,000 \times 0,02} = 3,5 & &
 \end{array}$$

La respuesta $n = 3,5$ se refiere a períodos mensuales debido a que en el cálculo se utilizó una *TNM*.

2.2 Interés con P constante y j variable

¿Cómo debe calcularse el interés simple cuando una persona coloca a un plazo fijo unos fondos a los que no pueden efectuárseles cargos o abonos después de la apertura y antes del final del horizonte temporal, mientras que la tasa de interés está sujeta a las variaciones del mercado? Por ejemplo, ¿cómo debería liquidarse un certificado bancario de 1 000 um a 360 días, que devengó una TNA de 0,12 durante los tres primeros meses y una TNA de 0,125 durante los nueve meses restantes? El modo de resolver este problema se explica a continuación.

Cuando en el horizonte temporal de la cuenta el principal no cambia y se producen variaciones en la tasa de interés nominal o en sus períodos (por ejemplo, de TNA a TNT , a TNM , etc.), el interés simple se obtiene al modificar convenientemente F de acuerdo con el período de j para que n quede referido a los períodos de vigencia de las tasas variables durante dicho horizonte.

Sea:

z el número de subhorizontes, en cada uno de los cuales la tasa de interés nominal no sufre variaciones antes del final del mismo;

j_k la tasa de interés nominal anunciada vigente del k -ésimo subhorizonte;

n_k el número de períodos de la tasa j_k en el k -ésimo subhorizonte.

Entonces:

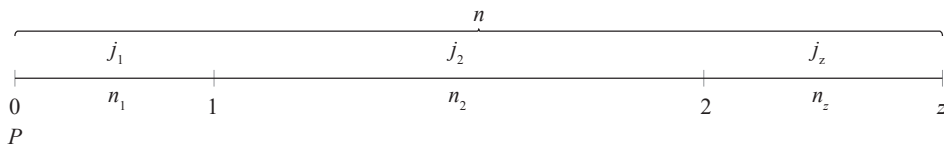


FIGURA 2.3 Tasas nominales de diferentes períodos vigentes durante los z subhorizontes que forman el horizonte temporal de una operación a interés simple.

$$I = Pj_1n_1 + Pj_2n_2 + Pj_3n_3 + \dots + Pj_zn_z = P[j_1n_1 + j_2n_2 + j_3n_3 + \dots + j_zn_z]$$

La expresión entre corchetes corresponde a la tasa de interés nominal acumulada durante el horizonte temporal, la cual puede expresarse como $\sum_{k=1}^z j_k n_k$, de donde:

$$I = P \sum_{k=1}^z [j_k n_k]$$

(2.5)

$$I = P \sum_{k=1}^z \left[j_k \times \frac{h_k}{F_k} \right]$$

(2.6)

Si a cada período en la que es válida una j_k se representa h_k , y al período de tasa de j_k se representa F_k , entonces $n_k = \frac{h_k}{F_k}$, con lo cual la fórmula (2.5) puede reemplazarse por la fórmula (2.6), que calcula el interés simple generado en un horizonte temporal cuando las tasas o los períodos de tasa son variables.

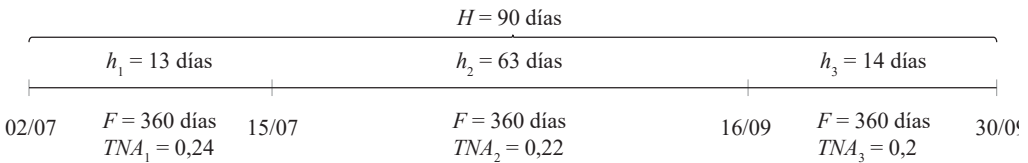


EJEMPLO 2.12 INTERÉS SIMPLE CON CAMBIO DE TASA

El 2 de julio se abrió una cuenta con unos fondos de 5 000 um, bajo un régimen de interés simple. La TNA vigente al momento de apertura fue de 0,24, la misma que bajó a 0,22 el 15 de julio y a 0,2 el 16 de septiembre. Calcule el interés en la fecha de cierre, que fue el 30 de septiembre del mismo año.

► SOLUCIÓN

Las variaciones de la TNA se presentan en el gráfico siguiente:



Al aplicar la fórmula (2.6) se tiene:

$$I = 5\,000 \left[0,24 \times \frac{13}{360} + 0,22 \times \frac{63}{360} + 0,2 \times \frac{14}{360} \right] = 5\,000 [0,054944444] = 274,72$$

En la expresión anterior el factor entre paréntesis es la tasa de interés nominal acumulada en los 90 días del horizonte temporal de la operación; en el presente caso es una TNT de 0,05494 que ha generado 274,72 um de interés simple.

EJEMPLO 2.13 INTERÉS SIMPLE CON CAMBIO DE TASA

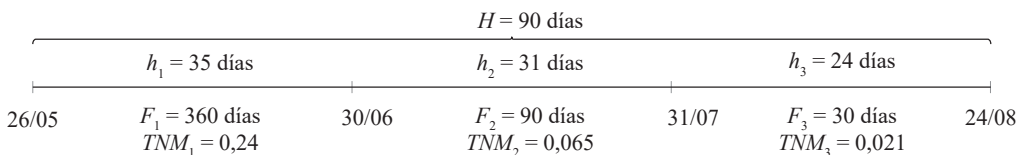
El 26 de mayo una empresa colocó en un banco unos fondos de 1 000 um que devengan una tasa de interés nominal variable, a un plazo fijo de 90 días. Al final del plazo se conoce que las tasas de interés fueron las siguientes:

Tasa	$TNA = 0,24$	$TNT = 0,065$	$TNM = 0,021$
A partir del	26/05	30/06	31/07

Calcule el interés simple acumulado al final del referido plazo.

► SOLUCIÓN

Las variaciones de la tasa nominal se presentan en la siguiente gráfica:





Al aplicar la fórmula (2.6) $I = P \sum_{k=1}^z \left[j_k \times \frac{h_k}{F_k} \right]$ se tiene:

$$I = 1\,000 \left[0,24 \times \frac{35}{360} + 0,065 \times \frac{31}{90} + 0,021 \times \frac{24}{30} \right] = 10\,000 [0,0625222] = 62,52$$

En la expresión anterior, el término entre corchetes corresponde a la tasa de interés nominal que se acumuló en los 90 días del horizonte temporal de la operación; en el presente caso, es una tasa promedio trimestral de 0,06252, la que generó 62,52 um de interés simple.

2.3 Interés con P variable y j constante

Hasta ahora se han visto operaciones en las que el principal (o fondos) ha permanecido invariable durante todo el horizonte temporal. Sin embargo, ¿cómo debe calcularse el interés simple cuando se efectúan cargos o abonos sobre los fondos y se mantiene constante la tasa de interés, como sucede en las operaciones de cuentas corrientes y en las cuentas de ahorros, entre otros productos financieros? Dado que en estas operaciones los fondos se ven modificados por los cargos y abonos producidos, se requiere adaptar la fórmula (2.1) para que P pueda incluir estas variaciones durante el horizonte temporal.

Sea:

- z el número de subhorizontes en cada uno de los cuales el principal (o fondos) no se modifica antes del final del mismo;
- P_k el principal (o fondos) al final de los k primeros subhorizontes;
- n_k el número de períodos de la tasa j en el k -ésimo subhorizonte;
- I_k el interés acumulado al final de los k primeros subhorizontes.

Entonces:

$$I_z = P_0 j n_1 + P_1 j n_2 + P_2 j n_3 + \dots + P_{z-1} j n_z = j [P_0 n_1 + P_1 n_2 + P_2 n_3 + \dots + P_{z-1} n_z] \quad (a)$$

El factor entre corchetes es igual que $\sum_{k=1}^z P_{k-1} n_k$; cada sumando $P_{k-1} n_k$ se denomina *numeral* y a

la suma de los numerales se le denomina *numerales acumulados*. La ecuación (a) puede reescribirse como:

$$I_z = j \sum_{k=1}^z [P_{k-1} n_k] \quad (2.7)$$

La fórmula (2.7) calcula el interés simple cuando el principal es variable, donde P_{k-1} es el saldo del principal al inicio del k -ésimo subhorizonte y n_k es el número de períodos de la tasa j en el k -ésimo subhorizonte.

Numerales

Los numerales o números comerciales N son el número de días que una cuenta ha mantenido un determinado saldo del principal P_0 o del capital P_k (principal variable), multiplicado por dicho saldo.

$$N = \text{Saldo} \times \text{días}$$

(2.8)

$$I = TND \sum_{k=1}^z N_k$$

(2.9)



La fórmula (2.8) es la expresión de un numeral, se asume que en ese período la tasa de interés j permanece constante. La fórmula (2.9) calcula el interés simple con P variable y j constante cuando se utilizan numerales.

EJEMPLO 2.14 INTERÉS SIMPLE CON P VARIABLE Y j CONSTANTE

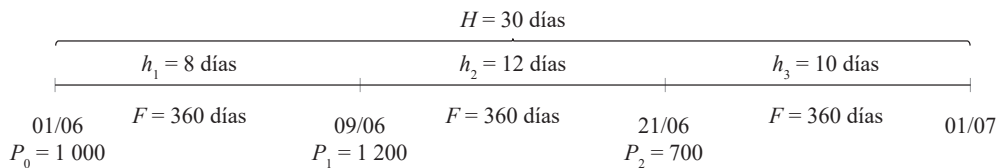
El día 1 de junio una persona abre una cuenta de ahorros en el Banco del Oriente, con un importe de 1 000 um que devenga una TNA de 0,24. A partir de esa fecha se efectuaron en su cuenta los siguientes movimientos:

Fecha	01/06	09/06	21/06	01/07
Operación	Depósito (D)	Depósito (D)	Retirada (R)	Cancelación (C)
Importe (um)	1 000	200	500	

Calcule el interés simple que generaron los fondos hasta el 1 de julio del mismo año, fecha en la cual se canceló la cuenta de ahorros; el saldo de los depósitos y retiradas, y la cuantía o capital final de la cuenta.

► SOLUCIÓN

Las variaciones en el principal o fondos se representan en la siguiente gráfica:



Al aplicar la fórmula (2.7) $I_z = j \sum_{k=1}^z [P_{k-1} n_k]$ se tiene:

$$I_z = 0,24 \left[1\,000 \times \frac{8}{360} + 1\,200 \times \frac{12}{360} + 700 \times \frac{10}{360} \right] = 0,24 [81,666] = 19,6$$

EJEMPLO 2.15 INTERÉS CON P VARIABLE Y j CONSTANTE CALCULADO CON NUMERALES

Calcule el interés simple del EJEMPLO 2.14 con la fórmula de los numerales.

► SOLUCIÓN

$$I = TND \sum_{k=1}^z N_k \quad I = \frac{0,24}{360} [1\,000 \times 8 + 1\,200 \times 12 + 700 \times 10] = \frac{0,24}{360} [29\,400] = 19,6$$

EJEMPLO 2.16 CUENTA CORRIENTE DE AHORROS CON NUMERALES A INTERÉS SIMPLE

Desarrolle nuevamente el EJEMPLO 2.14, en el cual P es variable y j es constante, pero ahora prepare un estado de la cuenta de ahorros con numerales y obtenga:

- El interés simple de cada período, en el cual los fondos y la tasa nominal se mantuvieron constantes.
- El interés simple devengado hasta el momento de variación en los fondos o en la tasa nominal.
- El total de los cargos y abonos y el saldo en la fecha de cierre de la cuenta.
- Los numerales de todo el horizonte temporal y el interés simple acumulado al final de dicho horizonte.

► SOLUCIÓN

Para solucionar el problema, se elaboró el estado de cuenta de ahorros que se muestra a continuación, las siglas *D/R/C* significan: depósito, retirada y cancelación, respectivamente.

TABLA 2.1 Cuenta corriente de ahorros con *P* variable y *j* variable.

N.º	Fecha	D/R/C	Movimiento		Saldo		Días	Numeral		Tasa diaria	Interés	
			Cargo	Abono	Deudor	Acreedor		Deudor	Acreedor		Período	Acumulado
1	01/06	D	1 000			1 000	8		8 000	$\frac{0,24}{360}$	5,33	5,33
2	09/06	D	200			1 200	12		14 400	$\frac{0,24}{360}$	9,60	14,93
3	21/06	R		500	500	700	10		7 000	$\frac{0,24}{360}$	4,66	19,60
4	01/07	C					30					
5			Total		500	1 200			29 400	$\frac{0,24}{360}$		19,60

- 01/06 depósito de 1 000 um vigente hasta el 09/06 (8 días), generó un interés simple de $5,33 \text{ um} \left(8\,000 \times \frac{0,24}{360} = 5,33 \right)$.
- 09/06 depósito de 200 um que acumuló un saldo de 1 200 um vigente hasta el 21/06 (12 días), generó un interés simple de $9,6 \text{ um} \left(14\,400 \times \frac{0,24}{360} = 9,6 \right)$.
- 21/06 retirada de 500 um que disminuyó el saldo a 700 um vigente hasta el 01/07 (10 días) fecha en que se canceló la cuenta, generó un interés simple de $4,66 \text{ um} \left(7\,000 \times \frac{0,24}{360} = 4,66 \right)$.

La fila 5 obtiene las sumas de las columnas y el interés simple de la cuenta que se obtuvo con la fórmula (2.9).

$$I = TND \sum_{k=1}^z N_k \qquad I = \frac{0,24}{360} \times 29\,400 = 19,6$$

Las respuestas a las preguntas del ejemplo están contenidas en el estado de la cuenta de ahorros, presentado anteriormente.



2.4 Interés con P variable y j variable

En las operaciones bancarias y crediticias, donde las cuentas varían por cargos y abonos que se realizan en fechas posteriores a la de su apertura, y, a su vez, donde la tasa de interés está sujeta a las variaciones del mercado, el cálculo del interés simple debe realizarse por tramos; esto con la debida precaución de no efectuar liquidaciones parciales, porque en este caso cada liquidación parcial originaría una capitalización de interés que violaría el principio del interés simple de la monocapitalización, en el que solo deben capitalizarse los intereses al final del horizonte temporal.

Cuando en el horizonte temporal de la cuenta se producen variaciones en los fondos y en la tasa de interés nominal, el cálculo del interés simple acumulado puede efectuarse por tramos, de acuerdo con las variaciones en tales fondos y tasa de interés. Para estos efectos son aplicables las fórmulas (2.1), (2.5) y (2.7), según las características de estas variaciones. En términos generales, además de las fórmulas anteriores, el interés acumulado puede calcularse con la fórmula (2.10), que también se representa como la fórmula (2.11).

$$I = P_0 j_1 n_1 + P_1 j_2 n_2 + P_2 j_3 n_3 + \dots + P_{z-1} j_z n_z \quad (2.10)$$

$$I = \sum_{k=1}^z P_{k-1} n_k \quad (2.11)$$

La solución a problemas de este tipo, a pesar de ser sencillos, demanda múltiples cálculos; por ello, se recomienda implementar un modelo en Excel que acumule los intereses simples devengados hasta el momento del cambio de algunas de las variables: P o j . En el EJEMPLO 2.17 se desarrolla uno de los múltiples casos que pueden presentarse.

EJEMPLO 2.17 INTERÉS CON P VARIABLE Y j VARIABLE

Una cuenta de ahorros bajo un régimen de interés simple, abierta el 20 de julio, se canceló el 30 de noviembre del mismo año en el Banco Multinacional. En ese plazo se efectuaron las variaciones en los fondos y la tasa de interés indicados en la siguiente tabla:

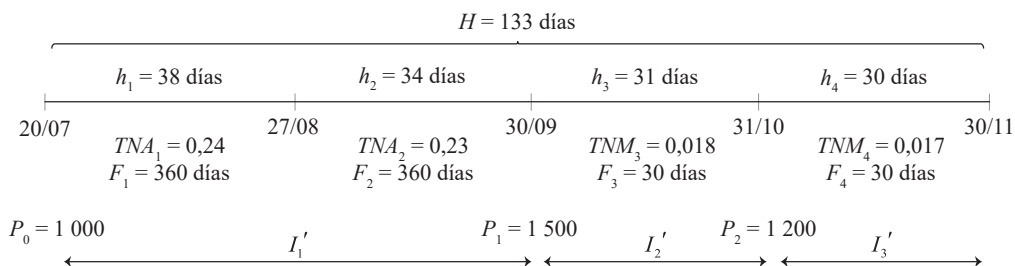
Fecha	Operación	Siglas	Importe (um)	Tasa Nominal
20/07	Depósito	D	1 000	$TNA = 0,24$
27/08	Cambio de tasa	CT		$TNA = 0,23$
30/09	Depósito	D	500	$TNM = 0,018$
31/10	Retirada	R	300	$TNM = 0,017$
30/11	Cancelación	C		

Calcule el interés acumulado en dicha cuenta al final de su horizonte temporal.



► SOLUCIÓN

Las variaciones en los fondos y la tasa se presentan en la siguiente gráfica:



- a. Cálculo del interés devengado en el primer subhorizonte temporal, I'_1 con variaciones en la TNA de 0,24 a 0,23.

$$I'_1 = 1\,000 \left[0,24 \times \frac{38}{360} + 0,23 \times \frac{34}{360} \right] = 1\,000 [0,047055] = 47,06$$

- b. Cálculo del interés devengado en el segundo subhorizonte temporal I'_2 , con la TNM de 0,018. Debido al depósito de 500 um realizado el 30/09, $P_1 = 1\,500$.

$$I'_2 = 1\,500 \times 0,018 \times \frac{31}{30} = 27,90$$

- c. Cálculo del interés devengado en el tercer subhorizonte temporal I'_3 , con la TNM de 0,017. Debido a la retirada de 300 um con fecha 31/10, $P_2 = 1\,200$.

$$I'_3 = 1\,200 \times 0,017 \times \frac{30}{30} = 20,40$$

El interés acumulado al final del horizonte temporal es la suma de los intereses devengados: $I = I'_1 + I'_2 + I'_3 = 47,06 + 27,9 + 20,4 = 95,36$.

EJEMPLO 2.18 CUENTA CORRIENTE DE AHORROS CON NUMERALES A INTERÉS SIMPLE

Desarrolle nuevamente el EJEMPLO 2.17, en el cual P y j son variables, pero ahora prepare un estado de la cuenta de ahorros con numerales, y obtenga:

- El interés simple devengado en cada subhorizonte, en el cual los fondos y la tasa se mantuvieron constantes.
- El interés simple acumulado en la fecha en la que se produjo un depósito, una retirada o un cambio en la tasa o en su período.
- El total de los cargos y abonos y el saldo en la fecha de cierre de la cuenta.
- Los numerales de todo el horizonte temporal y el interés simple acumulado al final del horizonte temporal.

► SOLUCIÓN

Para solucionar el problema, se elaboró el estado de cuenta de ahorros que se muestra a continuación, las siglas D/R/C/CT significan: depósito, retirada, cancelación y cambio de tasa, respectivamente.

Tabla 2.2 Cuenta corriente de ahorros con P variable y j variable.

N.º	Fecha	D / R CT	Importe	Movimiento		Saldo		Tasa		Numeral		Tasa		Interés	
				Cargo	Abono	Deudor	Acreedor	diaria	diaria	Deudor	Acreedor	diaria	diaria	Período	Acumulado
1	20 / 07	D	1 000		1 000		1 000	38			38 000	$\frac{0,24}{360}$		25,33	25,33
2	27 / 08	CT					1 000	34			34 000	$\frac{0,23}{360}$		21,72	47,06
3	30 / 09	D	500		500		1 500	31			46 500	$\frac{0,018}{30}$		27,90	74,96
4	31 / 10	R	300	300			1 200	30			36 000	$\frac{0,017}{30}$		20,40	95,36
5	30 / 11	C													
6			Total	300	1 500		1 200	133			154 500				95,36

- 20/07 depósito de 1 000 um vigente hasta el 27/08 (38 días), generó un interés simple de $25,33 \text{ um} \left(38\,000 \times \frac{0,24}{360} = 25,33 \right)$.
- 27/08 cambio de tasa cuyo saldo estuvo vigente hasta el 30/09 (34 días), generó un interés simple de $21,72 \text{ um} \left(34\,000 \times \frac{0,23}{360} = 21,72 \right)$.
- 30/09 depósito de 500 um que aumentó el saldo a 1 500 um vigente hasta el 31/10 (31 días), generó un interés simple de 27,9 um $\left(46\,500 \times \frac{0,018}{30} = 27,9 \right)$.
- 31/10 retirada de 300 um que disminuyó el saldo a 1 200 um vigente hasta el 30/11 (30 días), fecha en que se canceló la cuenta y generó un interés simple de $20,40 \text{ um} \left(36\,000 \times \frac{0,017}{30} = 20,4 \right)$.

La fila 6 obtiene las sumas de cargos, abonos, saldo de la cuenta, días de la operación, suma de numerales e interés de la cuenta.





2.5 Cuantía con P constante y j constante

En este punto, se supone que:

- El horizonte temporal se compone de exactamente n períodos.
- Los fondos y la tasa nominal son constantes durante el horizonte temporal.

$$S = P + I \quad \text{Fórmula (1.4)}$$

$$I = Pjn \quad \text{Fórmula (2.1)}$$

$$S = P + Pjn \quad \text{Al reemplazar (2.1) en (1.4)}$$

Al tomar P como factor común, se tiene:

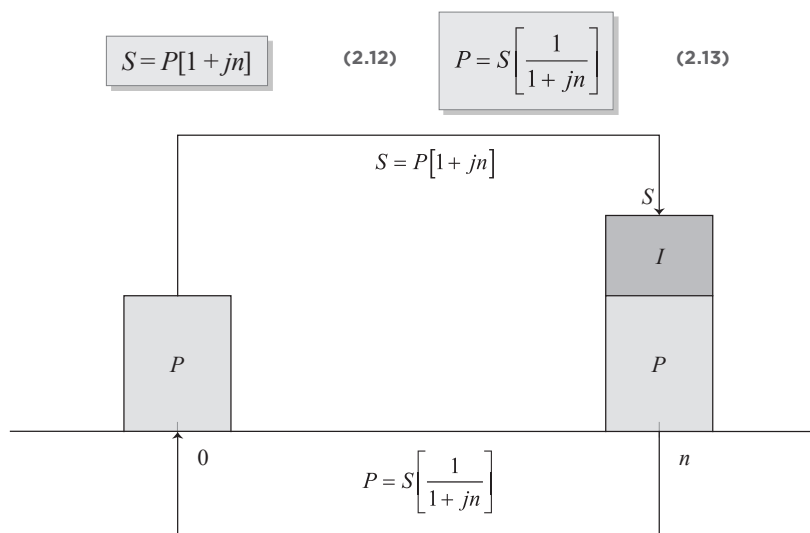


FIGURA 2.4 Relaciones de equivalencia financiera entre la cuantía final S y los fondos P con una tasa nominal constante.

La fórmula (2.12) calcula la cuantía final o valor futuro bajo los supuestos ya establecidos, cuyo término $1 + jn$ es el Factor Simple de Capitalización (*FSC*) a interés simple, que convierte un capital inicial P en una cuantía final S al cabo de n períodos de tasa. Cabe recordar que en un régimen de interés simple no se produce capitalización de interés antes del final del horizonte temporal.

Valor presente a interés simple

Del mismo modo como un flujo o un *stock* de efectivo se llevó hacia un momento futuro para obtener su respectivo *valor futuro* a interés simple, un flujo o un *stock* de efectivo que se ubica en el futuro puede traerse hacia el presente o descontarse para obtener su respectivo *valor presente* (momento 0) a interés simple. La fórmula (2.13) calcula el valor presente a interés simple cuyo término $\frac{1}{1 + jn}$ es el Factor Simple de Actualización (*FSA*) a interés simple.



EJEMPLO 2.19 CUANTÍA A INTERÉS SIMPLE

¿Cuál será la cuantía que acumulará una persona en una cuenta de ahorros colocada a interés simple, si percibe una TNM de 0,03, y su depósito inicial de 2 500 um realizado el 4 de octubre se canceló el 16 del mismo mes?

► SOLUCIÓN

$$\begin{array}{llll}
 S = ? & P = 2\,500 & TNM = 0,03 & n = \frac{12}{30} \\
 S = P[1 + jn] & S = 2\,500 \left[1 + 0,03 \times \frac{12}{30} \right] & & = 2\,530
 \end{array}$$

EJEMPLO 2.20 CÁLCULO DE LOS FONDOS EN UNA OPERACIÓN A INTERÉS SIMPLE

Calcule el importe de unos fondos que colocados a una TNM de 0,03 durante 87 días, produjeron una cuantía simple de 500 um.

► SOLUCIÓN

$$\begin{array}{llll}
 P = ? & S = 500 & TNM = 0,03 & n = \frac{87}{30} \\
 P = S \left[\frac{1}{1 + jn} \right] & P = 500 \left[\frac{1}{1 + 0,03 \times 87 / 30} \right] & & = 500[0,9199632015] = 459,98
 \end{array}$$

Tasa de interés simple y número de períodos de tasa

De la fórmula de la cuantía a interés simple S , se despejaron las fórmulas (2.14) y (2.15) que obtienen la tasa de interés nominal, y el número de períodos de tasa respectivamente.

$$\boxed{j = \frac{(S/P) - 1}{n}} \quad (2.14) \quad \boxed{n = \frac{(S/P) - 1}{j}} \quad (2.15)$$

EJEMPLO 2.21 TNM DEVENGADA EN UNA OPERACIÓN A INTERÉS SIMPLE

Se adquirió una máquina cuyo precio al contado es de 6 000 um, pero se pagó una cuota inicial de 2 000 um, y el saldo de 4 000 um se financió con una letra de cambio que vence dentro de 45 días y cuyo valor nominal es de 4 150 um. ¿Qué TNM devengó esta operación?

► SOLUCIÓN

$$\begin{array}{llll}
 TNM = ? & S = 4\,150 & P = 4\,000 & n = \frac{45}{30} \\
 j = \frac{(S/P) - 1}{n} & TNM = \frac{(4\,150 \div 4\,000) - 1}{45 \div 30} & & = 0,025
 \end{array}$$

**EJEMPLO 2.22** CÁLCULO DE n EN UNA OPERACIÓN A INTERÉS SIMPLE

¿En cuánto tiempo la cuantía de una operación a interés simple triplicará a sus respectivos fondos, que devengaron una TNA de 0,2?

► SOLUCIÓN

Un importe de 1 um se triplica cuando se convierte en 3 um; de este modo $S = 3$, $P = 1$ y $j = 0,2$. Al aplicar la fórmula (2.15) se tiene:

$$n = \frac{(S/P) - 1}{j} \qquad n = \frac{(3/1) - 1}{0,2} = 10$$

La variable $n = 10$ se refiere al número de períodos anuales, dado que la tasa j utilizada en la fórmula anterior es anual. Esto significa que cualquier capital colocado a interés simple que devengue una TNA de 0,2 se triplica en 10 años.

Interés simple a partir de la cuantía

A partir de las fórmulas (1.6) y (2.13) puede derivarse una fórmula que calcule el interés simple en función de la cuantía:

$$I = S - P \qquad \text{Fórmula (1.6)}$$

$$P = S \left[\frac{1}{1 + jn} \right] \qquad \text{Fórmula (2.13)}$$

$$I = S - S \left[\frac{1}{1 + jn} \right] \qquad \text{Al reemplazar (2.13) en (1.6)}$$

Al factorizar se obtiene:

$$I = S \left[1 - \frac{1}{1 + jn} \right] \qquad (2.16)$$

La fórmula (2.16) calcula el interés simple a partir de la cuantía final.

EJEMPLO 2.23 INTERÉS A PARTIR DE LA CUANTÍA SIMPLE

Una operación con P constante y j constante, cuya fecha de inicio fue el 2 de mayo y su fecha final fue el 3 de junio del mismo año, devengó una TNA de 0,36 y generó una cuantía simple de 10 000 um. ¿Cuál es el importe del interés simple de esta operación?

► SOLUCIÓN

$$I = ? \qquad S = 10\,000 \qquad TNA = 0,36 \qquad n = \frac{32}{360}$$

$$I = S \left[1 - \frac{1}{1 + jn} \right] \qquad I = 10\,000 \left[1 - \frac{1}{1 + 0,36 \times \frac{32}{360}} \right] = 310,08$$



2.6 Cuantía con P constante y j variable

Se sabe que:

$$S = P + I \quad \text{Fórmula (1.4)}$$

$$I = P \sum_{k=1}^z [j_k n_k] \quad \text{Fórmula (2.5)}$$

$$S = P + P \sum_{k=1}^z [j_k n_k] \quad \text{Al reemplazar (2.5) en (1.4)}$$

$$S = P \left[1 + \sum_{k=1}^z j_k n_k \right] \quad (2.17)$$

$$P = \frac{S}{\sum_{k=1}^z [j_k n_k]} \quad (2.18)$$

La fórmula (2.17) calcula la cuantía simple con P constante y j variable. La fórmula (2.18) derivada de la fórmula (2.17) calcula el principal con variaciones en j .

EJEMPLO 2.24 CUANTÍA CON P CONSTANTE Y j VARIABLE

Calcule la cuantía simple producida por un principal de 7 000 um, el mismo que estuvo colocado del 11 de julio al 24 de septiembre del mismo año. En ese período, la TNA fue de 0,24 hasta el 28 de agosto y a partir de esa fecha varió a una TNA de 0,22 hasta el final del plazo de la operación.

► SOLUCIÓN

$$S = ? \quad P = 7\,000 \quad j_1 = 0,24 \quad j_2 = 0,22 \quad n_1 = \frac{48}{360} \quad n_2 = \frac{27}{360}$$

$$S = P \left[1 + \sum_{k=1}^z j_k n_k \right] \quad S = 7\,000 \left[1 + 0,24 \times \frac{48}{360} + 0,22 \times \frac{27}{360} \right] = 7\,000 [1,0485] = 7\,339,5$$

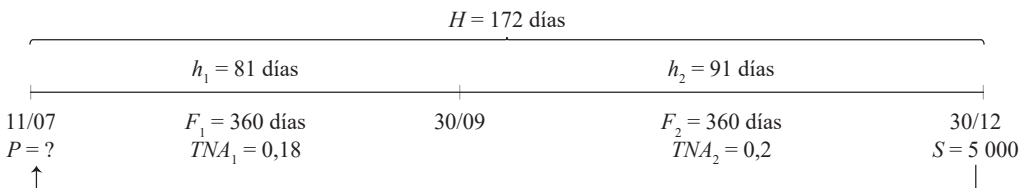
En la expresión anterior, el término entre corchetes es el Factor Simple de Capitalización $FSC = 1,0485$ a interés simple con variación en la tasa de interés, factor que corresponde al período de la operación de 75 días.

EJEMPLO 2.25 CÁLCULO DE LOS FONDOS CON VARIACIONES EN LA TASA NOMINAL

Una deuda de 5 000 um que vence el 30 de diciembre debe descontarse (traer al presente) el 11 de julio del mismo año. En ese plazo se utilizará como tasa de descuento una TNA de 0,18 desde el 11 de julio hasta el 30 de septiembre y a partir de esa fecha hasta el vencimiento del plazo una TNA de 0,2; calcule el valor presente de la deuda en el 11 de julio.

► SOLUCIÓN

Las variaciones de la tasa durante el horizonte temporal se presentan en la siguiente gráfica:





Como se tiene una *TNA* variable, se aplica la fórmula (2.18):

$$P = \frac{S}{\sum_{k=1}^z [j_k n_k]} \quad P = \frac{5000}{1 + 0,18 \times \frac{81}{360} + 0,2 \times \frac{91}{360}} = \frac{5000}{1,091055555} = 4582,72$$

El recíproco del denominador de la expresión anterior: $1,091055555^{-1} = 0,916543612$ es el Factor Simple de Actualización *FSA* a interés simple con variación en la tasa de interés, factor que corresponde al período de la operación de 172 días.

2.7 Cuantía con *P* variable y *j* constante

Tal y como se desarrolló en el punto 2.3 Interés con *P* variable y *j* constante:

z el número de subhorizontes en cada uno de los cuales el principal (o fondos) no se modifica antes del final del mismo;

P_k el principal (o fondos) al final de los *k* primeros subhorizontes;

n_k el número de períodos de la tasa *j* en el *k*-ésimo subhorizonte;

Los fondos cambian con los cargos y abonos que se producen después del inicio de la operación (sin capitalizar los intereses generados en cada cambio de los fondos) y toma los valores $P_0, P_1, P_2, \dots, P_{z-1}$. Entonces, la capitalización se produce al añadir al saldo del principal, los intereses generados durante todo el horizonte temporal calculado con la fórmula (2.7): $I = j \sum_{k=1}^z [P_{k-1} n_k]$.

Se sabe que:

$$S = P + I \quad \text{Fórmula (1.4)}$$

$$I_z = j \sum_{k=1}^z [P_{k-1} n_k] \quad \text{Fórmula (2.7)}$$

$$S_z = P_z + I_z \quad \text{Cuantía al final del } S_z \text{ subhorizonte.}$$

Cuando *S* y *P* se evalúan en el final del horizonte temporal se tiene:

$$S = S_z$$

$$P = P_{z-1}$$

Bajo el supuesto de que no hay depósitos ni retiradas al final del horizonte temporal

$$S = P_{z-1} + j \sum_{k=1}^z [P_{k-1} n_k] \quad \text{Al reemplazar (2.7) en (1.4) para el penúltimo fondo } P_{z-1}$$

$$S = P_{z-1} + j \sum_{k=1}^z [P_{k-1} n_k] \quad (2.19)$$

La fórmula (2.19) obtiene la cuantía simple con *P* variable y *j* constante.



EJEMPLO 2.26 CUANTÍA CON P VARIABLE Y j CONSTANTE

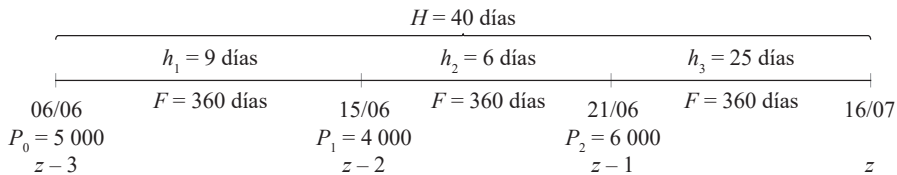
El día 6 de junio se abrió una cuenta de ahorros en el Banco Americano, con un importe de 5 000 um que devenga una TNA de 0,12. A partir de esa fecha se efectuaron en esa cuenta los siguientes movimientos:

Fecha	06/06	15/06	21/06	16/07
Operación	Depósito (D)	Retirada (R)	Depósito (D)	Cancelación
Importe (um)	5 000	1 000	2 000	

Calcule la cuantía simple que generó la cuenta durante el horizonte temporal de la operación.

► SOLUCIÓN

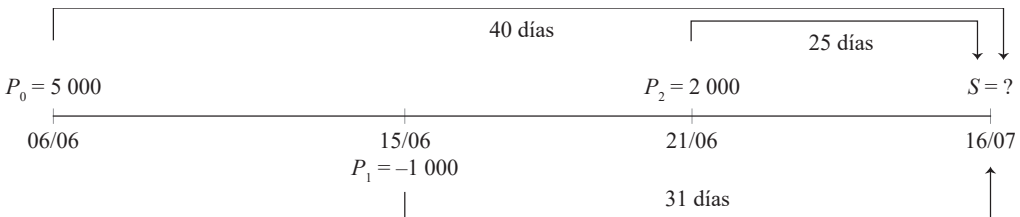
Las variaciones en el principal en el cual $P_{z-1} = 6 000$ se representan en la siguiente gráfica:



Al aplicar la fórmula (2.19) $S = P_{z-1} + j \sum_{k=1}^z [P_{k-1} n_k]$, se tiene:

$$S = 6 000 + 0,12 \left[5 000 \times \frac{9}{360} + 4 000 \times \frac{6}{360} + 6 000 \times \frac{25}{360} \right] = 6 000 + 73 = 6 073$$

Lo anterior es equivalente a capitalizar los depósitos y las retiradas escogiendo como fecha focal (fecha de evaluación) el final del horizonte temporal, con el objeto de que se produzca una sola capitalización de interés:



$$5 000 \left[1 + 0,12 \times \frac{40}{360} \right] = 5 066,66$$

$$-1 000 \left[1 + 0,12 \times \frac{31}{360} \right] = -1 010,33$$

$$2 000 \left[1 + 0,12 \times \frac{25}{360} \right] = 2 016,66$$

$$\underline{6 073,00}$$



2.8 Cuantía con P variable y j variable

Para obtener la cuantía con P variable y j variable, el cálculo se efectúa por tramos de acuerdo con el cambio que se produzca primero: cambio en el principal (o fondos) o cambio en la tasa de interés, y pueden utilizarse las diversas fórmulas de la cuantía o del interés presentadas anteriormente. Sin embargo, sugerimos utilizar las fórmulas (2.12) o (2.17) y tomar como fecha focal el final del horizonte temporal, como se muestra en el siguiente ejemplo.

EJEMPLO 2.27 CUANTÍA CON P VARIABLE Y j VARIABLE

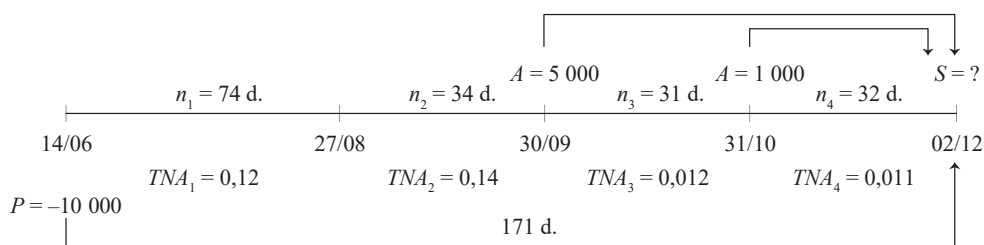
Una línea de crédito revolving, vigente desde el 14 de junio que genera un interés simple, tuvo el movimiento que se presenta en la siguiente tabla:

Fecha	Operación	Siglas	Importe (um)	Tasa Nominal
14/06	Préstamo	P	10 000	$TNA = 0,12$
27/08	Cambio de tasa	CT		$TNA = 0,14$
30/09	Amortización	A	5 000	$TNM = 0,012$
31/10	Amortización	A	1 000	$TNM = 0,011$
02/12	Cancelación	C		

Calcule el saldo de la deuda en el 2 de diciembre del mismo año, con el cual se cancelará totalmente la línea de crédito.

► SOLUCIÓN

El diagrama de tiempo-valor desde el punto de vista del prestamista, cuya fecha focal es el 2 de diciembre, que sirve como base para calcular la cuantía simple en la cual tanto los fondos como la tasa son variables, se presenta en la siguiente gráfica:



Al utilizar la fórmula (2.17) para cada uno de los fondos, se obtuvo el importe de 4 487,82 um, que debe pagarse el 2 de diciembre para cancelar el saldo de la línea de crédito.

$$-10\,000 \left[1 + 0,12 \times \frac{74}{360} + 0,14 \times \frac{34}{360} + 0,012 \times \frac{31}{30} + 0,011 \times \frac{32}{30} \right] = -10\,620,2$$

$$5\,000 \left[1 + 0,012 \times \frac{31}{30} + 0,011 \times \frac{32}{30} \right] = 5\,120,6$$

$$1\,000 \left[1 + 0,011 \times \frac{32}{30} \right] = 1\,011,7$$

$$\underline{\underline{-4\,487,82}}$$



2.9 Ecuaciones de equivalencia financiera con tasa j

Dos o más conjuntos de *stocks* o flujos ubicados en diferentes momentos del horizonte temporal son *financieramente equivalentes* si producen una misma cuantía al final de un determinado horizonte temporal, con una determinada tasa de interés.

Dado un conjunto A de *stocks* o de flujos, una *ecuación de equivalencia financiera* es aquella que permite obtener los importes de los *stocks* o de los flujos de un conjunto B financieramente equivalente a A .

Si el conjunto B se compone de un solo *stock* o flujo ubicado en un momento específico del horizonte temporal, denominado *fecha focal*, entonces:

- ▶ La ecuación de equivalencia financiera permite consolidar, en un punto determinado de tiempo, importes de efectivo que se encuentran en diversos momentos de cierto horizonte temporal, y que, por tanto, pueden tener diversos poderes adquisitivos.
- ▶ Si la fecha focal se encuentra en el presente o momento cero, el importe del *stock* o flujo de B se denomina *valor presente*.
- ▶ Si la fecha focal se encuentra en el futuro, el importe del *stock* o flujo de B se denomina *valor futuro*.

Las ecuaciones de equivalencia financiera se aplican cuando en las operaciones financieras y mercantiles se presentan situaciones en las cuales deudores y acreedores, por convenir a sus intereses, se ponen de acuerdo para cambiar las condiciones pactadas originalmente, lo que genera nuevas relaciones contractuales, como sucede en:

- ▶ Refinanciación de deudas.
- ▶ Sustitución de varias deudas que vencen en fechas diferentes, por un solo pago.
- ▶ Pagos anticipados respecto a una o varias fechas de vencimientos prefijadas.
- ▶ Prórrogas de vencimientos de plazos pactados, etc.

En una ecuación de equivalencia financiera bajo un régimen de interés simple se utiliza una tasa nominal j o tasa de interés simple. Para su planteamiento es necesario considerar el momento de capitalización del interés, el cual es el momento final del horizonte temporal de evaluación.

Debe tenerse en cuenta que si dos *stocks* o flujos de capital, ubicados en puntos del tiempo distintos, son financieramente equivalentes bajo un régimen de interés simple con una tasa periódica j determinada, para un determinado momento inicial y un determinado momento final del horizonte temporal de evaluación, **no son** financieramente equivalentes bajo el mismo régimen, la misma tasa nominal, el mismo período de tasa y el mismo momento inicial, cuando se modifica el momento final.

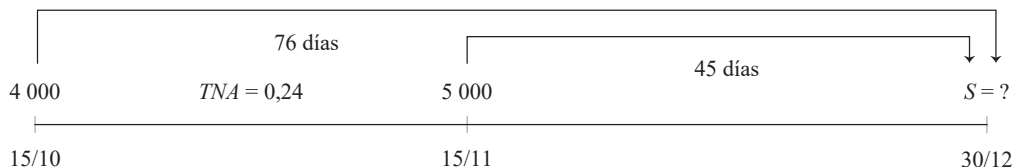
EJEMPLO 2.28 ECUACIÓN DE EQUIVALENCIA FINANCIERA A INTERÉS SIMPLE

La empresa Lidel SRL tiene con el Banco del Exterior una deuda de 4000 um que vence el 15 de octubre y otra deuda de 5000 um que vence el 15 de noviembre. Lidel SRL renegoció con el Banco del Exterior y consolidó sus deudas en una sola cuenta a interés simple que devenga una *TNA* de 0,24 y vence el 30 de diciembre del mismo año. Calcule la cuantía que cancelará Lidel SRL en esa fecha.



► SOLUCIÓN

El diagrama de tiempo-valor es el siguiente:



$$S = 4\,000 \left[1 + 0,24 \times \frac{76}{360} \right] + 5\,000 \left[1 + 0,24 \times \frac{45}{360} \right] = 4\,202,67 + 5\,150 = 9\,352,67$$

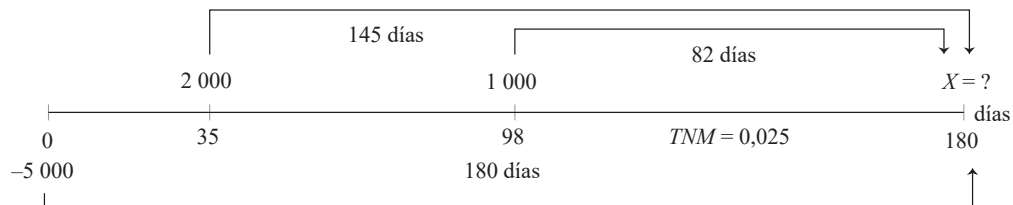
Al plantear la ecuación de equivalencia financiera con fecha focal 30/12, se tiene una cuantía por cancelar de 9 352,67 um.

EJEMPLO 2.29 ECUACIÓN DE EQUIVALENCIA FINANCIERA A INTERÉS SIMPLE

El señor Carlos Cervantes solicitó un préstamo a interés simple de 5 000 um que devenga una *TNM* de 0,025 para cancelarlo dentro de 180 días. El señor Cervantes se adelanta al vencimiento del préstamo y amortiza 2 000 um el día 35 y 1 000 um el día 98, ¿cuánto deberá pagar el día 180 para cancelar su deuda?

► SOLUCIÓN

Como es una operación a interés simple en la que debe haber una sola capitalización, la ecuación de valor equivalente debe plantearse con la fecha focal ubicada al final del horizonte temporal (día 180). El diagrama de tiempo-valor se presenta en la siguiente figura:



La ecuación de equivalencia financiera es:

$$5\,000 \left[1 + 0,025 \times \frac{180}{30} \right] = 2\,000 \left[1 + 0,025 \times \frac{145}{30} \right] + 1\,000 \left[1 + 0,025 \times \frac{82}{30} \right] + X$$

$$5\,750 = 3\,309,99 + X$$

$$X = 2\,440$$

Al final del plazo (en el día 180) deberá pagarse el importe de 2 440 um para cancelar la deuda.



Una forma alternativa para obtener el importe que pagar el día 180 consiste en calcular el interés simple sobre los saldos insolutos, de la siguiente manera:

$$I_1 = -5\,000 \times 0,025 \times \frac{35}{30} = -145,83$$

$$I_2 = (-5\,000 + 2\,000) \times 0,025 \times \frac{63}{30} = -157,50$$

$$I_3 = (-5\,000 + 2\,000 + 1\,000) \times 0,025 \times \frac{82}{30} = -136,67$$

$$\underline{\quad\quad\quad -440,00}$$

En el día 180, el señor Carlos Cervantes deberá cancelar el saldo insoluto desde el día 98 ($-5\,000 + 2\,000 + 1\,000 = -2\,000$ um) y el interés acumulado (-440 um), que suman $2\,440$ um.

Una forma incorrecta del cálculo del interés simple cuando se producen cargos y abonos sobre los fondos, después de su fecha de inicio, es capitalizar la deuda y amortizarla en cada fecha de pago (en el presente caso se efectuarían tres capitalizaciones de interés). Si así fuese, el importe por cancelar el día 180 sería necesariamente mayor que $2\,440$ um, como se muestra a continuación:

- a. Capitalización, abono y establecimiento del nuevo saldo capitalizable en el día 35:

$$5\,000 \left[1 + 0,025 \times \frac{35}{30} \right] - 2\,000 = 3\,145,83$$

- b. Capitalización, abono y establecimiento del nuevo saldo capitalizable en el día 98:

$$3\,145,83 \left[1 + 0,025 \times \frac{63}{30} \right] - 1\,000 = 2\,310,99$$

- c. Capitalización y establecimiento del saldo a cancelar en el día 180:

$$2\,310,99 \left[1 + 0,025 \times \frac{82}{30} \right] = 2\,468,91$$

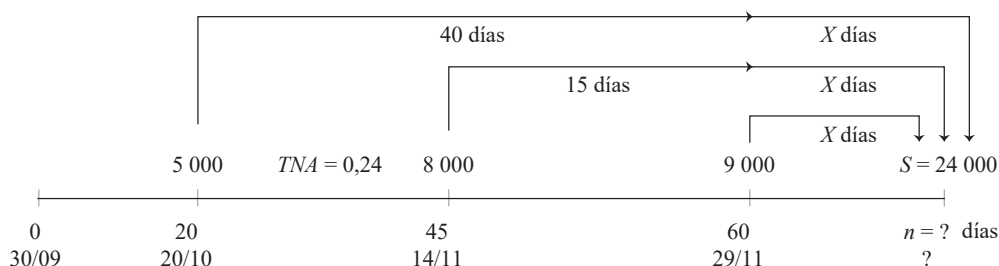
Puede comprobar que el saldo (incorrecto) que pagar el día 180 sería de $2\,468,91$ um, mucho mayor al establecido con la ecuación de equivalencia financiera a interés simple, que arrojó un saldo correcto de $2\,440$ um.

EJEMPLO 2.30 ECUACIÓN DE EQUIVALENCIA FINANCIERA A INTERÉS SIMPLE

El día de 30 de septiembre, la empresa El Sol S.A. tiene 3 deudas con el Banco del Oriente por $5\,000$ um, $8\,000$ um y $9\,000$ um, que vencerán el 20 de octubre, el 14 de noviembre y el 29 de noviembre del mismo año, respectivamente. Si El Sol S.A. negocia con su banco consolidar sus tres deudas en una sola cuenta, bajo un régimen de interés simple que devenga una *TNA* de $0,24$ y cancelarla con un pago único de $24\,000$ um en fecha posterior al 29 de noviembre, ¿en qué fecha deberá efectuar dicho pago?

► SOLUCIÓN

Dado que la fecha focal se ubica después del día 29 de noviembre, puede plantearse una ecuación de equivalencia con una fecha focal desconocida y posterior a dicha fecha, como se presenta en el siguiente diagrama de tiempo-valor:



$$5\,000 \left[1 + 0,24 \times \frac{40 + X}{360} \right] + 8\,000 \left[1 + 0,24 \times \frac{15 + X}{360} \right] + 9\,000 \left[1 + 0,24 \times \frac{X}{360} \right] = 24\,000$$

$$5\,000 + 133,33 + 3,33X + 8\,000 + 80 + 5,33X + 9\,000 + 6X = 24\,000$$

$$X = 121,82$$

La respuesta $X = 121,82$ significa que el pago de 24 000 um debe realizarse 122 días (aproximadamente) después del día 29 de noviembre; es decir, el 30 de marzo del año siguiente, tal como se comprueba a continuación:

$$5000 \left[1 + 0,24 \times \frac{40 + 122}{360} \right] + 8000 \left[1 + 0,24 \times \frac{15 + 122}{360} \right] + 9000 \left[1 + 0,24 \times \frac{122}{360} \right] = 24002,67$$

El exceso de 2,67 um se debe al redondeo por exceso de 121,82 a 122 días.

EJEMPLO 2.31 EQUIVALENCIA FINANCIERA A INTERÉS SIMPLE

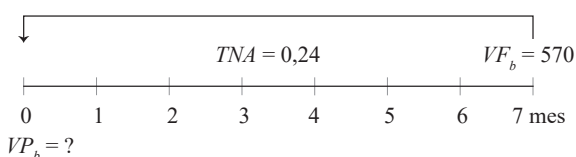
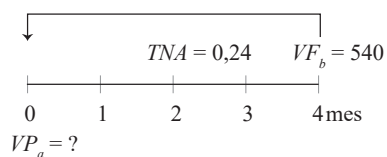
Calcule:

- El valor presente VP_a bajo interés simple de un importe de 540 um ubicado al final de un horizonte temporal cuatrimestral.
- El valor presente VP_b bajo interés simple de un importe de 570 ubicado al final de un horizonte temporal de siete meses.

Para ambos casos (cuyos momentos iniciales coinciden), utilice una TNA de 0,24.

► SOLUCIÓN

Los diagramas de tiempo-valor se presentan en las siguientes figuras:



$$VP_a = 540 \left[\frac{1}{1 + 0,24 \times \frac{120}{360}} \right] = 500$$

$$VP_b = 570 \left[\frac{1}{1 + 0,24 \times \frac{210}{360}} \right] = 500$$



Bajo un interés simple con una TNA de 0,24 se obtiene:

- En el primer caso, cuyo horizonte temporal es cuatrimestral, el valor presente de 500 um.
- En el segundo caso, cuyo horizonte temporal es de siete meses, el valor presente de 500 um.
- Sin embargo, ello no significa que los importes futuros VF_a y VF_b , ubicados al final de los meses 4 y 7 respectivamente, sean financieramente equivalentes entre sí cuando se selecciona como final del horizonte de evaluación el final del séptimo mes, pues si se lleva VF_a tres meses al futuro, entonces resultaría $540 \left[1 + 0,24 \times \frac{90}{360} \right] = 572,4$, cifra que difiere de 570 um.

2.10 Problemas resueltos de interés simple

EJEMPLO 2.32 INTERÉS CON P CONSTANTE Y j CONSTANTE

Un capital de 12 000 um que devenga una TNA de 0,12 fue colocado en un banco el 20 de marzo, esta operación a interés simple se canceló el 15 de junio del mismo año. Calcule:

- a. El número de días de la operación.
- b. La tasa de interés nominal de todo el período de la operación.
- a. El interés simple de la operación.

► SOLUCIÓN

$$I = ? \quad P = 12\,000 \quad TNA = 0,12 \quad n = \frac{87}{360}$$

$$I = Pjn \quad I = 12\,000 \times 0,12 \times \frac{87}{360} = 348$$

EJEMPLO 2.33 INTERÉS CON P CONSTANTE Y j VARIABLE

Calcule el interés simple generado por unos fondos de 50 000 um que devengan una tasa nominal variable. La operación tuvo como fecha de inicio el 2 de julio y fue cancelada el 30 de septiembre del mismo año. La TNA de 0,12 vigente desde la fecha de inicio cambió a una TNT de 0,028 el 15 de julio, y a una TNM de 0,009 el 16 de septiembre.

► SOLUCIÓN

$$I = ? \quad P = 50\,000 \quad TNA_1 = 0,12 \quad n_1 = \frac{13}{360} \quad TNT_2 = 0,028 \quad n_2 = \frac{63}{90} \quad TNM_3 = 0,009 \quad n_3 = \frac{14}{30}$$

$$I = P \sum_{k=1}^z [j_k n_k] \quad I = 50\,000 \left[0,12 \times \frac{13}{360} + 0,028 \times \frac{63}{90} + 0,009 \times \frac{14}{30} \right] = 50\,000 [0,028133] = 1\,406,67$$

**EJEMPLO 2.34** CUANTÍA CON P CONSTANTE Y j CONSTANTE

Calcule la cuantía simple de una inversión de 30 000 um que devenga una TNA de 0,12; esta inversión fue colocada en un banco el 20 de abril y cancelada el 15 de agosto del mismo año.

► SOLUCIÓN

$$S = ? \qquad P = 30\,000 \qquad TNA = 0,12 \qquad n = \frac{117}{360}$$

$$S = P[1 + jn] \qquad S = 30\,000 \left[1 + 0,12 \times \frac{117}{360} \right] = 30\,000 \times 1,039 = 31\,170$$

EJEMPLO 2.35 CUANTÍA CON P VARIABLE Y j VARIABLE CUENTA DE AHORROS

Una cuenta de ahorros que devenga una tasa de interés variable se abrió el 16 de junio y se canceló el 15 de noviembre del mismo año. En ese período se efectuaron los cambios en los fondos y en las tasas de interés que se presentan en la siguiente tabla.

Fecha	Operación	Siglas	Importe (um)	Tasa Nominal
16/06	Depósito	D	5 000	$TNA = 0,120$
20/08	Depósito	D	3 000	$TNA = 0,125$
18/09	Retirada	R	-1 000	$TNT = 0,033$
04/11	Depósito	D	2 000	$TNM = 0,012$
15/11	Cancelación	C		

Prepare la cuenta corriente de ahorros y calcule la cuantía simple que devengó la cuenta de ahorros en todo el plazo de la operación (saldo de la cuenta).

► SOLUCIÓN

La cuenta corriente de ahorros que utiliza numerales para el caso de P variable y j variable se muestra en la TABLA 2.3; el interés simple de la cuenta de ahorros es 349,12 um; y el saldo o cuantía de la cuenta al 15 de noviembre es 9 349,12 um.

TABLA 2.3 Cuenta corriente de ahorros con P variable y j variable.

N.º	Fecha	D/R/C	Importe	Movimiento		Sal		Días	Numeral		Tasa diaria	Interés	
				Cargo	Abono	Deudor	Acreedor		Deudor	Acreedor		Período	Acumulado
1	16/06		5 000		5 000		5 000	65		325 000	$\frac{0,12}{360}$	108,33	108,33
2	20/08	D	3 000		3 000		8 000	29		232 000	$\frac{0,125}{360}$	80,56	188,89
3	18/09	D	1 000	1 000			7 000	47		329 000	$\frac{0,033}{90}$	120,636	309,52
4	04/11	R	2 000		2 000		9 000	11		99 000	$\frac{0,012}{30}$	39,60	349,120
5	15/11	D					9 000						
5			Total	1 000	10 000		9 000	152					349,12

EJEMPLO 2.36 INTERÉS CON P CONSTANTE Y j CONSTANTE ANUAL

Calcule el interés simple que produce un principal (o fondos) de 10 000 um, colocado a una TNA de 0,18 durante el período comprendido entre el 3 de abril y 3 de junio del mismo año.

► SOLUCIÓN

$I = ?$

$P = 10\,000$

$j = TNA = 0,18$

$n = \frac{61}{360}$

$I = Pjn$

$I = 10\,000 \times 0,18 \times \frac{61}{360} = 305$

**EJEMPLO 2.37** INTERÉS CON P CONSTANTE Y j CONSTANTE MENSUAL

Calcule el interés simple que produce unos fondos de 10 000 um, colocados a una TNM de 0,015 durante el período comprendido entre el 3 de abril y 3 de junio del mismo año.

► SOLUCIÓN

$$I = ? \quad P = 10\,000 \quad j = TNM = 0,015 \quad n = \frac{61}{30}$$

$$I = Pjn \quad I = 10\,000 \times 0,015 \times \frac{61}{30} = 305$$

EJEMPLO 2.38 CAPITAL INICIAL EN UNA OPERACIÓN A INTERÉS SIMPLE CON TASA ANUAL

¿Cuál es el principal (o fondos) que colocado a una TNA de 0,36 produce 500 um de interés simple durante 18 semanas?

► SOLUCIÓN

$$P = ? \quad I = 500 \quad j = TNA = 0,36 \quad n = \frac{18 \times 7}{360} = \frac{126}{360}$$

$$P = \frac{I}{jn} \quad P = \frac{500}{0,36 \times \frac{126}{360}} = 3\,968,25$$

EJEMPLO 2.39 CAPITAL INICIAL EN UNA OPERACIÓN A INTERÉS SIMPLE CON TASA SEMESTRAL

¿Cuánto es el importe del principal que produce un interés simple de 800 um colocado a una TNS (Tasa Nominal Semestral) de 0,12 en 7 trimestres?

► SOLUCIÓN

Como la tasa es semestral hay que expresar los 7 trimestres en términos semestrales, que equivalen a 3,5 semestres.

$$P = ? \quad I = 800 \quad j = TNS = 0,12 \quad n = 3,5$$

$$P = \frac{I}{jn} \quad P = \frac{800}{0,12 \times 3,5} = 1\,904,76$$

EJEMPLO 2.40 TASA NOMINAL ANUAL EN UNA OPERACIÓN A INTERÉS SIMPLE

¿Cuál es la TNA aplicada para que unos fondos de 8 000 um colocados a 1 año, 3 meses y 18 días ganen 6 000 um de interés simple?

► SOLUCIÓN

$$TNA = ? \quad I = 6\,000 \quad P = 8\,000 \quad n = \frac{468}{360}$$

$$j = \frac{I}{Pn} \quad TNA = \frac{6\,000}{8\,000 \times \frac{468}{360}} = 0,5769230679$$



EJEMPLO 2.41 TASA NOMINAL MENSUAL EN UNA OPERACIÓN A INTERÉS SIMPLE

Un principal (o fondos) de 15 000 um produce 2 000 um de interés simple desde el 3 de marzo hasta el 19 de junio del mismo año. Calcule la *TNM* de interés simple.

► SOLUCIÓN

$$\begin{array}{llll}
 TNM = ? & I = 2\,000 & P = 15\,000 & n = \frac{108}{30} \\
 j = \frac{I}{Pn} & TNM = \frac{2\,000}{15\,000 \times \frac{108}{30}} = 0,03703 & &
 \end{array}$$

EJEMPLO 2.42 HORIZONTE TEMPORAL EN UNA OPERACIÓN A INTERÉS SIMPLE

Una inversión de 5 000 um que devenga una *TNA* de 0,3 fue colocada a interés simple. Calcule el plazo en el que el interés simple generado ascendió al 15% de dicha inversión.

► SOLUCIÓN

$$\begin{array}{llll}
 n_{\text{anual}} = ? & P = 5\,000 & I = 0,15 \times 5\,000 = 750 & TNA = 0,3 \\
 n = \frac{I}{Pj} & n = \frac{750}{5\,000 \times 0,3} = 0,5 & &
 \end{array}$$

Dado que la tasa j es anual, n es el número de años.

EJEMPLO 2.43 PERÍODOS DE TASA NOMINAL EN UNA OPERACIÓN A INTERÉS SIMPLE

Unos fondos de 6 000 um colocados a una *TNA* de 0,18 producen 540 um de interés simple. Calcule el período de la operación.

► SOLUCIÓN

$$\begin{array}{llll}
 n_{\text{anual}} = ? & P = 6\,000 & I = 540 & j = TNA = 0,18 \\
 n = \frac{I}{Pj} & n = \frac{540}{6\,000 \times 0,18} = 0,5 & &
 \end{array}$$

EJEMPLO 2.44 INTERÉS SIMPLE CON TASA VARIABLE

Calcule el interés simple de una inversión de 5 000 um colocada durante 6 meses. Durante los primeros dos meses la *TNA* fue de 0,14 y durante los siguientes meses la *TNA* fue de 0,12.

► SOLUCIÓN

$$\begin{array}{llllll}
 I = ? & P = 5\,000 & j_1 = 0,14 & n_1 = \frac{2}{12} & j_2 = 0,12 & n_2 = \frac{4}{12} \\
 I = P \sum_{k=1}^z [j_k n_k] & I = 5\,000 \left[0,14 \times \frac{2}{12} + 0,12 \times \frac{4}{12} \right] = 316,67 & & & &
 \end{array}$$

EJEMPLO 2.45 INTERÉS SIMPLE CON TASA VARIABLE

El 8 de abril una empresa colocó un capital de 20 000 um, que devenga una TNM de 0,03; esta operación se canceló el 4 de agosto del mismo año. Calcule el interés simple si durante dicho plazo la TNM cambió a 0,025 y a 0,02, el día 6 de mayo y el 16 de julio, respectivamente.

► SOLUCIÓN

$$I = ? \quad P = 20\,000 \quad j_1 = TNM_1 = 0,03 \quad n_1 = \frac{28}{30} \quad j_2 = TNM_2 = 0,025 \quad n_2 = \frac{71}{30}$$

$$j_3 = TNM_3 = 0,02 \quad n_3 = \frac{19}{30}$$

$H = 118$ días

$h_1 = 28$ días		$h_2 = 71$ días		$h_3 = 19$ días	
08/04	$F = 30$ días $TNM_1 = 0,03$	06/05	$F = 30$ días $TNM_2 = 0,025$	16/07	$F = 30$ días $TNM_3 = 0,02$
$P = 20\,000$					04/08

$$I = P \sum_{k=1}^z [j_k n_k] \quad I = 20\,000 \left[0,03 \times \frac{28}{30} + 0,025 \times \frac{71}{30} + 0,02 \times \frac{19}{30} \right] = 1\,996,67$$

EJEMPLO 2.46 PROPORCIONALIDAD DEL INTERÉS SIMPLE

El 11 de julio, Carlos, Eduardo y Antonio constituyeron una SRL, con un capital suscrito de 15 000 um, de los cuales se pagó 9 000 um en la fecha de inicio de la sociedad. El saldo se cubrió en las fechas siguientes:

Fecha	Carlos	Eduardo	Antonio	Total
11/07	3 000	2 000	4 000	9 000
23/08	1 000	2 000	0	3 000
15/09	2 000	1 000	0	3 000
	6 000	5 000	4 000	15 000

El comprobante bancario de constitución establece que las utilidades serán distribuidas proporcionalmente entre los capitales aportados. El 31 de diciembre del mismo año, la sociedad arrojó una utilidad neta de 3 000 um. ¿Cuánto corresponde a cada socio si se acordó que la utilidad se distribuya como interés simple en función del tiempo de cada aportación?

► SOLUCIÓN

Fecha	Días al 31/12	Sociedad		Carlos		Eduardo		Antonio	
		Capital	Numeral	Capital	Numeral	Capital	Numeral	Capital	Numeral
11/07	173	9 000	1 557 000	3 000	519 000	2 000	346 000	4 000	692 000
23/08	130	3 000	390 000	1 000	130 000	2 000	260 000		
15/09	107	3 000	321 000	2 000	214 000	1 000	107 000		
31/12		15 000	2 268 000	6 000	863 000	5 000	713 000	4 000	692 000



Si se considera la utilidad del socio como un interés simple, la utilidad de la sociedad como un principal y la relación Numeral socio/Numeral sociedad como una tasa de interés simple acumulada, se tiene: Utilidad socio = Utilidad sociedad $\left[\frac{\text{Numeral socio}}{\text{Numeral sociedad}} \right]$.

$$\text{Carlos } 3\,000 \left[\frac{863\,000}{2\,268\,000} \right] = 1\,141,53$$

$$\text{Eduardo } 3\,000 \left[\frac{713\,000}{2\,268\,000} \right] = 943,12$$

$$\text{Antonio } 3\,000 \left[\frac{692\,000}{2\,268\,000} \right] = 915,34$$

$$\hline 3\,000,00$$

EJEMPLO 2.47 CUANTÍA CON INTERÉS SIMPLE

El 25 de junio, el saldo de una cuenta de ahorros colocada a interés simple fue de 1 500 um, que devenga una *TNA* de 0,24. Efectúe la liquidación de dicha cuenta en el 30 de junio del mismo año.

► SOLUCIÓN

$$S = ? \quad P = 1\,500 \quad TNA = 0,24 \quad n = \frac{5}{360}$$

$$S = P \left[1 + jn \right] \quad S = 1\,500 \left[1 + \frac{0,24}{5 \div 360} \right] = 1\,505$$

EJEMPLO 2.48 CUANTÍA CON INTERÉS SIMPLE

Calcule el valor nominal de un pagaré que vence el 4 de junio y devenga una *TNA* de 0,24, si se descuenta el 16 de abril del mismo año y se requiere disponer de 7 500 um en la fecha del descuento.

► SOLUCIÓN

$$S = ? \quad P = 7\,500 \quad TNA = 0,24 \quad n = 49/360$$
$$S = P \left[1 + jn \right] \quad S = 7\,500 \left[1 + \frac{0,24}{49 \div 360} \right] = 7\,745$$

**EJEMPLO 2.49** INTERÉS SIMPLE INCLUIDO EN SU RESPECTIVA CUANTÍA

Los fondos y el interés de una cuenta de ahorros, colocada a interés simple al final de su horizonte temporal, hacen un total de 3 000 um. Calcule sus importes si se sabe que la cuenta se abrió el 9 de marzo, se canceló el 15 de abril del mismo año y devengó una TNT de 0,09.

► SOLUCIÓN

$$P, I = ?$$

$$S = 3\,000$$

$$TNT = 0,09$$

$$n = \frac{37}{90}$$

$$P = S \left[\frac{1}{1 + jn} \right] \quad P = 3\,000 \left[\frac{1}{1 + 0,09 \times \frac{37}{90}} \right] = 2\,892,96$$

$$I = S - P$$

$$I = 3\,000 - 2\,892,96 = 107,04$$

EJEMPLO 2.50 TASA NOMINAL EN EL INTERÉS SIMPLE

Un electrodoméstico tiene un precio al contado de 2 000 um, puede adquirirse a crédito con una cuota inicial de 500 um y el saldo financiarse con una letra de cambio a 60 días con valor nominal de 1 620 um. Calcule la tasa de interés simple mensual cargada en este financiamiento.

► SOLUCIÓN

$$TNM = ?$$

$$S = 1\,620$$

$$P = 2\,000 - 500 = 1\,500$$

$$n = 2$$

$$j = \frac{(S/P) - 1}{n} \quad TNM = \frac{\frac{1\,620}{1\,500} - 1}{2} = 0,04$$

EJEMPLO 2.51 CÁLCULO DE n UNA OPERACIÓN A INTERÉS SIMPLE

¿En cuánto tiempo un importe de 1 000 um se convertirá en una cuantía de 1 100 um colocada en un banco a una TNM de 0,05?

► SOLUCIÓN

$$n_{\text{meses}} = ?$$

$$S = 1\,100$$

$$P = 1\,000$$

$$TNM = 0,05$$

$$n = \frac{(S/P) - 1}{j} \quad n = \frac{\frac{1\,100}{1\,000} - 1}{0,05} = 2$$

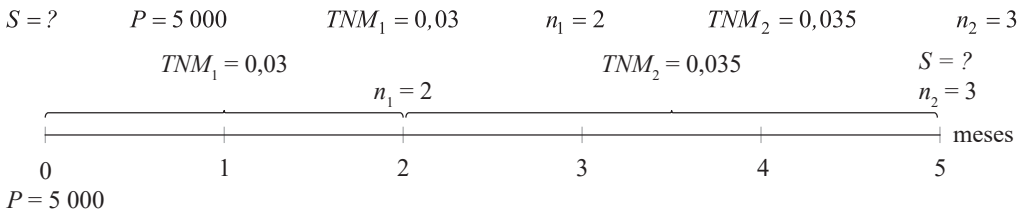
Como el período de j es mensual, n es el número de meses; la respuesta es 2 meses.

EJEMPLO 2.52 CUANTÍA SIMPLE CON VARIACIONES DE TASA

Calcule la cuantía simple que generó un principal (o fondos) de 5 000 um, colocado durante 5 meses. La TNM fue de 0,03 durante cada uno de los dos primeros meses y de 0,035 durante cada uno de los 3 meses restantes.



► SOLUCIÓN

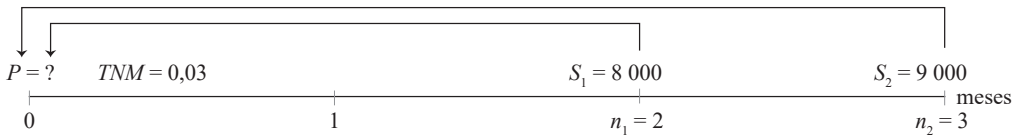


$$S = P \left[1 + \sum_{k=1}^z j_k n_k \right] \qquad S = 5\,000 [1 + 0,03 \times 2 + 0,035 \times 3] = 5\,000 [1,165] = 5\,825$$

EJEMPLO 2.53 VALORES PRESENTES CON INTERÉS SIMPLE

Dos letras de cambio con valores nominales de 8 000 um y de 9 000 um vencen dentro de 60 y 90 días respectivamente. Calcule el valor a día de hoy (valor presente), a interés simple, de ambas letras con una TNM de 0,03.

► SOLUCIÓN



$$P = \frac{S_1}{1 + j n_1} + \frac{S_2}{1 + j n_2} \qquad P = \frac{8\,000}{1 + 0,03 \times 2} + \frac{9\,000}{1 + 0,03 \times 3} = 7\,547,17 + 8\,256,88 = 15\,804,05$$

EJEMPLO 2.54 VALORES PRESENTES CON VARIACIONES DE TASAS DE INTERÉS SIMPLE

Una deuda de 4 000 um se descuenta 3 meses antes de su vencimiento. Calcule su valor presente a interés simple con una TNM de 0,02 para el primer mes del descuento y de 0,025 para los dos últimos meses.

► SOLUCIÓN

$P = ?$ $S = 4\,000$ $TNM_1 = 0,02$ $n_1 = 1$

$TNM_2 = 0,025$ $n_2 = 2$

$$P = \frac{S}{1 + \sum_{k=1}^z [j_k n_k]} \qquad P = \frac{4\,000}{1 + 0,02 \times 1 + 0,025 \times 2} = 3\,738,32$$

EJEMPLO 2.55 INTERÉS SIMPLE INCLUIDO EN LA CUANTÍA

Un principal (o fondos) que devenga una TNA de 0,18 se colocó en un banco el 24 de septiembre, esta cuenta se canceló el 9 de octubre del mismo año, fecha en la que se recibió una cuantía simple de 8 000 um. Calcule el interés simple que generó el principal y el importe de dicho principal.