

GUÍA DE ESTUDIO MATEMÁTICAS FINANCIERAS



**ASESOR FINANCIERO, OPERADOR, DIRECTIVO,
MIDDLE OFFICE Y DIGITADOR**

Primera edición: Octubre de 2019

Autorregulador del Mercado de Valores
(AMV)

Gerencia de Certificación e Información.

Esta guía se elaboró gracias al trabajo
del Programa de Autores de AMV.

Este material es propiedad de AMV, es de
consulta gratuita y se encuentra prohibida
su venta y su uso para fines comerciales.

Diseño y Diagramación:
Artmedia Estudio Diseño
www.artmediaestudio.com

Contenido

1. Presentación 5

2. El día del examen 6

3. Introducción 8

4. Conceptos de valor del dinero en el tiempo 9

- 4.1. Interés y tasa de interés
- 4.2. Tasas de interés simple y compuesta
- 4.3. Tasas de interés equivalentes
 - 4.3.1. Tasa de interés vencida
 - 4.3.2. Tasa de interés anticipada
- 4.4. Tasas de interés nominal y efectiva

5. Valor presente neto (VPN) y Tasa interna de retorno (TIR) 23

- 5.1. Valor presente neto (VPN)
 - 5.1.1. Definición
 - 5.1.1. Aplicaciones
- 5.2. Tasa interna de retorno (TIR)
 - 5.2.1. Definición
 - 5.2.1. Aplicaciones

6. Indicadores económicos 38

- 6.1. El Índice de precios al consumidor (IPC)
 - 6.1.1. Definición
 - 6.1.2. Aplicaciones
- 6.2. La Unidad de valor real (UVR)
 - 6.2.1. Definición

6.2.2. Aplicaciones

6.3. El Indicador básico de referencia (IBR)

6.3.1. Definición

6.3.2. Aplicaciones

6.4. La tasa Depósito a término fijo (DTF)

6.4.1. Definición

6.4.2. Aplicaciones

7. Anualidades 51

7.1. Definición

7.2. Anualidad vencida

7.2.1. Definición

7.2.2. Valor futuro de una anualidad vencida

7.2.3. Aplicaciones

7.2.4. Valor presente de una anualidad vencida

7.3. Anualidad diferida

7.3.1. Definición

7.3.2. Aplicaciones

Referencias y bibliografía

1. Presentación

Para el Autorregulador del Mercado de Valores de Colombia (AMV) la elevación de los estándares de idoneidad profesional es un elemento de primer orden. En tal sentido, se presentan a la industria, y al público en general, las guías de estudio como herramientas complementarias para la preparación de los exámenes de certificación.

Este documento se apoya en los temarios publicados en la página web de AMV, los cuales comprenden las materias a evaluar en los exámenes de idoneidad profesional.

La inclusión de algún enlace o documento no implica la recomendación o aprobación de los puntos de vista expresados en él. Se advierte que la información que contienen las guías solo podrá usarse para consultas personales, respetando las leyes vigentes de derechos de autor.

Este material es propiedad de AMV, es de consulta gratuita y se encuentra prohibida su venta y uso para fines comerciales

2. El día del examen



El profesional que haya programado una sesión de examen recibirá una citación dos días antes de la fecha programada, en la cual se especifican la hora de registro y de inicio de sesión. Es importante llegar 30 minutos antes del inicio del examen, una vez inicie la sesión no se permitirá la entrada a ningún profesional.

Si usted desea reprogramar su examen, podrá hacerlo como máximo hasta las 23:59 horas del tercer día hábil previo a su examen.

Recuerde llevar a la sesión su cédula de ciudadanía, cédula de extranjería, pasaporte o contraseña vigente, ya que de lo contrario no se le permitirá presentar el examen.

Usted podrá ingresar a la sesión calculadora financiera. Se le proporcionarán hojas y elementos de escritura, para realizar cualquier cálculo que necesite, las hojas deberán, sin excepción, ser entregadas al finalizar la sesión.

Está prohibido ingresar celulares, agendas electrónicas, relojes inteligentes o cualquier otro dispositivo que pudiera ser usado para acceder a información o contenidos relacionados con el examen a presentar.

Le recordamos que de acuerdo con los deberes de los aspirantes o examinados (Artículo 159 del reglamento de AMV), los aspirantes deberán abstenerse de tener o intentar tener acceso por cualquier medio al banco de preguntas, copiar o intentar copiar durante el examen, estar en posesión de elementos prohibidos o no autorizados expresamente por AMV durante la presentación del examen, realizar

cualquier conducta constitutiva de fraude durante la presentación del examen o en relación con el mismo, entre otros. El incumplimiento de los deberes por parte de aspirantes o examinados se considerará como una infracción disciplinaria en contra de los reglamentos de autorregulación

3. Introducción

Las Matemáticas financieras son un área del conocimiento que aprovecha herramientas cuantitativas para el análisis del Valor del dinero en el tiempo y para el estudio de las equivalencias económicas.

En esta guía, expertos de la academia y de la industria financiera, pertenecientes al Programa de Autores de AMV, desarrollan las temáticas propuestas con un enfoque práctico y didáctico, considerando las necesidades actuales de los profesionales en la materia y los estándares de conocimiento vigentes, y atendiendo las directrices del Comité Académico de AMV.

La guía inicia con la presentación de los conceptos para estudiar el Valor del dinero en el tiempo, y para analizar viabilidad en Alternativas de inversión. Mediante ejemplos relacionados con situaciones de la realidad, el lector encontrará los criterios para aplicar los conceptos descritos en diversas situaciones.

La guía continua con una descripción de los Indicadores económicos fundamentales requeridos para estructurar operaciones financieras y para analizar problemas financieros en el mercado colombiano. Tras presentar ejemplos prácticos, que evidencian la utilidad y uso de los Indicadores presentados, la guía concluye con la descripción de las herramientas cuantitativas necesarias para el análisis de series de flujos de efectivo uniformes y Anualidades.

4. Conceptos de valor del dinero en el tiempo



Objetivos de aprendizaje

- Entender los componentes de la tasa de interés.
- Entender la relación entre la tasa de interés y el costo del dinero.
- Entender los conceptos y la aplicación de las tasas vencidas y anticipadas.
- Diferenciar entre tasas simples y compuestas, y entre tasas nominales y efectivas.
- Aplicar el concepto de equivalencia en la conversión de las tasas de interés.

4.1. Interés y tasa de interés

El economista Irving Fisher formalizó el concepto de tasa de interés en 1930. Desde entonces, el concepto ha evolucionado para incluir los diferentes componentes que afectan las tasas de interés comerciales.

DeFusco, McLeavey, Pinto & Runkle reconocen las tres definiciones de tasa de interés del Chartered Financial Analysts Institute (CFA, 2018):

1.

Como tasa de retorno de una inversión, es decir la rentabilidad porcentual que recibe un inversionista por invertir su dinero.

2.

Como tasa de descuento o tasa de interés porcentual, que se utiliza para saber el valor presente de una inversión.

Es el caso del Certificado de depósito a término (CDT), instrumento de ahorro muy utilizado en el sistema financiero colombiano. Con plazos entre un (1) mes y 720 días, se invierten los recursos por un periodo de tiempo determinado sin poder disponer de ellos hasta su vencimiento.

Por ejemplo, si hace seis (6) meses se invirtieron a un año COP\$ 100 millones en un CDT pero se requiere el dinero hoy, seis (6) meses antes de la maduración del título, el banco aplica una tasa de descuento para determinar el monto a entregar por el CDT.

3.

Como costo de oportunidad que es la tasa de interés que deja de percibirse cuando se elige entre inversiones diferentes.

Por ejemplo, si se tiene un CDT de COP\$ 100.000.000 y se liquida para comprar acciones, el costo de oportunidad es el interés que dejó de percibirse por liquidar el CDT.

Entonces, los tres términos, tasa descuento, tasa de retorno y costo de oportunidad quieren decir lo mismo: una tasa de interés porcentual.

Las tasas de interés comerciales como la tasa de depósitos a término fijo (DTF), se rigen en gran medida por la oferta y la demanda de dinero. Cuando las personas solicitan más préstamos de lo que el banco capta en cuentas de ahorros, la tasa sube. Si por el contrario, las personas no quieren endeudarse más y los bancos comienzan a captar más de lo que prestan, la tasa de interés tiende a bajar.

La siguiente fórmula representa los componentes de la tasa de interés, con base en CFA (2018):

$$i_c = (1+i_r)x(1+i_f)x(1+i_p)x(1+i_l)x(1+i_v)-1$$

donde:

- i_r : interés real o tasa de interés libre de riesgo sin inflación. En teoría debe ser igual en todas partes del mundo.
- i_f : tasa de interés de la inflación, es decir, la pérdida del poder adquisitivo del dinero durante el periodo de inversión.
- i_p : riesgo de crédito o tasa de interés que compensa la probabilidad de no pago de la inversión por la entidad.
- i_l : riesgo de liquidez o precio medido en tasa de interés a la facilidad con la que puede venderse la inversión a un tercero.
- i_v : tasa de interés de los términos de vencimiento o tasa de interés que mide el costo del tiempo para recibir el dinero invertido más los rendimientos esperados. A menor tiempo, menor tasa de interés por vencimiento.

Ejemplo 1

Va a abrirse un CDT de COP\$ 100.000.000 a un (1) año en un banco AAA (la calificación más alta posible y que supone un riesgo mínimo) que no tiene riesgo de crédito.

Datos:

- i_r : 0,5% anual o efectivo anual (E.A.)
- i_f : 3,5% anual o efectivo anual (E.A.)
- i_p : 0% anual o efectivo anual (E.A.)
- i_v : 1% anual o efectivo anual (E.A.) ¿Cuál es la tasa de interés comercial?

$$i_c = 0,0506_c = (1+0,005_r) \times (1+0,035_f) \times (1+0,0_p) \times (1+0,0_l) \times (1+0,01_v) - 1$$

Respuesta: la tasa de interés comercial del CDT es 5,06% anual o efectivo anual E.A.

Ejemplo 2

Para la Corporación financiera La Torre S.A.S. que no es vigilada por la Superfinanciera, la tasa de interés por la probabilidad de no pago (riesgo de crédito) es del 10% y la tasa de interés por riesgo de liquidez es el 5%.

¿De cuánto sería la tasa de interés comercial de la Corporación financiera La Torre S.A.S. si todos los otros supuestos del Banco AAA se mantienen?

$$i_c = (1+0,005_r) \times (1+0,035_f) \times (1+0,1_p) \times (1+0,05_l) \times (1+0,01_v) - 1$$

Respuesta: la tasa de interés comercial es 21,34% anual o efectivo anual E.A.

4.2. Tasas de interés simple y compuesta

Los diagramas de flujo de caja permiten visualizar cómo funciona una inversión.

La inversión del ejemplo anterior puede graficarse (COP\$ 100.000.000 al 5,06% anual):

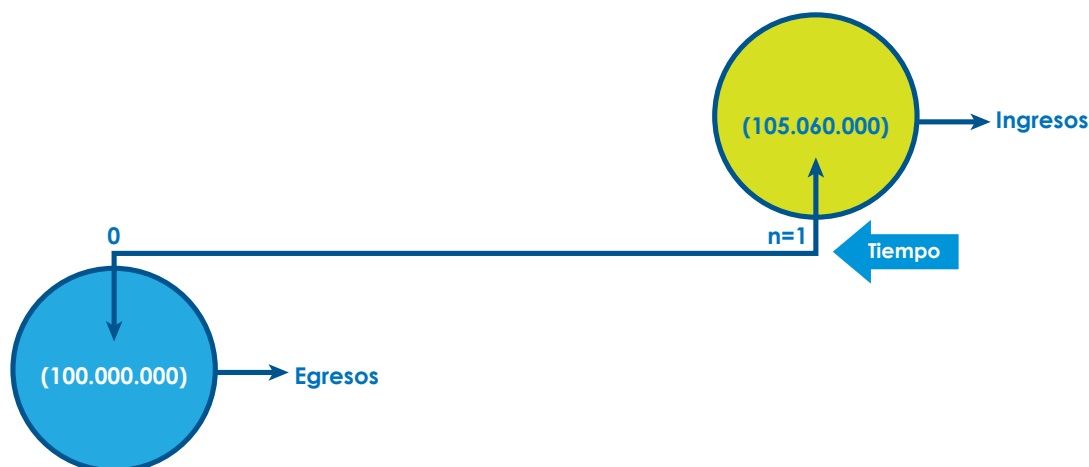
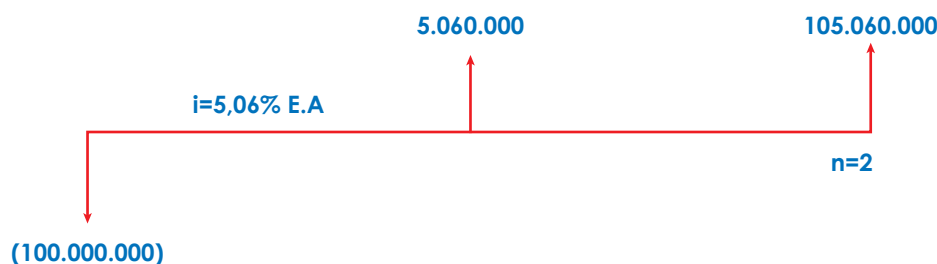


Figura 1. Explicación del diagrama de flujo de caja
Adaptado de Sarmiento, Cayón y Rivera (2007)

La flecha hacia abajo representa la inversión, que es el momento cuando se consignan los COP\$ 100.000.000 en el banco y se abre el CDT. Como se invierte a un año ($n=1$) a una tasa del 5,06% E.A., al final del año se tiene un ingreso (la flecha hacia arriba) que incluye el capital invertido (COP\$ 100.000.000) y el rendimiento de la inversión ($\text{COP\$ } 100.000.000 \times 0,0506 = \text{COP\$ } 5.060.000$), es decir, un ingreso total de COP\$ 105.060.000 (el momento 0 de una inversión es el momento en que se hace la inversión).

Si se tienen dos opciones de inversión, la primera paga intereses anualmente y mantiene invertido el capital durante dos años; la segunda reinvierte los intereses que se reciben durante dos años y mantiene invertido el capital durante dos años:

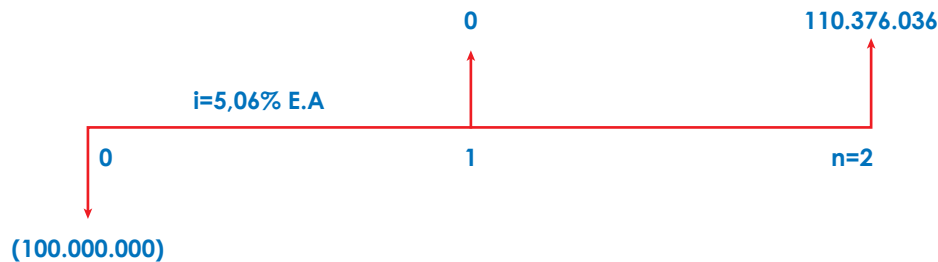
El diagrama de flujo de caja de la primera opción es:



Adaptado de Sarmiento, Cayón, y Rivera (2007)

Con el interés simple o periódico se pagan intereses sobre el capital invertido. El gráfico representa el momento 0 cuando el inversionista va al banco. Al cumplirse el primer año, retira los intereses del primer año (COP\$ 5.060.000) y deja el capital. Al final del segundo año retira el capital invertido más los intereses del segundo año (COP\$ 105.060.000). Por consiguiente, en intereses pagados, recibió durante los dos años un total de COP\$ 5.060.000 X 2 = COP\$ 10.120.000.

El diagrama de flujo de la segunda opción es:



Adaptado de Sarmiento, Cayón, y Rivera (2007)

Es el caso del interés compuesto o efectivo. Se pagan los intereses sobre el capital invertido más los intereses que no se cobraron al banco, esto es, los del primer año. Por consiguiente, la nueva suma de capital invertido para el segundo año aumenta: COP\$ 100.000.000 + COP\$ 5.060.000 = COP\$ 105.060.000. Entonces, en el segundo año se pagan el 5,06% E.A. sobre COP\$ 105.060.000. Para el segundo año, el interés pagado es COP\$ 105.060.000 X 5,06% = COP\$ 5.316.036. Ese monto se suma a COP\$ 105.060.000 y da COP\$ 110.376.036.

En otras palabras, el interés compuesto o efectivo ocurre cuando se paga interés sobre el capital invertido y los intereses causados pero no pagados al inversionista.

La siguiente fórmula permite calcular la tasa de interés compuesta o efectiva para un número de periodos consecutivos:

$$I_{\text{efectivo}} = (1 + i_{\text{periódico}})^n - 1$$

donde:

$i_{\text{periódico}}$: periodo de interés simple en el que se pagan los intereses (mensual, trimestral, semestral y anual)

n : número de periodos a reinvertir

En el caso anterior, si la tasa de interés es 5,06% E.A. y se reinvierte por 2 años:

$$\begin{matrix} i \\ \text{periódico} \\ n=2 \end{matrix} = 5,06$$

se tiene:

$$\frac{(1+0,0506)^2 - 1}{2} = 0,10376036$$

10,376036% efectivo o compuesto a dos años.

Se multiplica por los COP\$ 100.000.000 invertidos y se obtiene el interés pagado al final de los dos años: COP\$ 10.376.036.

Ejemplo 3

Se hace una inversión que paga el 2,5% cada 180 días o semestre vencido S.V.

¿Cuál es la tasa de interés compuesta o efectiva si se reinvirtiera el dinero durante cuatro (4) semestres?

$$\frac{(1+0,025)^4 - 1}{4} = 0,1038$$

10,38%

Respuesta: la tasa de interés compuesta o efectiva es 10,38%

4.3. Tasas de interés equivalentes

4.3.1. Tasa de interés vencida

Todos los intereses se pagan de manera vencida, es decir, al final del periodo. En todos los casos hay que invertir primero y después se reciben los rendimientos de la inversión.

En Colombia, la nomenclatura de mes vencido M.V. se utiliza de manera común para la comercialización de préstamos bancarios. Si un banco ofrece tarjetas de crédito al 2,14% M.V. o préstamos para adquisición de vehículos al 1,4% M.V. quiere decir, que sobre el monto que se utilice o pida prestado, va a pagar esta tasa de

interés por mes, al final del mes. Esta nomenclatura es común para otros periodos como trimestre vencido T.V. o semestre vencido S.V.

4.3.2. Tasa de interés anticipada

Como todos los intereses siempre se pagan de manera vencida, la tasa anticipada solo es una manera comercial de expresar la tasa vencida para que el cliente entienda de una manera más sencilla la operación comercial que efectúa. Es un tipo de tasa común que utilizan algunos establecimientos financieros para operaciones de redescuento y en las operaciones de *factoring*, operación bancaria en la que el cliente endosa una factura o cartera comercial de un tercero al banco, este descuenta el interés anticipado, gira el monto y una vez el tercero paga, el banco recibe el monto completo.

Es importante evitar la confusión al utilizar la expresión *trimestre anticipado* cuando se refiere a una tasa nominal anual trimestre anticipada y no para referirse a los 90 días exactos, tema que se analiza en la sección sobre tasas nominales y efectivas.

Ejemplo 4

Una compañía que vende su producto a una gran cadena de almacenes que paga a 90 días (un trimestre) necesita con urgencia el dinero para pagar la nómina del mes. La compañía de *factoring* le ofrece descontar la factura de COP\$ 50.000.000 al 2% T.A.

Se parte de una tasa trimestral anticipada que se refiere exactamente a un trimestre o 90 días calendario.

El diagrama de flujo de caja es:



Adaptado de Sarmiento, Cayón, y Rivera (2007)

Desde la perspectiva de la compañía, el negocio fue recibir COP\$ 49.000.000 y pagar los COP\$ 50.000.000 al final del trimestre. Pagó de manera anticipada los intereses de COP\$ 1.000.000, resultado de multiplicar la factura por la tasa de des-

cuento (COP\$ 50.000.000 X 2%) y restarlo al monto original (COP\$ 50.000.000 - COP\$ 1.000.000 = COP\$ 49.000.000).

Desde la perspectiva de la compañía de factoring, recibe COP\$ 1.000.000 cuando le paguen los COP\$ 50.000.000 en 90 días o al final del trimestre. Su negocio fue prestar COP\$ 49.000.000 y recibir COP\$ 1.000.000 de ganancia de manera vencida.

La tasa de interés real de la operación es:

$$\frac{1.000.000}{49.000.000} = 0,0204$$

o

2,04% trimestre vencido T.V.

pues la compañía de *factoring* recibe COP\$ 1.000.000 al final del trimestre.

A esto se le conoce como el concepto de equivalencia: una tasa del 2% T.A. es equivalente a una tasa del 2,04% T.V.

Las siguientes fórmulas se usan para convertir tasas vencidas a anticipadas por periodos específicos de tiempo:

$$i_v = \frac{i_a}{1 - i_a}$$

$$i_a = \frac{i_v}{1 + i_v}$$

donde:

i_v : interés vencido
 i_a : interés anticipado

Entonces:

$$\frac{0,02}{(1 - 0,02)} = 0,0204$$

o

2,04% T.V.

Ejemplo 5

Se parte de una tasa trimestral anticipada que se refiere exactamente a un trimestre o 90 días calendario.

Una compañía de factoring descuenta facturas a 180 días y quiere ganar el 25% semestre vencido (S.V.).

¿Cuál es la tasa anticipada que debe cotizar al cliente para realizar la operación?

$$\frac{0,25}{(1+0,25)} = 20\%$$

Respuesta: la tasa anticipada que debe cotizar es 20% S.A.

4.4. Tasas de interés nominal y efectiva

La tasa de interés nominal es la que se pacta durante un periodo de tiempo determinado por ejemplo años pero su periodo de liquidación se hace en meses. Las fracciones de los periodos para la cual se ha pactado la tasa son intereses simples o periódicos.

Una tasa efectiva es el resultado de capitalizar o aplicar la fórmula de intereses compuestos a una tasa periódica. Una tasa efectiva también puede ser periódica para el tiempo especificado. Por ejemplo una tasa efectiva anual E.A. puede ser una tasa periódica anual. Y una tasa periódica mes vencido M.V. es también una tasa efectiva mensual.

Las tasas nominales son una nomenclatura por la cual se establece una especie de contrato sobre la manera que se van a pagar los intereses. Por ejemplo, si se paga el 12% nominal anual trimestre vencido N.A.T.V., el compromiso de pagar un total de 12% durante un año en cuotas trimestrales vencidas del 3% ($3\% \times 4 = 12\%$). Así, 3% es un interés periódico trimestral vencido T.V. o efectivo trimestral.

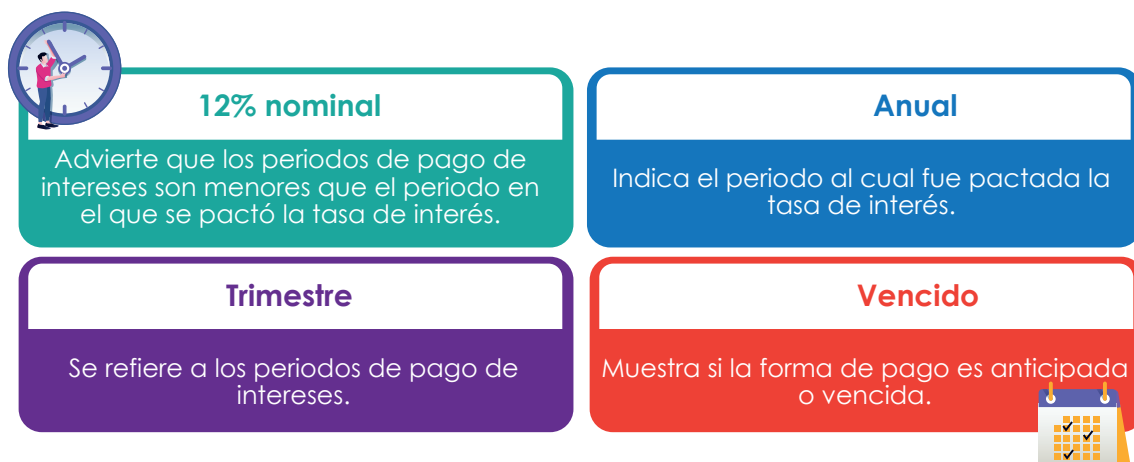
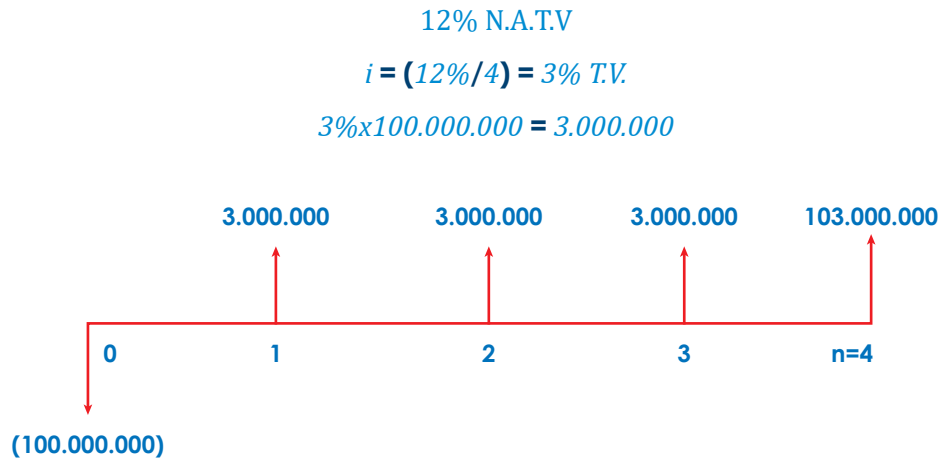


Figura 2. Cómo leer la nomenclatura de las tasas nominales
Tomado de Sarmiento, Cayón, y Rivera (2007)

Ejemplo 6

Quiere invertirse COP\$ 100.000.000 al 12% N.A.T.V.

El diagrama de flujo es:



Adaptado de Sarmiento, Cayón, y Rivera (2007)

Así, se pagan COP\$ 12.000.000 al año (nominal anual o N.A.) en cuatro (4) cuotas trimestrales vencidas T.V. de COP\$ 3.000.000, es decir $\text{COP\$ } 3.000.000 \times 4 = \text{COP\$ } 12.000.000$.

Con las fórmulas siguientes se convierten los intereses periódicos a efectivos y viceversa:

$$i_{\text{Efectivo}} = (1 + i_{\text{periódico}})^n - 1$$

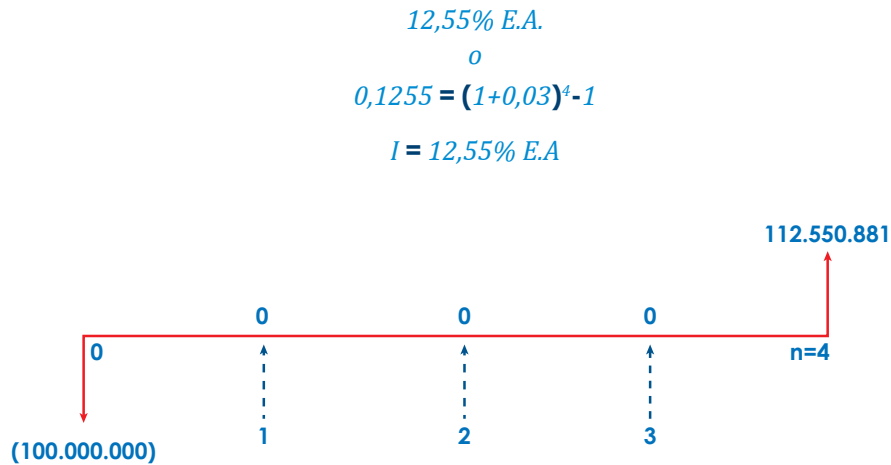
$$i_{\text{Periódico}} = (1 + i_{\text{efectivo}})^{(1/n)} - 1$$

donde:

n : periodos que una tasa periódica cabe en un año

Si en el ejemplo anterior se capitalizan los intereses y se recibe un pago efectivo anual E.A., mediante la anterior fórmula para calcular el interes efectivo, con la tasa periódica del 3% trimestre vencido T.V.:

Se tiene que la tasa efectiva anual es:



Es posible identificar el uso de la tasa efectiva anual E.A. y de las tasas periódicas en la colocación de créditos. En estas operaciones, los usuarios pagan intereses periódicos que pueden ser mensuales vencidos M.V., aun cuando el banco también les informa la tasa efectiva anual equivalente E.A. Se recomienda revisar la información en los decretos correspondientes (Superfinanciera, s.f.a).

En resumen se tienen tres tipos de tasas:



Nominal: tasa pactada para un periodo de tiempo donde los intereses se pagan para periodos menores al pactado en la tasa.

Periódica o simple: tasa pactada para un periodo determinado.

Efectiva o compuesta: tasa a la cual se llega reinvertiendo los intereses periódicos o simples pagados, de la tasa nominal.

» En la calculadora financiera:

*FIN (menú financiero) → CONVI (conversión de tasas de interés)
→ PER (para convertir tasa periódicas a efectivas) →*

Al final aparece un cuadro que dice



y se obtiene el resultado.

Ejemplo 7

Un banco otorga un préstamo para compra de vehículo al 0,99% M.V.

¿Cuáles son la tasa nominal anual mes vencida N.A.M.V. y la tasa efectiva anual E.A.?

1. Ya se tiene una tasa periódica M.V. Se convierte a tasa nominal anual multiplicándola por 12 (12 meses por año):

$$(12 \times 0,99\%) = 11,88\% \text{ N.A.M.V.}$$

2. Se pasa a determinar a cuánto equivale un 0,99% MV en efectivo anual:

$$12,54\% \text{ E.A.} = 0,1254 = (1 + 0,0099)^{12} - 1$$

Respuesta: como aplica el concepto de equivalencia: una tasa periódica del 0,99% M.V. equivale al 11,88% N.A.M.V. que equivale al 12,54% E.A.

En la calculadora financiera:

Recuerde que en la calculadora las tasas nominales siempre se deben ingresar como nominal anual:

$$0,99 \times 12 \quad \text{ENTER} \rightarrow \quad \% \text{NOM}$$

$$12 \quad \rightarrow \quad P$$

Luego:

%EFE

y se obtiene el resultado.

Ejemplo 8

Un fondo de inversión ofrece una rentabilidad del 7,08% E.A. en los últimos 180 días.

¿De cuánto fue la rentabilidad real del fondo en los últimos 180 días?

1. Se convierte la tasa efectiva anual del 7,08% E.A. a 180 días o semestre vencido:

Con la fórmula para calcular el interés vencido de la página 16 se obtiene la rentabilidad real del fondo en los últimos 180 días:

$$(1+0,0708)^{(1/2)}-1 = 0,0348 \text{ periódica semestral o } 3,48\% \text{ S.V.}$$

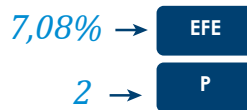
2. Si quiere convertirse la tasa periódica semestre vencido S.V. a nominal anual N.A., se multiplica por 2 (dos semestres en un año):

$$(3,48\% \times 2) = 6,96\% \text{ N.A.S.V.}$$

Respuesta: si se aplica el concepto de equivalencia, 7,08% E.A. equivale a 3,48% S.V., que equivale a 6,96% N.A.S.V.

» En la calculadora financiera:

Recuerde que en la calculadora las tasas efectivas se convierten a nominal anual:



Luego:

%NOM

se obtiene el resultado:

Se divide entre 2 y da la respuesta:

$$6,96\% \text{ N.A.S.V.}$$

$$3,48\% \text{ S.V.}$$

En Colombia no es común escribir el nominal anual antes de la tasa. Los bancos normalmente cotizan las tasas DTF nominal anual trimestre anticipado como DTF T.A. que realmente quiere decir DTF N.A.T.A.

Ejemplo 9

Quiere abrirse una CDT a un (1) año y la tasa que ofrecen es DTF T.A. que está al 4,33% más un spread de 0,10% T.A. Es decir, el banco está cotizando al 4,33% + 0,1% o 4,43% N.A.T.A.

¿Cuánto va a ser la rentabilidad real en E.A.?

1. Se saca la tasa periódica trimestre anticipado:

$$1,10\% = (4,43\%/4)$$

2. Como es una tasa anticipada, se convierte a trimestral vencida utilizando la fórmula para calcular el interes vencido de la página 16:

$$\frac{0,0110}{(1-0,0110)^0} = 0,0112$$

$$1,12\%$$

3. El último paso es aplicar la fórmula para encontrar la efectiva anual:

$$4,56\% \text{ E.A.}$$

$$0,0456 = (1+0,0112)^4 - 1$$

Respuesta: una tasa del 4,44% N.A.T.A equivale a un 1,11 T.A., que equivale a 1,12% T.V., que al final equivale a un 4,56% E.A.

» En la calculadora financiera:

Recuerde que en la calculadora las tasas nominales siempre se ingresan como nominal anual. Para que la calculadora entienda que se trata de una tasa anticipada, P debe ser negativo:

$$4,43 \rightarrow \%NOM$$

$$-4 \rightarrow P$$

Luego:

%EFE

y se obtiene el resultado:

$$4,56\% \text{ E.A.}$$

5. Valor presente neto (VPN) y Tasa interna de retorno (TIR)



Objetivos de aprendizaje

- Comprender e interpretar el Valor presente neto (VPN).
- Comprender e interpretar la Tasa interna de retorno (TIR).

5.1. Valor presente neto (VPN)

5.1.1. Definición

En un proyecto pueden presentarse múltiples egresos e ingresos en diferentes momentos del horizonte de tiempo considerado. Para estimar un ingreso o egreso neto se calcula el valor presente de los diferentes flujos dada una tasa de interés o costo de oportunidad del inversionista. El VPN es el valor presente, en el momento cero, de todos los flujos de caja, incluido el inicial, descontados a la tasa mínima requerida de retorno.

Valor presente neto (VPN)

Consiste en tomar todos los valores de cada alternativa en el punto cero; es decir, se calculan los valores presentes de los ingresos netos con base en la

tasa mínima de rendimiento o tasa de interés de oportunidad, que no es más que la tasa atractiva para el inversionista (Álvarez, 2001: 242).

El VPN representa el valor del proyecto, en términos de efectivo, el día de hoy. Por lo tanto, se considera que los proyectos buenos son aquellos que tienen un VPN positivo y hacen más rico al inversionista. Los proyectos con VPN negativo tienen costos que exceden sus beneficios y, aceptarlos, resulta equivalente a perder dinero hoy (Berk & Demarzo, 2008: 55).

Es el resultado de descontar (traer a valor presente) los flujos de caja proyectados de una inversión a la tasa de interés de oportunidad o costo de capital y sustraerle el valor de la inversión. Si el resultado obtenido genera un remanente positivo, el proyecto es viable; si por el contrario el resultado es negativo, el proyecto no debe llevarse a cabo (Rosillo, 2009: 217).

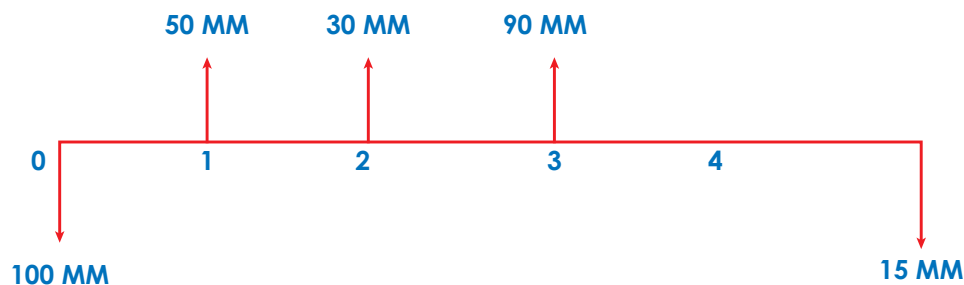
5.1.1. Aplicaciones

Ejemplo 1

Un inversionista requiere una tasa de 16% E.A.

¿Cuál es el VPN del proyecto representado por los siguientes flujos de caja netos anuales?

El flujo de caja del proyecto es el siguiente:



Posteriormente, se llevan al presente todos los flujos de caja:

$$VPN(i\%) = \frac{F_0}{(1+i)^0} + \frac{F_1}{(1+i)^1} + \frac{F_2}{(1+i)^2} + \frac{F_3}{(1+i)^3} + \frac{F_4}{(1+i)^4}$$

La fórmula anterior puede reducirse a:

$$VPN(i) = \sum_{k=0}^n \frac{F_k}{(1+i)^k}$$

En el cálculo, registran los ingresos con signo positivo y los egresos con signo negativo.

$$VPN(16\%) = -100.000.000 + \frac{50.000.000}{(1.16)} + \frac{30.000.000}{(1.16)^2} + \frac{90.000.000}{(1.16)^3} - \frac{15.000.000}{(1.16)^5}$$

Es común comenzar con el valor presente de los flujos de caja proyectados y restar al final el flujo de caja inicial:

$$VPN(16\%) = \frac{50.000.000}{(1.16)} + \frac{30.000.000}{(1.16)^2} + \frac{90.000.000}{(1.16)^3} - \frac{15.000.000}{(1.16)^5} - 100.000.000$$

$$VPN(16\%) = 14.773.159$$

Respuesta: el VPN del proyecto con una tasa del 16% es COP\$ 14.773.159

» En la calculadora financiera:

1. Iniciar con Menú **FIN** luego **F.CAJ**.

Se recomienda borrar las memorias del flujo de caja con **SHIFT** (azul) y luego **INPUT (CLR DATA)**.

2. Insertar el flujo de caja:

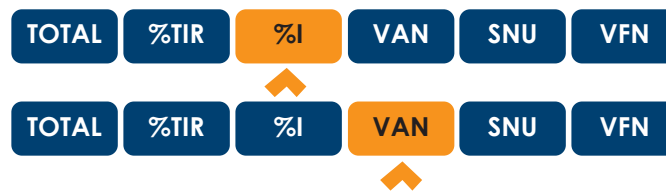
FIN	COM	SUMA	CALE	RESOL	CMBM
VDT	CNVI	F.CAJ	BONO	DEPRC	
F.CAJ(0)	- 100.000.000	INPUT			
CALC	INSR	ELIM	NOMB	OBTR	N.VCS
F.CAJ(1)	50.000.000	INPUT			
No. VECES (1)	1	INPUT			
F.CAJ(2)	30.000.000	INPUT			
No. VECES (2)	1	INPUT			
F.CAJ(3)	90.000.000	INPUT			
No. VECES (3)	1	INPUT			
F.CAJ(4)	-15.000.000	INPUT			
No. VECES (4)	1	INPUT			

3. Salir con **EXIT** y seleccionar **CALC** :



4. Para calcular el VPN o Valor actual neto (VAN): ingresar la tasa de descuento de los flujos de caja:

Ingresar 16, luego **I%** y luego **VAN** para el cálculo deseado:



El resultado obtenido es el mismo al que se llegó despejando la ecuación planteada.



Si el VPN es igual a cero o es positivo, el proyecto se acepta pues renta exactamente la tasa exigida (para el caso de cero) o más de lo exigido (cuando es positivo). Si el VPN es negativo, el proyecto renta por debajo de la tasa mínima exigida, por lo que el proyecto se rechaza.



Hay otras variables que deben contemplarse al momento de evaluar un proyecto de inversión pero un VPN positivo, como el del ejemplo, representa un proyecto que agrega valor. Sin embargo, el VPN no indica la rentabilidad esperada de un proyecto que puede calcularse con la Tasa interna de retorno (TIR).

Como variante del VPN, se puede calcular el VP que no resta el flujo de caja inicial, pero permite una interpretación adicional:

$$VPN(16\%) = \frac{50.000.000}{(1.16)} + \frac{30.000.000}{(1.16)^2} + \frac{90.000.000}{(1.16)^3} + \frac{15.000.000}{(1.16)^4}$$

$$VPN(16\%) = 114.773.159$$

Así, un VPN de COP\$ 14.773.159 implica que el proyecto genera valor por encima de la tasa requerida. Esto es, el proyecto renta el 16% E.A. exigido y más, y por tanto se acepta al tener un VPN positivo. Adicionalmente, el VP de COP\$ 114.773.159 significa que en el proyecto podría invertirse hasta dicha cantidad y aun así obtener el 16% E.A. requerido.

5.2. Tasa interna de retorno (TIR)

5.2.1. Definición

Cuando en un proyecto de inversión o de financiación se tienen múltiples flujos de caja, la rentabilidad efectiva esperada de una inversión o el costo efectivo de un préstamo, se calcula con la Tasa interna de retorno (TIR).

La TIR iguala los ingresos y los egresos de un proyecto en un mismo punto en el tiempo. Así mismo, hace igual a cero el Valor Presente Neto de un proyecto.

Tasa interna de retorno (TIR)

La Tasa Interna de Rendimiento (TIR) de una oportunidad de inversión es la tasa de interés que hace que su VPN sea igual a cero (Berk & Demarzo, 2008: 118).

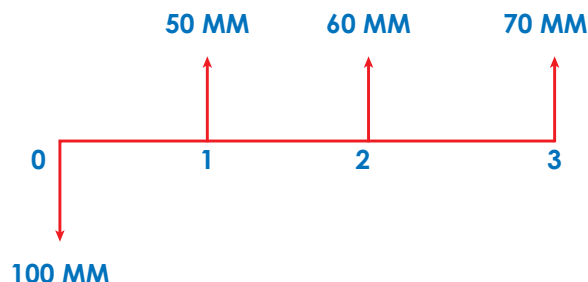
Es la tasa de interés a la cual los flujos de caja descontados y sustraída la inversión, genera un valor presente neto igual a CERO; si esta TIR es mayor que la tasa de oportunidad del inversionista o alternativamente mayor que el costo de capital, el proyecto es viable (Rosillo, 2009: 219).

A la tasa de interés que hace equivalente una serie de ingresos con unos egresos en el tiempo, se conoce con el nombre de Tasa Interna de Retorno (TIR) (Agudelo & Fernández, 2019: 353).

5.2.1. Aplicaciones

Ejemplo 2

Calcule e interprete la TIR de un proyecto de inversión que presenta el siguiente flujo de caja neto anual:



$$\text{Egresos } (0) = \text{Ingresos } (0)$$

$$100.000.000 = \frac{50.000.000}{(1+i)} + \frac{60.000.000}{(1+i)^2} + \frac{70.000.000}{(1+i)^3}$$

Como la TIR hace igual a cero el VPN, se pasan los egresos a restar al lado derecho de la ecuación:

$$VPN(i) = VPN(TIR) = 0$$

$$0 = -100.000.000 + \frac{50.000.000}{(1+i)} + \frac{60.000.000}{(1+i)^2} + \frac{70.000.000}{(1+i)^3}$$

Por método de tanteo, se despeja la variable (i) ensayando varios valores de i. Luego se interpola para obtener una TIR aproximada.

Se va cerrando el rango de tasas mediante iteración hasta obtener dos tasas de interés entre las que se encontraba la TIR; con una de ellas el VPN da negativo y con la otra positivo, por lo que con una tasa en ese rango generaría el VPN de cero:

$$\text{Para } i = 33\%, VPN = 1.267.216$$

$$\text{Para } i = 34\%, VPN = (-178.878)$$

Luego se interpolan los datos:

VPN de 1.267.216 → 33%

VPN de 0 → TIR(X)

VPN de -178.878 → 34%

Las hojas de cálculo y las calculadoras financieras permiten resolver la ecuación de manera más rápida.

» En la calculadora financiera:

1. Iniciar con el menú *FIN*, luego **FCAJA**.

Recuerde borrar las memorias del flujo de caja.

2. Insertar el flujo de caja:

FIN	COM	SUMA	CALE	RESOL	CMBM
VDT	CNVI	F.CAJ	BONO	DEPRC	
F.CAJ(0)		- 100.000.000		INPUT	
CALC	INSR	ELIM	NOMB	OBTR	N.VCS
F.CAJ(1)		50.000.000		INPUT	
No. VECES (1)		1		INPUT	
F.CAJ(2)		60.000.000		INPUT	
No. VECES (2)		1		INPUT	
F.CAJ(3)		70.000.000		INPUT	
No. VECES (3)		1		INPUT	

3. Salir con **EXIT**, seleccionar *CALC* y luego *%TIR*:

CALC	INSR	ELIM	NOMB	OBTR	N.VCS
TOTAL	%TIR	I%	VAN	SNU	VFN

El resultado obtenido es $TIR = 33,875\%$ E.A., el mismo encontrado despejando la ecuación planteada al inicio.

La TIR se entiende como la tasa de rentabilidad efectiva anual estimada para el proyecto. La TIR resulta efectiva según la periodicidad del flujo de caja. Como el flujo de caja es anual, el resultado de la TIR es una tasa efectiva anual (E.A.).

Recuerde:

- La TIR supone la reinversión de los flujos de caja a la misma tasa TIR durante toda la vida del proyecto aunque esto es improbable.
- La TIR arroja una rentabilidad estimada o esperada a la luz de los flujos de caja proyectados.

La TIR calculada cuando se conoce la tasa de reinversión de los flujos de caja positivos se conoce como TIR modificada o Rendimiento compuesto al vencimiento (RCV).



Al evaluar un proyecto, si la TIR es igual o mayor a la tasa mínima requerida de retorno, el proyecto se acepta y si es menor, se rechaza.

Una TIR alta no necesariamente implica un buen proyecto de inversión, pues hay que incorporar la rentabilidad esperada y otros intereses del inversionista como el riesgo y la liquidez.

En el ejemplo 2, se obtuvo una TIR de casi 34% E.A., que es una rentabilidad aparentemente alta. Sin embargo, para la decisión final se requiere la tasa esperada o exigida por el inversionista. Además, dicha rentabilidad esperada seguramente convive con niveles de riesgo altos.

Recomendaciones adicionales al momento de calcular la TIR y el VPN con la calculadora financiera

- Cuando en alguno de los periodos no haya flujo de caja, en la calculadora se ingresa cero (0). De lo contrario, la herramienta no tendrá en cuenta dicho periodo.
- Debe trabajarse con la menor periodicidad del flujo de caja. Si hay flujos de caja mensuales y trimestrales, debe trabajarse con el flujo de caja neto mensual.

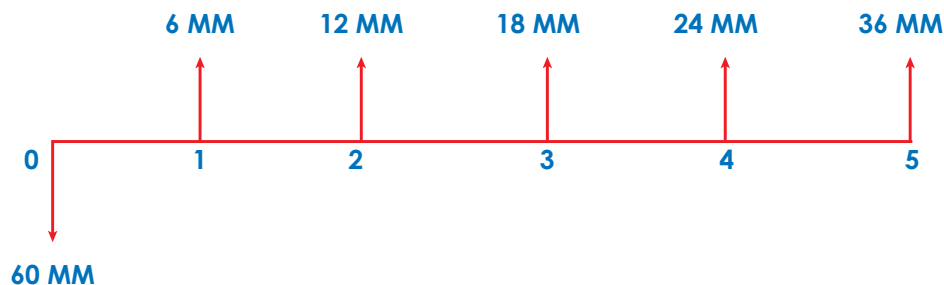
- Cuando en un mismo periodo se presenten varios flujos de caja, debe calcularse el flujo de caja neto pues la herramienta solo recibe un flujo de caja por periodo.
- Los egresos y los ingresos deben registrarse con signos opuestos.

Aplicación de VPN y TIR en un mismo caso

Ejemplo 3

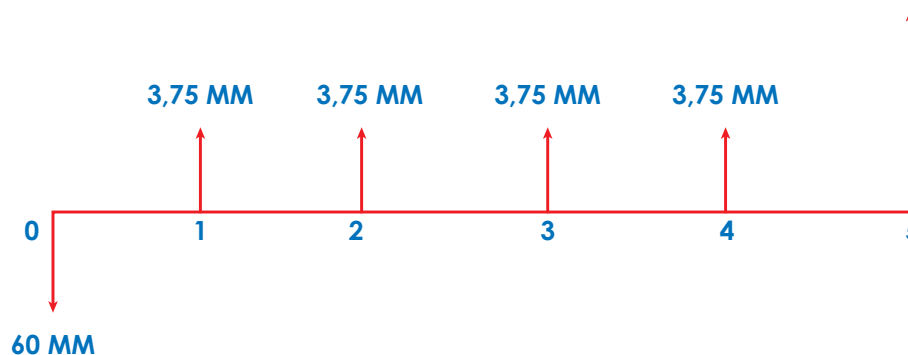
Se dispone de un capital de COP\$ 60.000.000 para invertir a un plazo de 5 años. Se presentan dos alternativas:

- Comprar bonos que generan anualmente COP\$ 3.750.000 en intereses (cupón) y reembolsan el capital al final del plazo.
- Invertir en un proyecto a 5 años con el siguiente flujo de caja:



Calcular el VPN a una tasa de descuento (costo de oportunidad del inversionista) del 9% E.A. y la TIR de cada proyecto para determinar el más atractivo, desde el punto de vista de la rentabilidad, suponiendo que el riesgo es comparable y que la liquidez no es relevante.

a.



1. Calcular el VPN con la tasa de descuento del 9% E.A.:

$$VPN(9\%) = \frac{3.750.000}{(1.09)} + \frac{3.750.000}{(1.09)^2} + \frac{3.750.000}{(1.09)^3} + \frac{3.750.000}{(1.09)^4} + \frac{3.750.000}{(1.09)^5} - 60.000.000$$

$$VPN(9\%) = - 6.417.925$$

Respuesta: el VPN es COP\$ -6.417.925

» En la calculadora financiera:

1. **FIN** luego, **F.CAJ**

2. Se ingresa el flujo de caja, luego **EXIT**, **CALC**, la tasa del 9% en **I%** y luego **VAN**:

FIN	COM	SUMA	CALE	RESOL	CMBM
VDT	CNVI	F.CAJ	BONO	DEPRC	
F.CAJ(0)		- 60.000.000		INPUT	
CALC	INSR	ELIM	NOMB	OBTR	N.VCS
F.CAJ(1)		3.750.000		INPUT	
No. VECES (1)		1		INPUT	
F.CAJ(2)		3.750.000		INPUT	
No. VECES (2)		1		INPUT	
F.CAJ(3)		3.750.000		INPUT	
No. VECES (3)		1		INPUT	
F.CAJ(4)		3.750.000		INPUT	
No. VECES (4)		1		INPUT	
F.CAJ(5)		3.750.000		INPUT	
No. VECES (5)		1		INPUT	
CALC	INSR	ELIM	NOMB	OBTR	N.VCS
TOTAL	%TIR	I%	VAN	SNU	VFN
TOTAL	%TIR	I%	VAN	SNU	VFN

Hay flujos de caja que se repiten, entonces puede aprovecharse la activación en la calculadora del número de veces que los flujos de caja se repiten de forma consecutiva e ingresar el flujo de caja resumido así:

FIN	COM	SUMA	CALE	RESOL	CMBM
VDT	CNVI	F.CAJ	BONO	DEPRC	
F.CAJ(0)		- 60.000.000	INPUT		
CALC	INSR	ELIM	NOMB	OBTR	N.VCS
F.CAJ(1)		3.750.000	INPUT		
No. VECES (1)		4	INPUT		
F.CAJ(2)		63.750.000	INPUT		
No. VECES (2)		1	INPUT		
CALC	INSR	ELIM	NOMB	OBTR	N.VCS
TOTAL	%TIR	I%	VAN	SNU	VFN
TOTAL	%TIR	I%	VAN	SNU	VFN

El resultado es $VPN(9\%) = -6.417.925$

Para la TIR, la ecuación es:

$$0 = -60.000.000 + \frac{3.750.000}{(1+i)} + \frac{3.750.000}{(1+i)^2} + \frac{3.750.000}{(1+i)^3} + \frac{3.750.000}{(1+i)^4} + \frac{63.750.000}{(1+i)^5}$$

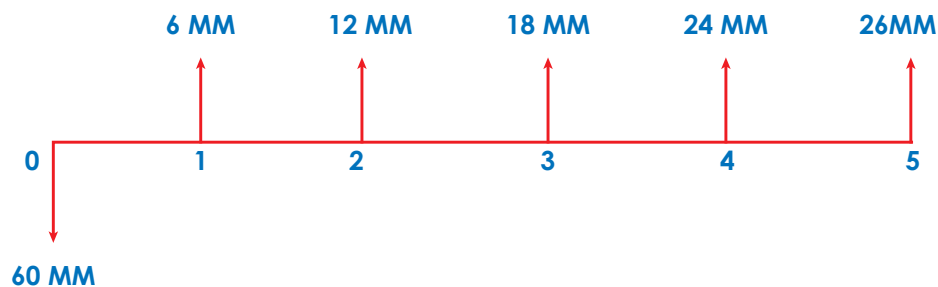
» En la calculadora financiera:

1. Se inicia con **FIN**, **F.CAJ**

2. Se ingresa el flujo de caja, **EXIT**, **CALC** y luego **TIR**:

FIN	COM	SUMA	CALE	RESOL	CMBM
VDT	CNVI	F.CAJ	BONO	DEPRC	
F.CAJ(0)		- 60.000.000		INPUT	
CALC	INSR	ELIM	NOMB	OBTR	N.VCS
F.CAJ(1)		3.750.000		INPUT	
No. VECES (1)		4		INPUT	
F.CAJ(2)		63.750.000		INPUT	
No. VECES (2)		1		INPUT	
CALC	INSR	ELIM	NOMB	OBTR	N.VCS
TOTAL	%TIR	I%	VAN	SNU	VFN

El resultado es TIR= 6,25% E.A.



b.

1. Calcular el VPN con la tasa de descuento del 9% E.A.:

$$VPN(9\%) = \frac{6.000.000}{(1,09)} + \frac{12.000.000}{(1,09)^2} + \frac{18.000.000}{(1,09)^3} + \frac{24.000.000}{(1,09)^4} + \frac{26.000.000}{(1,09)^5} - 60.000.000$$

$$VPN(9\%) = 3.404.471$$

Respuesta: el VPN es COP\$ 3.404.471

» En la calculadora financiera:

1. Iniciar con **FIN**, **F.CAJ**
2. Ingresar el flujo de caja, luego **EXIT**, **CALC**, ingresar la tasa del 9% en **I%** y luego **VAN** :

FIN	COM	SUMA	CALE	RESOL	CMBM
VDI	CNVI	F.CAJ	BONO	DEPRC	
F.CAJ(0)		- 60.000.000	INPUT		
CALC	INSR	ELIM	NOMB	OBTR	N.VCS
F.CAJ(1)		6.000.000	INPUT		
No. VECES (1)		1	INPUT		
F.CAJ(2)		12.000.000	INPUT		
No. VECES (2)		1	INPUT		
F.CAJ(3)		18.000.000	INPUT		
No. VECES (3)		1	INPUT		
F.CAJ(4)		24.000.000	INPUT		
No. VECES (4)		1	INPUT		
F.CAJ(5)		26.000.000	INPUT		
No. VECES (5)		1	INPUT		
CALC	INSR	ELIM	NOMB	OBTR	N.VCS
TOTAL	%TIR	I%	VAN	SNU	VFN
TOTAL	%TIR	I%	VAN	SNU	VFN

El resultado es $VPN(9\%) = 3.404.471$

Para la TIR, la ecuación es:

$$0 = -60.000.000 + \frac{6.000.000}{(1+i)} + \frac{12.000.000}{(1+i)^2} + \frac{18.000.000}{(1+i)^3} + \frac{24.000.000}{(1+i)^4} + \frac{26.000.000}{(1+i)^5}$$

» En la calculadora financiera:

1. Poner **FIN**, **F.CAJ**

2. Ingresar el flujo de caja, luego **EXIT**, **CALC** y luego **TIR**:

FIN	COM	SUMA	CALE	RESOL	CMBM
VDT	CNVI	F.CAJ	BONO	DEPRC	
F.CAJ(0)		- 60.000.000		INPUT	
CALC	INSR	ELIM	NOMB	OBTR	N.VCS
F.CAJ(1)		6.000.000		INPUT	
No. VECES (1)		1		INPUT	
F.CAJ(2)		12.000.000		INPUT	
No. VECES (2)		1		INPUT	
F.CAJ(3)		18.000.000		INPUT	
No. VECES (3)		1		INPUT	
F.CAJ(4)		24.000.000		INPUT	
No. VECES (4)		1		INPUT	
F.CAJ(5)		26.000.000		INPUT	
No. VECES (5)		1		INPUT	
CALC	INSR	ELIM	NOMB	OBTR	N.VCS
TOTAL	%TIR	I%	VAN	SNU	VFN

El resultado es $TIR = 10,76\%$ E.A.

a.

Años	0	1	2	3	4	5
Pago	\$ (60.000.000)	\$ 3.750.000	\$ 3.750.000	\$ 3.750.000	\$ 3.750.000	\$ 63.750.000
VPN (9%)	\$ (6.417.925)					
TIR	6,25%					
VP (9%)	\$53.582.075					

b.

Años	0	1	2	3	4	5
Pago	\$ (60.000.000)	\$ 6.000.000	\$ 12.000.000	\$ 18.000.000	\$ 24.000.000	\$ 26.000.000
VPN (9%)	\$ 3.404.471					
TIR	10.76%					
VP (9%)	\$63.404.471					

Resumen:

Respuesta:

Se selecciona la alternativa de inversión b. pues el VPN positivo indica que el proyecto genera valor por encima de la tasa mínima requerida. Es decir, tiene una rentabilidad estimada mayor que la mínima requerida por el inversionista que es del 9% E.A.

Aunque con el VPN no se determina la rentabilidad proyectada de la inversión, al calcularla con la TIR se obtiene 10,76% E.A. Entonces se corrobora que el proyecto renta por encima del 9% exigido por el inversionista.

Con base en la TIR y el VPN el proyecto se acepta. Si se complementa con el VP, se concluye que podría invertirse hasta COP\$ 63.404.471 en la alternativa b. y aun así obtener el 9% E.A.

Se rechaza la alternativa a. El VPN negativo indica que el proyecto destruye valor. Es decir, tiene una rentabilidad estimada menor que la mínima requerida por el inversionista del 9% E.A. La TIR del 6,25% E.A. indica que la rentabilidad proyectada está por debajo del 9% E.A. exigido por lo que, con base en la TIR y el VPN, el proyecto se rechaza. Si se complementa con el VP, se concluye que lo máximo que podría pagarse por el bono en el momento cero para asegurar la tasa esperada por el inversionista es COP\$ 53.582.075, que sería el precio de dicho título si la tasa de mercado (tasa de descuento) fuera del 9% E.A.



6. Indicadores económicos



Objetivos de aprendizaje

- Definir los principales indicadores económicos, su cálculo y su aplicabilidad en las matemáticas financieras y en el entorno colombiano.
- Conocer en detalle el tratamiento de las tasas indizadas a través del cálculo de tasas combinadas de manera geométrica, mediante ejemplos prácticos.

6.1. El Índice de precios al consumidor (IPC)

6.1.1. Definición

Como establece el Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE), el IPC es un indicador para medir la variación porcentual promedio de los precios al por menor de un conjunto de bienes y servicios que los hogares adquieren para su consumo, con periodicidad mensual.

La variación del precio de un bien o servicio es la suma ponderada de variación del precio del artículo en las ciudades investigadas. Se consultan establecimientos de comercio al por menor de bienes o servicios de consumo final, para los hogares del país.

El universo del estudio lo componen todos los establecimientos de comercio al por menor ubicados en el área urbana que distribuyen los bienes y servicios de consumo final demandados por los hogares del país. Se incluyen colegios, viviendas en arriendo y hospitales.

Su período de referencia es el mes en el que se recolecta la información y su período de observación es entre 20 y 22 días hábiles por mes. Para el año 2019, su periodo base es diciembre de 2018=100.

Tasas indizadas al IPC

Independientemente de la tendencia que tomen las tasas de interés nominales, el inversionista busca garantizar que su dinero preserve el poder adquisitivo con un incentivo adicional a la inflación. Los títulos indizados al IPC tienen un margen adicional o unos puntos de ajuste conocidos como spread.

Debido a que el IPC representa una tasa compuesta por las variaciones mensuales de precios de los productos de la canasta familiar de los últimos 12 meses, está representada en una tasa efectiva, y el margen adicional o los puntos de ajuste también se expresan de manera efectiva. El principio financiero que dice que dos tasas efectivas no se pueden sumar o restar directamente lleva a que la tasa total (IPC+spread) sea una tasa compuesta o combinada.

» Se calcula así:

$$Tasa_{combinada} = (((1 + \Delta\% \text{ IPC}) \times (1 + \text{margen})) - 1)$$

donde:

$\Delta\% \text{ IPC}$: variación porcentual del IPC (inflación anual)

6.1.2. Aplicaciones

Ejemplo 1

Se negocia un título para ser descontado al IPC+3% y la inflación de los últimos 12 meses fue de 3,75%.

$$((1 + 3,75\%) \times (1 + 3\%) - 1) = 6,8625\%$$

¿Cuál es la tasa total de descuento de cada flujo?

Respuesta: 6,8625% E.A.

Ejemplo 2

El 18 de febrero de 2019, un inversionista compra en 101,000% del valor nominal de COP\$ 200.000.000 un CDT emitido el 10 de enero de 2019 y con vencimiento el 4 de noviembre de 2019, con una tasa de referencia basada en el IPC del 3,01% anual más un margen del 2% efectivo anual.

¿Cuál es la tasa efectiva anual para el inversionista?

1. Como es un título con una tasa indizada al IPC más un margen efectivo anual, es necesario combinar las tasas de interés para conocer qué tasa total se paga al vencimiento:

$$\text{Tasa de interés total} = ((1+3,01\%) \times (1+2\%)) - 1 = 5,07\% \text{ E.A.}$$

Recuerde: deben combinarse las tasas de manera geométrica porque no pueden sumarse tasas efectivas.

2. Entre la fecha de emisión y la de vencimiento hay 298 días que deben remunerarse con la tasa de interés, por lo tanto el valor futuro es:

$$VF = V.P \left(1 + i_{\text{efectivo anual}} \right)^{\frac{\text{días}}{365}}$$

$$VF = 100 \left(1 + 5,07\% \right)^{\frac{298}{365}}$$

$$VF = 104,1206$$

3. El paso siguiente es graficar el flujo entre el 10 de enero de 2019 y el 4 de noviembre de 2019 (vencimiento del CDT):



4. Ahora se procede a calcular la tasa efectiva anual para el inversionista:

Desde la fecha de compra hasta el vencimiento hay 259 días:

$$\text{Tasa efectiva anual} = \left[\frac{\text{Precio venta}}{\text{Precio compra}} \right]^{\frac{365}{\text{DÍAS}}} - 1$$

$$\text{Tasa efectiva anual} = \left[\frac{104,1206}{101,000} \right]^{\frac{365}{259}} - 1$$

$$\text{Tasa efectiva anual} = 4,3816\%$$

Respuesta: la tasa efectiva anual para el inversionista es 4,3816%

6.2. La Unidad de valor real (UVR)

6.2.1. Definición

El Banco de la República señala que la Unidad de valor real (UVR) refleja el poder adquisitivo de la moneda con base en la variación del IPC del mes inmediatamente anterior.

Se utiliza para calcular el costo de los créditos de vivienda para que las entidades financieras mantengan el poder adquisitivo del dinero prestado.

La Ley 546 de 1999 (Ley de Vivienda) definió la UVR y el Banco de la República es la entidad que la certifica.

La fórmula para el cálculo de la UVR, según la Resolución Externa No. 13 de 2000 emitida por el Banco de la República, es:

$$UVR_t = UVR_{15} (1 + IPC)^{(t/d)}$$

donde:

UVR_t : valor en moneda legal colombiana de la UVR el día t del período de cálculo

UVR_{15} : valor en moneda legal colombiana de la UVR el día 15 de cada mes (último día del período de cálculo anterior)

IPC : variación mensual del IPC durante el mes calendario inmediatamente anterior al mes del inicio del periodo de cálculo

- t*: número de días calendario transcurridos desde el inicio de un período de cálculo hasta el día de cálculo de la UVR; tiene valores entre 1 y 31 de acuerdo con el número de días calendario del respectivo período de cálculo
- d*: número de días calendario del respectivo período de cálculo y tiene valores entre 28 y 31.

Tasas indizadas a la UVR

Los títulos valores denominados en UVR se contabilizan y valoran en pesos pero su precio se liquida en UVR, como cualquier otra moneda diferente del peso colombiano COP.



TES UVR

Los títulos de tesorería, clase B denominados en unidades de valor real constante, son títulos de deuda pública interna de la República de Colombia, emitidos por la Nación -Ministerio de Hacienda y Crédito Público- conforme a la ley 51 de 1990, destinados a financiar apropiaciones del presupuesto general de la Nación. Son títulos de renta fija a tasa fija denominados UVR tanto principal como cupones de intereses, serán colocados y pagados en moneda legal Colombiana utilizando el valor de la UVR vigente al día de su exigibilidad, donde la evolución del valor de la UVR, en moneda legal Colombiana, estará determinada por el IPC; son títulos a la orden y libremente negociables en el mercado de capitales colombiano por medio del procedimiento de subasta (Superfinanciera, 1999).

TÍTULOS HIPOTECARIOS (TIPS y TIS)



[...]os títulos hipotecarios o TIPS son derivados de la cartera hipotecaria de las entidades bancarias, emisiones [que] también pueden ser respaldadas por operaciones de *leasing*. Así mismo, los títulos TIS corresponden a cartera hipotecaria, pero son originados por entidades no bancarias [...] (Asobancaria, 2018).

6.2.2. Aplicaciones

Ejemplo 3

La UVR para el día 15 de agosto de 2019 fue COP\$ 268,6880 y la inflación del mes de julio fue 0,22% mensual.

¿Cuál es el valor de la UVR para el 14 septiembre de 2019?

$$\begin{aligned}
 UVR_{14 \text{ sep}} &= UVR_{15 \text{ ago}} (1 + \text{Inflación})^{\frac{30}{31}} \\
 UVR_{14 \text{ sep}} &= 268,6880 (1 + 0,0022)^{\frac{30}{31}} \\
 UVR_{14 \text{ sep}} &= 269,2600
 \end{aligned}$$

Respuesta: la UVR para el 14 septiembre de 2019 es COP\$ 269,2600

Alternativamente, como el valor de la UVR aumenta cada día por efecto de la inflación del mes anterior, puede llegarse al mismo valor de la UVR para el día 14 de septiembre, conociendo el valor de la UVR del día 13 de septiembre:

$$\begin{aligned}
 UVR_{13 \text{ sep}} &= 269,2409 \\
 UVR_{14 \text{ sep}} &= UVR_{13 \text{ sep}} \times (1 + 0,022)^{\frac{1}{31}} \\
 UVR_{14 \text{ sep}} &= 269,2600
 \end{aligned}$$

Ejemplo 4

Se tiene un bono en UVR, con un rendimiento efectivo en UVR del 4% y una inflación proyectada del 3,0% efectiva anual.

¿Cuál es el rendimiento efectivo en COP\$?

Como las tasas efectivas no pueden sumarse directamente, se procede a calcular la tasa efectiva en pesos a través de la conformación de una tasa combinada o combinación de ellas:

$$Tasa \text{ efectiva en pesos} = (((1 + \text{tasa UVR}) \times (1 + \text{Inflación})) - 1)$$

$$Tasa \text{ efectiva en pesos} = (((1 + 4,00\%) \times (1 + 3,00\%)) - 1)$$

$$Tasa \text{ efectiva en pesos} = 7,12\% \text{ E.A.}$$

6.3. El Indicador básico de referencia (IBR)

6.3.1. Definición

El Indicador básico de referencia (IBR) es una tasa de referencia de corto plazo creada por el Ministerio de Hacienda y Crédito Público, el Banco de la República y la Superintendencia Financiera de Colombia, denominada en pesos colombianos con plazos de 1 día, 1 mes, 3 meses y 6 meses para conocer las condiciones de liquidez a corto plazo. Empezó a regir en enero 2008 y refleja el precio al que los bancos están dispuestos a captar o a ofrecer recursos en el mercado monetario.

El IBR logra una transmisión más rápida y eficiente de las decisiones de política monetaria del Banco de la República en los mercados de crédito, refleja el verdadero costo del dinero en los plazos en los que se calcula y es un índice de referencia para profundizar los derivados de tasa de interés en Colombia.

El IBR para los plazos de un (1) mes y tres (3) meses está fundamentado en la cotización de swaps de tasa de interés *Overnight Index Swap* (OIS), en donde se intercambian los flujos de una tasa fija por una variable. La tasa fija para cada plazo es la mediana que resulte del proceso de cotización y es equivalente al IBR del plazo correspondiente, mientras que la tasa variable corresponde a la tasa de interés compuesta del IBR *overnight* durante el periodo de vigencia del swap. Con esta misma metodología, desde el 23 de mayo del (sic) 2016 se calcula el IBR a seis (6) meses (Banrep, s.f.b).

Tasas indizadas al IBR

Las tasas indizadas al IBR se publican como IBR + margen, con los mismos términos de capitalización con ambos en términos nominal anual.

Si la tasa fijada para un crédito es IBR a un (1) mes + 5% y asumiendo que el IBR vigente a un (1) mes es de 4%, y se quiere calcular la tasa total, entonces hay que sumar el IBR más el *spread*, de forma lineal. Así, el resultado es 9% nominal anual mes vencido (Asobancaria, 2017).



El IBR se publica con los siguientes periodos de capitalización:

- nominal mes vencido
- nominal trimestre vencido
- nominal anual semestre vencido.

El *spread* o margen tiene los mismos términos de capitalización.



6.3.2. Aplicaciones

Ejemplo 5

Un cliente constituyó el día 1 un crédito por COP\$ 10.000.000 con el Banco XYZ a una tasa IBR + 6,5% T.V.

¿Cuál es la tasa efectiva anual equivalente a la tasa pactada con el Banco XYZ, sabiendo que el IBR en el día 1 es 4,115% mes vencido?

1. Primero se convierte la tasa del IBR nominal mes vencido a trimestre vencido:

$$\text{interés}_{\text{periódico}} = \frac{4,115\%}{12} = 0,3429\%$$

Este interés equivale a una tasa efectiva anual de:

$$\text{Tasa efectiva anual} = \left[(1 + 0,3429)^{12} - 1 \right] = 4,1935\% \text{ E.A.}$$

$$UVR_{14 \text{ sep}} = 269,2600$$

Esta tasa del 4,1935% E.A. equivale a una tasa nominal trimestre vencido de:

$$\text{Tasa nominal T.V.} = \left[\left((1 + \text{E.A.})^{\frac{1}{4}} - 1 \right) \times 4 \right] = 4,1291\% \text{ N.T.V.}$$

2. Se procede a calcular la tasa total del crédito de manera nominal:

$$\text{Tasa nominal total T.V.} = \text{IBR T.V.} + \text{spread T.V.}$$

$$\text{Tasa nominal total T.V.} = 4,1291\% \text{ T.V.} + 6,5\% \text{ T.V.} = 10,6291\% \text{ T.V.}$$

3. Finalmente, se calcula la tasa efectiva anual del crédito:

$$\text{interés}_{\text{periódico}} = \frac{10,6291\%}{4} = 2,6573\%$$

$$\text{Tasa efectiva anual} = [(1 + 0,026573)^4 - 1] = 11,0603\% \text{ E.A.}$$

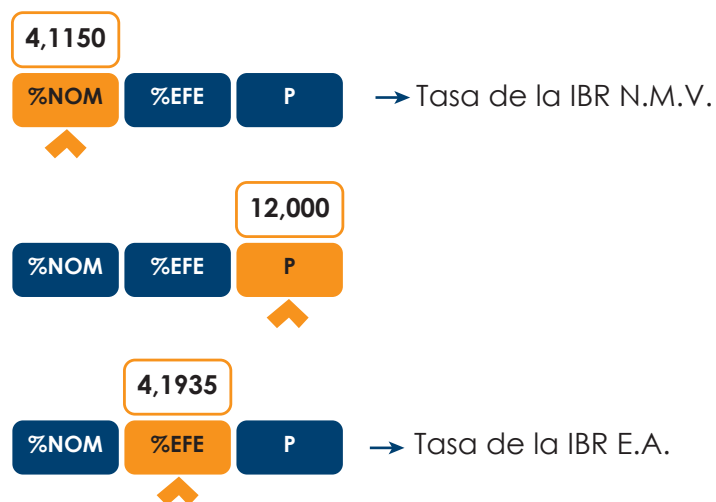
$$11,0603\% \text{ E.A.}$$

Respuesta: la tasa efectiva anual equivalente a la tasa pactada con el Banco XYZ es 11,0603% E.A.

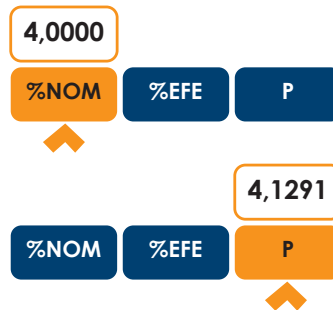
» En la calculadora financiera:

1. Convertir la tasa del IBR N.M.V. a E.A.

Seleccionamos *FIN*, *CNVI*, *PER*, e ingresamos la información como se describe a continuación:

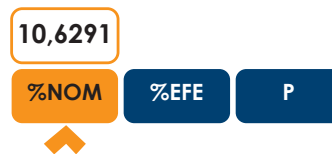


2. Convertir la IBR E.A. a nominal trimestre vencido:



La tasa de la IBR 4,1935% E.A. equivale a una tasa del 4,1291% nominal trimestre vencido.

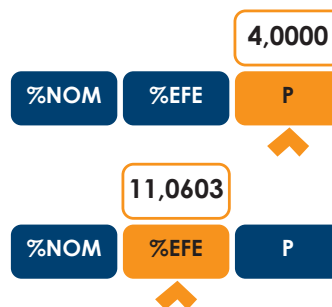
3. Calcular la tasa total del crédito de manera nominal:



El resultado corresponde al resultado de adicionar el spread al IBR en términos nominales:

$$\text{Tasa nominal total T.V.} = 4,1291\% \text{ NTV} + 6,5\% \text{ N.T.V.} = 10,6291\% \text{ N.T.V.}$$

4. Calcular la tasa efectiva anual del crédito:



La tasa efectiva anual equivalente al IBR + 6,5% T.V. que ofrece esta inversión es del 11,0603% E.A.

6.4. La tasa depósito a término fijo (DTF)

6.4.1. Definición

La tasa Depósito a término fijo (DTF) es una referencia de lo que cuesta el dinero en Colombia, como la prime rate en Estados Unidos o la libor en el Reino Unido. Muchos créditos se pactan a la DTF más un margen o spread como una forma de prevenir el riesgo de variaciones en la tasa de interés durante la vigencia del crédito.

Su vigencia es semanal y se calcula como el promedio ponderado de las diferentes tasas de interés de captación utilizadas por los bancos, corporaciones de ahorro y vivienda, corporaciones financieras y compañías de financiamiento comercial para calcular los intereses que reconocen a los CDT con duración de 90 días.

Como establece el Banco de la República, para calcular la DTF como un promedio ponderado se deben seguir los siguientes pasos

1.

Recolectar, para cada una de las entidades financieras mencionadas anteriormente, el valor de la tasa de interés que reconocen por los CDT a 90 días y la cantidad de recursos (dinero) que la gente tiene depositados en CDT a 90 días

2.

Multiplicar el valor de la tasa de interés por la cantidad de recursos, para cada entidad financiera y sumar los resultados obtenidos.

3.

Dividir la suma obtenida entre el total de los recursos depositados en CDT a 90 días en todas las entidades financieras. Este valor corresponde a la DTF que se utiliza en la siguiente semana.

Tasas indizadas a la DTF

La tasa DTF se expresa como **nominal trimestre anticipado**, por lo tanto el spread también está expresado de la misma forma, según el Banco de la República. Al tratarse de dos **tasas nominales** basta con sumarlas o restarlas para obtener la tasa nominal total:

$$\text{Tasa nominal total T.A.} = \text{DTF T.A.} + \text{spread T.A.}$$

6.4.2. Aplicaciones

Ejemplo 6

Se tiene una inversión que ofrece un interés de DTF+2% y la DTF actual es 4,45% T.A.

¿Cuál es su tasa efectiva anual?

Va a trabajarse base 360.

1. Se calcula la tasa nominal total: DTF T.A. + spread T.A.
2. Se convierte la tasa nominal en una tasa de interés periódico anticipado
3. Se calcula el interés periódico vencido partiendo del interés periódico anticipado
4. Finalmente, se calcula la tasa efectiva anual.

1. Calcular la tasa nominal total:

$$\text{Tasa nominal total} = 4,45\% \text{ T.A.} + 2\% \text{ T.A.}$$

$$\text{Tasa nominal total} = 6,45\% \text{ T.A.}$$

Pueden sumarse porque las dos tasas son nominales.

2. Convertir la tasa nominal en una tasa de interés periódico anticipado:

$$\text{Interés}_{\text{periódico anticipado}} = \frac{6,45\%}{4}$$

$$\text{Interés}_{\text{periódico anticipado}} = 1,6125\% \text{ T.A.}$$

3. Calcular el interés periódico vencido partiendo del interés periódico anticipado:

$$\text{Interés periódico vencido} = \frac{0,016125}{1-0,016125}$$

$$\text{Interés periódico vencido} = 0,016389$$

4. Calcular la tasa efectiva anual:

$$Tasa\ efectiva\ anual = \left[(1 + 0,016389)^{\frac{360}{90}} - 1 \right] \times 100$$

$$Tasa\ efectiva\ anual = 6,71864\% \text{ E.A.}$$

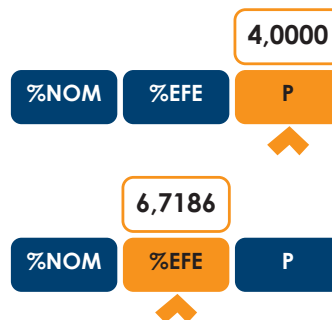
» En la calculadora financiera:

$$1. \text{ Tasa nominal total} = 6,45 \text{ T.A.} = (4,45\% \text{ T.A.} + 2\% \text{ T.A.})$$

Seleccionamos *FIN*, *CNVI*, *PER*, e ingresamos la información como se describe a continuación:



2. Convertir esta tasa N.T.A. a E.A.



7. Anualidades



Objetivos de aprendizaje

- Establecer la diferencia entre una anualidad vencida y una anualidad diferida.
- Comprender las anualidades vencidas y diferidas con ejemplos prácticos.

7.1. Definición

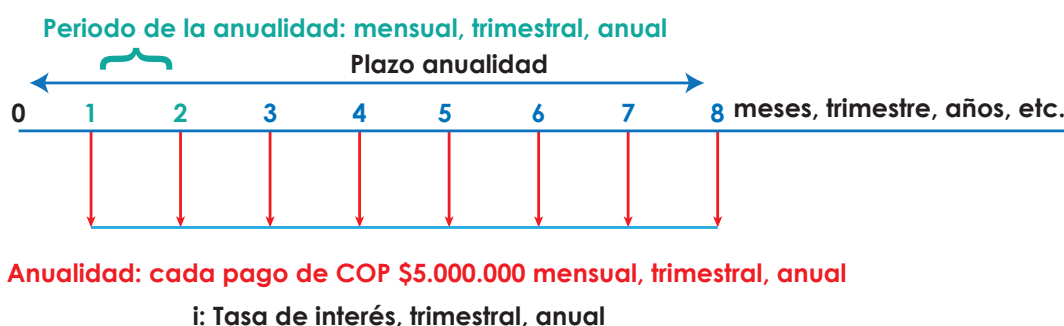
Una anualidad es una serie uniforme de flujos con las siguientes características:



- Todos los flujos son de igual valor
- El número de pagos es igual al número de períodos
- Todos los pagos se hacen a iguales intervalos de tiempo; pueden ser semanales, mensuales, trimestrales o anuales
- A todos los pagos se les aplica la misma tasa de interés.

Arquitectura de una anualidad:

- **Periodo de la anualidad**, también llamado periodo de pagos: espacio de tiempo fijado entre el vencimiento de dos pagos sucesivos (mes, trimestre, semestre, año)
- **Tasa de interés de la anualidad**: tasa de interés que se aplica a los pagos o depósitos de la anualidad en modalidad periódica
- **Plazo de la anualidad**: intervalo de tiempo comprendido entre el primer y el último período
- **Anualidad**: pago o renta periódico y constante de cada depósito o pago.



7.2. Anualidad vencida

7.2.1. Definición

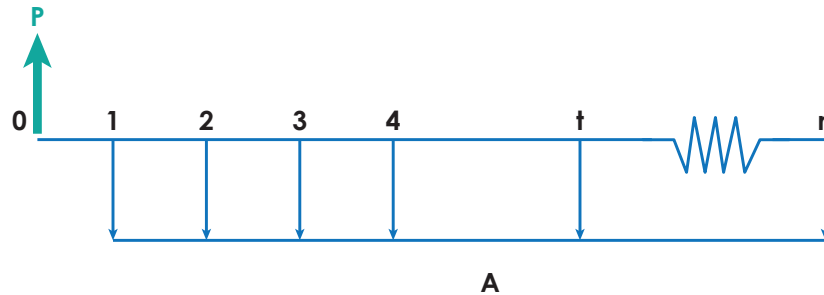
En las anualidades ordinarias vencidas el primer pago se efectúa un período después de la fecha de negociación conocida como punto o periodo cero (0).

Una serie uniforme vencida se inicia con un período (periodo cero (0) o valor presente) y termina con un último pago que coincide con el punto donde se ubica el valor futuro equivalente a la serie uniforme vencida.

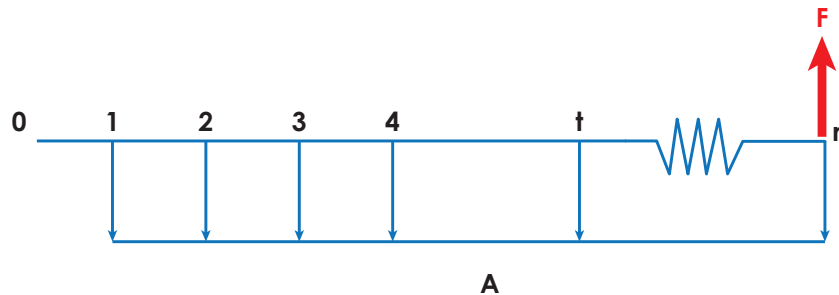
Puede calcularse el valor presente (P) o el valor futuro (F) de la anualidad vencida.

Gráficamente se representa una serie uniforme vencida de la siguiente manera:

Anualidad **A** en **n** períodos para saber el valor presente **P**:



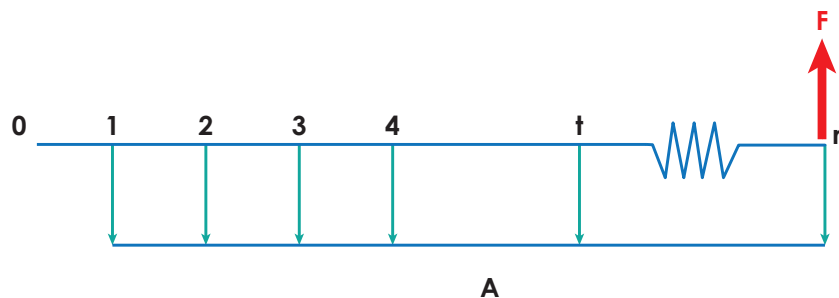
Anualidad **A** en **n** períodos para saber el valor futuro **F**:



7.2.2. Valor futuro de una anualidad vencida

Se tiene una anualidad vencida de **n** pagos de valor \$ **A** cada uno, con una tasa de interés **i%** por periodo.

Para hallar una expresión matemática que brinde el valor futuro de esta serie uniforme, el gráfico del flujo de caja es:



Dicha expresión corresponde a una ecuación en diferencia finita cuya solución es para $t=n$:

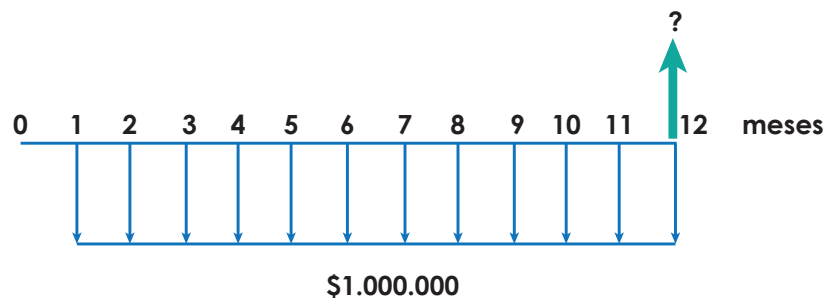
$$VF = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

7.2.3. Aplicaciones

Ejemplo 1

Cada último día de cada mes del año 2019 (enero a diciembre) se depositan COP\$ 1.000.000 en un fondo de inversión que paga intereses a una tasa del 1% mensual.

¿Cuánto dinero se posee al finalizar el mes 12?



$$VF = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

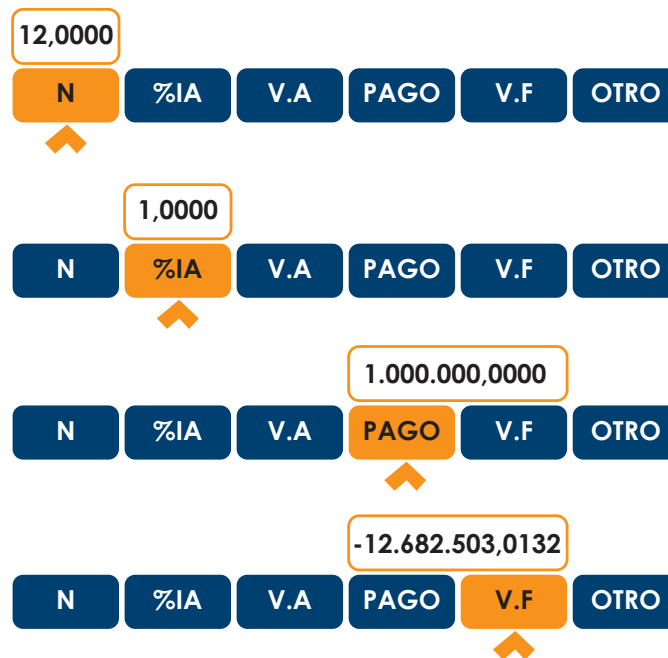
$$VF = 1.000.000 \left[\frac{(1,01)^{12} - 1}{0,01} \right]$$

$$VF = \$12.682.503,01$$

Respuesta: el dinero que se posee al final del mes 12 es COP\$ 12.682.503,01

» En la calculadora financiera:

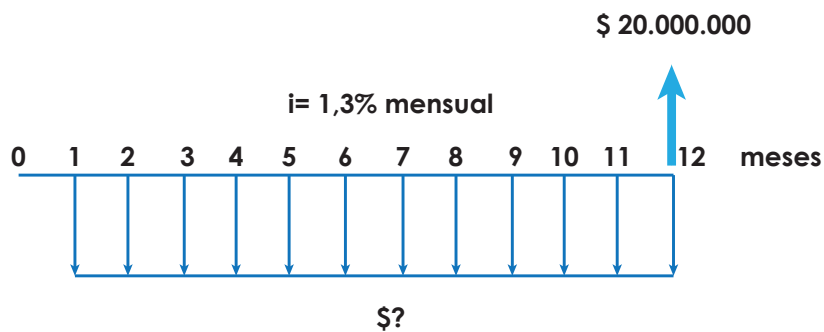
Seleccionamos *FIN*, *VDI*, e ingresamos la información como se describe a continuación:



Ejemplo 2

El día 1 de enero de 2020 se planea ir a Roma en un (1) año y el viaje vale COP\$ 20.000.000.

¿Cuánto debe depositarse en un fondo de inversión que paga intereses del 1,3% mensual?



$$A = VF \left[\frac{i}{(1+i)^n - 1} \right]$$

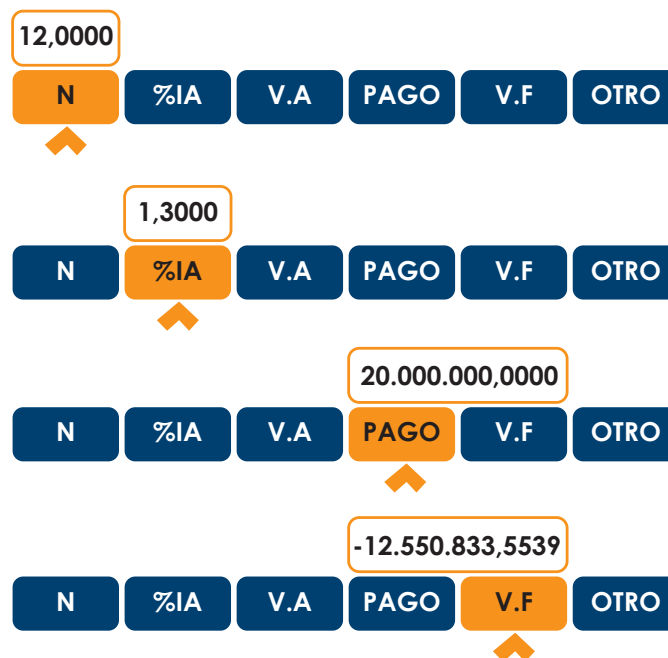
$$A = 20.000.000 \left[\frac{0.013}{(1,013)^{12} - 1} \right]$$

$$A = \$ 1.550.833,55$$

Respuesta: se requiere depositar COP\$ 1.550.833.55

» En la calculadora financiera:

Seleccionamos **FIN**, **VDT**, e ingresamos la información como se describe a continuación:



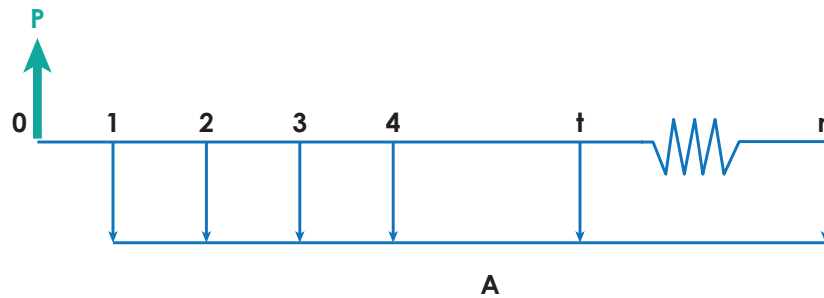
7.2.4. Valor presente de una anualidad vencida

La anualidad vencida presenta las siguientes características:



- Los pagos ocurren al final de cada período.
- El período de capitalización de la tasa coincide con la frecuencia de los pagos.

Su representación gráfica es:



donde:

n : número de pagos

A : anualidad

P : valor presente de la anualidad

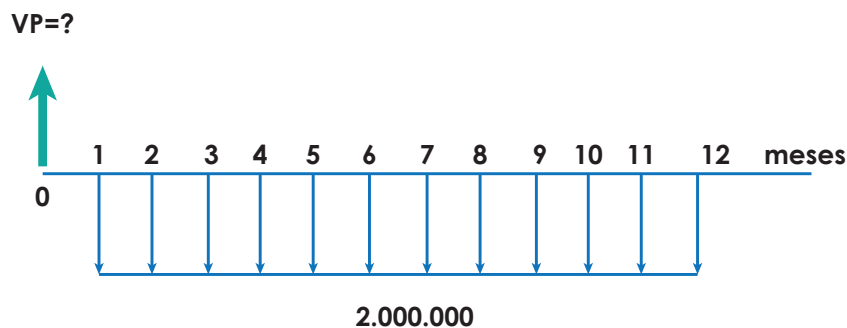
La expresión matemática para calcular el valor presente de la anualidad presentada en el gráfico es:

$$VP = A \left[\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right]$$

Ejemplo 3

El padre de Juan debe pagar el arriendo de su hijo mensualmente durante los próximos 12 meses por valor de COP\$ 2.000.000 cada mes. Dentro de sus políticas de subsidio, la vivienda universitaria le cobra de manera vencida cada pago.

¿Cuál es el valor presente de todos los pagos a una tasa del 2% mensual?



$$VP = A \left[\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right]$$

$$VP = 2.000.000 \left[\frac{1 - (1 + 0,02)^{-12}}{0,02} \right]$$

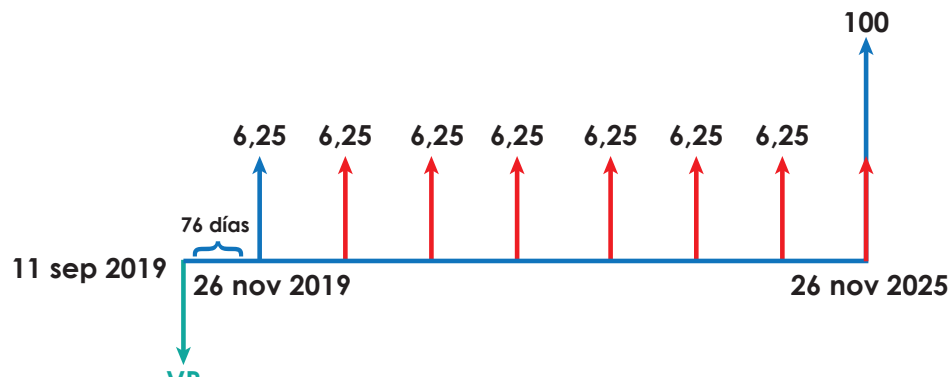
$$VP = \$ 21.150.682,44$$

Respuesta: el valor presente es COP\$ 21.150.682,44

Ejemplo 4

¿Cuál es el precio de un TES en el día 11 de septiembre de 2019 que vence el 25 de noviembre de 2025 con un cupón del 6,25% A.V. y una tasa del 5,48% E.A.?

Con los cupones de 6,25% y un nominal de 100, el flujo del título es:



1. Se trae a 26 de noviembre de 2019 la anualidad (color rojo):

$$6,25\% \left[\frac{1 - (1 + 5,48\%)^{-6}}{0,0548} \right]$$

El valor de la anualidad al 26 de noviembre de 2019 es 31,2419%

2. Se trae a 26 de noviembre de 2019 el principal:

$$\frac{100\%}{(1,0548)^6} = 72,6061\%$$

3. Se calcula el valor presente a 11 de septiembre de 2019 de la anualidad, el principal y el cupón:

$$\underbrace{(31,2419\% + 72,6071\% + 6,25\%)}_{\text{Anualidad}} \times \underbrace{\frac{1}{(1 + 5,48\%)^{(76/365)}}}_{\substack{\text{Factor de descuento} \\ \text{para 76 días}}} \times \underbrace{1}_{\text{Principal}}$$

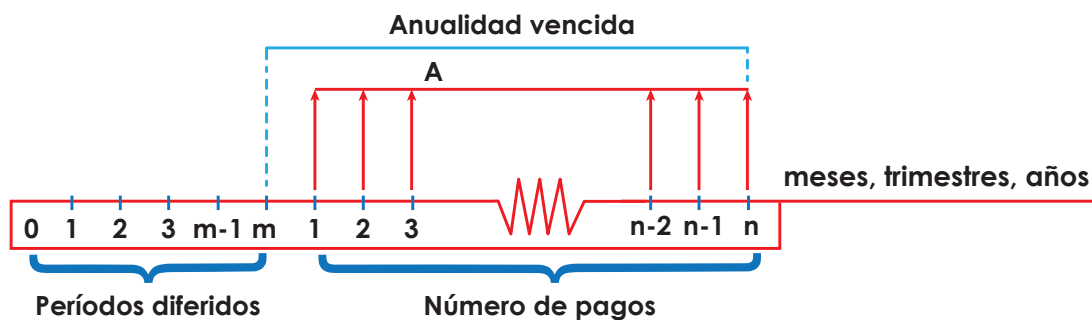
Cupon

Respuesta: el valor presente del TES el día 11 de septiembre de 2019 es 108,8827%

7.3. Anualidad diferida

7.3.1. Definición

Una anualidad diferida es un conjunto de pagos iguales realizados en intervalos de tiempo iguales y cuyo primer pago comienza después que transcurra cierto número de periodos diferidos.



$$VP = A \left[\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right] (1 + i)^{-m}$$

donde:

m : número de periodos diferidos

n : número de pagos

i : tasa por periodo de capitalización

A : anualidad

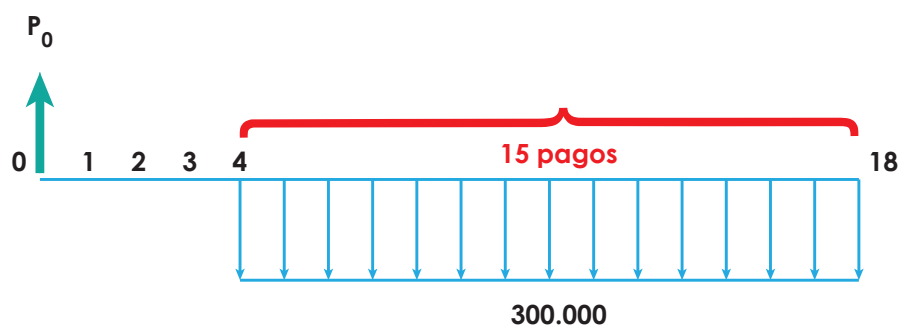
7.3.2. Aplicaciones

Ejemplo 5

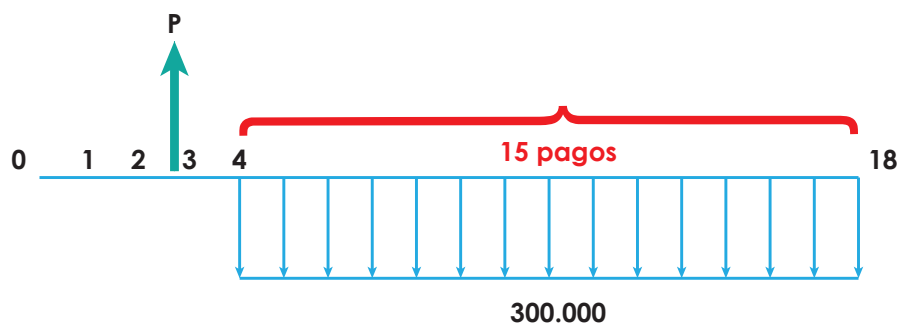
Se adquiere un producto financiado a 15 cuotas mensuales iguales de COP\$ 300.000 cada una. La primera cuota debe cancelarse a los cuatro (4) meses y se pactó con la entidad financiera una tasa del 2% mensual.

¿Cuál es el valor del producto?

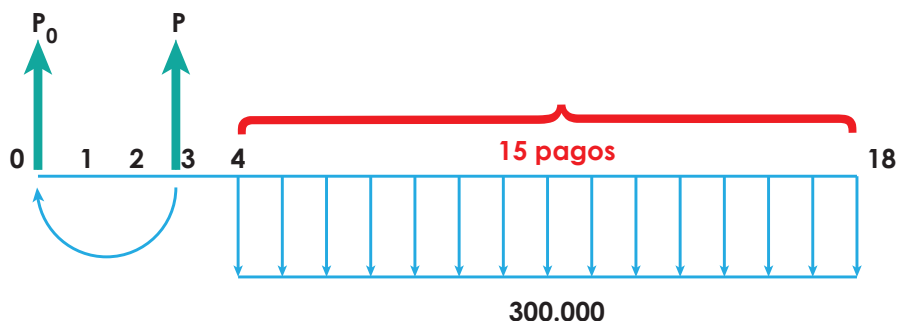
En la gráfica, la incógnita está en el momento cero donde va a calcularse el valor presente de la anualidad P_0 :



1. Se trae la anualidad al momento 3 y se halla el valor P :



2. Se trae el valor P del momento 3 al momento cero (0) que es el valor presente de la anualidad P_0 :



Los dos gráficos se resumen en la siguiente expresión matemática:

$$VP = 300.000 \left[\frac{1 - (1 + 0,02)^{-15}}{0,02} \right] (1 + 0,02)^{-3}$$

Este factor de descuento nos coloca en el momento cero

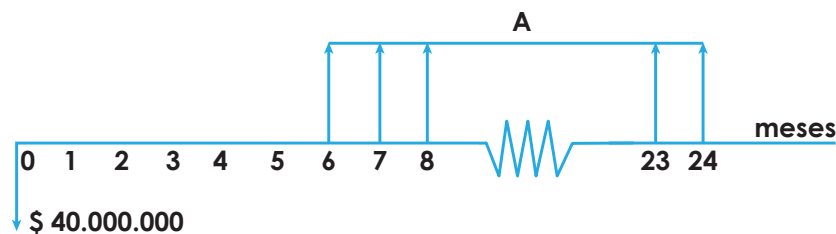
Esta expresión soluciona la anualidad al momento 3

Respuesta:

$$VP = 3.632.444,39$$

Ejemplo 6

Un padre de familia desea constituir un crédito para pagar las matrículas de sus dos hijos. El banco le presta COP\$ 40.000.000 a una tasa de interés del 5% nominal mes vencido con un período de gracia de 5 meses y el plazo del crédito a 2 años.



¿Cuál es el valor de las cuotas mensuales que debe pagar el padre de familia?

1. Se calcula el valor del crédito a los 5 meses para saber cuánto se generó de intereses por el período de gracia:

$$\text{Valor del crédito a los 5 meses} = 40.000.000 \times (1 + 0,05)^5 = \$ 51.051.262,50$$

2. Se calcula la anualidad:

$$51.051.262,50 = A \times \left[\frac{1 - (1 + 0,10)^{-19}}{0,10} \right]$$

Respuesta:

$$A = \$ 4.224.237,25$$

Referencias y bibliografía

Agudelo, D. & Fernández, A. (2019). Matemáticas financieras: conceptos y aplicaciones. Bogotá: Pearson Educación de Colombia S.A.S.

Asobancaria -Asociación Bancaria y de Entidades Financieras de Colombia (2017). Estándares para la emisión de productos atados al Indicador Bancario de Referencia (IBR). Disponible en:

<http://www.asobancaria.com/wp-content/uploads/2018/03/Documento-de-est%C3%A1ndares-para-la-emisi%C3%B3n-de-productos-atados-al-IBR.pdf>

Asobancaria -Asociación Bancaria y de Entidades Financieras de Colombia (2018). "Las titularizaciones: un vehículo para el crecimiento". Semana económica 2018. Edición 1157 del 8 de octubre de 2018. Disponible en:

<https://www.asobancaria.com/wp-content/uploads/1157.pdf>

Banrep -Banco de la República (s.f.a). Unidad de valor real (UVR). Disponible en:

<https://www.banrep.gov.co/es/estadisticas/unidad-valor-real-uvr>

Banrep -Banco de la República (s.f.b). Indicador bancario de Referencia (IBR). Disponible en: <http://www.banrep.gov.co/en/node/41435>

Banrep -Banco de la República (s.f.c). Depósitos a término fijo. Disponible en:

https://enciclopedia.banrepcultural.org/index.php?title=Dep%C3%B3sitos_a_t%C3%A9rmino_fijo

Banrep -Banco de la Republica (s.f.d). "Tasas de captación (DTF y CDT)". Glosario. Disponible en: <https://www.banrep.gov.co/es/glosario/tasas-captacion>

Banrep -Banco de la Republica (2000). Resolución Externa No. 13 de 2000. Disponible en:

http://banrep.gov.co/sites/default/files/reglamentacion/archivos/bjd_23_2000_res_13.pdf

Berk, J. & Demarzo, P. (2008). Finanzas corporativas. México: Pearson Educación.

Calderón-Acevedo, S. (2006). Operaciones de Tesorería. Bogotá: Editorial CESA.

CFA -CFA Institute (2018). CFA Program Curriculum 2019. "The Time Value of Money. Reading 6". John Wiley & Sons.

Corredores Asociados S.A. (2005). Manual para el cálculo de rentabilidades. Bogotá D.C.: Servi-Flash.

DANE -Departamento Administrativo Nacional de Estadística (2019). Boletín Técnico Índice de Precios al Consumidor (IPC) enero de 2019. 5 de febrero de 2019. Disponible en: https://www.dane.gov.co/files/investigaciones/boletines/ipc/bol_ipc_ene19.pdf

Fisher, I. (1930). Theory of interest: as determined by impatience to spend income and opportunity to invest it. Clifton: Augustusm Kelly Publishers.

Rosillo, J. (2009). Matemáticas financieras para decisiones de inversión y financiación. Bogotá: Cengage Learning.

Sapag, N., Sapag, R., Sapag, J. (2014). Preparación y evaluación de proyectos. México D.F: McGraw-Hill.

Sarmiento, J. A., Cayón, E., Rivera, J. C. (2007). Matemáticas financieras en Microsoft Excel: la hoja de cálculo como herramienta de solución de problemas. Bogotá: Editorial Pontificia Universidad Javeriana.

Superfinanciera -Superintendencia Financiera de Colombia (1999). Normas destacadas, Boletín 6 de julio 1999. Disponible en: <https://www.superfinanciera.gov.co/jsp/Publicaciones/publicaciones/load-ContenidoPublicacion/id/39013/dPrint/1/c/00>

Superfinanciera -Superintendencia Financiera de Colombia (s.f.b). Conceptos sobre Tasa de interés. Disponible en: <https://www.superfinanciera.gov.co/inicio/60956>



Autorregulador del Mercado de Valores
de Colombia

Calle 72 No. 10-07 oficina 1202 / Bogotá - Colombia
PBX: (571) 607 1010 - Fax: (571) 347 0759
www.amvcolombia.org.co

**ASESOR FINANCIERO, OPERADOR, DIRECTIVO,
MIDDLE OFFICE Y DIGITADOR**

GUÍA DE EJERCICIOS DE MATEMÁTICAS FINANCIERAS



**ASESOR FINANCIERO, OPERADOR, DIRECTIVO,
MIDDLE OFFICE Y DIGITADOR**

Primera edición: Marzo de 2020

Autorregulador del Mercado de Valores
(AMV)

Gerencia de Certificación e Información.

Esta guía se elaboró gracias al trabajo
del Programa de Autores de AMV.

Este material es propiedad de AMV, es de
consulta gratuita y se encuentra prohibida
su venta y su uso para fines comerciales.

Diseño y Diagramación:
Artmedia Estudio Diseño
www.artmediaestudio.com

Contenido

1. Presentación 5

2. El día del examen 6

3. Introducción 7

4. Planteamientos 8

- 4.1. Conceptos de valor del dinero en el tiempo
- 4.2. Valor presente neto (VPN) y Tasa interna de retorno (TIR)
- 4.3. Indicadores económicos
- 4.4. Anualidades

5. Soluciones 15

- 5.1. Conceptos de valor del dinero en el tiempo
- 5.2. Valor presente neto (VPN) y Tasa interna de retorno (TIR)
- 5.3. Indicadores económicos
- 5.4. Anualidades

1. Presentación

Para el Autorregulador del Mercado de Valores de Colombia (AMV) la elevación de los estándares de idoneidad profesional es un elemento de primer orden. En tal sentido, se presentan a la industria, y al público en general, las guías de estudio como herramientas complementarias para la preparación de los exámenes de certificación.

Este documento se apoya en los temarios publicados en la página web de AMV, los cuales comprenden las materias a evaluar en los exámenes de idoneidad profesional.

La inclusión de algún enlace o documento no implica la recomendación o aprobación de los puntos de vista expresados en él. Se advierte que la información que contienen las guías solo podrá usarse para consultas personales, respetando las leyes vigentes de derechos de autor.

Este material es propiedad de AMV, es de consulta gratuita y se encuentra prohibida su venta y uso para fines comerciales

2. El día del examen



El profesional que haya programado una sesión de examen recibirá una citación dos días antes de la fecha programada, en la cual se especifican la hora de registro y de inicio de sesión. Es importante llegar 30 minutos antes del inicio del examen, una vez inicie la sesión no se permitirá la entrada a ningún profesional.

Si usted desea reprogramar su examen, podrá hacerlo como máximo hasta las 23:59 horas del tercer día hábil previo a su examen.

Recuerde llevar a la sesión su cédula de ciudadanía, cédula de extranjería, pasaporte o contraseña vigente, ya que de lo contrario no se le permitirá presentar el examen.

Usted podrá ingresar a la sesión calculadora financiera. Se le proporcionarán hojas y elementos de escritura, para realizar cualquier cálculo que necesite, las hojas deberán, sin excepción, ser entregadas al finalizar la sesión.

Está prohibido ingresar celulares, agendas electrónicas, relojes inteligentes o cualquier otro dispositivo que pudiera ser usado para acceder a información o contenidos relacionados con el examen a presentar.

Le recordamos que de acuerdo con los deberes de los aspirantes o examinados (Artículo 159 del reglamento de AMV), los aspirantes deberán abstenerse de tener o intentar tener acceso por cualquier medio al banco de preguntas, copiar o intentar copiar durante el examen, estar en posesión de elementos prohibidos o no autorizados expresamente por AMV durante la presentación del examen, realizar

cualquier conducta constitutiva de fraude durante la presentación del examen o en relación con el mismo, entre otros. El incumplimiento de los deberes por parte de aspirantes o examinados se considerará como una infracción disciplinaria en contra de los reglamentos de autorregulación

3. Introducción

Los conocimientos que permiten una adecuada preparación en Matemáticas financieras, como parte de la preparación para los exámenes de idoneidad, se presentan en la *Guía de Análisis económico y financiero, y Matemáticas financieras* de AMV. En la presente guía se ofrece un grupo de ejercicios que permitirán aplicar esos conocimientos describiendo su proceso de solución. Los ejercicios presentados han sido desarrollados con el apoyo de expertos de la academia y de la industria financiera, pertenecientes al Programa de Autores de AMV. Se recomienda al lector abordar esta *Guía de ejercicios* después de estudiar la *Guía de Análisis económico y financiero, y Matemáticas financieras* de AMV.

De forma inicial, la guía muestra los planteamientos para todos los ejercicios, siguiendo el orden de temas que desarrolla la *Guía de estudio* (Valor del dinero en el tiempo, Valor presente neto (VPN), Tasa interna de retorno (TIR), Indicadores económicos y Anualidades). Posteriormente, la guía presenta los procedimientos de solución, en los cuales se detallan los pasos a ejecutar con el apoyo de calculadora financiera y de hojas de cálculo. Con el orden dispuesto, el lector podrá poner a prueba sus conocimientos, antes de conocer las soluciones de los ejercicios.

Convenciones

Calculadora = ejercicios resueltos con calculadora financiera.



Hoja de cálculo = ejercicios resueltos en hoja de cálculo.



4. Planteamientos



4.1. Conceptos de valor del dinero en el tiempo



Ejercicio número 1

Un Inversionista realiza una inversión en el Mercado Financiero por un valor de \$10.000.000 de pesos que reconoce una tasa del 0,5% mes vencido. La inversión tiene un vencimiento anual vencido. Calcule:

- El valor que tendrá el inversionista al final incluyendo capital e intereses
- El interés anual que se recibe por esta inversión



Ejercicio número 2

Un Inversionista realiza una inversión en el Mercado Financiero por un valor nominal de \$10.000.000 pesos que reconoce una tasa del 0,5% mes vencido. La inversión tiene un vencimiento anual vencido y se asume que se procede a reinvertir el interés dado en cada periodo a la misma tasa. Calcule:

- El Interés compuesto que se recibe por esta inversión
- El valor que tendrá el inversionista al final, entre capital e intereses

**Ejercicio número 3**

¿Cuál es la tasa E.A. de una inversión que ofrece un interés nominal anual del 6,000%, pagadero trimestre vencido y que se procede a reinvertir por parte del inversionista?. La Base para liquidar la inversión es de 360 días. Calcule:

- La tasa periódica que ofrece la inversión partiendo de la tasa nominal anual
- Los días entre los flujos financieros para hallar los periodos (n)
- La tasa equivalente E.A.

**Ejercicio número 4**

¿Cuál es la tasa E.A. de una inversión que ofrece un interés nominal anual del 5,0%, pagadero semestre vencido y que se procede a reinvertir por parte del inversionista?. La Base para liquidar la inversión es de 360 días. Calcule:

- La tasa periódica que ofrece la inversión partiendo de la tasa nominal anual.
- Los días entre los flujos financieros para hallar los periodos (n).
- La tasa equivalente E.A. partiendo de una tasa periódica.

**Ejercicio número 5**

¿Cuál es la tasa E.A. de una inversión que ofrece un interés nominal anual del 6,000%, pagadero mes vencido y que se procede a reinvertir por parte del inversionista?. La Base para liquidar la inversión es de 360 días. Calcule:

- La tasa periódica que ofrece la inversión partiendo de la tasa nominal anual.
- Los días entre los flujos financieros para hallar los periodos (n).
- La tasa equivalente E.A. partiendo de una tasa periódica.

**Ejercicio número 6**

¿Cuál es la tasa E.A. calculada desde la tasa periodica vencida de una inversión que ofrece un interés nominal anual del 6,000%, pagadero trimestre anticipado, donde el interés se reinvierte por parte del inversionista?. La Base para liquidar la inversión es de 360 días. Calcule:

- La tasa periódica anticipada que ofrece la inversión partiendo de la tasa nominal anual.
- Los días entre los flujos financieros para hallar los periodos (n).
- La tasa equivalente E.A. partiendo de una tasa periódica vencida.



Ejercicio número 7

¿Cuál es la tasa Nominal Anual Semestre Vencido N.A.S.V. de una inversión que ofrece un interés del 5,062% E.A.?. La Base para liquidar la inversión es de 360 días. Calcule:

- La tasa periódica partiendo de la tasa E.A.
- La tasa Nominal Anual Semestre Vencido N.A.S.V. partiendo de la tasa efectiva



Ejercicio número 8

¿Cuál es la tasa Nominal Anual Trimestre Vencido N.A.T.V. de una inversión que ofrece un interés del 6,000% E.A.?. La Base para liquidar la inversión es de 360 días. Calcule:

- La tasa periódica partiendo de la tasa E.A.
- La tasa Nominal Anual trimestre Vencido N.A.T.V. partiendo de la tasa periódica



Ejercicio número 9

¿Cuál es la tasa Nominal Anual Año Vencido N.A.A.V. de una inversión que ofrece un interés del 5,500% E.A.?. La Base para liquidar la inversión es de 360 días. Calcule:

- La tasa periódica partiendo de la tasa E.A.
- La tasa Nominal Anual Año Vencido T.N.A.A.V.



Ejercicio número 10

Una entidad financiera asegura una tasa efectiva anual del 5,44%. ¿Cuál es la tasa nominal anual periodo vencida para una inversión de 10 meses?. La Base para liquidar la inversión es de 360 días. Calcule:

- a. La tasa periódica partiendo de la tasa E.A.
- b. La tasa Nominal Anual

4.2. Valor presente neto (VPN) y Tasa interna de retorno (TIR)



Ejercicio número 1

¿Cuál es la TIR o tasa de rentabilidad efectiva anual que ofrece un CDT con un valor presente de 104,637% y valor futuro de 105,345% de su valor nominal, le quedan 45 días al vencimiento? La inversión tiene una base para el cálculo de intereses de 365 días.



Ejercicio número 2

¿Cuál es la TIR o tasa de rentabilidad efectiva anual que ofrece un TES de corto plazo con un valor presente 97,123% y valor Futuro 100,000% de su valor nominal, le quedan 185 días al vencimiento? La inversión tiene una base para el cálculo de intereses de 365 días.



Ejercicio número 3

¿Cuál es el valor presente de un CDT, al cual le quedan 338 días al vencimiento, tiene una tasa facial de 5.22% nominal anual año vencido, valor nominal \$100.000.0000 y es negociado en el mercado secundario el 18/11/2019 con una rentabilidad del 4.98%?. El emisor paga los rendimientos con base 365 días.



Ejercicio número 4

¿Cuál es el valor presente de un Bono, con fecha de emisión 17/06/2019, fecha de vencimiento 17/06/2021, valor nominal de \$100.000.000, paga una tasa nominal anual semestre vencido del 5,000% base de liquidación 360 días?. Un inversionista lo compra el 21/11/2019 a una rentabilidad del 4,90% efectivo anual.



Ejercicio número 5

¿Cuál es el valor presente de un TES total en pesos, al cual le quedan a su vencimiento 245 días, tiene valor nominal de \$1.000.000.000, paga una tasa nominal anual del 11,000%, base de liquidación 365 días. Un inversionista lo compra el 21/11/2019 a una rentabilidad del 4,25 % efectivo anual.

4.3. Indicadores económicos



Ejercicio 1

Rubiela adquiere un crédito de subsidio hoy 4 de noviembre de 2019 a la DTF + 4. ¿Cuál es la tasa nominal anual mes vencido que utilizará la entidad crediticia para el cobro de intereses?

La DTF actual es del 4,34% T.A. resuelva el ejercicio utilizando base 360 (recuerde que la tasa de 4,34% es una tasa nominal).



Ejercicio 2

Un pequeño agricultor consiguió un crédito por \$40.000.000 con el Banco ABC a una tasa IBR +3,4% SV. ¿Cuál es la tasa Efectiva Anual (E.A.) equivalente a la tasa pactada con el banco, sabiendo que el IBR en el día de hoy es del 4.126% mes vencido (recuerde que esta es una tasa Nominal anual)?



Ejercicio 3

Se adquirió un crédito de vivienda en UVR a una tasa + 6% EA, asumiendo una inflación del 3,27% anual, ¿cuál es la tasa efectiva anual (E.A.) del crédito?



Ejercicio 4

Alicia posee un crédito al IPC+4%. ¿Cuál sería el spread si ella cambia a otra opción cuya tasa es de 6,5% N.A.T.A. + spread? En este momento el IPC es del 3,45% E.A.



Ejercicio 5

Un inversionista adquiere hoy un bono que vence el 2 febrero del 2025 y que tiene una tasa cupón equivalente a IPC + 4%. La tasa de descuento en el mercado es IPC+ 2%, si La inflación anual es del 3,82%. ¿Cuál es la tasa de los cupones y la tasa de descuento E.A.?



Ejercicio 6

Jacinta va al Banco A que le presta \$ 25.000.000 a la DTF + 2%. en la modalidad Trimestre Anticipado ¿Cuál es la tasa EA a la que Jacinta está tomando el crédito?

La DTF actual es del 4,38% E.A., resuelva el ejercicio base 360.



Ejercicio 7

Carla compró un CDT el día 1 de noviembre de 2019 con un valor nominal de \$35,000,000 que fue emitido el 22 octubre 2019 y con vencimiento 22 octubre 2020,

este título fue emitido con una tasa DTF + 2%, pagaderos en su equivalente semestre vencido. Si la tasa DTF el día de la emisión es el 4,26% Nominal anual trimestre anticipado ¿cuál es la tasa equivalente semestre vencido para calcular el primer pago de este CDT?



Ejercicio 8

Una hacienda de caña de azúcar desea instalar su planta de procesamiento, recibe un crédito del Banco por valor de \$ 690.000.000 con las siguientes características: plazo de un año, DTF +5% TA. ¿Qué tasa Efectiva Anual equivalente representa el costo del crédito si la DTF fuera del 4.30% TA?



Ejercicio 9

EL 12 de noviembre del 2019 un inversionista compra un título indizado al IPC, el cual fue emitido el 6 enero 2018 con plazo de 5 años. Si la tasa de rendimiento del título es del 12,5% Efectivo Anual y el IPC de la fecha del negocio es del 3.88% Efectivo Anual, determinar el valor de la tasa de interés total de cada flujo de caja previsto para el título.



Ejercicio 10

Un banco ofrece créditos para vivienda a la UVR +3% EA, ¿cuál será la tasa de interés Efectiva Anual del crédito en pesos si la inflación se estima en 3,9% anual?



Ejercicio 11

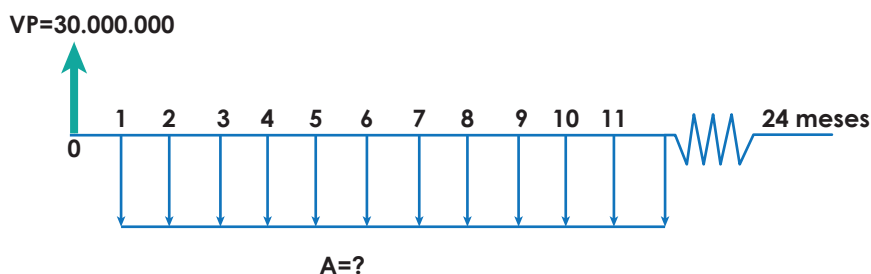
La Compañía Colombiana S.A. emitió un papel comercial con plazo de 360 días a una tasa IBR+ 4,5% (IBR del período 3,5% Mes vencido). Teniendo en cuenta que los intereses se pagan trimestre vencido y el monto de la inversión es de \$40.000.000, determine la tasa periódica para liquidar los rendimientos

4.4. Anualidades



Ejercicio 1

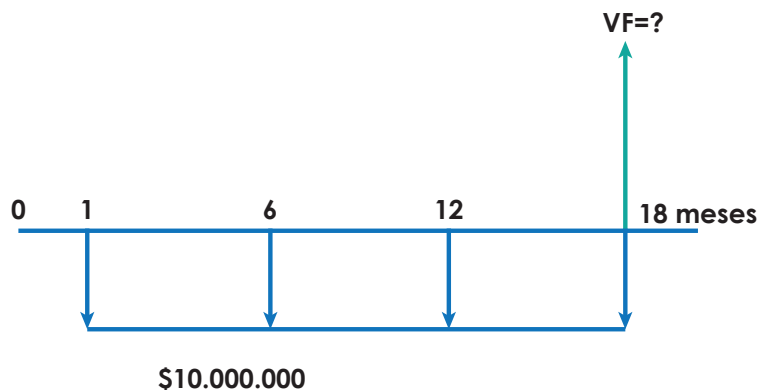
Luisa acaba de recibir un préstamo por \$30,000,000 para adelantar su posgrado, para pagarlo con 24 cuotas mensuales. Si el Banco le cobra una tasa de interés del 20% E.A., ¿cuál es el valor de las cuotas?





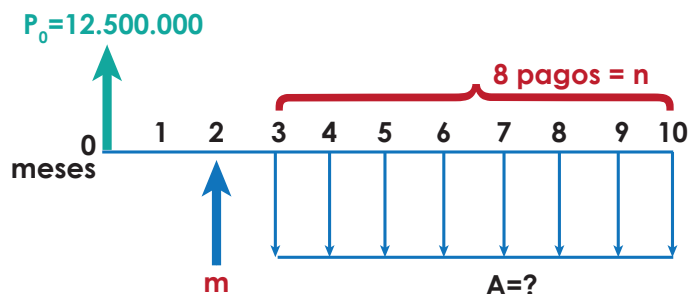
Ejercicio 2

Ismenia ahorra semestralmente \$ 10.000.000 en su cuenta bancaria la cuál le paga un interés del 12% E.A., al cabo de 18 meses ¿cuál es su saldo disponible?



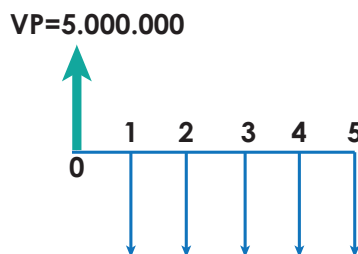
Ejercicio 3

Ramón está debiendo en la tesorería de su Universidad \$ 12.500.000 y llega a un acuerdo para pagar ese dinero a una tasa de interés del 3,5% mensual, en 8 cuotas mensuales empezando a pagar la primera cuota dentro de 3 meses. ¿Cuál es el valor de las cuotas que debe pagar Ramón?



Ejercicio 4

Francisca compra un computador cuyo valor de contado es \$ 5.000.000. Si la caja de compensación le ofrece pagarlo en 5 cuotas mensuales iguales cada una pagaderas al final de los siguientes meses con una tasa de interés periódica del 2% mensual vencido ¿cuál es el valor de las cuotas?



5. Soluciones

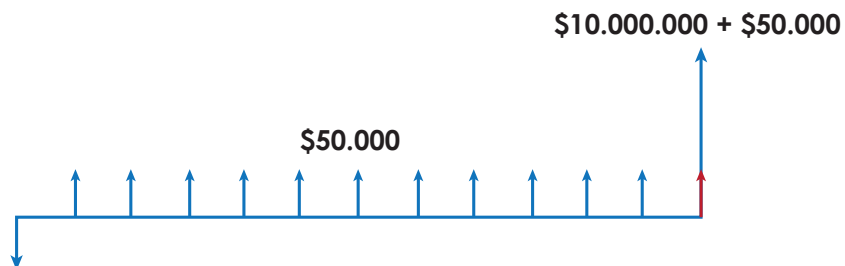


5.1. Conceptos de valor del dinero en el tiempo



Ejercicio número 1

Paso I. Graficar. La tasa es del 0,5% mensual por el capital = \$10.000.000*0,5% = \$50.000 mensuales: se vería como.



Paso II. Cálculo del valor de los Intereses recibidos al año. Para lo cual se debe utilizar la fórmula

$$I = Ip * n$$

$$I = 0,05 * 12 = \$0,6$$

I =Interés Nominal Anual
 Ip =Interés periodico;
 n =Número de periodos en un año

$$VF = VP + I$$

VF =Valor Futuro o Capital Final
 VP =Valor presente o Capital Inicial
 I =Interés Nominal Anual

$$VF = \$10.000.000 + \$600.000 = \$10.600.000$$

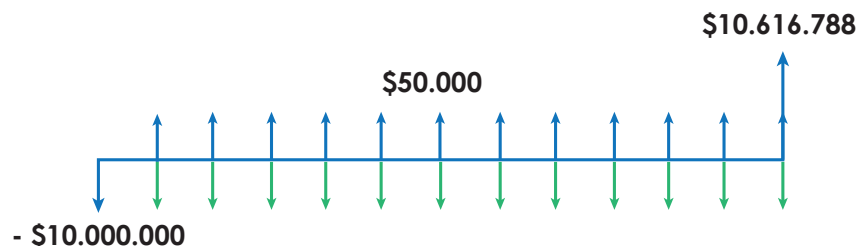

Por lo tanto:

- El valor del Capital Final o Valor Futuro del Valor Presente (Capital inicialmente invertido) más los intereses es de \$10.600.000 pesos después de un año.
- El interés anual que se recibe por esta inversión fue de \$600.000.



Ejercicio número 2

Paso I. Graficar:



La tasa es del 0,5% mensual por el capital = $10.000.000 \times 0,5\% = \50.000 mensuales.

Paso II. Cálculo del valor de los Intereses recibidos al año. Para lo cual se debe utilizar la fórmula

$$I = I_p \times VP$$

donde:

I = Interés Nominal Anual

I_p = Interés periódico

VP = Valor Presente (Inversión)

$$I = 0,5\% \times \$10'000.000 = \$50.000$$

Paso III. Cálculo del Valor Futuro. Para lo cual se debe utilizar la siguiente fórmula.

$$VF = VP \times (1+i)^n$$

donde:

VF = Valor Futuro o Capital Final

VP = Valor presente o Capital Inicial

i = Interés periodico vencido

n = Periodos de pago de la inversión

Por lo cual, se tiene que:

$$VF = \$10.000.000 \times (1+0,005)^{12} = \$10.000.000 \times 1,061678 = \$10.616.778,12$$

Paso IV. Procedimiento en hoja de cálculo:


HOJA DE CALCULO			
	A	B	C
1			
2		VALOR NOMINAL	\$10.000.000,00
3		TASA (M.V)	0,50%
4		# PERIODOS	12
5			
6		VALOR FUTURO	\$10.616.778,12 → = C2*(1+C3)^C4
7			
8		INTERES ANUAL	\$616.778,12 → Valor Futuro – Valor Nominal

Por lo tanto:

- El Interés compuesto que se recibe por esta inversión es de \$616.778,12.
- El valor del Capital Final o Valor Futuro del Valor Presente (Capital Inicial invertido más los intereses) es de \$10.616.778,12 pesos después de un año.

Nótese que en el paso III del ejercicio anterior debemos hallar un interés compuesto.

Si comparamos las dos rentabilidades, tanto del interés simple como del interés compuesto, se tiene una diferencia en el Valor Futuro y por ende una rentabilidad superior si se decide invertir los intereses a la misma tasa.

$$\begin{aligned}
 VF(\text{Int.simple}) &= 10.600.00 \\
 VF(\text{Int.compuesto}) &= 10.616.778,12 \\
 \text{Diferencia} &= 10.600.000 - 10.616.778,12 \\
 \text{Diferencia} &= \$16.778,12
 \end{aligned}$$

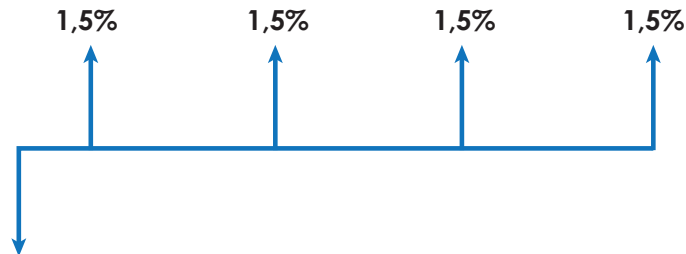
Reinversión de interés

La reinversión de los intereses genera una mayor rentabilidad final, debido al efecto de producir intereses sobre intereses.



Ejercicio número 3

Paso I. Graficar el interés:



Paso II. Hallar el valor de los Intereses periódicos. Para lo cual se debe utilizar la fórmula

$$Ip = \frac{I}{n}$$

donde:

Ip = Interés periódico

n = Periodos del año

Ip = interés periodico

$$Ip = \frac{6,0000\%}{4} = 1,5000\%$$

Paso III. Hallar el periodo partiendo del número de días entre los flujos. Para lo cual se debe utilizar la fórmula:

$$n = \frac{Base}{días}$$

$$n = \frac{360}{90} = 4$$

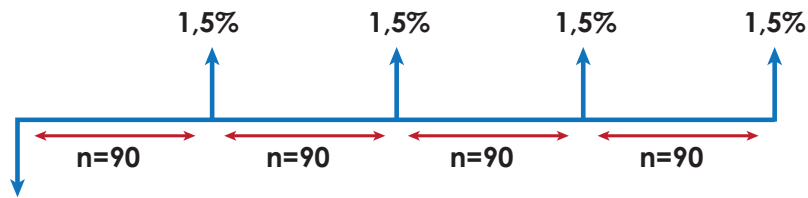
donde:

n = periodo

$Base$ = 360

$días$ = días del periodo

Paso IV. Graficar los días:



Paso V. Cálculo del interés E.A. Para lo cual se debe utilizar la fórmula (9):

$$i_{ea} = \left[(1 + ip)^{\frac{Base}{días}} - 1 \right]$$

donde:

i_{ea} = Interés Efectivo Anual

ip = interés periodico

$Base$ = 360

$días$ = días el periodo de interés

- La tasa periódica que ofrece la inversión partiendo de la tasa nominal anual es 15,000%
- Los días entre los flujos financieros para hallar los periodos son (n)=90

$$i_{ea} = \left[(1 + 0,015)^{\frac{360}{90}} - 1 \right] = 6,136\% \text{ E.A.}$$

La tasa equivalente E.A. es 6,136%

La tasa de Interés equivalente E.A. que ofrece esta inversión es de 6,136% E.A. partiendo de una tasa de interés del 6,000% Nominal Anual Trimestre Ven-cido N.A.T.V.

Paso VI. Procedimiento en hoja de cálculo:



HOJA DE CALCULO

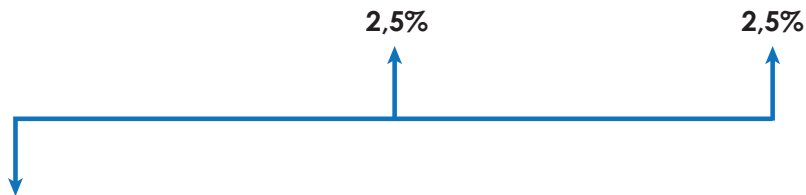
	A	B	C	
1				
2		TASA	6,00%	
3		PLAZO DÍAS	90	
4		BASE	360	
5		n	4	→ Base/Plazo días
6				
7		TASA PERIÓDICA	1,50%	→ = C2/C5
8				
9		TASA EFECTIVA	6,136%	→ = (1+ C7)^(C4/C3)-1

PERIODOS	INTERESES PERIÓDICOS
0	
1	1,50%
2	1,50%
3	1,50%
4	1,50%



Ejercicio número 4

Paso I. Graficar:



Paso II. Hallar el valor de los Intereses periódicos. Para lo cual se debe utilizar la siguiente fórmula:

$$Ip = \frac{I}{n}$$

Donde:

Ip = Interés periódico

I = Interés Nominal Anual

n = Número de periodos en un año

La tasa periódica que ofrece la inversión es del 2.5%

Paso III. Hallar el periodo partiendo del número de días entre los flujos. Para lo cual se debe utilizar la siguiente fórmula:

$$n = \frac{\text{Base}}{\text{días}}$$

donde:

n =periodo

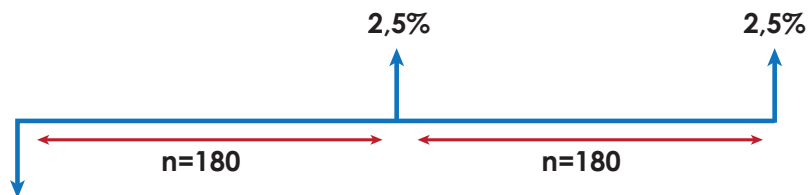
$Base$ =Días de reconocimiento de intereses por parte del emisor

$días$ =días entre los periodos

Los días entre los flujos financieros para hallar los periodos (n) corresponden a 180 días por lo cual, se tiene que:

$$n = \frac{360}{180} = 2$$

Paso IV. Graficar:



Paso V. Cálculo del interés E.A. Para lo cual se debe utilizar la siguiente fórmula:

$$i_{ea} = \left[(1 + ip)^{\frac{Base}{días}} - 1 \right]$$

donde:

i_{ea} =Interés Efectivo Anual

ip =Interés periodico vencido

$Base$ =Días de reconocimiento de intereses por parte del emisor

$días$ =Días entre los periodos

Por lo cual, se tiene que:

$$i_{ea} = \left[(1 + 0,025)^{\frac{360}{180}} - 1 \right] = 5,062\%$$

donde:

i_{ea} =Interés Efectivo Anual

$ip=0,025$

$Base=360$

$días=180$

La tasa equivalente E.A. partiendo de una tasa periódica es 5,062%

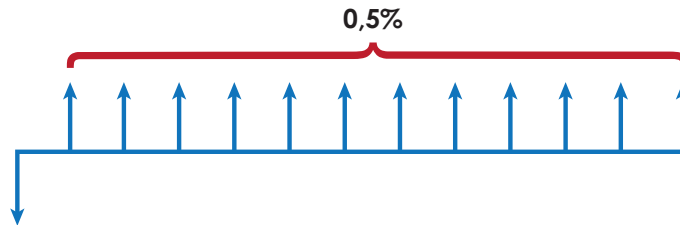
Paso VI. Resolver en Hoja de cálculo. Lo que le permitirá visualizar el ejercicio con mayor facilidad:

HOJA DE CALCULO				
	A	B	C	
1				
2		TASA	5,00%	
3		PLAZO DÍAS	180	
4		BASE	360	
5		n	2	→ Base/Plazo días
6				
7		TASA PERIÓDICA	2,50%	→ = C2/C5
8				
9		TASA EFECTIVA	5,062%	→ = (1 + C7)^(C4/C3)-1



Ejercicio número 5

Paso I. Graficar:



Paso II. Hallar el valor de los Intereses periódicos. Para lo cual se debe utilizar la siguiente fórmula:

$$I_p = \frac{I}{n}$$

donde:

I_p = Interés periódico

I = Interés Nominal Anual

n = Número de periodos en un año

$I_p = (6,0000\%) / 12 = 0,50\%$

$$I_p = \frac{6,0000\%}{12} = 0,500\%$$

La tasa periódica que ofrece la inversión es del 0.5%

Paso III. Hallar el periodo partiendo del número de días entre los flujos. Para lo cual se debe utilizar la siguiente fórmula:

$$n = \frac{Base}{días}$$

donde:

n =periodo

$Base$ =Días de reconocimiento de intereses por parte del emisor

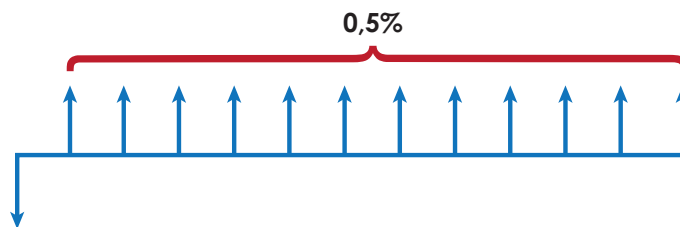
$días$ =días entre los periodos

Por lo cual, se tiene que:

$$n = \frac{360}{30} = 12$$

Los días entre los flujos financieros para hallar los periodos (n) corresponden a 30 días.

Paso IV. Graficar:



Cada período corresponde a 30 días.

Paso V. Cálculo del interés E.A. Para lo cual se debe utilizar la siguiente fórmula:

$$i_{ea} = \left[(1 + ip)^{\frac{Base}{días}} - 1 \right]$$

donde:

i_{ea} =Interés Efectivo Anual

ip =Interés periodico vencido

$Base$ =Días de reconocimiento de intereses por parte del emisor

$días$ =Días entre los periodos

Por lo cual, se tiene que:

$$i_{ea} = \left[(1 + 0,005)^{\frac{360}{90}} - 1 \right] = 6,168\%$$

La tasa equivalente E.A. partiendo de la tasa periódica es 6,168%

Paso VI. Procedimiento en hoja de cálculo:



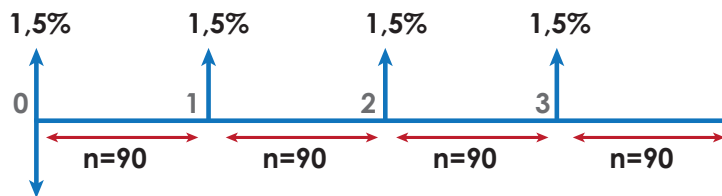
HOJA DE CALCULO

	A	B	C	
1				
2		TASA	6,00%	
3		PLAZO DÍAS	30	
4		BASE	360	
5		n	12	→ Base/Plazo días
6				
7		TASA PERIÓDICA	0,50%	⇒ = C2/C5
8				
9		TASA EFECTIVA	6,168%	⇒ = (1 + C7)^(C4/C3)-1

PERIODOS	INTERESES PERIÓDICOS
0	
1	0,50%
2	0,50%
3	0,50%
4	0,50%
5	0,50%
6	0,50%
7	0,50%
8	0,50%
9	0,50%
10	0,50%
11	0,50%
12	0,50%

Ejercicio número 6

Paso I. Graficar:



Paso II. Hallar el valor de los Intereses periódicos. Para lo cual se debe utilizar la fórmula:

$$I_p = \frac{I}{n}$$

donde:

I_p = Interés periódico

I = Interés Nominal Anual;

n = Número de periodos en un año

$$n = \frac{6,000\%}{4} = 1,5000\%$$

Paso III. Hallar el valor de los Intereses periódicos vencidos partiendo del interés periódico anticipado. Para lo cual se debe utilizar la siguiente fórmula:

$$I_{pv} = \frac{I_{pa}}{1 - I_{pa}}$$

donde:

I_{pv} = Interés periódico

I_{pa} = Interés Periodico Anticipado

Por lo cual, se tiene que:

$$I_{pv} = \frac{0,015}{1 - 0,015} = 0,015228$$

$$I_{pv} = 0,015228$$

La tasa periódica anticipada que ofrece la inversión partiendo de la tasa nominal anual es 1,5228%

Paso IV. Cálculo del interés E.A.

$$i_{ea} = \left[(1 + 0,015228)^{\frac{360}{90}} - 1 \right] = 6,232\% \text{ E.A.}$$

donde:

i_{ea} = Interés Efectivo Anual

$ipa = 0,015228$

Base = 360

Los días entre los flujos financieros para hallar los periodos son (n) = 90.

Por lo tanto, el Interés equivalente E.A. que ofrece esta inversión es de 6,232% E.A. partiendo de un interés del 6,000% Tasa Nominal Anual Trimestre Anticipado T.N.A.T.A..

La tasa equivalente E.A. es 6,232%

Paso V. Procedimiento en hoja de cálculo.



HOJA DE CALCULO

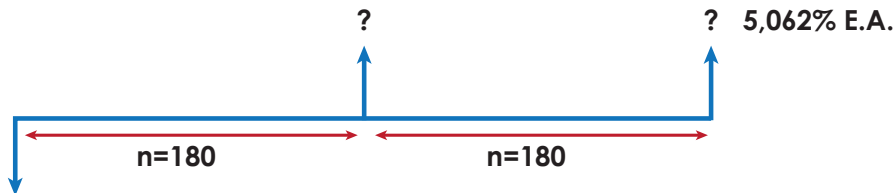
	A	B	C	
1				
2		TASA	6,00%	
3		PLAZO DÍAS	90	
4		BASE	360	
5		n	4	→ Base/Plazo días
6				
7		TASA P. ANTICIPADA	1,50%	→ = C2/C5
8				
9		TASA VENCIDA	1,52%	$lpv = \frac{lpa}{1-lpa}$
10				
11		TASA EFECTIVA	6,232%	→ = (1+ C9)^(C4/C3)-1

PERIODOS	INTERESES PERIÓDICOS
0	
1	1,50%
2	1,50%
3	1,50%
4	1,50%



Ejercicio número 7

Paso I. Graficar:



Paso II. Hallar el valor del Interés periódico partiendo de la tasa E.A. disponible.

$$i_p = \left[(1 + i_{ea})^{\frac{\text{Días}}{\text{Base}}} - 1 \right]$$

Para lo cual se debe utilizar la siguiente fórmula:

donde:

i_p = Interés Periodico

i_{ea} = Interés Efectivo Anual

Días = Días entre los periodos

Base=Días de reconocimiento de intereses

Por lo cual, se tiene que:

$$i_p = \left[(1 + 0,05062)^{\frac{180}{360}} - 1 \right] = 2,500\%$$

La tasa periódica partiendo de la tasa E.A. es 2,5%

Paso III. Cálculo de la Tasa Nominal Anual Semestre Vencido N.A.S.V., para lo cual se debe utilizar la fórmula:

$$I = I_p * n$$

donde:

I=Interés Nominal Anual

I_p=Interés periódico

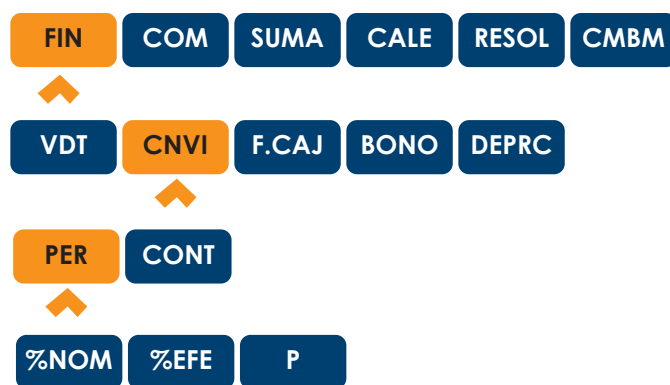
n= número de periodos (semestres), en un año

$$I = 2,5\% * 2 = 5,000\% \text{ N.A.S.V.}$$

Por lo tanto el Interés equivalente Nominal Anual Semestre Vencido que ofrece esta inversión es de 5,000%. Partiendo de un interés del 5,062% E.A.

Paso IV. Procedimiento en la Calculadora financiera.

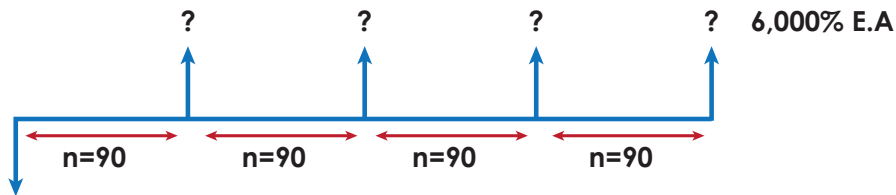
Seleccionar del menú principal la opción **FIN** → **CNVI** → **PER**



Con lo anterior, se observará la siguiente pantalla y se debe ingresar la información de la tasa E.A. **%EFE**, el periodo **P** y seleccionar la opción **%NOM** para hallar la tasa Nominal Anual.



Ejercicio número 8



Paso I. Graficar:

$$i_p = \left[(1 + i_{ea})^{\frac{\text{Días}}{\text{Base}}} - 1 \right]$$

Paso II. Hallar el valor del Interés periódico partiendo de la tasa E.A. disponible. Para lo cual se debe utilizar la siguiente fórmula

donde:

i_p = Interés Periodico

i_{ea} = Interés Efectivo Anual

Días = Días entre los periodos

Base = Días de reconocimiento de intereses

$$i_p = \left[(1+0,06)^{\frac{90}{360}} - 1 \right] = 1,4674\%$$

Por lo cual, se tiene que:

La tasa periódica partiendo de la tasa E.A. es 1,4674%

Paso III. Cálculo de la Tasa Nominal Anual Trimestre Vencido N.A.T.V. para lo cual se debe utilizar la fórmula

$$I = I_p * n$$

donde:

I = Interés Nominal Anual

I_p = Interés periódico

n = número de periodos (trimestres), en un año

$$I = 1,467385\% * 4 = 5,869538\% \text{ N.A.T.V}$$

Por lo tanto el Interés equivalente Nominal Anual Trimestre Vencido que ofrece esta inversión es de 5,8695%. Partiendo de un interés del 6% E.A.

Paso IV. Procedimiento en hoja de cálculo.



HOJA DE CALCULO

	A	B	C	
1				
2		TASA	6,00%	
3		PLAZO DÍAS	90	
4		BASE	360	
5		n	4	→ Base/Plazo días
6				
7		TASA PERIÓDICA	1,4674%	→ = (1 + C2)^(C3/C4)-1
8				
9		TASA EFECTIVA	5,8695%	→ = C7*C5



Ejercicio número 9

Paso I. Graficar.



Paso II. Hallar el valor del Interés periódico partiendo de la tasa E.A., para lo cual se debe utilizar la siguiente fórmula:

$$i_p = \left[(1 + i_{ea})^{\frac{\text{Días}}{\text{Base}}} - 1 \right]$$

donde:

i_p = Interés Periodico Vencido

i_{ea} = Interés Efectivo Anual

Días = Días entre los periodos

Base = Días de reconocimiento de intereses

Por lo cual, se tiene que:

$$i_p = \left[(1 + 0,0550)^{\frac{360}{360}} - 1 \right] = 5,5000 \%$$

La tasa periódica partiendo de la tasa E.A. es 5,5000%

Paso III. Cálculo de la Tasa Nominal Anual Año Vencido A.V. para lo cual se debe utilizar la fórmula:

$$I = I_p * n$$

donde:

I = Interés Nominal Anual

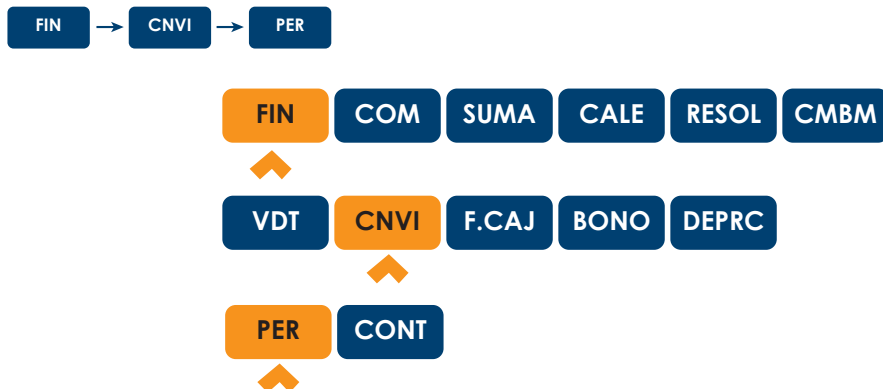
I_p = Interés periódico

n = número de periodos (años), en un año

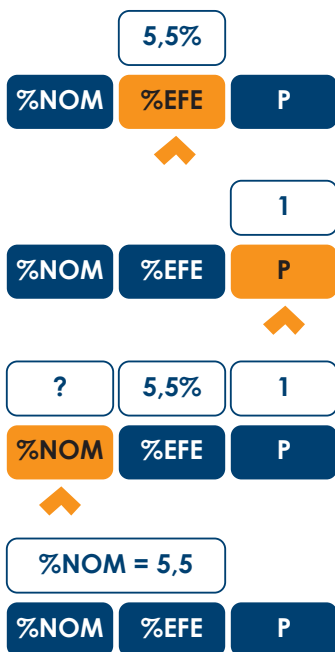
$I = 5,50\% * 1 = 5,500\% \text{ N.A.A.V.}$

Por lo tanto el Interés equivalente Nominal Anual Año Vencido N.A.A.V que ofrece esta inversión es de 5,500% N.A.A.V. partiendo de un interés del 5,500% E.A.

Paso IV. Procedimiento en la calculadora financiera. Seleccionar del menú principal la opción.

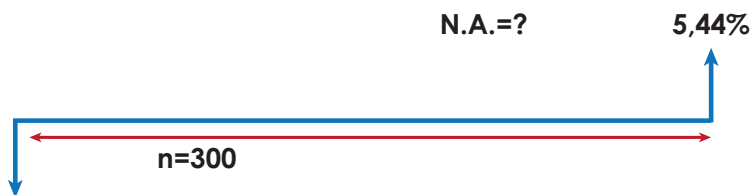


Con lo anterior, se observará la siguiente pantalla y se debe ingresar la información de la tasa E.A. **%EFE**, el periodo **P** y seleccionar la opción **%NOM** para hallar la tasa Nominal Anual.



Ejercicio número 10

Paso I. Graficar:



Paso II. Hallar el valor del Interés periódico partiendo de la tasa E.A. disponible. Para lo cual se debe utilizar la siguiente fórmula:

$$i_p = \left[(1 + i_{ea})^{\frac{\text{Días}}{\text{Base}}} - 1 \right]$$

donde:

i_p = Interés Periodico

i_{ea} = Interés Efectivo Anual

Días = Días entre los periodos

Base = Días de reconocimiento de intereses

$$i_{pv} = \left[(1 + 0,0544)^{\frac{300}{360}} - 1 \right] = 4,513\%$$

Por lo cual, se tiene que:

La tasa periódica partiendo de la tasa E.A. 4,513% tasa para 300 días

Paso III. Cálculo de la Tasa Nominal Anual Año Vencido A.V. para lo cual se debe utilizar la fórmula:

$$I = I_p * n$$

donde:

I = Interés Nominal Anual

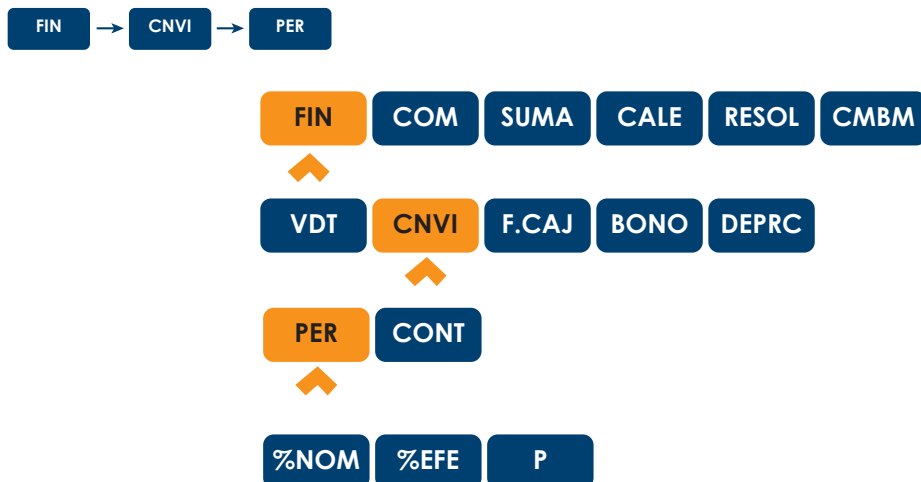
I_p = Interés periódico

n = número de periodos en un año (en este caso es la fracción 360/300)

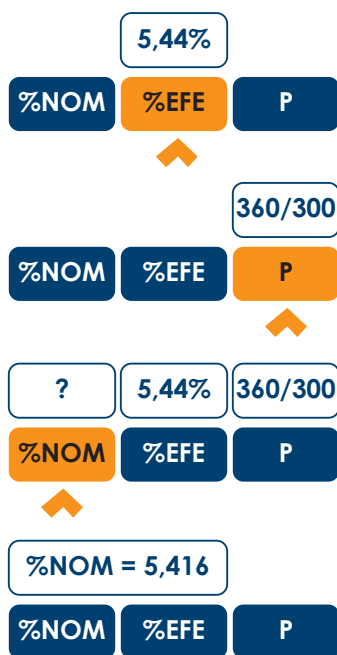
$$I = (4,513\%) * \left(\frac{360}{300} \right) = 5,4158\% \text{ N.A.P.V.}$$

Por lo tanto el Interés equivalente Nominal Anual periodo Vencido que ofrece esta inversión es de 5,4158% P.V. partiendo de un interés del 5,440% E.A.

Paso IV. Procedimiento en la Calculadora. Seleccionar del menú principal la opción



Con lo anterior, se observará la siguiente pantalla y se debe ingresar la información de la tasa E.A. **%EFE**, el periodo **P** y seleccionar la opción **%NOM** para hallar la tasa Nominal Anual.

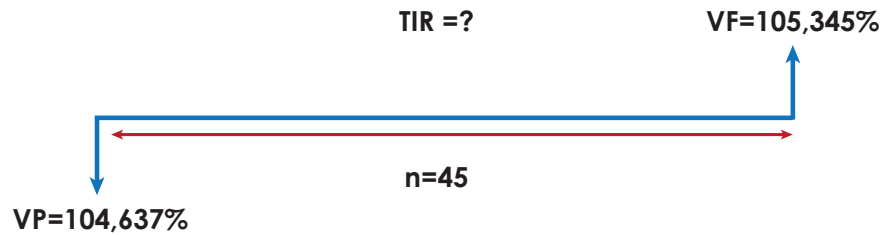


5.2. (VPN) y Tasa interna de retorno (TIR)



Ejercicio número 1

Paso I. Graficar el flujo de la inversión:



Paso II. Cálculo de la tasa de Rentabilidad. Para lo cual se debe utilizar la siguiente fórmula:

$$TIR = \left[\left(\frac{VF}{VP} \right)^{\frac{Base}{n}} - 1 \right]$$

donde:

TIR=TIR o Rentabilidad Efectiva

VF=Valor Futuro

Base=Días de reconocimiento de intereses por parte del emisor;

n=Días al vencimiento del CDT

Por lo cual, se tiene que:

$$TIR = \left[\left(\frac{105,345\%}{104,637\%} \right)^{\frac{365}{45}} - 1 \right] = 5,622\%$$

El resultado obtenido es una TIR de 5,622%.

Paso III. Cálculo de la tasa de Rentabilidad en la calculadora financiera.

Donde observará la siguiente pantalla, y se debe incluir los datos de la siguiente forma:

FIN	COM	SUMA	CALE	RESOL	CMBM
↑					
VDT	CNVI	F.CAJ	BONO	DEPRC	
↑					
45/365	5,622	-104.637		105.345	
N	%IA	V.A	PAG	V.F	OTR

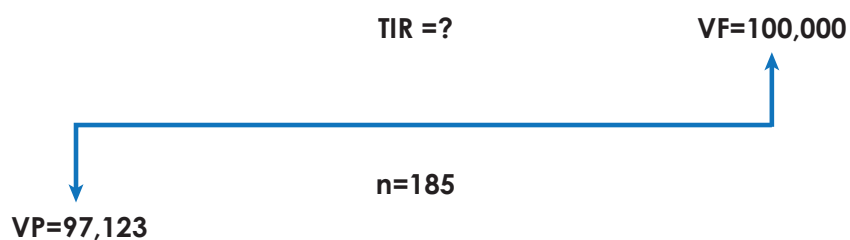
Para tener en cuenta

Para hallar la TIR tasa de rentabilidad. El cálculo de esta tasa de rentabilidad se encuentra en función del Valor Presente disponible, el Valor Futuro disponible y el número de días al vencimiento de esta inversión.



Ejercicio número 2

Paso I. Graficar el flujo de la inversión:



Paso II. Cálculo de la tasa de Rentabilidad. Para lo cual se debe utilizar la siguiente fórmula

$$TIR = \left[\left(\frac{VF}{VP} \right)^{\frac{Base}{n}} - 1 \right]$$

donde:

TIR = TIR o Rentabilidad Efectiva

VF = Valor Futuro

$Base$ = Días de reconocimiento de intereses por parte del emisor

n = Días al vencimiento del CDT

Por lo cual, se tiene que:

$$TIR = \left[\left(\frac{100,000}{97,123} \right)^{\frac{365}{185}} - 1 \right] = 5,929\%$$

donde:

TIR = Tasa de Rentabilidad o Rentabilidad Efectiva

El resultado obtenido es una TIR de 5,929%.

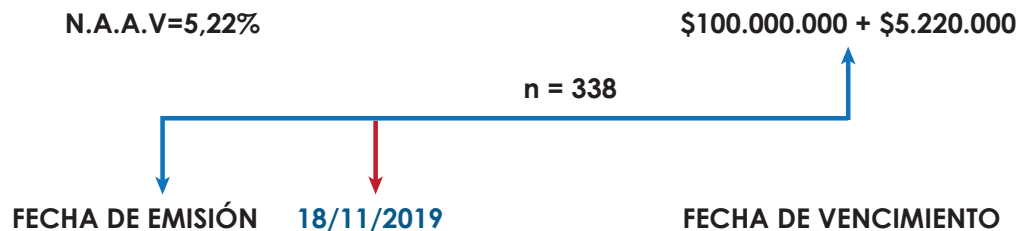
Paso III. Procedimiento en Hoja de cálculo :

HOJA DE CALCULO				
	A	B	C	
1				
2		VALOR FUTURO	100.000	
3		VALOR PRESENTE	97.123	
4		N	185	
5		BASE	365	
6				
7		TIR	5,929%	$\rightarrow = (C2/C3)^{(C5/C4)} - 1$
8				



Ejercicio número 3

Paso I. Graficar.



Paso II. Precio de Venta, para lo que se debe utilizar la siguiente fórmula:

$$VP = \frac{VF}{(1 + TIR)^{\frac{n}{365}}}$$

$$VP = \frac{105.220.000}{(1 + 0.0498)^{\frac{338}{365}}} = \$100.589.589$$

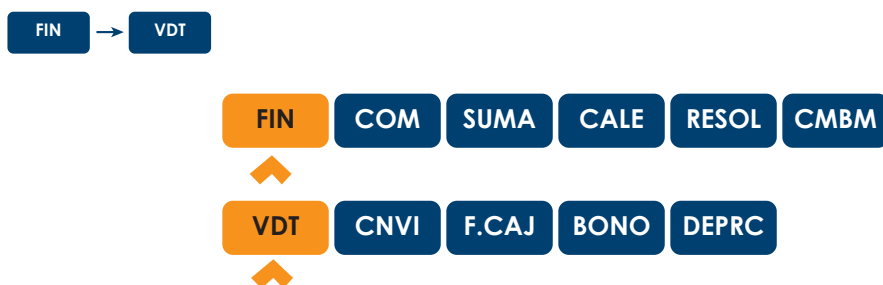
El resultado obtenido es un Valor presente Neto de \$100.589.589.

Cálculo de días de tenencia

Los días del papel entre la fecha de negociación y vencimiento, se calculan con base 365 días.

Paso III: Procedimiento en la Calculadora financiera.

Seleccionar del menú principal la opción.



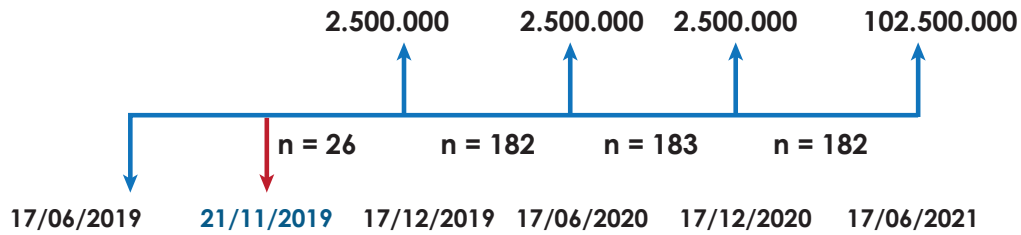
Donde se observará la siguiente pantalla, y se debe incluir los datos de la siguiente forma:



Ejercicio número 4

$$Tasa\ Facial\ N.A.S.V. = \frac{5,00\%}{2} = 2,5\% * \$100.000.000 = \$2.500.000$$

Paso I. Graficar.



Paso II. Cálculo del precio de compra, para lo que se debe utilizar la fórmula para cada uno de los flujos de efectivo.

$$VP_i = \frac{VF_i}{(1+i_E)^{\frac{t_i}{365}}}$$

$$VP = \frac{\$2.500.000}{(1+0,049)^{\frac{26}{365}}} + \frac{\$2.500.000}{(1+0,049)^{\frac{208}{365}}} + \frac{\$2.500.000}{(1+0,049)^{\frac{391}{365}}} + \frac{\$102.500.000}{(1+0,049)^{\frac{573}{365}}}$$

$$VP = \$2.491.378 + \$2.431.848 + \$2.373.425 + \$94.985.259 = \$102.281.910$$

El resultado obtenido es un Valor presente neto de \$102.281.910

Paso III. Procedimiento en hoja de cálculo:

FECHA DEL NEGOCIO:	21/11/2019
FECHA DE EMISION:	17/06/2019
FECHA DE VENCIMIENTO:	17/06/2021
MODALIDAD DE PAGO:	Semestre Vencido S.V.
TASA FACIAL	5%
TASA EA	4,90%
VALOR NOMINAL	\$ 100.000.000
VALOR PRESENTE	\$102.281.910

FECHAS DE PAGO	DIAS VTO	DIAS PERIODO	TASA FACIAL	VALOR FLUJO	VPresente = Valor Flujo / ((1+TIR) ^ (Días VTO/ 365))
21/11/2019					
17/12/2019	26	180	2,50%	2.500.000	2.491.378
17/06/2020	208	180	2,50%	2.500.000	2.431.848
17/12/2020	391	180	2,50%	2.500.000	2.373.425
17/06/2021	573	180	2,50%	102.500.000	94.985.259
VALOR PRESENTE					102.281.910



Ejercicio número 5

Paso I. Graficar.



Paso II. Cálculo del Valor presente.

$$VP_i = \frac{VF_i}{(1+i_E)^{\frac{t_i}{365}}}$$

$$VP = \frac{1.110.000.000}{(1+0.0425)^{\frac{245}{365}}} = \$1.079.418.186$$

El resultado obtenido es un Valor presente neto de = \$1.079.418.185

Paso III. Procedimiento en hoja de cálculo:

FECHA DEL NEGOCIO:	21/11/2019
DÍAS AL VENCIMIENTO:	245
MODALIDAD DE PAGO:	Anual Vencido
TASA FACIAL	11%
TIR E.A.	4,25%
VALOR NOMINAL	\$ 1.000.000.000
Valor presente	\$ 1.079.418.186

FECHAS DE PAGO	DIAS VTO	DIAS PERIODO	TASA FACIAL	VALOR FLUJO	VPresente = Valor Flujo / ((1+TIR) ^ (Días VTO/ 365))
21/11/2019					
DÍAS AL VENCIMIENTO	245	365	11%	1.110.000.000	1.079.418.186
VALOR PRESENTE					1.079.418.186

5.3. Indicadores económicos



Ejercicio 1

Paso I. Calcular la Tasa Nominal total:

$$Tasa\ Nominal\ total = 4.34\% T.A. + 4\% T.A$$

$$Tasa\ Nominal\ total = 8.34\% N.A.T.A.$$

Paso II. Convertir del interés periódico anticipado en interés periódico vencido:

$$Interés_{\text{periódico anticipado}} = \frac{8.34\%}{4}$$

$$Interés_{\text{periódico anticipado}} = 2.0850\% T.A.$$

$$Interés_{\text{periódico vencido}} = \frac{0.020850}{1-0.020850}$$

$$Interés_{\text{periódico vencido}} = 2.1294\% T.V.$$

Paso III. Calcular la tasa efectiva anual (E.A.):

$$Tasa\ efectiva\ anual = \left[(1 + 0.021294)^{\frac{360}{90}} - 1 \right]$$

$$Tasa\ efectiva\ anual = 8.7935\% E.A$$

Paso IV. Calcular la tasa nominal anual mes vencido:

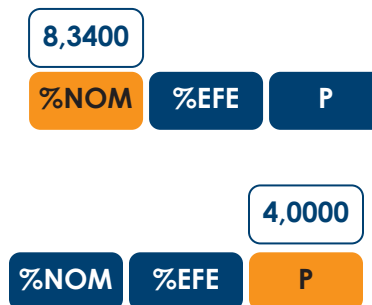
$$(1 + 8.7935\%)^{\frac{1}{12}} - 1 = 0.7048\% \text{ periódico mes vencido}$$

$$0.7048\% * 12 = 8.4578\% \text{ Nominal anual mes vencido}$$

La entidad financiera calculará los intereses a Rubiela al 8.4578% Nominal Anual Mes Vencido

Paso V. Procedimiento en Calculadora financiera:

La tasa Nominal (total) trimestre anticipado es del 8,34%

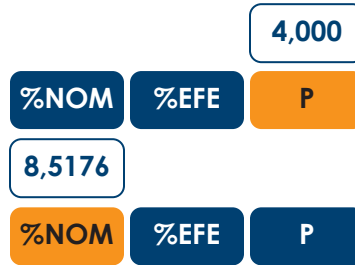


Se convierte a efectiva anual (E.A.)

La tasa del 8,34% TA equivale a una tasa Efectiva Anual (E.A.) de :



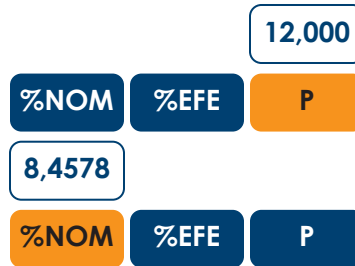
Ahora se convierte a Nominal anual trimestre vencido



Esa tasa nominal trimestre vencido se convierte a Efectiva Anual (E.A.)



Esa tasa Efectiva Anual (E.A.) se convierte a Nominal anual mes vencido



Ejercicio 2

Paso 1. Convertir la tasa del IBR Nominal anual mes vencido a efectivo anual (E.A.):

$$\text{Interés}_{\text{periódico}} = \frac{4.126\%}{12} = 0.3438\% \text{ mv}$$

Este interés equivale a una tasa efectiva anual (E.A.) de:

$$\text{Tasa efectiva anual} = (1 + 0.3438\%)^{12} - 1 = 4.2049\% \text{ E.A.}$$

Esta tasa del 4.2049% E.A. equivale a una tasa Nominal anual semestre vencido de

$$\text{Tasa nominal anual SV} = \left[\left((1 + EA)^{\frac{1}{2}} - 1 \right) \times 2 \right] = 4.1616\% \text{ N.A.S.V.}$$

Paso II. Calcular la tasa total del crédito de manera NOMINAL:

$$\begin{aligned} \text{Tasa Nominal Total (S.V.)} &= \text{IBR (S.V.)} + \text{SPREAD (S.V.)} \\ \text{Tasa Nominal Total (S.V.)} &= 4.1616\% \text{ N.A.S.V.} + 3.4\% \text{ N.A.S.V.} \\ &= 7.5616\% \text{ N. A. S.V.} \end{aligned}$$

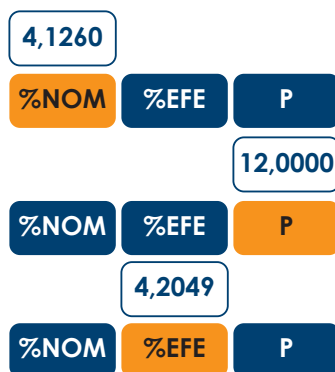
Paso III. Calcular la tasa Efectiva Anual (E.A.) del crédito:

$$\begin{aligned} \text{Interés}_{\text{periódico}} \text{ S.V.} &= \frac{7.5616\%}{2} = 3.7808\% \\ \text{Tasa efectiva anual} &= \left[(1 + 0.037808)^2 - 1 \right] = 7.7045\% \text{ E.A.} \end{aligned}$$

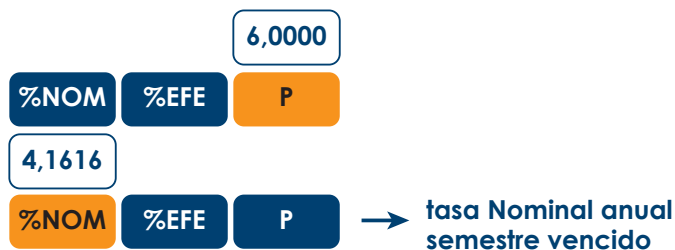
La Tasa Efectiva Anual equivalente al IBR + 3.4% SV que ofrece este crédito es 7.7045% E.A.

Paso IV. Procedimiento en Calculadora financiera:

La tasa Nominal anual mes vencido (N.A.M.V.) del 4,1260% la vamos a convertir a Efectivo Anual:



Ahora esta tasa Efectiva Anual (E.A.) la vamos a convertir a Nominal anual semestre vencido:



$$\begin{array}{c} 4,1616+3,4 \\ \%NOM \quad \%EFE \quad P \\ 7,5616 \\ \%NOM \quad \%EFE \quad P \end{array}$$

Usando la tasa Nominal anual semestre vencido se suman las tasas Nominales:

Se convierten las tasas en Efectivo Anual (E.A.) :

$$\begin{array}{c} 2,0000 \\ \%NOM \quad \%EFE \quad P \end{array}$$

Finalmente, se obtiene Tasa efectiva anual del crédito

$$\begin{array}{c} 7,7045 \\ \%NOM \quad \%EFE \quad P \end{array}$$



Ejercicio 3

Se calcula la tasa efectiva en pesos a través de la conformación de una tasa combinada o combinación de ellas de la siguiente manera:

$$Tasa Efectiva en pesos = (((1 + tasa UVR) \times (1 + Inflación)) - 1)$$

$$Tasa Efectiva en pesos = (((1 + 6\%) \times (1 + 3.27\%)) - 1)$$

Tasa Efectiva en pesos= 9.47% E.A.



Ejercicio 4

Paso I. Se calcula la tasa efectiva del crédito que posee Alicia al IPC +4% a través de la conformación de una tasa combinada así:

$$((1 + 4\%) \times (1 + 3,45\%) - 1) = 7,5880\% E.A.$$

Paso II. Esta tasa Efectiva Anual la convertimos a una tasa periódica trimestral (T.V.):

$$(1 + 7,5880\%)^{\frac{1}{4}} - 1 = 1,8453\% \text{ T.V.}$$

Paso III. Esta tasa periódica T.V. la convertimos a una tasa periódica T.A.:

$$i_a = \frac{i_v}{1 + i_v} = \frac{1,8453\%}{1 + 1,8453\%} = 1,8119\% \text{ T.A.}$$

Paso IV. Se convierte esta tasa a Nominal anual trimestre anticipado

$$1,8119\% * 4 = 7.2474\% \text{ N. A.T.A.}$$

Esto implica que el crédito del IPC +4% es equivalente a una tasa del 7.2474% N.A.T.A.

Paso V. Para obtener el Spread de la segunda opción, 6.5% N.A.T.A. + SPREAD, se plantea la siguiente ecuación donde se igualan las 2 opciones:

$$\underbrace{7.2474\% \text{ N.A.T.A.}}_{\text{Opción 1}} = \underbrace{6,5\% \text{ N.A.T.A.} + \text{spread}}_{\text{Opción 2}}$$

se despeja el spread

$$7.2474\% \text{ N.A.T.A.} - 6.5\% \text{ N.A.T.A.} = 0.7474\%$$

El crédito al IPC +4% equivale a una tasa del 6,5% N.A.T.A + 0.7474% (recuerde que el spread es igualmente Nominal anual trimestre anticipado).



Ejercicio 5

Solución:

$$Tasa_{\text{Combinada}} E.A = \left(((1 + \Delta\% \text{ IPC}) \times (1 + \text{MARGEN})) - 1 \right)$$

Tasa de los cupones:

$$TASA E.A. de los cupones = \left(((1 + 3.82\%) \times (1 + 4\%)) - 1 \right)$$

Tasa de los cupones = 7.9728% E.A.

$$TASA E.A. de la tasa de descuento = \left(((1 + 3.82\%) \times (1 + 2\%)) - 1 \right)$$

Tasa de descuento = 5.8964% E.A.



Ejercicio 6

Paso I. Como la DTF está en términos efectivos anuales, se convierte a Nominal anual trimestre anticipado:

Calculamos la tasa periódica Trimestre Vencido :

$$(1 + 0.0438)^{\frac{1}{4}} - 1 = 1.0775\% T.V.$$

Se calcula la tasa periódica Trimestre anticipado:

$$Interés\ periódico\ T.A. = \frac{1.0775\%}{1 + 1.0775\%} = 1.066\% T.A.$$

Se calcula la tasa Nominal anual trimestre anticipado = 1.066% x 4 = 4.2639% Nominal anual trimestre anticipado.

Paso II. Se suma el Spread que está en los mismos términos de la tasa nominal calculada:

$$4.2639\% T.A. + 2\% T.A. = 6.2639\% Nominal\ anual\ trimestre\ anticipado.$$

Paso III. Esta tasa del 6,2639% Nominal anual trimestre anticipado se va a convertir a una tasa periódica trimestre anticipado:

$$\frac{6.2639\%}{4} = 1.5660\% Trimestre\ anticipado$$

Paso IV. Esta tasa de 1.5660% periódico Trimestre anticipado la vamos a convertir a periódica Trimestre vencida:

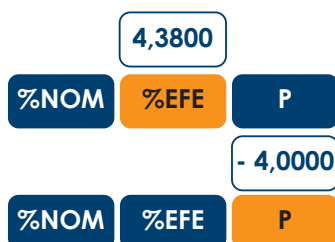
$$\text{Interés periódico T.V.} = \frac{1.5660\%}{1 - 1.5660\%} = 1.5909\% \text{ T.V.}$$

Paso V. Finalmente se pasa esta tasa T.V. a Efectiva anual (E.A.):

$$\text{Tasa Efectiva Anual} = (1 + 0.015909)^4 - 1$$

Tasa Efectiva Anual = 6.5170% E.A.

Paso VI. Procedimiento con la calculadora financiera:

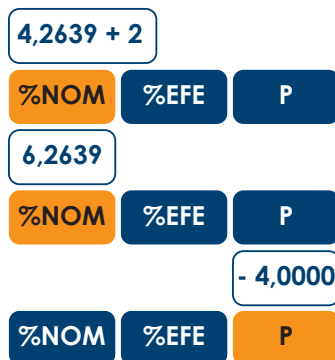


Se toma la tasa DTF E.A. y se convierte en T.A.

La tasa DTF EA equivale a una tasa del 4,2639% Nominal anual trimestre anticipado.



Sumamos esta tasa del 4,2639% al Spread que también es Nominal anual trimestre anticipado.



Procedemos por último a convertir la tasa T.A. a Efectivo Anual.



Ejercicio 7

Paso I. Como la tasa de interés el día de la emisión es del 4,26% N.A.T.A., le sumamos el margen para saber la tasa nominal total trimestre anticipado:

$$4,26\% + 2\% = 6.26 \text{ N.A.T.A.}$$

Paso II. Convertir esta tasa Nominal anual trimestre anticipado a periódico anticipado:

$$i_{\text{periódico}} = \frac{i_{\text{nominal anual}}}{\# \text{ períodos en un año}}$$

$$i_{\text{periódico}} = \frac{0.0626}{4} = 1.5650\% \text{ trimestre anticipado}$$

Paso III. Ahora se calcula el interés periódico vencido

$$i_{\text{periódico trimestre vencido}} = \frac{1.5650\%}{1 - 1.5650\%} = 1.5899\% \text{ trimestre vencido}$$

Paso IV. calcular el interés Efectivo Anual:

$$i_{\text{efectivo anual}} = (1.015899\%)^4 - 1 = 6.5128\% \text{ Efectivo Anual}$$

Paso V. Ahora se calcula la tasa semestre vencida, teniendo en cuenta que en un semestre hay 180 días:

$$i_{\text{periódico semestre vencido}} = (1.06528)^{\frac{1}{2}} - 1 = 3.2050\% \text{ semestre vencido}$$

Por último, se calcula la tasa nominal anual para calcular los intereses del primer período de pago.

Tasa nominal anual semestre vencido = $3.2050\% \times 2 = 6.4101\%$ N.A.S.V.



Ejercicio 8

Paso I. Como la DTF y el préstamo son tasas nominales N.A.T.A., las podemos sumar para obtener la tasa total del crédito Nominal anual trimestre anticipado:

$$4,30 \% \text{ N.A.T.A.} + 5\% \text{ N.A.T.A.} = 9.30\% \text{ N.A.T.A.}$$

Paso II. Se calcula la tasa de interés periódico trimestre vencido de esta tasa 9.30% NATA:

$$i_{\text{periódico anticipado}} = \frac{9.30\%}{4} = 2.3250\% \text{ T.A.}$$

$$\text{Interés periódico vencido} = \frac{0.023250}{1-0.02325} = 2.3803\% \text{ T.V.}$$

Paso III. Se calcula la tasa Efectiva Anual:

$$\text{Tasa efectiva anual} = \left[(1+0.023803)^{\frac{360}{90}} - 1 \right]$$

TASA EFECTIVA ANUAL=9.8668% E.A.



Ejercicio 9

Paso I. Calcular la tasa de interés total de cada flujo a través de una tasa com-

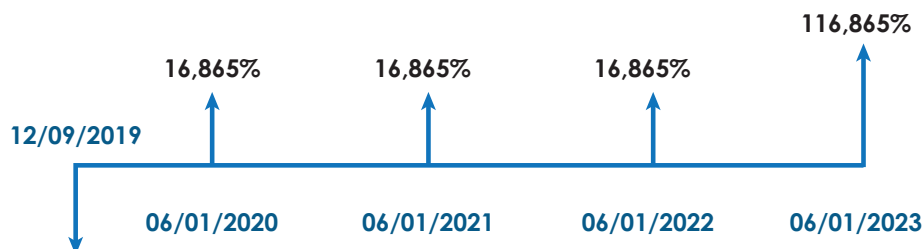
$$\text{Tasa}_{\text{Combinada}} \text{ E.A} = \left(((1 + \Delta\% \text{ IPC}) \times (1 + \text{MARGEN})) - 1 \right)$$

$$\text{Tasa de Interés total} = \left(((1+0.125) \times (1+0.0388)) - 1 \right)$$

binada así:

Tasa de Interés total=16.865% Efectivo Anual

Paso II. Graficar, el flujo de caja del título es el siguiente:



Ejercicio 10

Solución:

$$Tasa\ efectiva\ en\ pesos = \left(((1 + tasa\ UVR) \times (1 + Inflación)) - 1 \right)$$

$$Tasa\ de\ Interés\ efectivo\ anual = \left(((1 + 0.03) \times (1 + 0.039)) - 1 \right)$$

Tasa de Interés Efectivo anual=7.017%



Ejercicio 11

Paso I. La tasa Nominal anual mes vencido total del papel comercial es:

4,5% Nominal anual mes vencido + 3.5% Nominal anual mes vencido = 8% Nominal anual mes vencido.

Paso II. Calculamos la tasa Efectiva mensual del papel:

$$Tasa\ periódica\ mes\ vencido = \frac{8\%}{12} = 0.6667\% \text{ M.V.}$$

Paso III. Calculamos la tasa Efectiva anual:

$$Tasa\ efectiva\ anual = \left[(1 + 0.006667)^{12} - 1 \right]$$

$$Tasa\ efectiva\ anual = 8.30\% \text{ E.A.}$$

5.4. Anualidades



Ejercicio 1

Paso I. Convertimos la tasa del 20% efectiva anual a mes vencido:

$$Tasa\ periodica\ M.V. = (1+20\%)^{\frac{1}{12}} - 1 = 1.5309\%$$

Paso II. El valor presente de una anualidad se calcula mediante la siguiente expresión:

$$VP = A \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right]$$

Donde:

VP = Valor presente

A = Cuota uniforme (anualidad)

i = Tasa de interés periódica

n = número de periodos

Conocemos el valor presente y la tasa, la incógnita es la cuota uniforme (anualidad)

$$30,000,000 = A \left[\frac{1 - (1+1.5309\%)^{-24}}{1.5309\%} \right]$$

$$30,000,000 = A * 19,95870613$$

Despejando A obtenemos que la cuota uniforme es \$1.503.103,45

Paso III. Procedimiento con la calculadora financiera:

Convertir la tasa del 20% efectivo anual a Nominal anual mes vencido:

		20,0000
%NOM	%EFE	P
		12,0000
%NOM	%EFE	P
18,3714		
%NOM	%EFE	P

Esta tasa nominal del 18,3714% se convierte a una tasa periódica mensual (M.V.):

18,3714 ÷ 12		
%NOM	%EFE	P
1,5309		
%NOM	%EFE	P

Por lo tanto, la tasa del 20% EA equivale a una tasa del 1.5309% periódico mes vencido.

La anualidad se calcula de la siguiente forma:

Se selecciona **FIN** → **VDT**

- Se ingresa en N el tiempo: 24 cuotas

24,0000					
N	%I.A	V.A	PAGO	V.F	OTRO

- El valor del préstamo en VA:

30.000.000,0000					
N	%I.A	V.A	PAGO	V.F	OTRO

- Seleccionamos PAGO (valor de las cuotas):

1.503.103,4482					
N	%I.A	V.A	PAGO	V.F	OTRO



Ejercicio 2

Paso I. La tasa que le paga el banco del 12% E.A. equivale a una tasa semestral del 5,8301% S.V.

Paso II. El valor futuro de la cuota uniforme (anualidad) lo calculamos con la siguiente expresión:

$$VF = A \left[\frac{1 - (1+i)^n - 1}{i} \right]$$

Donde:

VF = Valor futuro

A = Cuota uniforme (anualidad)

i = Tasa de interés periódica

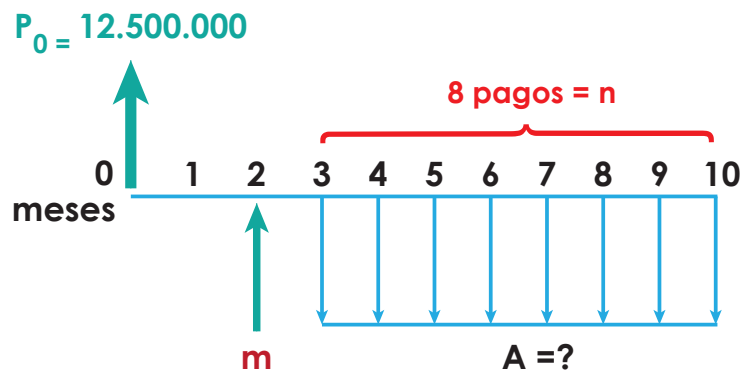
$$VF = \$10.000.000 \left[\frac{(1 + 5,8301\%)^3 - 1}{5,8301\%} \right]$$

$$VF = \$31.783.005,24$$



Ejercicio 3

Paso I. Graficar:



Este es el caso de una anualidad (cuota) diferida donde n será el número de pagos y m será el número de períodos diferidos

Paso II. La expresión matemática para solucionar esta anualidad es:

$$VP = A \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right] (1+i)^{-m}$$

Donde además:

VP = Valor presente

A = Cuota uniforme (anualidad)

i = Tasa de interés periódica

n = periodos de la anualidad

m = periodos antes de iniciar los pagos, menos 1

Reemplazando tenemos:

$$12.500.000 = A \left[\frac{1 - (1 + 3.5\%)^{-8}}{3.5\%} \right] (1 + 3.5\%)^{-2}$$

$$12.500.000 = A * 6,42$$

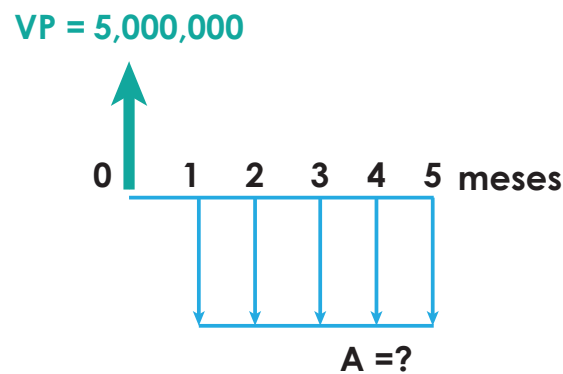
Paso III. Despejando el valor de la cuota (anualidad) de la expresión anterior:

$$A = \$ 1.947.977,76$$



Ejercicio 4

Paso I. Graficar:



Paso II. El valor presente de la cuota uniforme (anualidad) se calcula con la siguiente expresión:

$$VP = A \left[\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right]$$

Donde:

VP = Valor presente

A = Cuota uniforme (anualidad)

i = Tasa de interés periódica

$$5.000.000 = A \left[\frac{1 - (1 + 2\%)^{-5}}{0,02} \right]$$

Paso III. Reemplazando las cantidades y despejando para la cuota (anualidad) se obtiene que la cuota es:

$$A = \$1.060.791,97$$

Paso IV. Procedimiento con la calculadora financiera, se selecciona

FIN → VDT

Se ingresan las 5 cuotas mensuales:

5,0000
%N %IA V.A PAGO V.F OTRO

Se ingresa el interés mensual:

2,0000
%N %IA V.A PAGO V.F OTRO

Se ingresa el Valor presente del computador:

5.000.000,0000
%N %IA V.A PAGO V.F OTRO

Se selecciona PAGO para obtener el valor de la cuota:

1.060.791,9705
%N %IA V.A PAGO V.F OTRO



Calle 72 No. 10-07 oficina 1202 / Bogotá - Colombia
[www. amvcolombia.org.co](http://www.amvcolombia.org.co)

**ASESOR FINANCIERO, OPERADOR, DIRECTIVO,
MIDDLE OFFICE Y DIGITADOR**